

ISSN 1998-6688 (Print)
ISSN 2959-8109 (Online)

**ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ
УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ**

**HERALD
OF THE KAZAKH-BRITISH
TECHNICAL UNIVERSITY**

**ВЕСТНИК
КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Volume 23, Issue 1
January-March, 2026

**ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН
ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ**

**HERALD
OF THE KAZAKH-BRITISH
TECHNICAL UNIVERSITY**

**ВЕСТНИК
КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Алматы
№ 1 (76) 2026 г.

Издание зарегистрировано Министерством культуры и информации Республики Казахстан. Свидетельство о постановке на учет СМИ № 9757 – Ж от 03.12.2008 г.

Журнал зарегистрирован в Международном центре по регистрации сериальных изданий ISSN (ЮНЕСКО, г. Париж, Франция)

В журнале публикуются научные статьи на английском, казахском и русском языках по направлениям: компьютерные науки, математические науки, физические науки, нефтегазовая инженерия и геология, экономика и бизнес.

Подписной индекс – 74206

Издается с 2004 года. Выходит 4 раза в год.

УЧРЕДИТЕЛЬ
Казахстанско-Британский технический университет

ISSN 1998-6688 (Print)
ISSN 2959-8109 (Online)

© Казахстанско-Британский технический университет, 2026

Editor-in-chief – **B. Kulpeshov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Professor, School of Applied Mathematics of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan

EDITORIAL BOARD

Section “Computer science”

- Akzhalova A.Zh.** - Candidate of Physical and Mathematical sciences, PhD, Professor, School of Information Technology and Engineering of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Pak A.A.** - Candidate of Technical Sciences, Associate professor, School of Information Technology and Engineering of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Samigulina Z.I.** - PhD, Professor, School of Information Technology and Engineering of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Sadok Ben Yahia** - Professor, University of Southern Denmark, Denmark;
- Eduard Siemens** - Professor, Anhalt University of Applied Sciences, Germany;
- Uvalieva I.M.** - PhD, Professor at the Faculty of Computer Science, EKTU named after D. Serikbayev, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan

Section “Mathematical Sciences”

- Kalmurzayev B.S.** - PhD, Associate professor, School of Applied Mathematics of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Sudoplatov S.V.** - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher, Institute of Mathematics SB RAS; Head of Department, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia;
- Bazhenov N.A.** - Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russia.

Section “Physical Sciences”

- Abdirakhmanov A.R.** - PhD, Assistant Professor JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan; University of Mons, Mons, Belgium;
- Beysenkhanov N.B.** - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Dean, Professor, School of Materials Science and Green Technologies JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan;
- Laifa Boufendi** - PhD, Professor, Orlean University, France

Section “Oil and Gas Engineering and Geology”

- Ismailov A.A.** - Candidate of Technical Sciences, Dean, Professor, School of Energy and Oil and Gas Industry of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Korobkin V.V.** - Candidate of Geological and Mineralogical Sciences, Professor, School of Geology of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Kang Wanli** - Professor, School of Petroleum Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao, PR China;
- Sarsenbekuly B.** - PhD, Associate professor, School of Energy and Petroleum Engineering of JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Moldabaeva G.Zh.** - Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Petroleum Engineering of K. Turysov Institute of Geology and Petroleum Engineering, KazNTU, Almaty, Kazakhstan.

Section “Economics and Business”

- Narbaev T.S.** - PhD, Professor, Business School JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan;
- Kozhakhmetova A.K.** - PhD, Assistant Professor, Business School JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan;
- Aldashev A.** - Professor, International School of Economics JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan;
- Akhmedov E.T.** - PhD, Associate Professor, Business School, JSC “Kazakh-British Technical University”, Almaty, Kazakhstan;
- Seitkazieva A.M.** - Doctor of Economics, Professor/Business School JSC “KBTU”, Almaty, Kazakhstan;
- Gabriel Castelblanco** - PhD, Assistant-Professor, University of Florida, Florida, USA;
- Dubina I.** - Doctor of Economic Sciences, Professor, Novosibirsk National Research State University (NSU);
- Osei-Kyei Robert** - PhD, Associate Professor, University of Western Sydney, Penrith, Australia;
- Montag Josef** - PhD, Senior Lecturer, Charles University, Prague, Czech Republic..

Бас редактор – **Кулпешов Б.Ш.**, ф.-м.ғ.д., ҚР ҰҒА академигі, профессор,
«ҚБТУ» АҚ Қолданбалы математика мектебі, Алматы қ., Қазақстан

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ

«Компьютерлік ғылымдар» бөлімі

- Акжалова А.Ж.** - ф.-м.ғ.к, PhD, профессор, «ҚБТУ» АҚ Ақпараттық технологиялар және инженерия мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Пак А.А. - т.ғ.к., қауымдастырылған профессор, «ҚБТУ» АҚ Ақпараттық технологиялар және инженерия мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Самигулина З.И. - PhD, профессор, «ҚБТУ» АҚ Ақпараттық технологиялар және инженерия мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Садок Бен Яхия - профессор, Оңтүстік Дания университеті, Дания;
Эдуард Сименс - профессор, Анхальт қолданбалы ғылымдар университеті, Германия
Увалиева И.М. - PhD, компьютерлік ғылымдар факультетінің профессоры, Д. Серікбаев атындағы ШҚТУ, Өскемен қ., Қазақстан

«Математикалық ғылымдар» бөлімі

- Калмурзаев Б.С.** - PhD, қауымдастырылған профессор, «ҚБТУ» АҚ Қолданбалы математика мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Судоплатов С.В. - ф.-м.ғ.д., профессор, РҒА СБ математика институтының бас ғылыми қызметкері; Новосібір мемлекеттік техникалық университеті, кафедра меңгерушісі, Новосібір қ., Ресей;
Баженов Н.А. - ф.-м.ғ.к., РҒА СБ математика институтының аға ғылыми қызметкері, Новосібір қ., Ресей.

«Физикалық ғылымдар» бөлімі

- Әбдірахманов А.Р.** - PhD, ассистент-профессор, «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан; Монс университеті, Монс қ., Бельгия;
Бейсенханов Н.Б. - ф.-м. ғ. д., декан, профессор, Материалтану және жасыл технологиялар мектебі «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Laifa Boufendi - PhD, профессор, Орлеан университеті, Франция.

«Мұнай газ инженериясы және геология» бөлімі

- Исмаилов А.А.** - т.ғ.к., декан, профессор, «ҚБТУ» АҚ Энергетика және мұнай-газ индустриясы мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Коробкин В.В. - геол.-минерал.ғ.к., профессор, «ҚБТУ» АҚ Геология мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Канг Ванли - профессор, Мұнай инженериясы мектебі, Қытай мұнай университеті (Шығыс Қытай), Циндао қ., ҚХР;
Сарсенбекұлы Б. - PhD, қауымдастырылған профессор, «ҚБТУ» АҚ Энергетика және мұнай-газ индустриясы мектебі, Алматы қ., Қазақстан;
Молдабаева Г.Ж. - тех.ғ.д., профессор, мұнай инженериясы кафедрасы, Қ. Тұрысов атындағы геология және мұнай-газ институты., ҚазҰТУ, Алматы қ., Қазақстан.

«Экономика және бизнес» бөлімі

- Нарбаев Т.С.** - PhD, профессор, Бизнес мектебі «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Кожаметова А.К. - PhD, ассистент-профессор, Бизнес мектебі, «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Алдашев А. - PhD, профессор, Халықаралық экономика мектебі, «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Ахмедов Е.Т. - PhD, қауымдастырылған профессор, Бизнес мектебі, «Қазақстан-Британ техникалық университеті» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Сейтказиева А.М. - э.ғ.к., профессор, Бизнес мектебі «ҚБТУ» АҚ, Алматы қ., Қазақстан;
Gabriel Castelblanco - PhD, ассистент-профессор, Флорида университеті, Флорида, АҚШ
Дубина И. - э.ғ.д., профессор, Новосибирск ұлттық зерттеу мемлекеттік университеті (НМУ);
Osei-Kyei Robert - PhD, қауымдастырылған профессор, Батыс Сидней университеті, Пенрит қ., Австралия;
Montag Josef - PhD, сениор-лектор, Карлов университеті, Прага қ., Чехия Республикасы.

Главный редактор – **Кулпешов Б.Ш.**, д.ф.-м.н., академик НАН РК, профессор,
Школа прикладной математики АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан

ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Раздел «Компьютерные науки»

- Акжалова А.Ж.** - к.ф.-м.н., PhD, профессор, Школа информационных технологий и инженерии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Пак А.А.** - к.т.н., ассоциированный профессор, Школа информационных технологий и инженерии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Самигулина З.И.** - PhD, профессор, Школа информационных технологий и инженерии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Садок Бен Яхия** - профессор, Университет Южной Дании, Дания;
- Эдуард Сименс** - профессор, Анхальтский университет прикладных наук, Германия;
- Увалиева И.М.** - PhD, профессор факультета компьютерных наук, ВКТУ им. Д.Серикбаева, г. Усть-Каменогорск, Казахстан

Раздел «Математические науки»

- Калмурзаев Б.С.** - PhD, ассоциированный профессор, Школа прикладной математики АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Судоплатов С.В.** - д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник, Институт математики СО РАН; зав. кафедрой, Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия;
- Баженов Н.А.** - к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, Институт математики СО РАН, г. Новосибирск, Россия;

Раздел «Физические науки»

- Әбдірахманов А.Р.** - PhD, ассистент-профессор АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан; Университет Монса, г. Монс, Бельгия;
- Бейсенханов Н.Б.** - д.ф.-м.н., декан, профессор, Школа материаловедения и зеленых технологий АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Laifa Boufendi** - PhD, профессор, Университет Орлеана, Франция.

Раздел «Нефтегазовая инженерия и геология»

- Исмаилов А.А.** - к.т.н., декан, профессор, Школа энергетики и нефтегазовой индустрии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Коробкин В.В.** - к.геол.-минерал.н., профессор, Школа геологии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Канг Ванли** - профессор, Школа нефтяной инженерии, Китайский нефтяной университет (Восточный Китай), г. Циндао, КНР;
- Сарсенбекұлы Б.** - PhD, ассоциированный профессор, Школа энергетики и нефтегазовой индустрии АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Молдабаева Г.Ж.** - д.тех.н., профессор, кафедра нефтяной инженерии, Институт геологии и нефтегазового дела им. К. Турысова, КазНТУ, г. Алматы, Казахстан.

Раздел «Экономика и бизнес»

- Нарбаев Т.С.** - PhD, профессор, Бизнес-школа АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Кожаметова А.К.** - PhD, ассистент-профессор, Бизнес-школа АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Алдашев А.** - PhD, профессор, Международная школа экономики АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Ахмедов Е.Т.** - PhD, ассоциированный профессор, Бизнес-школа АО «Казахстанско-Британский технический университет», г. Алматы, Казахстан;
- Сейтказиева А.М.** - д.э.н., профессор, Бизнес-школа АО «КБТУ», г. Алматы, Казахстан;
- Gabriel Castelblanco** - PhD, ассистент профессора, Университет Флориды, Флорида, США.
- Дубина И.** - д.э.н., профессор, Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ);
- Osei-Kyei Robert** - PhD, ассоциированный профессор, Университет Западного Сиднея, г. Пенрит, Австралия;
- Montag Josef** - PhD, сениор-лектор, Карлов университет, Прага, Чешская Республика.

МАЗМҰНЫ – СОДЕРЖАНИЕ

1 КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

Махамбетов Қ.И., Бельгибаев Б.А., Куницина Н., Амирханова Г.А. Цифрлық егіздерді құру мақсатында тамақ өнеркәсібіндегі термодинамикалық процестерді бақылау және модельдеу.....	10
Күсепова Л.Т., Күсепова Г.Т. Анализ и сравнение инструментов оркестрации контейнеров в локальной и облачной инфраструктуре	22
Черикбаева Л.Ш., Бериков В.Б., Меліс З.М., Елеусинов А.И., Адилжанова С.А., Атанязова А.С., Дайырбаева Э.Н. Трансформерлер негізіндегі ансамбль көмегімен 3d кт кескіндерінде инсультті сегментациялау	37
Ахмедиярова А.Т., Алибиева Ж.М., Оралбекова Д.О., Наурызбаева А.И., Касымова Д.Т. Гибридный подход к анализу тональности цитирования на основе лингвистических признаков и машинного обучения	52
Сейткулов Е.Н., Оспанов Р.М., Ергалиева Б.Б., Утебаев К.А., Атанов С.К. Криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время.....	68
Ауезова А.С., Муханова А.М., Синчев А. Алгоритмы пр-полных задач. Часть I.....	82
Шапорева А.В., Копнова О.Л., Шевчук Е.В., Абдулла Л.Н., Икласова К.Е., Айтымова А.М. Разработка интеллектуальной системы обработки и анализа рукописного ввода для оценки графомоторных навыков	94
Aitim A.K., Sembina G.K. Ensemble machine learning approaches for IT project cost estimation under data scarcity conditions.....	107
Зарубин М.Ю., Зарубина В.Р., Ысқақ А.У., Ермолдина Г.Т. К вопросу оценки точности компьютерного моделирования гидротехнических сооружений (на примере исследования Каратомарского и Верхнетобольского водохранилищ Северного Казахстана)	117
Samigulina Z.I., Mukhangalieva M.A., Uteyeva N.K. Development of automated control system for cement production process	132
Исахов А.А., Абылкасымова А.Б., Бревнов Т. Анализ рентгеновских снимков легочной системы человека методом машинного обучения с целью постановки предварительного диагноза	147
Akhmetkan A., Mutaliyev Ye. Development of residual CNN architecture for facial expression recognition.....	163
Serek A., Shoiynbek A., Kuanysbay D. Real-time detection of fraudulent phone calls using multi-turn dialogue analysis.....	173
Kumalakov B., Tsoy D. Development of an agent behavior for ad-hoc grid computing	185
Imanbayev A.Zh., Berdibayev R.S., Odarchenko R.S., Tynymbayev S. Intelligent hybrid method for automated penetration testing in 5G and beyond networks	197

2 МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Отаров Х.Т., Туткушева Ж.С. Мақсаттық функцияның глобалдық экстремумының қажетті және жеткілікті шарттары.....	209
Буканай Н.Ұ., Мирзакулова А.Е., Асанова А.Т. Кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеу үшін қоши есебі шешімінің асимптотикалық жинақтылығы	220
Усманов К.И., Назарова К.Ж., Еркишева Ж.С. Разрешимость краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений дробного порядка с инволюцией	231

Манарбек М., Мусабаева Г.К.

