

UDC 510.67

IRSTI 27.03.66

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-1-223-228>

^{1,2*}Кулпешов Б.Ш.,

ф.-м.ғ.д., профессор, ORCID ID: 0000-0002-4343-0463,

*e-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

² Неталиева Е.К.,

студент, ORCID ID: 0009-0000-6154-2602,

e-mail: e_netalieva@kbtu.kz

¹ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ., Қазақстан

² Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

НАЗВАНИЕ СТАТЬИ НА КАЗАХСКОМ ЯЗЫКЕ

Аңдатпа

Бұл зерттеуде біз жартылай ретті білдіретін бинарлық қатынастың таңбасымен ғана анықталатын қол таңбалардағы күшті минималды жартылай реттіліктерді талдаймыз. Жартылай реттіліктер үшін құрылымның биіктігі (реттелген тізбектердің ұзындықтарының жоғарғы шегі) және құрылымның ені (антитізбектердің ұзындықтарының жоғарғы шегі) сияқты сипаттамалар қолданылады. Мұнда антитізбек деп өзара салыстырылмайтын элементтер жиынтығы түсіндіріледі. Осы жұмыста біз шексіз тривиалды емес ені бар күшті минималды жартылай реттіліктерді қарастырамыз. Мақаланың негізгі нәтижесі – шексіз тривиалды емес ені бар және биіктігі екіге тең шексіз жартылай реттіліктердің күшті минималдылығы үшін қажетті және жеткілікті шарттың анықталуы.

Тірек сөздер: күшті минималды құрылым, жартылай реттілік, жалғанған компонент, максималды элемент, минималды элемент.

Кіріспе

Еске салайық [1], M параметрлері M тіліндегі кез келген $\varphi(x)$ формуласы үшін $\varphi(M)$ немесе оның теріс $\neg\varphi(M)$ шекті болса, M шексіз құрылымы *минималды* деп аталады. Шекті модельдері жоқ T теориясы, егер әрбір M үлгісі T минималды болса, *күшті минималды* деп аталады. Күшті минималды теорияның үлгілері күшті минималды деп те аталады.

Еске салайық, жиындағы жартылай реті келесі қасиеттерді қанағаттандыратын $<$ бинарлық қатынасы болып табылады:

Асимметрия $\forall x \forall y [x < y \rightarrow \neg(y < x)]$;

Транзитивтік $\forall x \forall y \forall z [(x < y \wedge y < z) \rightarrow x < z]$.

Жартылай реті бар жиын *жартылай реттелген жиын* немесе жай *жартылай реті* деп аталады.

Келесі теорема шекті тривиальды емес ені бар күшті минималды жартылай реттіліктерді сипаттайды:

Теорема 1 [2, 3] *Шексіз жартылай реті $M = \langle M, < \rangle$ шекті тривиальды емес ені бар, күшті минималды болады, егер M шексіз көп синглтондар болса және қосымша синглтондар болып табылмайтын шектеулі көптеген шекті қосылған компоненттері болуы мүмкін болса ғана.*

Жуырдағы [3] қағазында соңғы тривиальды емес енінің күшті минималды жартылай реттіліктері толығымен сипатталды. Мұнда біз шексіз тривиальды емес енінің ең аз жартылай реттерін зерттейміз. Күшті минималды теориялар класы қазіргі уақытта белсенді зерттеу нысаны болып табылады. [4] жылы күшті минималды теориялар отбасыларының дәрежелік

қасиеттері зерттелді. [5] жылы жазық геометриясы бар күшті минималды құрылымдардың неғұрлым нақты жіктелуін қамтамасыз ететін кейбір қызықты нәтижелер алынды.

Материалдар мен әдістер

Кіші параметрлі дифференциалдық және интегро-дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің негізгі әдістерінің бірі – асимптотикалық әдіс, соның ішінде шекаралық қабат функциялары әдісі. Асимптотикалық әдіс деп, әдетте, шешімді кіші параметрдің дәрежелік қатары түрінде құру әдісін айтады. Бұл әдістің тәжірибелік мағынасы – шешімді қарапайым теңдеулер арқылы тиімді түрде тұрғызу. Сандық әдіс пен асимптотикалық әдіс бір-бірін жоққа шығармайды; керісінше, бірін-бірі толықтырады. Мысалы, көптеген жағдайда асимптотикалық өрнекті сандық есептеуде нөлдік жуықтау ретінде қолдануға болады.

Нәтижелер мен талқылау

Естеріңізге сала кетейік, M жартылай реттерінің a элементі, a -дан аз M элементі болмаса, *минималды* деп аталады. Сондай-ақ, M жартылай реттерінің a элементі a мәнінен үлкен M элементі болмаса, *максималды* деп аталады. Жартылай реттің әрбір синглтоны берілген реттіліктің максималды және минималды элементі екенін ескеріңіз. Сондай-ақ, жартылай реттің тривиальды емес байланысқан компонентінің кез келген максималды (минималды) элементі минималды (максималды) болмайды.

Мысалы 2 $M = \langle M, < \rangle$ бір максималды элементі бар екі биіктіктің дәл бір шексіз тривиальды емес құрамдас бөлігінен тұратын жартылай реттілік болсын. Сонда M шексіз тривиальды емес ені бар күшті минималды құрылым екені анық.

Теорема 3 $M = \langle M, < \rangle$ шексіз тривиальды емес ені екі биіктіктің шексіз жартылай реті болсын. Сонда M күшті минималды болады, егер мыналар орындалғанда ғана:

(1) M максималды (минималды) элементтердің шексіз жиынына және минималды (максималды) элементтердің бос емес шекті жиынына ие екі биіктіктің дәл бір тривиальды емес жалғанған компонентін қамтиды;

(2) Егер M кейбір $1 \leq t < \omega$ үшін шексіз жоғары (төмен дәреже) дәл t минималды (максималды) элементтерін қамтыса, онда барлық дерлік максималды (минималды) элементтердің төмен дәрежесі (жоғары дәреже) t болады;

(3) M тек ең көбі екі биіктіктің ақырғы көптеген шекті қосылған құрамдастарын қамтиды.

Теорема 3 дәлелдеу. $(\Rightarrow)$ M күшті минималды құрылым болсын. M шексіз тривиальды емес ені болғандықтан, M шексіз көп тривиальды емес қосылған құрамдастарды немесе кем дегенде бір шексіз тривиальды емес қосылған құрамдастарды қамтиды. Егер M шексіз көп тривиальды емес қосылған құрамдастарды қамтыса, онда M шексіз көп минималды элементтерді де, шексіз көп максималды элементтерді де қамтитынын аламыз. Соңғысы M күшті минималдылығына қайшы келеді. Демек, M тек қана шектеулі көптеген тривиальды емес қосылған құрамдастарды қамтиды. ... $\square$

Еске салайық, бірінші ретті теория, егер оның әрбір шексіз кардиналдықта изоморфизмге дейінгі бірегей моделі болса, *толығымен категориялық* деп аталады.

Салдары 4 Шексіз тривиальды емес ені бар екінші биіктіктің кез келген қатты минималды жартылай реті толығымен категориялық болып табылады.

Қорытынды

Бұл жұмыста қосымша сипаттаушы теңдеудің түбірлері қарама-қарсы болған жағдайдағы кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебі қарастырылған.

Кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебіне сәйкес ауытқымаған есеп құрылған және ауытқымаған есеп шешімінің аналитикалық формуласы алынған. Кіші параметрлі ауытқыған есеп пен сәйкес құрылған ауытқымаған есеп арасындағы байланыс көрсетілген. Нәтижесінде шектік көшу теоремасы тұжырымдалып, ұсынылған және мысалмен негізделген.

Қаржыландыру туралы ақпарат

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (Грант BR20201001).