Анизотропты гранд Лоренц кеңістіктеріндегі
гельдер теңсіздігі және осы кеңістіктің дуалдылығы 240

Сарман А.Д., Асанова А.Т., Токмурзин Ж.С.

Төртінші ретті жүктелген дербес туындылы
дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептің шешімі туралы 250

Sinita A.V., Shkorko A.K., Tskhay Y.A., Karduck A.P.

Variational approach for identifying environmental
parameters via inverse analysis of acoustic wave propagation 265

Ахажанов Т.Б., Мұхамбетжан М.А., Матин Д.Т., Жұлдасов Ж.М.

Оценки коэффициентов Фурье–Уолша функций двух переменных ограниченной вариации 281

3 ФИЗИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР ФИЗИЧЕСКИЕ НАУКИ

**Оразымбет А., Таукенова А., Утепова Д., Бейсен Н., Сандибаева Н.,
Бейсенбекова Ж., Тоқтарбай С.**

Численное исследование устойчивости орбит
в релятивистской ограниченной задаче трех тел 292

Muratkhon Zh., Khassanov M., Muratkhan A., Taukenova A., Sadu A.

Comparative analysis of x-ray luminosity
of persistent and transient high-mass x-ray binaries 305

Yerlanuly Ye., Batalova M.S.

Impact of mechanical deformation on the electrical properties of carbon nanowalls 316

**Оман З., Нурлыбеков Н.О., Карибаева К.А., Жылысбаев У.К.,
Хуан М., Мархабаева А.А., Немкаева Р.Р., Мухаметкаримов Е.С.**

Кристаллизация аморфных тонких пленок селенида индия 325

**Abdirakhman A., Omar A., Islyam Zh., Alimgazanova N., Demessinova A.,
Nodyarov A., Tuiakbaeva D., Manapbayeva A., Adilzhan K., Shaimoldin N.**

Kinematics and structure of the massive star-forming region G350.29+0.12 334

**Alimgazanova N.Sh., Manapbayeva A.B., Omar A.Zh., Demessinova A.M.,
Turekhanova K.M., Abildayev N.E.**

Study of the w40 star-forming region based
on observations by the wise infrared space telescope 346

Yelubayev D.Ye., Ongaibergenov Z.E., Utegenov A.U., Pan Bin, Zhumadilov R.Ye.

Study of RF-DBD discharge in Ar/CH₄ mixture in the presence of nickel foam at low pressure 358

4 МҰНАЙ ГАЗ ИНЖЕНЕРИЯСЫ ЖӘНЕ ГЕОЛОГИЯ НЕФТЕГАЗОВАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ГЕОЛОГИЯ

Молдагалиев А.Б., Сулейменов У.С., Жанабай Н.Ж.

Исследование влияния места расположения композитных накладок
на частоты колебаний магистрального газопровода 367

Nurtashev A.T.

Features of the near-wellbore zone temperature
regime during hydraulic fracturing and its impact on breaker selection 385

Omarova A.O., Yskak A.S.

Efficiency of micropore sweep during viscoelastic polymer flooding for enhanced oil recovery 395

Jarassova T.S., Altunsoy M.

Molecular features of oils from the Emba region (Precaspian basin):
origin, thermal maturity, and genetic correlation 406

5 ЭКОНОМИКА ЖӘНЕ БИЗНЕС ЭКОНОМИКА И БИЗНЕС

Potluri R.M., Mukashev Ye., Nurbay A.

From hazard to habit: how branding shapes Kazakhstan consumer behavior in perilous products 420

Wenhan J., Kozhakhmetova A., Keser E.

Management of Organizational Competitiveness in Global Economic Integration 432

Amirbekova D., Yeerjiang S., Imbergin Zh., Rebuglio M.

Leadership models and project success: a case study of a petrochemical
manufacturing plant in Kazakhstan 442

Abdykhalikov K.S., Chernykh D.V., Taiyr A.A., Yessenzholova B.Zh.

Human capital management in a post-integration environment: risk minimization
and formation of a target corporate culture in “X” after acquisition by company “Y” 454

CONTENTS

1 COMPUTER SCIENCE

Makhambetov K.I., Belgibaev B.A., Kunicina N., Amirkhanova G.A. Monitoring and modeling of thermodynamic processes in the food industry for the development of digital twins.....	10
Kusseпова L.T., Kusseпова G.T. Analysis and comparison of container orchestration tools in on-premises and cloud infrastructure	22
Cherikbayeva L.Ch., Berikov V.B., Melis Z.M., Yeleussinov A.I., Adilzhanova S.A., Ataniyazova A.S., Daiyrbayeva E.N. Transformer based ensemble for ischemic stroke segmentation on 3D CT scans	37
Akhmediyarova A.T., Alibiyeva Zh.M., Oralbekova D.O., Nauryzbayeva A.I., Kassymova D.T. A hybrid approach to the analysis of citation tonality based on linguistic features and machine learning	52
Seitkulov Ye.N., Ospanov R.M., Yergaliyeva B.B., Utebayev K.A., Atanov S.K. Cryptographic protocol of verifiably encrypted signature with possibility of verification after a specified time	68
Auyezova A.S., Mukhanova A.M., Sinchev A. Algorithms of NP-complete problems. Part I	82
Shaporeva A.V., Kopnova O.L., Shevchuk E.V., Abdullah L.N., Iklassova K.E., Aitymova A.M. Development of an intelligent handwriting processing and analysis system for evaluating graphomotor skills	94
Aitim A.K., Sembina G.K. Ensemble machine learning approaches for IT project cost estimation under data scarcity conditions	107
Zarubin M.Yu., Zarubina V.R., Yskak A.U., Yermoldina G.T. On the issue of assessing the accuracy of computer modeling of hydraulic structures (using the example of a study of the Karatomar and Verkhnetobol reservoirs in Northern Kazakhstan).....	117
Samigulina Z.I., Mukhangalieva M.A., Uteyeva N.K. Development of automated control system for cement production process	132
Issakhov A.A., Abylkassymova A.B., Brevnov T. Machine learning analysis of human lung X-ray images to make a preliminary diagnosis	147
Akhmetkan A., Mutaliyev Ye. Development of residual CNN architecture for facial expression recognition.....	163
Serek A., Shoiynbek A., Kuanyshbay D. Real-time detection of fraudulent phone calls using multi-turn dialogue analysis.....	173
Kumalakov B., Tsoy D. Development of an agent behavior for ad-hoc grid computing	185
Imanbayev A.Zh., Berdibayev R.S., Odarchenko R.S., Tynymbayev S. Intelligent hybrid method for automated penetration testing in 5G and beyond networks	197

2 MATHEMATICAL SCIENCES

Otarov Kh.T., Tutkusheva Zh.S. Necessary and sufficient conditions for the global extremum of objective functions	209
Bukanay N.U., Mirzakulova A.E., Assanova A.T. Asymptotic convergence of the Cauchy problem solution for an integro-differential equation with a small parameter	220
Usmanov K.I., Nazarova K.Zh., Yerkisheva Zh.S. Solvability of a boundary value problem for fractional-order integro-differential equations with involution.....	231
Manarbek M., Mussabayeva G.K. Hölder's inequalities in anisotropic lorentz spaces and the duality of these spaces.....	240

Sarman A.D., Assanova A.T., Tokmurzin Zh.S.

On the solution of an initial-boundary value problem
for a loaded fourth-order partial differential equation..... 250

Sinita A.V., Shkorko A.K., Tskhay Y.A., Karduck A.P.

Variational approach for identifying environmental
parameters via inverse analysis of acoustic wave propagation..... 265

Akhazhanov T.B., Mukhambetzhon M.A., Matin D.T., Zhuldassov Zh.M.

Estimates of Fourier-Walsh coefficients for functions of bounded variation 281

3 PHYSICAL SCIENCES

**Orazymbet A., Taukenova A., Utepova D., Beissen N., Sandibayeva N.,
Beisenbekova Zh., Toktarbay S.**

Numerical study of orbital stability in the relativistic restricted three-body problem..... 292

Muratkhon Zh., Khassanov M., Muratkhon A., Taukenova A., Sadu A.

Comparative analysis of x-ray luminosity
of persistent and transient high-mass x-ray binaries..... 305

Yerlanuly Ye., Batalova M.S.

Impact of mechanical deformation on the electrical properties of carbon nanowalls 316

Oman Z., Nurlybekov N.O., Karibaeva K.A., Zhylyysbaev U.K.,

Huan M., Marhabaeva A.A., Nemkaeva R.R., Muhametkarimov E.S.

Crystallization of Amorphous Indium Selenide Thin Films..... 325

Abdirakhman A., Omar A., Islyam Zh., Alimgazinova N., Demessinova A.,

Nodyarov A., Tuiakbaeva D., Manapbayeva A., Adilzhan K., Shaimoldin N.

Kinematics and structure of the massive star-forming region G350.29+0.12 334

Alimgazinova N.Sh., Manapbayeva A.B., Omar A.Zh., Demessinova A.M.,

Turekhanova K.M., Abildayev N.E.

Study of the w40 star-forming region based
on observations by the wise infrared space telescope..... 346

Yelubayev D.Ye., Ongaibergenov Z.E., Utegenov A.U., Pan Bin, Zhumadilov R.Ye.

Study of RF-DBD discharge in Ar/CH₄ mixture
in the presence of nickel foam at low pressure..... 358

4 OIL AND GAS ENGINEERING, GEOLOGY

Moldagaliyev A., Suleimenov U., Zhangabay N.

Study of the influence of the location
of composite overlays on the vibration frequencies of a main gas pipeline 367

Nurtashev A.T.

Features of the near-wellbore zone temperature
regime during hydraulic fracturing and its impact on breaker selection 385

Omarova A.O., Yskak A.S.

Efficiency of micropore sweep during
viscoelastic polymer flooding for enhanced oil recovery 395

Jarassova T.S., Altunsoy M.

Molecular features of oils from the Emba region
(Precaspian basin): origin, thermal maturity, and genetic correlation 406

5 ECONOMY AND BUSINESS

Potluri R.M., Mukashev Ye., Nurbay A.

From hazard to habit: how branding
shapes Kazakhstan consumer behavior in perilous products..... 420

Wenhan J., Kozhakhmetova A., Keser E.

Management of Organizational Competitiveness in Global Economic Integration 432

Amirbekova D., Yeerjiang S., Imbergin Zh., Rebuglio M.

Leadership models and project success: a case study
of a petrochemical manufacturing plant in Kazakhstan..... 442

Abdykhalikov K.S., Chernykh D.V., Taiyr A.A., Yessenzholova B.Zh.

Human capital management in a post-integration
environment: risk minimization and formation
of a target corporate culture in “X” after acquisition by company “Y” 454

**COMPUTER SCIENCE
КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР
КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

ӨОЖ 51-76: 004.9
FTAXP 28.23.24

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-10-21>

^{1*}Махамбетов Қ.И.,

докторант, ORCID ID: 0009-0000-6047-8629,

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

¹Бельгибаев Б.А.,

доцент, ORCID ID: 0000-0002-6857-3775,

e-mail: bbelgybaev@list.ru

²Кунница Н.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-0980-0958,

e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv

¹Амирханова Г.А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-3933-5476,

e-mail: gulshat.aa@gmail.com

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Riga Technical University, Рига қ., Латвия

**ЦИФРЛЫҚ ЕГІЗДЕРДІ ҚҰРУ МАҚСАТЫНДА
ТАМАҚ ӨНЕРКӘСІБІНДЕГІ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ
ПРОЦЕСТЕРДІ БАҚЫЛАУ ЖӘНЕ МОДЕЛЬДЕУ**

Аңдатпа

Бұл мақалада пісіру камерасындағы (электрлік пеш-шкаф) термодинамикалық процестерді бақылау және цифрлық модельдеуге негізделген тамақ өнеркәсібі үшін цифрлық егіздерді құру тәсілі талқыланады. Тәжірибе нысаны ретінде нан өнімдерін термиялық өңдеуге арналған кәсіби электр пеш-шкаф ASTAR пайдаланылды. Мониторинг жүйесі ретінде температуралық өрістерді бақылау үшін VICTOR 304F инфрақызыл пирометрі, UNI-T UTi120S тепловизоры және MGprof пеш кабинасының ішіне енгізілген аналогтық термометрі пайдаланылды, бұл жұмыс камерасының ішіндегі сенімді температура деректерін алуға мүмкіндік берді. Аталған құрылғылар негізінде өнім дайын болғанға дейінгі уақыт аралығында периодты түрде температуралық деректерді жинақтап отырдық. Жиналған деректер негізінде температуралық өрістер картасы құрылды. MATLAB PDE Toolbox жүйесінде 2D өлшемде жүзеге асырылған және Дирихле мен Нейман шарттарын ескере отырып құрылған жылу берудің математикалық моделі мен тәжірибе нәтижелері салыстыру арқылы тексерілді. Алынған нәтижелер пісіру камерасындағы температура градиенттері мен жылу ағындарын дәл модельдеуге ғана емес, сонымен қатар нақты уақыт режимінде жүйенің әрекетін болжауға қабілетті цифрлық егізді құрудың негізін салуға мүмкіндік береді. Ұсынылған тәсіл тамақ өнер-

кәсібінде энергия тиімділігін арттыру, сапаны бақылауды автоматтандыру және технологиялық режимдерді оңтайландыру үшін қолданылуы мүмкін. Бұл зерттеу жұмыстары цифрлық егіз құру барысында термодинамикалық процесстерді моделдеу және жобалау кезінде пайда болатын мәселелерді шешуге өз үлесін қосады.

Тірек сөздер: цифрлық егіздер, жылу беру, MATLAB PDE Toolbox, FEM, жылу теңдеуі, шекаралық шарттар, цифрлық модельдеу, температуралық өрісті талдау.

Кіріспе

Цифрлық технологиялар мен өндірістік автоматтандырудың заманауи дамуы технологиялық үдерістерді басқару мен оңтайландыру барысында жаңа тәсілдер мен әдістерді қолдануды талап етеді. Осындай озық тұжырымдамалардың бірі, Industry 4.0 концепциясының негізі болған цифрлық егіздерді (Digital Twins) құру болады. Digital Twins – нақты физикалық нысандардың виртуалды көшірмелері. Олар математикалық модельдер мен мониторинг деректері негізінде жүйелердің нақты уақыттағы күйін, мінез-құлқын және болашақтағы эволюциясын, өзгерісін бейнелеуге, болып жатқан процесстерге анализ жасау арқылы болашақтағы болатын процесстерді болжауға қабілетті [1]. Тамақ өнеркәсібінде, әсіресе жылу процесстері, термодинамикалық өзгерістер шешуші рөл атқаратын жағдайларда, цифрлық егіздерді енгізу температураны дәл реттеуге, энергия тиімділігін арттыруға және өнім сапасын бақылауды автоматтандыру үшін жаңа мүмкіндіктер ашады [2]. Аталған тәсілдің өзектілігі нан пісіру өндірісі сегментінде ерекше байқалады, мұнда температура мен жылу алмасу өнімнің соңғы қасиеттеріне – кеуектілік, ылғалдылық, қабықша түзілуі, дәміне – тікелей әсер етеді. Нан пісіруге арналған жабдықтар кең таралғанына қарамастан, пештердің ішіндегі жылу процесстерін ғылыми негізделген мониторинг және модельдеу [3], әсіресе оларды цифрлық егіздерге бейімдеу тұрғысынан, әлі де жеткіліксіз зерттелген мәселелер қатарында.

Тамақ өнеркәсібіндегі термодинамикалық процесстерді талдау және оңтайландырудың заманауи әдістері есептеу құралдары мен сандық модельдеу жүйелеріне көбірек сүйенеді. MATLAB ортасы және оның құрамындағы PDE Toolbox модулі жылу беру мәселелерін және көп компонентті физикалық процесстерді шешуге кең мүмкіндіктер ұсынады. Das S. [4] атап өткендей, MATLAB жүйесінде ақырғы элементтерді талдауды пайдалану жоғары есептеу дәлдігін және модель параметрлерін конфигурациялаудағы икемділікті қамтамасыз етеді, бұл әдісті әсіресе инженерлік және зерттеу қолданбалары үшін тиімді етеді. Chalilov H.M. пен Muhtorov S. [5] PDE Toolbox-ты пайдалану физикалық сипаттамалардың сенімді қайталануын қамтамасыз ете отырып, әртүрлі шекаралық жағдайлары бар жүйелерде жылу алмасудың компьютерлік модельдерін құруға мүмкіндік беретінін атап көрсетеді. Сонымен қатар, Attaway D.C. [6] MATLAB-тың тек бағдарламалау құралы емес, сонымен қатар инженерлік қолданбалардағы физикалық процесстерді жан-жақты талдау құралы ретіндегі маңыздылығын атап өтеді.

Соңғы жылдары азық-түлік өнімдерін өңдеу процесстеріне Internet of Things (IoT) технологиялары мен цифрлық мониторинг жүйелерін біріктіруге ерекше көңіл бөлінуде. Mishra N. және т.б. [7] өндіріс сапасы мен энергия тиімділігін арттыру үшін сандық шешімдердің әлеуетін көрсете отырып, кептіру процесстерін бақылау және басқару үшін IoT көмегімен интеллектуалды жүйені әзірледі. Мұндай тәсілдер цифрлық егіздерді – процесс параметрлерін автономды түрде талдауға және оңтайландыруға қабілетті нақты технологиялық жүйелердің виртуалды көшірмелерін енгізу үшін негіз болады.

Цифрлық егіздер тұжырымдамасы тамақ өнеркәсібінде де белсенді дамып келеді. Kannarinn M. және т.б. [8] физикалық үлгіге негізделген цифрлық егіздер редуцирленетін модель әдістерін пайдалана отырып, өндірістік циклды бұзбай, термиялық өңдеу процесстерін тиімді модельдеуге мүмкіндік беретінін көрсетті. Krupitzer C. және т.б. [9] деректерді талдау мен тағамдық инженерия әдістерін біріктіретін цифрлық егіздің жүйелі үлгісін ұсынды, ал Purlis E. [10] тұрақты және интеллектуалды өндіріс үшін олардың маңыздылығын атап

өтіп, цифрлық егіздерді тамақ өндеуге енгізудің негізгі принциптерін қорытындылады. Бұл зерттеулер MATLAB PDE Toolbox көмегімен жылу режимдерін модельдеу және оңтайландыруды қоса алғанда, термодинамикалық процестердің цифрлық модельдерін одан әрі дамытудың ғылыми және практикалық негізін құрайды.

Бұл эксперименталды зерттеу жұмысының мақсаты – шынайы тамақ өнеркәсібінде қолданылатын қондырғыларды (электрлік пеш-шкафты) және арнайы өлшеу құралдарын (тепловизорды) қолдана отырып, өндірістік термодинамикалық өрісті бақылау және алынған температуралық картаны бұл зерттеу жұмысының алдында жасалған «Тамақ өнеркәсібінде цифрлық егіздерді құру үшін MATLAB PDE TOOLBOX көмегімен термодинамикалық процестерді модельдеу» атты зерттеу жұмысының нәтижесімен [11] салыстыру мақсатында деректер қорын жинау. Яғни бұл эксперименттік жұмыс жасалғанға дейін жылу берудің негізгі механизмдері зерттеліп, математикалық моделі негізінде MATLAB PDE Toolbox көмегімен цифрлық модельдеу жүргізілген болатын. Сол математикалық модельдің, MATLAB PDE Toolbox құралындағы моделдеудің дұрыстығын тексеру мақсатында осы эксперименттік зерттеу жұмысы жүргізілді. Бұл зерттеу жұмысынан жинақталған деректер қорымен салыстыру және анализ жүргізу үшін бөлек арнайы зерттеу жүргізілетін болады.

Зерттеу шеңберінде келесі қадамдар жүзеге асырылды:

- ♦ Нан өнімдерін өндіруде қолданылатын ASTAR маркалы электрлік шкаф-пеш зерттеу нысаны ретінде таңдалды [12];

- ♦ UTi120S тепловизоры [13], VICTOR 304F пирометрі және MGprof аналогтық термометрі сияқты контактілі және бейконтактілі аспаптар көмегімен термомониторинг жүйесі ұйымдастырылды;

- ♦ модельдік және эксперименттік температуралық деректердің салыстыруы жүргізілді;
- ♦ жабық кеңістікте инфрақызыл бақылаудың ерекшеліктері мен қателіктері анықталды.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы – температураның эксперименттік өлшемдерін термодинамикалық үдерістердің егжей-тегжейлі модельдеуімен біріктіру арқылы бейімделетін цифрлық егізді жасау. Мұндай тәсіл түрлі режимдерде температураның таралуын болжауға, өнім геометриясына байланысты жылыту үдерісін бейімдеуге және пісірудің оңтайлы шарттарын қамтамасыз етуге мүмкіндік береді [14].

Зерттеудің практикалық маңыздылығы – әзірленген модельді энергия тұтынуды оңтайландыру, өнім ақауларын болдырмау, өндірістегі қалдықтарды азайту, модель негізінде термодинамикалық процесстердің таралуын бастапқы параметрлерді білу арқылы ғана болжау және цифрлық егіздерге негізделген интеллектуальды басқару жүйелерін енгізу үшін қолдануға болатындығымен айқындалады [15].

Осылайша, ұсынылған жұмыс пісіру камераларының термодинамикасын модельдеу бойынша бұрынғы зерттеулердің логикалық жалғасы бола отырып, мониторинг құралдарын, эксперименттік валидацияны қамтып, функционалдық цифрлық егізге көшу арқылы жаңа деңгейге көтерілуді мақсат қылып ұстанады [16].

Материалдар мен әдістер

Қазіргі заманғы тамақ өнеркәсібінде, әсіресе нан пісіру өндірісінде, жылулық режимдерді дәл бақылау дайын өнімнің сапасы мен қауіпсіздігін қамтамасыз ету үшін аса маңызды. Жеткіліксіз қыздыру, температураның біркелкі таралмауы немесе шамадан тыс қызу технологиялық ақауларға, дәмдік қасиеттердің жоғалуына немесе санитарлық нормалардың бұзылуына алып келуі мүмкін. Сондықтан, пештерге арналған цифрлық егіздерді әзірлеу мен енгізу жылу камерасының ішіндегі жылу процестерін міндетті түрде эксперименттік және есептік сипаттауды қажет етеді [17].

Бұл жұмыс кезеңінің мақсаты – пісіру камерасының ішіндегі температураның таралуын эксперименттік зерттеу және кейіннен жылу өткізгіштік теңдеулеріне негізделген термодинамикалық модельмен салыстыруға деректер жинау. Модельдің дұрыстығын тексеру

үшін кеңістіктегі және өнім дайын болғанға дейінгі уақыт аралығындағы әртүрлі нүктелерде температураның таралуы жайлы өлшеулер жүргізілді. Зерттеуге жататын негізгі жылулық процестері мен жылу берудің негізгі механизмдері:

Кондукция (жылу өткізгіштік): молекулалардың, атомдардың немесе электрондардың өзара әрекеттесуіне байланысты жылу энергиясын зат арқылы беру [18]. Өткізгіштік қатты денелерде, сұйықтарда және газдарда болады, бірақ осы мақаланың контекстінде қатты материалдар арқылы жылу алмасуға баса назар аударылады. Яғни пеш-шкафтың астыңғы бөлігінде орналасқан қыздыру элементтері арқылы металл өнімдерінен жасалған ыдыс арқылы тамақ өніміне жылудың берілу механизміне назар аударылады. Өткізгіштік модельдеу цифрлық егіздерді құруға тікелей әсер ететін пештер немесе жылу алмастырғыштар сияқты өндірістік активтер ішінде температураның қалай бөлінетіні туралы түсінік береді.

Конвекция: жылу энергиясын сұйық немесе газ ағындары арқылы беру. Тамақ өнеркәсібінің өндірістік процестерінде конвекция, мысалы, өнімдер ауа, сұйықтық ағынымен қыздырылған немесе салқындаған кезде пайда болуы мүмкін. Бұл мақалада конвекция пеш-шкаф ішіндегі жылу таралуы ішкі фактор ретінде қарастырылады [19]. Мысалы, бұл зерттеу жұмысында ұсынылған пеш-шкаф ішінде 2 қыздырғыш элемент болады: астыңғы және үстіңгі қыздыру элементтері. Астыңғы қыздыру элементтері кондукция механизмі бойынша жұмыс істесе, үстіңгі қыздыру элементтері конвекция принципі бойынша, пеш камерасының ішіндегі ыстық ауаның таралуы бойынша жұмыс істейді.

Жылу өткізгіштік теңдеуі. Жылулық процестерді модельдеудің негізгі математикалық құралы жылу теңдеуі – температураның $T(x,y,z,t)$ кеңістікте және уақытта таралуын сипаттайтын ішінара дифференциалдық теңдеу болады [20]. Жалпы, былай жазылады:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q, \quad (1)$$

мұндағы, (1-формула): ρ – материалдың тығыздығы, кг/м³; c – меншікті жылу сыйымдылығы, Дж/(кг·°C); T – температура, К; k – жылу өткізгіштік коэффициенті, Вт/(м·°C); Q – жылу көздерінің қарқындылығы, Вт/м³; t – уақыт, с; $\nabla \cdot (k \nabla T)$ – жылу ағынының дивергенциясы. Теңдеу өткізгіштік пен ішкі жылу көздерінің температураның өзгеруіне қалай әсер ететінін сипаттайды. Бұл жағдайда жылу алмасуды сипаттайтын шекаралық шарттар арқылы конвекцияның әсері ескеріледі [20].

Тәжірибелік зерттеуді жүргізу үшін тамақ өнеркәсібінде кеңінен қолданылатын объект – бақыланатын температура режимінде консистенциялық күйдегі жартылай дайын өнімді термиялық өңдеуге арналған ASTAR электр пеш-шкафы таңдалды. Бұл зерттеу ASTAR өнеркәсіптік пешінің пісіру камерасының ішіндегі температура режимін эксперименттік бағалауды қамтыды. Негізгі мақсат қашықтан және контактілі деректерді жинау әдістерін қамтамасыз ететін өлшеу құрылғыларының бірнеше түрін пайдаланып камераның әртүрлі аймақтарында температураның таралуын тіркеу болды. Бұл жылу берудің математикалық моделін тексеру және реттеу үшін қажетті ақпаратты жинауға кешенді көзқарасқа мүмкіндік берді. Тәжірибе нақты өндірістік жағдайларға жақын жағдайларда стандартты қыздыру параметрлерін сақтай отырып және зерттелетін өнімді камераның ішіне орналастыра отырып жүргізілді.

Жоғарғы және төменгі қыздыру элементтері арасындағы жылу градиентін, сондай-ақ камераның ортасына орналастырылған консистенциялық күйдегі жартылай дайын өнім бөлігін қыздыру жылдамдығын анықтауға ерекше назар аударылды. Температура өрісінің ең сенімді суретін алу үшін қашықтықтан және пеш-шкаф камерасының ішінен өлшеу әдістері қолданылды. Құрылғылардың үш түрі қолданылды: инфрақызыл тепловизор, пирометр және механикалық термометр, олардың әрқайсысы техникалық шектеулері мен артықшылықтарын ескере отырып, белгілі бір жағдайларда қолданылды.