ӘДЕБИЕТТЕР

1. Baldwin J.T., Lachlan A.H., On strongly minimal sets. The Journal of Symbolic Logic, 36 (1), 79–96 (1971).
2. Кулпешов Б.Ш., Павлюк Ин.И., Судоплатов С.В. О псевдо-сильно-минимальных формулах, структурах и теориях. Теория моделей и алгебра 2024, Сборник статей под редакцией М. Шахриари и С.В. Судоплатова, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 2024, С. 42–47.
3. Kulpeshov B.Sh., Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V., Pseudo-strongly-minimal structures and theories. Lobachevskii Journal of Mathematics, 45 (12), 6515–6525 (2024).
4. Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V., Properties of ranks for families of strongly minimal theories. Siberian Electronic Mathematical Reports, 19 (1), 120–124 (2022).
5. Baldwin J.T., Verbovskiy V.V., Towards a finer classification of strongly minimal sets. Annals of Pure and Applied Logic, 175, Number 103376 (2024).

REFERENCES

1. Baldwin J.T., Lachlan A.H., On strongly minimal sets. The Journal of Symbolic Logic, 36 (1), 79–96 (1971).
2. Kulpeshov B.Sh., Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. On pseudo-strongly-minimal formulae, structures and theories. Model Theory and Algebra 2024, Collection of papers edited by M. Shahryari and S.V. Sudoplatov, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 2024, pp. 42–47.
3. Kulpeshov B.Sh., Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V., Pseudo-strongly-minimal structures and theories. Lobachevskii Journal of Mathematics, 45 (12), 6515–6525 (2024).
4. Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V., Properties of ranks for families of strongly minimal theories. Siberian Electronic Mathematical Reports, 19 (1), 120–124 (2022).
5. Baldwin J.T., Verbovskiy V.V., Towards a finer classification of strongly minimal sets. Annals of Pure and Applied Logic, 175, Number 103376 (2024).

^{1,2*}Кулпешов Б.Ш.,
доктор физико-математических наук, профессор,
ORCID ID: 0000-0002-4343-0463,
*e-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

² Неталиева Е.К.,
студент, ORCID ID: 0009-0000-6154-2602,
e-mail: e_netalieva@kbtu.kz

¹ Институт математики и математического моделирования, г. Алматы, Казахстан² Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы, Казахстан

НАЗВАНИЕ СТАТЬИ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Аннотация

В настоящей статье мы исследуем сильно минимальные частичные порядки в сигнатуре, содержащей только символ бинарного отношения, выражающего частичный порядок. Мы используем для частичных порядков такие характеристики, как высота структуры, означающая супремум длин упорядоченных цепей, и ширина структуры, означающая супремум длин антицепей, где антицепь – это множество попарно несравнимых элементов. Здесь мы исследуем сильно минимальные частичные порядки, имеющие бесконечную нетривиальную ширину. Основным результатом статьи – критерий сильной минимальности бесконечного частичного порядка высоты два, имеющие бесконечную нетривиальную ширину.

Ключевые слова: сильно минимальная структура, частичный порядок, связная компонента, максимальный элемент, минимальный элемент.

^{1,2*}Kulpeshov B.Sh.,

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,

ORCID ID: 0000-0002-4343-0463,

*e-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

² Netaliyeva Ye.K.,

Student, ORCID ID: 0009-0000-6154-2602,

e-mail: e_netaliyeva@kbtu.kz

¹ Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan² Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

TITLE OF PAPER IN ENGLISH

Abstract

In the present paper, we study strongly minimal partial orderings in the signature containing only the symbol of binary relation of partial order. We use for partial orderings such characteristics as the height of a structure that is the supremum of lengths of ordered chains, and the width of a structure that is the supremum of lengths of antichains, where an antichain is a set of pairwise incomparable elements. Here we study strongly minimal partial orderings having an infinite non-trivial width. The main result of the paper is a criterion for strong minimality of an infinite partial ordering of height two having an infinite non-trivial width.

Key words: strongly minimal structure, partial ordering, connected component, maximal element, minimal element.

Received: January 30, 2026; revised: March 5, 2026; accepted: March 13, 2026.