Эксперимент стандартты өндірістік циклды имитациялайтын пештің табиғи жұмыс жағдайында жүргізілді. Өлшеулерді бастамас бұрын бастапқы параметрлер жазылды –

пеш-шкафтың үстіңгі және астыңғы қыздыру элементтерінің қосқан кездегі бастапқы температурасы, камера ішіндегі бастапқы температура, консистенциялық күйдегі жартылай дайын өнімнің температурасы және қыздыру элементінің қуаты. Жылулық режимінің тұрақтылығы мен қайталану мүмкіндігін бағалау үшін камераның әртүрлі аймақтарында бірнеше өлшемдер жүргізілді. Алынған деректер пісіру камерасының цифрлық егізін құруға және өндірістегі жылу процестерін оңтайландыруға бағытталған зерттеу жұмыстарына негіз болды. Зерттеуде қолданылған материалдар, құрылғылар және әдістер төменде келтірілген.



Сурет 1 – ASTAR электр пеш-шкафы

Зерттелетін объектінің ASTAR пеш шкафының сипаттамасы. Зерттеудің негізгі нысаны нан және кондитерлік өнімдерді термиялық өңдеуге арналған, конвекциялық және кондукциялық ASTAR электр пеш-шкафы болды. Пештің дизайны мыналарды қамтиды: жылу оқшаулағышы бар герметикалық жұмыс камерасы, екі кіріктірілген қыздыру элементтері – біркелкі жылытуды қамтамасыз ететін төменгі және жоғарғы қыздыру элементтері; режимдер үшін механикалық немесе электронды басқару панелі, ыстыққа төзімді шыны терезесі және ішкі жарықтандыруы бар.

Типтік техникалық сипаттамалар: қуаты: 6,6 кВт, қуат кернеуі: 220В / 380В, 50 Гц, температура диапазоны: 0°C-тан +400°C-қа дейін, басқару: механикалық (аналогтық температура мен уақытты басқару), өлшемдері: 1250×850×600 мм, салмағы: 78 кг.



Сурет 2 – Өлшеу құралдары

Пісіру камерасының ішіндегі температура сипаттамаларын бақылау үшін нәтижелердің дәлдігімен сенімділігін арттыру үшін өлшеу құралдарының бірнеше түрі қолданылды. Келесідей құралдар пайдаланылды: VICTOR 304F инфрақызыл пирометр – қауіпсіз қашықтықтан нүктелік температураны өлшеуге арналған; SMART SENSOR AR320 инфрақызыл термометр – қолдану сипаты пирометрмен ұқсас; UNI-T UT120S тепловизоры – өнімнің бетінде және пештің қабырғаларында температураның таралуын визуализациялауға арналған; +50°C-тан +300°C-қа дейінгі өлшеу диапазоны бар MGrpf кіріктірілген термометр – пісіру аймағындағы температура туралы тікелей деректерді алу үшін камераның ішіне орналастырылған.

Инфрақызыл құрылғыларды пайдалану кезінде сәулеленудің пештің алдыңғы шыны қабырғалары арқылы өтпейтіні анықталды. Осыған байланысты өлшемдерді қабылдау үшін пештің есігін периодты түрде ашу қажет болды, бұл да жылу процестерінің динамикасына әсер ететін фактор ретінде тіркелді. Бірнеше құрылғыларды біріктіру температура градиенттерін нақтылауға және MATLAB PDE Toolbox-та жасалған математикалық модельді тексеруге мүмкіндік берді [21].

UTi120S тепловизоры – инфрақызыл диапазондағы жылу сәулеленуін визуализациялауға арналған портативті құрылғы. Ол заттың бетіндегі температураның таралуын термограмма түрінде көрсетеді. Бұл тәжірибеде тепловизор пісіру камерасының температуралық аймақтарын бағалау үшін пайдаланылды. Құрылғының негізгі сипаттамалары: температураны өлшеу диапазоны: -20°C -тан $+400^{\circ}\text{C}$ -қа дейін, IR матрицасының ажыратымдылығы: 120×90 пиксель, өлшеу дәлдігі: $\pm 2^{\circ}\text{C}$ немесе $\pm 2\%$, жауап беру уақыты: < 500 мс, көрінетін кескінге IR кескінін қою мүмкіндігі.

Құрылғының шектеуі пештің алдыңғы шыны панелі арқылы өлшеудің мүмкін еместігі болды – инфрақызыл сәулелер шағылысып, қорғалған.

VICTOR 304F пирометрі есік ашық тұрған камераның температурасын нүктелік өлшеу үшін пайдаланылды. Пирометрдің техникалық сипаттамалары: өлшеу диапазоны: -50°C -тан $+600^{\circ}\text{C}$ -қа дейін, оптикалық ажыратымдылық: 12:1; жауап беру уақыты: < 1 сек, қате: $\pm 1,5^{\circ}\text{C}$. Өлшеу жылдамдығы жоғары және ықшам өлшемі арқасында пирометр камераның ішіндегі температура градиенттерін, әсіресе есіктің қысқа мерзімді саңылаулары кезінде жылдам тексеру үшін пайдалы болды.



Сурет – VICTOR 304F пирометрімен бастапқы температураны өлшеу суреттері

3.1-сурет. Консистенциялық күйдегі жартылай дайын өнім бастапқы температурасын өлшеу ($20,1^{\circ}\text{C}$), өнімді камераға салмас бұрын температурасын жазады. Бұл цифрлық жылу алмасу үлгісінде бастапқы шекаралық шарттарды орнатуға мүмкіндік береді.

3.2-сурет. Камера ішіндегі астыңғы қыздыру элементтерінің температурасын өлшеу (248°C). Жазылған температура элементтің көрсетілген қыздыруын растайды.

3.3-сурет. Жоғарғы қыздыру элементінің температурасын өлшеу (296°C). Жылуды өлшеу камераның жоғарғы бөлігінде орналасқан қыздыру элементінің аймағында жүзеге асырылады. Бұл мән температура градиентін жоғарыдан төменге модельдеу үшін өте маңызды.

3.4-сурет. Камераның артқы қабырғасының, әрі пеш-шкаф ішіндегі температурасын өлшеу ($129,8^{\circ}\text{C}$). Өлшеу конвективті ауа ағындарымен жылу алмасуға қатысатын ішкі камераның артқы бөлігін қыздыру деңгейін көрсетеді.

MGprof термометрі. Температураны тікелей пісіру камерасының ішіндегі консистенциялық өнім бөлігінің қасында бақылау үшін аналогтық MGprof термометрі пайдаланылды. Бұл құрылғы пештерде пайдалану үшін арнайы жасалған және қуат көзіне қосылмай-ақ тұрақты деректерді қамтамасыз ете отырып, жоғары температураға төтеп бере алады. Негізгі параметрлер: өлшеу диапазоны: $+50^{\circ}\text{C}$ -тан $+300^{\circ}\text{C}$ -қа дейін; механикалық дизайн – қызып кетуге төзімді; дәлдік класы: $\pm 2-3^{\circ}\text{C}$; орнату: пештің ішіндегі торға немесе науаға. Құрылғының артықшылығы – камераның ішіндегі температураны оны ашудың қажетінсіз үздіксіз бақылау мүмкіндігі, бұл пирометр мен тепловизордың шектеулерін өтеуге мүмкіндік берді.

Осылайша бастапқы температураларды өлшеп алғаннан бастап өнім толықтай дайын болғанға дейін (жобамен 40 минут шамасында) температура өлшемдері периодты түрде бақыланып, жазылып алынып отырды. Сонымен қатар бақылау барысында кейбір ақаулар орын алған болатын, ол жайлы және оны қалай болдырмау туралы қорытынды бөлімінде толыққанды сипаттайтын боламыз. Келесі бөлімде бақылау барысында алынған нәтижелерді сипаттайтын боламыз.

Нәтижелер мен талқылау

Тәжірибе кезеңінде сынақ үлгілерін пісіру кезінде ASTAR зертханалық пешінің ішіндегі жылу режимі туралы мәліметтер алынды. Өлшеу әр түрлі өлшеуіш құрылғыларды, соның ішінде пирометрді, тепловизорды және MGprof аналогтық термометрін қолдану арқылы жүргізілді, бұл температураның таралуының неғұрлым дәл және жан-жақты суретін алуға мүмкіндік берді. Температуралар пештің ішінде де, тікелей қыздыру элементтерінде де жазылды. Толық пісіру циклі кезінде белгіленген уақыт интервалдарына ерекше назар аударылды, ол шамамен 40 минутты құрады.



Сурет 4 – UTi120S тепловизорымен және MGprof термометрімен температураның таралуын зерттеу

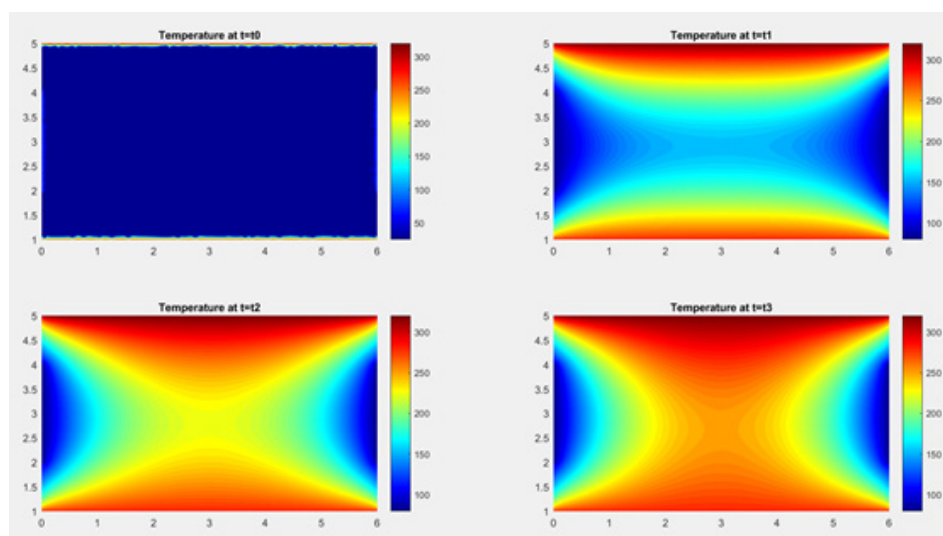
Жылытудың бастапқы кезеңдерінде камераның ішіндегі температура бірте-бірте көтеріліп, ең жоғары мәндерге шамамен 10–15 минутта жетті, содан кейін ол шамамен $165-170^{\circ}\text{C}$

тұрақты температура диапазонында болды. Сонымен қатар, жоғарғы қыздыру элементінің температурасы 358–360°C-қа жетті, ал төменгі элемент 248–251°C диапазонында болды. Жазылған термиялық кескіндер қыздырғыштар мен консистенциялық өнімі бар пішіндер орнатылған жұмыс аймағының арасында айқын температура градиентінің болуын көрсетті. Температураның тұрақтылығына жеткеннен кейін процестің соңына қарай температураның біртіндеп төмендеуі байқалды, бұл пештің термиялық инерциясы мен термостаттау сипаттамаларына сәйкес келеді. Алынған деректер жылу беру моделін тексеру үшін де, кейіннен төмендегі кестелер мен графиктерде берілген температура карталарының сызбасын салу үшін де пайдаланылды.

Кесте 1 – Температураның өзгеру динамикасы

Уақыт (мин)	Жоғарғы қыздыру элементі (°C),	Төменгі қыздыру элементі (°C),	Пеш ішіндегі орта температурасы (°C),
0	296.2	248.2	129.*
2	297.2	248.5	136.4
3	365.8	250.6	136.9
5	358.6	247.8	150.7
10	358.3	250.2	151.6
15	361.1	251.0	170.2
20	342.3	241.5	169.5
25	319.7	230.4	163.9
30	298.4	219.9	154.8
35	270.9	199.3	139.7
40	239.5	181.0	124.6

Ұсынылған деректер негізінде пісіру процесінде қыздыру, термиялық тұрақтандыру және салқындату фазаларын көрсететін температура қисықтарының тән трапеция пішінін атап өтуге болады. Алынған нәтижелер пеш камерасындағы температураның таралуының біркелкілігін және көрсетілген режимдерге сәйкестігін растайды. Бұл тәжірибелік техниканың жұмысқа қабілеттілігін және қолданылатын өлшеу құралдарының дәлдігін растайды.



Сурет 5 – MATLAB PDE Toolbox бағдарламасында осы зерттеу жұмысына сай модельделген пеш ішіндегі температуралық өрістердің таралуы.

MATLAB PDE Toolbox ішінара дифференциалдық теңдеулермен (PDE) сипатталған есептерді цифрлық түрде шешуге арналған аса жоғарғы сатылы құрал. Ол жылу беруді, құрылымдық механиканы, электромагниттік өрістерді және басқа физикалық процестерді қоса алғанда, мәселелердің кең ауқымын қамтиды. Осы орайда MATLAB бағдарламасы практикалық мәселелерді ұтымды шешу үшін кеңінен қолданылады, әрі күрделі есептеулерді жүзеге асырады. Тіпті осы мәселеде IoT сенсорларын арнайы сұлба, құрылғылар арқылы MATLAB бағдарламалық құралын бір есептеу құрылғысына біріктіруге болады.

Тамақ өнеркәсібіндегі заманауи шешімдерге термиялық процестерді (қыздыру, кептіру) бақылауға арналған IoT құрылғылары кіреді. Датчиктер нақты уақыт режимінде температура мен ылғалдылықты бақылайды, бұл параметрлерді оңтайландыруға, қуат тұтынуды азайтуға және өнім сапасын жақсартуға мүмкіндік береді. Бұл деректер процестің цифрлық егізінің негізін құрайды. Жылу процестерінің динамикасын дәл шығару үшін жылу мен масса алмасуды есепке алатын физикалық және математикалық модельдер қолданылады. Физикалық модельдер мен машиналық оқытуды (ML) біріктіретін гибриді тәсіл цифрлық егіздердің мүмкіндіктерін жақсартады – олар шикізаттың өзгермелілігіне және процесс жағдайларына бейімделе алады, параметрлерді (ылғалдылық, температура) болжайды және ауытқуларды анықтай алады. Цифрлық егіз мониторинг, модельдеу, ML алгоритмдері мен басқаруды қамтитын бірыңғай платформаға біріктірілген. Бұл нақты уақыттағы процестерді оңтайландыруға мүмкіндік береді – энергия шығынын азайтады, сапаны жақсартады және өзгерістерге тез жауап береді және тұрақты өндіріске ықпал етеді.

Қорытынды

Зерттеу барысында ASTAR зертханалық электр пешінің көмегімен пісіру процесінде температуралық өрістерді бақылаудың тәжірибелік үлгісі жүзеге асырылды. Тәжірибеде пеш камерасының ішіндегі термодинамикалық процестерді жан-жақты бағалау үшін контактілі (MGprof механикалық пеш термометрі) және қашықтықтан өлшеу құрылғылары (пирометр, тепловизор) қолданылды. Зерттеу барысында қашықтықтан өлшеу құрылғыларының лазерлік сәулеленуі арнайы термиялық өңдеуден өтіп дайындалған шыныдан әлсіз өтетіндігі аңғарылды. Дегенменде жоғарыда аталған құрылғылардың нәтижесінде температуралық өрістер картасын құрастыра алдық, әрі. MATLAB PDE Toolbox бағдарламасында осы зерттеу жұмысына сай жылу таралуын моделдей алдық. Ендігі зерттеулерде жоғары температураға төзімді сенсорларды пайдаланған дұрыс, әрі олардың дерек тарату әдісін ойластыру қажет. Осылайша IoT құрылғыларын пайдалану арқылы, сонымен қатар ол сенсорлар мен құрылғылардан алынған деректерді алдағы зерттеулерде жылдам өңдеу үшін жасанды интеллектіге жіберіп, сол арқылы тамақ өнеркәсіп процесстерін жобалауға және автоматтандыруға болады. Бұл зерттеудің жаңалығы тек ауа температурасын бақылау ғана емес, сонымен қатар жылу циклінің әртүрлі фазаларындағы қыздыру элементтерінің температураларын тіркей отырып, нақты өндірістік жағдайларға жақын температуралық өрістерді практикалық тексеру. Үш негізгі кезең анықталды: жылдам қыздыру, термиялық тұрақтылық фазасы және біртіндеп салқындату. Тіркелген деректер өнімге нақты жылу жүктемелерін көрсететін трапеция тәрізді температура профилін және термодинамикалық процесстердің картасын құруға мүмкіндік берді.

Жұмыстың практикалық құндылығы тамақ өнеркәсібіндегі жылу процестерінің цифрлық егіздерін одан әрі құру үшін тәжірибелік базаны қалыптастыруда жатыр. Мұндай цифрлық модельдер өнім сапасын болжау, энергия шығындарын оңтайландыру және интеллектуалды басқару жүйелерін дамыту үшін қажет. Осылайша, осы зерттеудің нәтижелері тағам өндірісі саласында дәлірек және бейімделген цифрлық егіз негізін қалап, жылу процестерін талдауға кешенді көзқарастың жоғары маңыздылығын көрсетеді. Бұл зерттеуде жасалған барлық іс-әрекеттерді, өндіріс жағдайы туралы деректер қабылдауды IoT сенсорлары мен құрылғыларын қосу арқылы автоматтандырып, алдағы болашақтағы зерттеулерде ол деректерді жасанды

интеллект өңдеуіне жіберіп, алынған деректерді PML/CAD/CAM/CAE жүйелері арқылы оңтайландыру қажет.

Берілген мақала «BR24992975 Жасанды интеллект және IoT технологияларын қолдана отырып, тамақ өңдеу кәсіпорнының цифрлық егізін жасау» жобасының қолдауымен жазылған.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Ying Huang, Dr Abhijeet Ghadge, Nicky M Yates. Implementation of Digital Twins in the Food Supply Chain: A Review and Conceptual Framework. *International Journal of Production Research*, 28 (2023). <https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2305804>
- 2 Pieter Verboven, Thijs Defraeye, Ashim K Datta, Bart Nicolai. Digital twins of food process operations: the next step for food process models? *Current Opinion in Food Science*, 35, 79–87 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.cofs.2020.03.002>.
- 3 Tukembaeva, G.Ch., Temirov, B.K. Modelirovanie uravnenij termodinamiki dinamicheskimi sistemami. *Problemy avtomatiki i upravleniya*, 2, 109–115 (2023).
- 4 Das, S. *An Introduction to Finite Element Analysis Using Matlab Tools*. Springer, 2023.
- 5 Chalilov, H.M., Muhtorov, S. Building a computer model of heat exchange using the pde toolbox component matlab package. *Vestnik Instituta razvitiya obrazovaniya*, 1, 206–213 (2021).
- 6 Attaway, D.C. *Matlab: a practical introduction to programming and problem solving*. Butterworth-Heinemann, 2022.
- 7 Mishra, N. et al. Development of drying system by using internet of things for food quality monitoring and controlling. *Energy Nexus*, 11, 100219 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.nexus.2023.100219>.
- 8 Kannapinn, M., Pham, M.K., Schäfer, M. Physics-based digital twins for autonomous thermal food processing: Efficient, non-intrusive reduced-order modeling. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 81, 103143 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.ifset.2022.103143>.
- 9 Krupitzer, C., Noack, T., Borsum, C. Digital food twins combining data science and food science: system model, applications, and challenges. *Processes*, 10(9), 1781. <https://doi.org/10.3390/pr10091781>.
- 10 Purlis, E. Digital twin methodology in food processing: Basic concepts and applications. *Current Nutrition Reports*, 13(4), 914–920 (2024).
- 11 Makhambetov, K., Belgibaev, B.A., Kunicina N. Modeling Thermodynamic Processes Using MATLAB PDE TOOLBOX For Creating Digital Twins In The Food Industry. *Bulletin of Shakarim University. Technical Sciences*, 3, 40–48 (2025). [https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3\(19\)-5](https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3(19)-5).
- 12 Feng, T. et al. The Oven-Controlled MEMS Oscillators in Timing and Sensing Applications: A Review. *IEEE Sensors Journal*, 23(16), 17854–17867 (2023) <https://doi.org/10.1109/JSEN.2023.3286897>.
- 13 Hou, F. et al. Review on infrared imaging technology. *Sustainability*, 14(18), C. 11161. <https://doi.org/10.3390/su141811161>.
- 14 Erdogdu F. Mathematical modeling of food thermal processing: Current and future challenges. *Current Opinion in Food Science*, 51, 101042 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.cofs.2023.101042>.
- 15 Isuru, A. et al. Digital twins in food processing: A conceptual approach to developing multi-layer digital models. *Digital Chemical Engineering*, 7, 100087 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.dche.2023.100087>.
- 16 Koulouris, A., Misailidis, N., Petrides, D. Applications of process and digital twin models for production simulation and scheduling in the manufacturing of food ingredients and products. *Food and Bioproducts Processing*, 126, 317–333 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.fbp.2021.01.016>.
- 17 Zohdi, T.I. A voxel-based machine-learning digital-oven-twin for precise cooking // *Computational Mechanics*, 75(5), 1501–1518 (2025).
- 18 Han, J.C., Wright, L.M. *Analytical heat transfer*. Taylor & Francis, 2022, 595 p.
- 19 Cess, R.D. The interaction of thermal radiation with conduction and convection heat transfer. *Advances in heat transfer*. Elsevier, 1964. Vol. 1. P. 1–50. [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70096-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70096-0).
- 20 Nerobeev, A.D., Dyachkin, O.D. *Metody resheniya uravnenij teploprovodnosti. Tekhnologii fiziki, avtomatizatsii i informatiki. Aktual'nye issledovaniya v sovremennoj nauke*, 2020, pp. 50–51.
- 21 Mundar, Goran, Miha Kovačič, and Uroš Župerl. Development and Control of Virtual Industrial Process using Factory IO and MATLAB. *Tehnički glasnik* 18.3, 497–501 (2024). <https://doi.org/10.31803/tg-20240423112303>.

^{1*}Makhambetov K.I.,

PhD student, ORCID ID: 0009-0000-6047-8629,

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

¹Belgibaev B.A.,

Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-6857-3775,

e-mail: bbelgybaev@list.ru

²Kunicina N.,

Professor, ORCID ID: 0000-0002-0980-0958,

e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv

¹Amirkhanova G.A.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-3933-5476,

e-mail: gulshat.aa@gmail.com

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

²Riga Technical University, Riga, Latvia

MONITORING AND MODELING OF THERMODYNAMIC PROCESSES IN THE FOOD INDUSTRY FOR THE DEVELOPMENT OF DIGITAL TWINS

Abstract

This article discusses an approach to developing digital twins for the food industry based on monitoring and numerical modeling of thermodynamic processes in a baking chamber (electric oven). The professional electric oven ASTAR, designed for the thermal processing of bakery products, was used as the experimental object. As part of the monitoring system, an infrared pyrometer (VICTOR 304F), a thermal imaging camera (UNI-T UTi120S), and an analog thermometer (MGprof) installed inside the oven chamber were employed. This setup allowed for the acquisition of reliable temperature data within the working chamber. Temperature data were collected periodically throughout the baking process, and based on these measurements, a temperature field map was generated. A mathematical model of heat transfer, implemented in two-dimensional (2D) format using MATLAB PDE Toolbox and incorporating Dirichlet and Neumann boundary conditions, was validated through comparison with the experimental results. The obtained results not only enable accurate modeling of temperature gradients and heat fluxes inside the baking chamber, but also lay the foundation for the creation of a digital twin capable of predicting system behavior in real time. The proposed approach can be applied to improve energy efficiency, automate quality control, and optimize technological processes in the food industry. This research contributes to addressing the challenges encountered in modeling and designing thermodynamic processes during the development of digital twins.

Keywords: digital twins, heat transfer, MATLAB PDE Toolbox, FEM, heat equation, boundary conditions, numerical modeling, temperature field analysis.

Received: July 9, 2025; revised: September 4, 2025; December 10, 2025; accepted: January 14, 2026.

^{1*}Махамбетов Қ.И.,

докторант, ORCID ID: 0009-0000-6047-8629,

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

¹Бельгибаев Б.А.,

доцент, ORCID ID: 0000-0002-6857-3775,

e-mail: bbelgybaev@list.ru

²Куницина Н.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-0980-0958,

e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv

¹Амирханова Г.А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-3933-5476,

e-mail: gulshat.aa@gmail.com

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

²Riga Technical University, г. Рига, Латвия

МОНИТОРИНГ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ

Аннотация

В данной статье рассматривается подход к созданию цифровых двойников для пищевой промышленности на основе мониторинга и численного моделирования термодинамических процессов в пекарной камере (электрическая печь-шкаф). В качестве объекта исследования использовалась профессиональная электрическая печь-шкаф ASTAR, предназначенная для термической обработки хлебобулочных изделий. В качестве системы мониторинга применялись инфракрасный пирометр VICTOR 304F, тепловизор UNI-T UTi120S и аналоговый термометр MGprof, встроенный внутрь камеры печи. Это позволило получить достоверные данные о температурном поле внутри рабочей камеры. На основе этих устройств проводился периодический сбор температурных данных в течение всего времени приготовления продукции. На основе собранных данных была построена карта температурных полей. Математическая модель теплообмена, реализованная в двумерном (2D) формате в среде MATLAB PDE Toolbox с учетом граничных условий Дирихле и Неймана, была верифицирована путем сравнения с экспериментальными результатами. Полученные результаты не только позволяют точно моделировать температурные градиенты и тепловые потоки в пекарной камере, но и закладывают основу для построения цифрового двойника, способного прогнозировать поведение системы в режиме реального времени. Предлагаемый подход может быть использован для повышения энергоэффективности, автоматизации контроля качества и оптимизации технологических режимов в пищевой промышленности. Настоящее исследование вносит вклад в решение задач, возникающих при моделировании и проектировании термодинамических процессов в процессе создания цифровых двойников.

Ключевые слова: цифровые двойники, теплопередача, MATLAB PDE Toolbox, МКЭ, уравнение теплопроводности, граничные условия, численное моделирование, анализ температурных полей.

УДК 004.05
МРНТИ 20.51.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-22-36>

^{1*}**Кусепова Л.Т.,**

ст. преподаватель, ORCID ID: 0000-0002-7972-3169,

e-mail: kusseпова_lt@enu.kz

¹**Кусепова Г.Т.,**

ст. преподаватель, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9556-8763,

e-mail: kusseпова_gt_2@enu.kz

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,
г. Астана, Казахстан

АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ ИНСТРУМЕНТОВ ОРКЕСТРАЦИИ КОНТЕЙНЕРОВ В ЛОКАЛЬНОЙ И ОБЛАЧНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЕ

Аннотация

В крупных облачных средах виртуализация играет ключевую роль не только в развертывании приложений и распределении рабочих нагрузок, но и в эффективном управлении сервисами и ресурсами платформы. Использование технологии контейнеризации наряду с такими традиционными подходами, как виртуальные машины, становится все более популярным в современных облачных инфраструктурах. Контейнеры обеспечивают более простой и быстрый способ виртуализации по сравнению с виртуальными машинами, ускоряя процесс внедрения и управления приложениями в изолированной среде, тем самым позволяя им эффективно использовать ресурсы. Для разработчиков контейнеры представляют удобное решение для тестирования компонентов приложений и построения архитектур на основе микросервисов. В результате контейнеризация становится предпочтительным решением для современных облачных сред и актуальных бизнес-потребностей. Поэтому данная работа посвящена изучению современных и известных на сегодняшний день контейнерных технологий. В статье анализируются современные технологии контейнеризации и оркестровки с использованием таких параметров, как производительность контейнера, масштабируемость и управление ресурсами. Основное внимание уделено оркестраторам Docker Swarm, Kubernetes, Apache Mesos и множеству контейнерных решений, исследовались преимущества и недостатки каждой технологии. Данная работа будет полезна ИТ-специалистам при выборе наиболее подходящего инструмента для создания приложений и реализации их облачных стратегий.

Ключевые слова: контейнерные технологии, оркестрация контейнеров, облачные вычисления, сравнительный анализ.

Введение

В условиях увеличения объемов обрабатываемых данных и высокой вариативности рыночной среды технология контейнеризации способствует обеспечению изоляции приложений, гибкости их развертывания и масштабируемости. Контейнеризация является важнейшим компонентом облачных систем. Интеграция контейнерных технологий в облачные вычисления и распределенные системы позволяет адаптировать системы к динамически изменяющимся нагрузкам, а также оптимизировать использование вычислительных ресурсов. Высокая нагрузка и множественные запросы, поступающие за короткий промежуток времени порождает падение сервера, который в реальном производстве негативно влияет на экономические показатели компании, снижая эффективность бизнес-процессов и приводя к потерям. Данная технология позволяет организациям соответствовать необходимым требованиям по устойчивости систе-

мы, сокращению времени отклика, а также по возможности быстрого восстановления после сбоев. Для управления процессами развертывания и распределения ресурсов используются технологии оркестрации, которые обеспечивают автоматизацию, коррекцию распределения запущенных контейнеров и решение проблемы с управлением ресурсами. Координация контейнеров и их оркестрация осуществляются такими популярными платформами, как Amazon Web Services (AWS), Google Cloud Platform (GCP), Azure, и другими облачными сервисами. В работе Florian Hofer et al. (2021) и Rui Queiroz et al. (2023) утверждается, что контейнерные технологии упрощают процесс виртуализации за счет быстрого развертывания приложений из пакетов, доступных в репозиториях, а также легкого переноса приложений в различные среды с небольшими изменениями в их конфигурации.

В статье рассматриваются инструменты оркестрации контейнеров, а именно Docker Swarm, Kubernetes и Apache Mesos, а также контейнерные сервисы облачных систем. Исследование сосредоточено на анализе производительности этих инструментов, включая временные затраты на развертывание, использование вычислительных ресурсов и показатели времени отклика. Цель данной работы состоит в том, чтобы определить характеристики каждого инструмента и выявить наиболее эффективные решения для оркестрации контейнеров.

В данном исследовании были сформулированы следующие исследовательские вопросы, направленные на оценку эффективности инструментов оркестрации контейнеров:

1. Какие архитектурные шаблоны и стратегии используются при реализации контейнеризованных приложений?

2. Какова сравнительная скорость развертывания приложений при использовании Docker Swarm по сравнению с другими платформами оркестрации контейнеров?

3. Как Kubernetes соотносится с другими инструментами оркестрации с точки зрения рабочей нагрузки и масштабирования приложений?

Результаты исследования помогут пользователям и системным администраторам определить наиболее подходящие инструменты оркестрации контейнеров, а также систематизировать знания о контейнерных технологиях в облачных вычислениях, выявить преимущества и возможности различных инструментов и их эффективность в решении определенных задач.

С учетом постоянного развития методов контейнеризации возникает необходимость регулярного изучения и анализа наиболее эффективных решений в данной области. В связи с этим был проведен анализ научных статей, в которых были проведены исследования по производительности контейнерных систем.

Материалы и методы

В данной работе были применены количественные и качественные методы анализа, направленные на оценку эффективности инструментов оркестрации контейнеров в локальной и облачной инфраструктуре. Анализ охватывал современные контейнерные технологии, включая Docker Swarm, Kubernetes, Apache Mesos, Amazon Elastic Kubernetes Service, Azure Kubernetes Service, Google Kubernetes Engine. В ходе экспериментов оценивались время запуска приложений, потребление вычислительных ресурсов, устойчивость к нагрузке и масштабируемость. Исследование состоит из следующих основных этапов:

1. Анализ научной литературы. Были изучены существующие научные работы, практические кейсы с развертыванием и управлением контейнерных приложений.

2. Сравнение функциональных характеристик и тестирование инструментов оркестрации контейнеров.

3. Анализ результатов тестирования.

Для развертывания контейнерных оркестраторов применялась вычислительная среда со следующими техническими характеристиками (таблица 1).

Таблица 1 – Экспериментальная среда

Параметр	Физическая машина	Виртуальная машина
Процессор	AMD Ryzen7 5800H	
Число ядер	16	8
Оперативная память	32	20
Операционная система	Windows 11 PRO	Ubuntu 24.04
Диск	1 T6 SSD	25 Гб
Сетевая карта	Realtek RTL	Intel PRO

Технологии контейнеризации пользуются большим спросом в последнее десятилетие, что подтверждается данными из отчетов исследовательской и консалтинговой компании Gartner. В связи с этим на данную тематику был проведен анализ научной литературы, ниже приведены основные результаты этих трудов. К одним из таких исследований относится работа Malviya A. и др. [1], в которой отмечается, что методы контейнеризации в облачных вычислениях очень важны, но процесс оркестрации контейнеров представляет собой сложную задачу. В этой статье анализируются инструменты оркестрации, такие как Docker Swarm, Kubernetes, Mesos и Redhat OpenShift, с позиции безопасности, стабильности, масштабируемости, настройки кластера и внедрения. В результате анализа было установлено, что Docker Swarm показал хорошие результаты при низкой нагрузке, а также легко управляем. Kubernetes демонстрирует лучшие функции планирования, Mesos обеспечивает эффективное масштабирование, а OpenShift предоставляет высоконадежные инструменты оркестрации.

Для эффективного управления и контроля контейнерных приложений требуется интеграция различных компонентов контейнерной инфраструктуры. В Docker интеграция осуществляется за счет взаимодействия Docker daemon и Docker API server, а в Kubernetes – посредством основных компонентов kube-apiserver, kubelet и etcd. Взаимодействие между этими компонентами производится через HTTP-интерфейсы (например, REST API), обеспечивая масштабируемость и гибкость системы [2, 3].

Сравнительный анализ платформ оркестрации контейнеров был проведен в работе Pankowski A., Powroznik P. [4], в которой исследованы контейнерные оркестраторы Docker Swarm, Kubernetes и Apache Mesos. В рамках исследования были измерены ключевые параметры, такие как потребление памяти, загрузка центрального процессора, использование дисковых ресурсов, а также рассмотрены производительность и эффективность каждой технологии. В свою очередь, Acharya J.N. и Suthar A.C. [5] изучили инструменты оркестрации контейнеров для планирования и управления контейнерами в микросервисных приложениях.

Преимущества и недостатки системного и прикладного контейнера рассмотрели авторы Moravchik M. и другие [6], сравнительно исследовав технологии LXC и Docker. Putri A.R. и т.д. [7] изучили контейнерные решения Docker, LXC и LXD, ориентируясь на общие показатели производительности. Koziolk H. и Eskandani N. [8] рассмотрели облегченные дистрибутивы инструмента оркестрации контейнеров Kubernetes, MicroK8s, k3s, k0s и MicroShift, включая использование ресурсов, управление в стрессовых ситуациях и производительность пространства данных. Работа показывает, что в то время как k3s и k0s имеют высокую пропускную способность в пространстве управления, MicroShift обеспечивает высокую пропускную способность в пространстве данных с позиции таких факторов, как простота использования, безопасность и возможность восстановления в случае сбоя.

Mercl L. и Pavlik J. [9] предоставляют подробную информацию об оркестраторах контейнеров, таких как Docker Compose, Docker Swarm, Fleet, Kubernetes и Apache Mesos, анализи-

руя их масштабируемость, отказоустойчивость, высокую доступность и сетевые подключаемые модули. Особое внимание уделено управлению контейнерами в частных и публичных облачных кластерах. В последние годы облачные вычисления привлекли значительное внимание благодаря экономичности предоставляемых услуг. В свою очередь, Sen A. и соавторы [10] предложили офлайн-оценку рисков облачных сервисов, направленную на выявление потенциальных угроз. Кроме того, следующие авторы научных работ [11–13] представили подходы и методику оценки качества облачных точечных данных, основанные на многопроекционном анализе, который учитывает различные аспекты точности и надежности.

Интерес к контейнерным технологиям также наблюдается и в области высокопроизводительных вычислений (HPC). В работе Liu P. и Guitart J. [14] рассмотрены Docker и Singularity для быстрой и гибкой реализации своих рабочих нагрузок. Авторы установили, что использование нескольких контейнеров с полной настройкой повышает производительность приложений с низкоуровневым межпроцессным взаимодействием, тогда как технологии контейнеризации, устанавливающие изолированные сетевые пространства имен, демонстрируют снижение производительности приложений.

Аналогичные исследования были проведены в направлении высокопроизводительных вычислительных систем. Abraham S. и другие авторы [15] провели эмпирический анализ современных контейнерных решений, таких как Docker, Podman, Singularity и Charliecloud. В результате был сделан вывод, что Charliecloud превосходит другие контейнерные решения по времени запуска контейнера, а Charliecloud и Singularity эквивалентны по пропускной способности ввода-вывода. На основании этой работы известно, что повышение производительности контейнеров и приложений, использующих возможности машинного обучения и глубокого обучения, может быть достигнуто путем выявления и реализации стратегий оптимизации. Хотя контейнерные технологии упрощают разработку и управление, их открытость может привести к проблемам и породить уязвимость в безопасности, если не была обеспечена надлежащая защита.

В области обеспечения безопасности контейнеров Wong A.Y. и другие авторы (2021) [16] в своей работе предложили моделировать уязвимость с помощью метода STRIDE. Данное исследование считается одной из работ, в которой проведено комплексное исследование уязвимостей контейнеров и мер по организации действий против выявленных угроз. Допущенная ошибка в настройке конфигураций может привести к серьезным нарушениям безопасности контейнеров.

Parast F.K. и соавторы [17] провели всесторонний обзор вопросов безопасности облачных вычислений в рамках сервисно-ориентированной модели, рассмотрели ключевые угрозы и меры их предотвращения. В свою очередь, Zhang C. et al. [18] и Sen A. et al. [19] исследовали модели оценки рисков для облачных сетей Петри и проектирования приложений.

Архитектурные особенности контейнерных оркестраторов. На рисунке 1 представлена общая схема процесса развертывания систем Kubernetes, Docker Swarm и Apache Mesos. Процессы развертывания этих трех инструментов во многом схожи и включают этапы загрузки образа (Dockerfile, containerd), конфигурации файла развертывания и измерения производительности. Реализация данных процессов требует базовых знаний контейнерных технологий, основанных на Docker. По изображению можно увидеть отличие процессов Apache Mesos от Kubernetes и Docker Swarm, его развертывание требует использования Terraform в качестве внешнего инструмента для корректной настройки и управления инфраструктурой.

Все фреймворки оркестрации контейнеров функционируют на разных платформах, но их поддержка осуществляется только на Linux, при этом они могут быть использованы для тестирования и разработки приложений в операционных системах Windows или macOS. Как в локальной, так и в облачной инфраструктуре контейнеризированное приложение можно развернуть, создав образ с помощью Dockerfile файла (рисунок 2) и создать deployment.yaml файл для настройки контейнеров и служб с определенным количеством реплик.

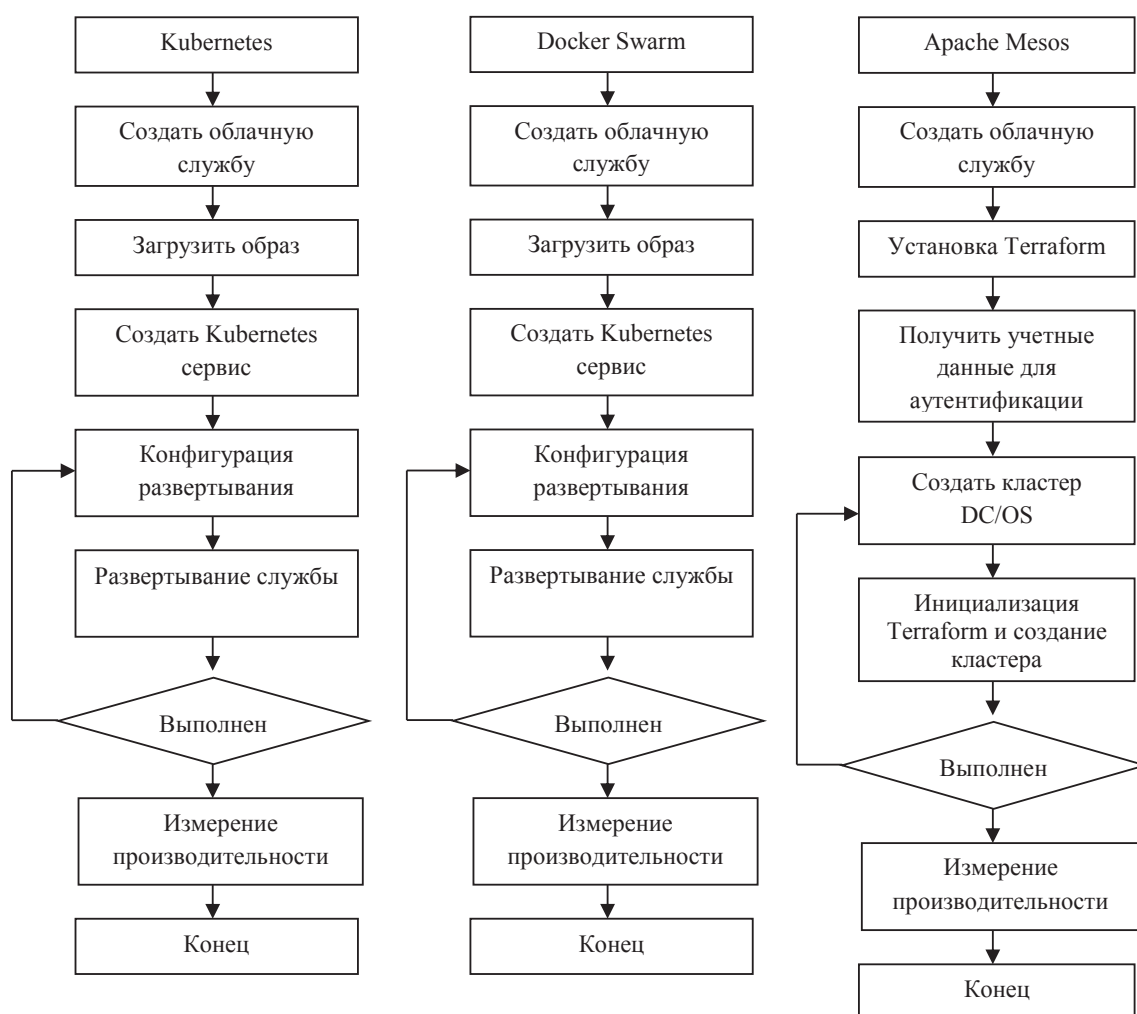


Рисунок 1 – Процесс развертывания и измерения производительности оркестраторов контейнера

```

FROM openjdk:11-jre-slim

WORKDIR /app

COPY target/english-learning-1.0-SNAPSHOT.jar app.jar

ENTRYPOINT ["java", "-jar", "app.jar"]
  
```

Рисунок 2 – Dockerfile

Kubernetes является одним из наиболее популярных и динамично развивающихся проектов в области контейнеризации и оркестрации контейнеров. Он представляет собой распределенную систему управления контейнеризованными приложениями, архитектура которой включает два компонента: главный узел и рабочий узел. По умолчанию кластер содержит один главный узел, который выполняет функции контроля для других подчиненных узлов. В каждом рабочем узле находятся контейнеризованные приложения, которые развернуты и инкапсулированы в pod. Главный узел состоит из kube apiserver, kube controller manager, cloud controller manager и kube scheduler. Функционал главного узла заключается в непрерывном мониторинге состояния кластера и управлении ресурсами. Kubernetes разработан на Go и использует YAML в качестве языка сериализации для создания deployment файла (представлен

на рисунке 3). Проект получает широкую поддержку со стороны ведущих мировых компаний, таких как Google, IBM, Amazon, Microsoft, Cisco, Red Hat, которые в свою очередь способствуют развитию облачных сервисов и интеграции с определенными инфраструктурными платформами.

a)

```

apiVersion: apps/v1
kind: Deployment
metadata:
  name: english-learning-app
spec:
  replicas: 5
  selector:
    matchLabels:
      app: english-learning
  template:
    metadata:
      labels:
        app: english-learning
    spec:
      containers:
        - name: english-learning-app
          image: gcr.io/spring-
project-id-1/english-learning-app
          ports:
            - containerPort: 8086
---
apiVersion: v1
kind: Service
metadata:
  name: english-learning-service
spec:
  type: LoadBalancer
  ports:
    - port: 80
      targetPort: 8086
  selector:
    app: english-learning
          
```

б)

```

apiVersion: apps/v1
kind: Deployment
metadata:
  annotations:
    deployment.kubernetes.io/revision: "3"
    kubectl.kubernetes.io/last-applied-configuration: [
      {"apiVersion": "apps/v1", "kind": "Deployment", "metadata":
        {"annotations": {}, "name": "english-learning-app", "namespace": "default"},
        "spec": {"replica": 5, "selector": {"matchLabels": {"app": "english-learning"}},
        "template": {"metadata": {"labels": {"app": "english-learning"}}, "spec":
          {"containers": [{"image": "gcr.io/spring-project-id-1/english-learning-app",
            "name": "english-learning-app", "ports": [{"containerPort": 8086}]}}}}]
    creationTimestamp: "2024-10-30T17:09:21Z"
  generation: 3
  managedFields:
    - apiVersion: apps/v1
      fieldsType: FieldsV1
      fieldsV1:
        f: metadata:
          f: annotations:
            .: {}
            f: kubectl.kubernetes.io/last-applied-configuration: {}
        f: spec:
          f: progressDeadlineSeconds: {}
          f: replicas: {}
          f: revisionHistoryLimit: {}
          f: selector: {}
          f: strategy:
            f: rollingUpdate:
              .: {}
              f: maxSurge: {}
              f: maxUnavailable: {}
            f: type: {}
          f: template:
            f: metadata:
              f: labels:
                .: {}
                f: app: {}
            f: spec:
              f: containers:
                k: {"name": "english-learning-app"}:
                  .: {}
                  f: image: {}
                  f: imagePullPolicy: {}
                  f: name: {}
                  f: ports:
                    .: {}
                    k: {"containerPort": 8086, "protocol": "TCP"}:
                      .: {}
                      f: containerPort: {}
                      f: protocol: {}
              f: resources: {}
              f: terminationMessagePath: {}
          
```

Рисунок 3 – а) Deployment.yaml, созданный в локальной инфраструктуре,
б) Фрагмент файла Deployment.yaml, созданный в облачной инфраструктуре

Наиболее распространенным оркестратором контейнеров в облачных системах на сегодняшний день является Kubernetes. Данный факт подтверждается данными, представленными в таблице 2, в которой перечислены контейнерные технологии, используемые различными платформами и облачными провайдерами.

Таблица 2 – Контейнерные технологии, используемые платформами/провайдерами

Платформа/провайдер	Контейнерные технологии
Amazon Elastic Container Service	Docker
Amazon Elastic Kubernetes Service	Kubernetes
VMWare Tanzu	Kubernetes
Google Kubernetes Engine	Kubernetes
Azure Kubernetes Service	Kubernetes
Red Hat Openshift Kubernetes Engine	Kubernetes
Red Hat Openshift	Docker, Kubernetes

Продолжение таблицы 2

Tencent Kubernetes Engine	Kubernetes
Alibaba Cloud Container Service for Kubernetes	Kubernetes
Azure Red Hat Openshift	Docker, Kubernetes
IBM Red Hat Openshift on IBM Cloud	Docker, Kubernetes
IBM Cloud Kubernetes Service	Kubernetes
Huawei Cloud Container Engine	Kubernetes
Hetzner Cloud	Kubernetes

Docker Swarm является платформой оркестрации контейнеров с открытым исходным кодом, она позволяет объединять несколько экземпляров Docker в единый виртуальный хост и обеспечивает централизованное управление контейнерами, адаптируясь к потребностям пользователей, кроме этого автоматизирует процессы балансировки нагрузки в кластерах. Архитектура кластера Docker Swarm включает следующие ключевые компоненты: узлы, службы и задачи. Docker Swarm не поддерживает автоматическое масштабирование, изменение количества реплик служб осуществляется только вручную с использованием соответствующих команд. Процесс управления развертыванием включает три основные стороны взаимодействия: администратор, оркестратор, диспетчер. Администратор конфигурирует параметры развертывания, включая выбор базового образа контейнера. Оркестратор выполняет развертывание контейнеров и управление кластером. Диспетчер осуществляет координацию узлов и распределение задач между рабочими узлами, а также обеспечивает развертывание сервисов на основе заданных параметров, например, создавая экземпляры веб-сервера Nginx в рамках кластера. Ключевой особенностью данного оркестратора является его способность к автоматическому восстановлению после сбоев за счет использования нескольких узлов управления. Благодаря простоте настройки и управления Docker Swarm становится особенно привлекательным для малого и среднего бизнеса, в котором сложность экосистемы не требует специализированных решений.

Apache Mesos представляет платформу оркестрации вычислительных ресурсов в распределенной среде, который обеспечивает гибкое управление ресурсами, позволяя эффективно осуществлять оптимальное распределение ресурсов внутри кластера. Все запущенные задачи в Apache Mesos выполняются в контейнерах, причем контейнеры могут быть запущены путем загрузки образов из репозитория Docker, например с Docker Hub. Архитектура Mesos позволяет использовать несколько главных узлов, ориентированных на управление рабочих узлов, а также узлы-агенты, выполняющие развертывание образов Docker. Для организации главных узлов применяется Zookeeper, который выполняет функции управления кластером, аналогично планировщикам Hadoop или MPI. Apache Mesos широко применяется в таких крупных компаниях, как Twitter, Netflix, Airbnb и Apple, которые используют его в качестве инструмента для эффективного управления и масштабирования вычислительных ресурсов.

Результаты и обсуждение

1. Сравнение функциональных характеристик инструментов оркестрации контейнеров. Сравнение инструментов оркестрации контейнеров проводится на основании ключевых параметров системы, а информация о характеристиках и их особенностях представлены в таблице 3.

Docker Compose характеризуется простотой в использовании и настройке, но его функциональные возможности ориентированы на разработку и тестирование приложений, а не на эксплуатацию в производственных средах. В случае необходимости дополнительных функций для пользователей, им следует перейти на Docker Swarm, который может использовать текущую конфигурацию Docker Compose. Однако две среды оркестровки Docker Compose и

Docker Swarm работают исключительно с контейнерами Docker, а для использования альтернативных контейнерных платформ требуется применение других оркестраторов.

Таблица 3 – Функциональное сравнение оркестраторов контейнеров и технологий виртуализации

Описание	Compose	Swarm	Kubernetes	OpenShift	Mesos	Fleet	OpenVZ	Rancher	Nomad
Поддерживаемые контейнеры	Docker	Docker	Docker, rkt, CRI-O, OCI, Windows Containers	Docker, CRI-O	Docker, rkt	Docker, rkt	LXC	Docker, CRI-O	Docker, CRI-O
Масштабирование	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть
Отказоустойчивость	Нет	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть	Есть
Сетевые плагины	Нет	Есть	Есть	Есть	Есть	Нет	Есть	Есть	Есть
Интеграция с облачными платформами	Ограниченный	Ограниченный	Есть	Есть	Есть	Есть	Ограниченный	Есть	Есть
Интеграция инструментов развертывания	Нет	Swarm CLI	Helm, Apollo, Kube-spray	Helm, Open-shift Pipelines	Marathon, Terraform	Systemd	LXC templates	Helm, Fleet	Terraform, Packer
Интеграция инструментов мониторинга	Нет	Prometheus	cAdvisor	Prometheus, Thanos	Prometheus	Fleetctl	LXC Monitor	Prometheus	Nomad UI
Интеграция инструментов безопасности	Нет	Docker Security	Twistlock, App-Armor, Falco, Aqua	RedHat Advanced Cluster Security	Vault, RBAC	Нет		CIS Benchmarks	Sentinel

Развертывание контейнерного приложения на Kubernetes является довольно сложным для начинающих, оно требует настройки с помощью файлов конфигурации и не имеет простого веб-интерфейса. Реализация сети Kubernetes в локальной инфраструктуре требует установки внешних сетевых плагинов, таких как Flannel или Calico, а также поддерживает Weave Net, Cilium и Multus. Nomad и Rancher используют сетевые плагины Flannel и Calico, тогда как Docker Swarm использует встроенные сетевые плагины, такие как overlay network, macvlan и bridge. Apache Mesos является самым сложным для настройки кластера, поскольку требуются внешние фреймворки, такие как Marathon или Terraforms.

Несмотря на удобство использования Docker Compose в локальных компьютерах, его архитектура не включает встроенные средства безопасности, такие как шифрование данных и сетевую изоляцию, а также не интегрируется напрямую с облачными платформами. Docker Swarm не может автоматически перезапускать контейнеры в случае сбоя на уровне узла и не может динамически управлять ресурсами, а также существуют риски для TLS и конфиденциальной информации. Неправильная настройка управления доступом на основе ролей (RBAC) Kubernetes может привести к повышению привилегий и поставить под угрозу безопасность из-за уязвимостей в плагинах и внешних компонентах. Сложность системы OpenShift увеличивает вероятность ошибок конфигурации и сбоев защиты данных из-за неправильных настроек списка контроля доступа (ACL). В свою очередь, OpenVZ использует встроенные сетевые механизмы, он не поддерживает плагины CNI, такие как Calico или Weave, и зависит от механизмов безопасности хоста.

2. Производительность контейнеризированных приложений. Первый этап исследования был проведен на основании мониторинга процесса создания контейнерных приложений и измерения времени от запуска процесса до полной готовности приложения к работе. Для обеспечения точности измерений был рассмотрен анализ журналов каждого контейнера, фиксирующие инициализацию контейнера, загрузку образа приложения, конфигурацию среды и других ключевых этапов запуска. Время запуска контейнера определялось как интервал между началом его создания и полной готовностью приложения. Второй этап направлен на оценку загрузки процессора и использования оперативной памяти при работе инструментов оркестрации. В качестве инструмента сбора данных применялось Docker Desktop. Аналогичный анализ для Apache Mesos выполнен с использованием Mesos Web UI, тем самым позволяя в реальном времени отслеживать нагрузку и собирать данные.

Таблица 4 содержит результаты тестирования эксплуатационных характеристик инструментов оркестрации контейнеров Docker Swarm, Kubernetes и Apache Mesos в локальной инфраструктуре, а также развертывания приложений в популярных облачных системах Amazon Web Services, Azure и Google.

Таблица 4 – Сравнительный анализ эксплуатационных характеристик систем оркестрации контейнеров

Эксплуатационные характеристики	Docker Swarm (v24.0.5)	Kubernetes (v1.30.1)	Apache Mesos (1.11.0)	Amazon Web Services EKS	Azure AKS	Google GKE
Среднее время развертывания приложений	90–100 сек.	180–200 сек.	90–100 сек.	20–30 сек.	33–56 сек.	39–61 сек.
Среднее время запуска приложения	9,9 сек.	11,2 сек.	10,7 сек.	В зависимости от множества факторов: пропускной способности сети и рабочей нагрузки	В зависимости от множества факторов: пропускной способности сети и рабочей нагрузки	В зависимости от множества факторов: пропускной способности сети и рабочей нагрузки
Загрузка ЦП	3,88 МГц	5,03 МГц	4,71 МГц	150-200 сек. (Y-cruncher) 100000-120000 (количество событий (Sysbench))	350-400 сек. (Y-cruncher) 80000-100000 (количество событий (Sysbench))	250-300 сек. (Y-cruncher) 90000-100000 (количество событий (Sysbench))
Результаты теста производительности диска	В зависимости от ресурсов виртуальной машины	В зависимости от ресурсов виртуальной машины	В зависимости от ресурсов виртуальной машины	100-150 Мб/с (Bonnie++) 14-16 Мб/с (read) 10-12 Мб/с (write) (Sysbench)	0-50 Мб/с (Bonnie++) 4-6 Мб/с (read) 2-4 Мб/с (write) (Sysbench)	300-350 Мб/с (Bonnie++) 4-6 Мб/с (read) 2-4 Мб/с (write) (Sysbench)
Результаты теста производительности памяти	3,58 Гб	4,12 Гб	3,83 Гб	8-10 Гб (STREAM)	8-10 Гб (STREAM)	8-10 Гб (STREAM)
Пропускная способность сети	2027,36 запросов/сек	1420,7 запросов/сек	1824,65 запросов/сек	500-1000 Мб/с (Nuttcp)	500-1000 Мб/с (Nuttcp)	3500-4000 Мб/с (Nuttcp)
Стоимость управления кластером	бесплатно	бесплатно	бесплатно	0,10 долларов США в час	бесплатно	0,10 долларов США в час

Полученные результаты основаны на данных, полученных в ходе экспериментов по развертыванию и эксплуатации контейнерных технологий, а также на анализе научной литературы. Данные, относящиеся к облачным контейнерным сервисам, основаны на работе [20]. Исследование показало, что Amazon EKS подходит для высоконагруженных систем с требованиями к быстрому внедрению, тогда как Azure AKS и Google GKE подходят для средних и крупных проектов. Docker Swarm хорошо масштабируется благодаря простоте настройки на виртуальных машинах. GKE обеспечивает высокую пропускную способность сети, подходящую для интенсивного сетевого подключения. Представленная здесь информация показывает, что выбор инструмента/платформы оркестровки контейнеров должен основываться на конкретных требованиях проекта:

- ♦ Amazon EKS рекомендуется для экономии времени и быстрого внедрения;
- ♦ GKE целесообразно выбирать при высоких требованиях к сети и пропускной способности;
- ♦ Azure AKS предпочтителен для сложных вычислительных задач.
- ♦ Docker Swarm является лучшим выбором для небольших проектов, следует выбирать из-за минимальных затрат на управление, но обладает ограниченными возможностями по автоматическому управлению ресурсами;
- ♦ Kubernetes подходит для корпоративных и облачных систем, имеет более сложную конфигурацию и требует больше вычислительных ресурсов;
- ♦ Apache Mesos предпочтителен для крупных распределенных систем и требует интеграции с дополнительными инструментами.

Производительность любого программного приложения определяется совокупностью программных и аппаратных компонентов, на которые может влиять интенсивность рабочей нагрузки и поддерживаемых сервисов. При неправильном выборе рабочей нагрузки становится сложно достичь ожидаемого результата, решение этой проблемы можно найти путем проведения стресс-теста или нагрузочного теста и масштабирования ресурсов по вертикали или горизонтали. Важным аспектом считается влияние количества пользователей и объема запросов на стабильность системы, который, в свою очередь, особенно критичен в масштабируемых средах. Кроме того, по мере увеличения числа пользователей система может оказаться не в состоянии выделять ресурсы каждому пользователю, что приведет к задержкам в сети и увеличению времени отклика. Решением этой ситуации является поддержка кластеризации системы или микросервисной архитектуры, а также динамическое масштабирование ресурсов.

В рамках данного исследования для тестирования отправки HTTP-запросов была выбрана платформа Apache JMeter. Основной целью тестирования являлось определение предельной нагрузки, которую способны обработать Kubernetes, Docker Swarm и Apache Mesos. Базовый рабочий процесс JMeter включает этапы формирования запроса к целевому серверу, сбору и обработке статистических данных, а также генерации отчета, представляемых в виде графики, таблицы, деревьев или файловых журналов. Главным параметром тестирования является настройка количества потоков, моделирующих пользователей, отправляющих HTTP-запросы. В рамках тестирования были инициированы 2000 потоков (пользователей), каждый из которых выполнял 30 итераций с 10-секундным интервалом между запусками. Данное тестирование моделирует условия высокой нагрузки на систему, позволяя оценить ее поведение при интенсивном пользовательском трафике.

Представленный график (рисунок 4) демонстрирует результат четырех метрик времени отклика (в миллисекундах) для оркестрации контейнеров: Docker Swarm, Kubernetes, Apache Mesos. Показатели включают среднее, медианное, минимальное и максимальное время отклика, который позволяет оценить не только производительность, но и стабильность каждого решения.



Рисунок 4 – Время отклика контейнерных оркестраторов

По всем параметрам Docker Swarm имеет наименьшее значение, свидетельствующее о его высокой эффективности в условиях интенсивной нагрузки. Если важна минимальная задержка, лучшим выбором является Docker Swarm. Kubernetes показывает высокие средние и медианные задержки, но при этом демонстрирует стабильные результаты по сравнению с Apache Mesos. Apache Mesos характеризуется наибольшим максимальным временем отклика, что может указывать на потенциальные проблемы с управлением нагрузкой.

В таблице 5 находятся обобщенные результаты анализа пропускной способности оркестраторов контейнеров, включая объем полученной и отправленной информации, а также уровень ошибок, позволяющий оценить эффективность и надежность каждого решения.

Таблица 5 – Анализ передачи данных и устойчивости к ошибкам

	Kubernetes	Docker Swarm	Apache Mesos
Пропускная способность сети (запросов/сек)	1420,7	2027,36	1824,65
Полученные данные (KB/s)	31299,83	43280,67	38532,74
Отправленные данные (KB/s)	161,66	226,43	170,75
Ошибки	0,41	1,41%	0,71%

Анализ представленных данных характеризует то, что наибольший объем передаваемой информации в расчете на единицу времени демонстрирует оркестратор Docker Swarm, достигая показателя 43 280,67 KB/s. Однако данный инструмент имеет наибольшую долю ошибок, свидетельствуя о потенциальных недостатках его механизма управления распределенными средами. Kubernetes показывает минимальный уровень ошибок (0,41%), при этом указывая на свою высокую устойчивость и надежность. Apache Mesos обеспечивает сбалансированное соотношение между объемом переданных данных и стабильностью системы, что, в свою очередь, делает его оптимальным выбором, когда требуется компромисс между производительностью и надежностью.

3. Проблемы реализации, развертывания, обеспечения безопасности и мониторинга контейнерных приложений в локальных инфраструктурах и облачных системах. На основе рассмотренных выше вопросов, связанных с компонентами оркестрации контейнеров, была создана таблица 6, в которой описаны проблемы внедрения, развертывания, безопасности и мониторинга в локальной и облачной инфраструктуре.

Таблица 6 – Проблемы реализации, развертывания, безопасности и мониторинга в локальной и облачной инфраструктуре

	Локальная инфраструктура	Облачная инфраструктура
Проблемы реализации	1. Низкая мощность сервера; 2. Настройка инструмента оркестрации, такого как Kubernetes, сложна; 3. Программное обеспечение сервера может быть несовместимо с контейнерами.	1. Процесс перехода к другому провайдеру сложен; 2. Трудно заранее планировать используемые ресурсы.
Проблемы развертывания	1. Развертывание контейнеров и создание их конфигураций требует времени и ресурсов; 2. Неспособность оперативного развертывания дополнительных серверов.	1. Конфиденциальные данные трудно защитить; 2. Рост трафика приводит к увеличению времени ожидания.
Проблемы обеспечения безопасности	1. Размещение контейнеров на одном хосте создает риск их взаимного влияния; 2. Задержка в установке обновлений безопасности приводит к возникновению уязвимостей.	1. Недостаточная защита API и конфиденциальной информации; 2. Необходимость обеспечения шифрования при хранении данных.
Проблемы мониторинга	Анализ системных журналов занимает много времени.	Большие объемы данных требуют дополнительной обработки.

Учет этих вопросов и принятие правильных решений повысит производительность и надежность контейнеризированных приложений.

Перспективными направлениями дальнейших исследований являются разработка стратегий масштабирования до сотен и тысяч контейнеров, изучение их производительности и влияния на стоимость для различных сценариев.

Заключение

В заключение стоит отметить, что выбор контейнерной технологии играет значительную роль в успешном развертывании и управлении приложениями в современной инфраструктуре информационных технологий. Постоянное развитие контейнерных технологий и расширение их функциональности предоставляют пользователям множество возможностей для разработки, внедрения и масштабирования современных приложений. В связи с этим критически необходимо выбирать наиболее подходящие инструменты, соответствующие требованиям проекта и особенностям среды применения.

Каждая из рассмотренных технологий имеет свои преимущества и недостатки, и понимание этих ситуаций является залогом успешного внедрения и принятия решений в проектах по локальной инфраструктуре и облачным вычислениям. Выбор инструмента или платформы оркестрации контейнеров должен основываться на конкретных требованиях проекта, таких как экономия времени, ускорение внедрения, снижение затрат на управление, высокие требования к сети, а также сложные вычислительные задачи.

Проведенный анализ показал, что Docker Swarm осуществляет быстрое развертывание, имеет низкое потребление центрального процессора и лучшую пропускную способность, он подходит для небольших проектов, поскольку не поддерживает автоматическое масштабирование и требует ручного управления нагрузкой. В свою очередь, данный инструмент обеспечивает наиболее быстрое развертывание контейнерных приложений и упрощает управление кластером.

Kubernetes обеспечивает высокую производительность памяти, предоставляет возможности автоматического масштабирования, подходит для корпоративных и облачных систем, имеет более сложную конфигурацию и требует больше вычислительных ресурсов. Следовательно, Amazon Elastic Kubernetes Service подходит для высоконагруженных систем с требованиями к быстрому внедрению, тогда как Azure Kubernetes Service и Google Kubernetes Engine подходят для средних и крупных проектов.

Архитектурные особенности Apache Mesos позволяют эффективно управлять масштабными кластерами за счет поддержки различных фреймворков и динамического распределения ресурсов, а также легко интегрируется с устаревшими системами. Данная платформа является предпочтительным решением для крупных корпоративных инфраструктур и распределенных систем.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Malviya, A., Dwivedi, R.K. A comparative analysis of container orchestration tools in cloud computing. 2022 9th International Conference on Computing for Sustainable Global Development (INDIACom) (IEEE, 2022), pp. 698–703. <https://doi.org/10.23919/INDIACom54597.2022.9763171>.
- 2 Kumar, R., Trivedi, M.C. Networking analysis and performance comparison of Kubernetes CNI plugins. *Advances in Computer, Communication and Computational Sciences: Proceedings of IC4S 2019* (Springer Singapore, 2021), pp. 99–109.
- 3 Atlidakis, V., Godefroid, P., Polishchuk, M. Checking security properties of cloud service REST APIs. 2020 IEEE 13th International Conference on Software Testing, Validation and Verification (ICST) (IEEE, 2020), pp. 387–397.
- 4 Pankowski, A., Powroźnik, P. Comparison of application container orchestration platforms. *Journal of Computer Sciences Institute*, 29, 383–390 (2023). <https://doi.org/10.35784/jcsi.3823>.
- 5 Acharya J.N., Suthar A.C. Docker container orchestration management: A review. *International Conference on Intelligent Vision and Computing*. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 140–153. https://doi.org/10.1007/978-3-030-97196-0_12.
- 6 Moravcik, M., Segec, P., Kontsek, M., Uramova, J., & Papan, J. Comparison of lxc and docker technologies. 2020 18th International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications (ICETA) (IEEE, 2020), pp. 481–486. <https://doi.org/10.1109/ICETA51985.2020.9379212>.
- 7 Putri, A.R., Munadi, R., Negara, R.M. Performance analysis of multi services on container Docker, LXC, and LXD. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics*, 9(5), 2008–2011. <https://doi.org/10.11591/eei.v9i5.1953>.
- 8 Koziolk, H., Eskandani, N. Lightweight kubernetes distributions: A performance comparison of microk8s, k3s, k0s, and microshift. *Proceedings of the 2023 ACM/SPEC International Conference on Performance Engineering*, 2023, pp. 17–29. <https://doi.org/10.1145/3578244.3583737>.
- 9 Mercl, L., Pavlik, J. The comparison of container orchestrators. *Third International Congress on Information and Communication Technology: ICICT 2018, London* (Springer Singapore, 2019), pp. 677–685. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1165-9_62.
- 10 Sen, A., Madria, S. Analysis of a cloud migration framework for offline risk assessment of cloud service providers. *Software: Practice and Experience*, 50(6), 998–1021 (2020).
- 11 Liu, Q. et al. PQA-Net: Deep no reference point cloud quality assessment via multi-view projection. *IEEE transactions on circuits and systems for video technology*, 31(12), 4645–4660 (2021).
- 12 Liu, Y. et al. Point cloud quality assessment: Dataset construction and learning-based no-reference metric. *ACM Transactions on Multimedia Computing, Communications and Applications*, 19(2s), 1–26 (2023).
- 13 Wang, S. et al. Non-local geometry and color gradient aggregation graph model for no-reference point cloud quality assessment. *Proceedings of the 31st ACM International Conference on Multimedia*, 2023, pp. 6803–6810.

14 Liu, P., Guitart, J. Performance comparison of multi-container deployment schemes for HPC workloads: an empirical study. The Journal of Supercomputing, 77(6), 6273–6312 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11227-020-03518-1>.

15 Abraham, S., Paul, A.K., Khan, R.I.S., & Butt, A.R. On the use of containers in high performance computing environments. 2020 IEEE 13th International Conference on Cloud Computing (CLOUD) (IEEE, 2020), pp. 284–293. <https://doi.org/10.1109/CLOUD49709.2020.00048>.

16 Wong A.Y. et al. Threat modeling and security analysis of containers: A survey. arXiv preprint arXiv:2111.11475, 2021.

17 Parast F.K. et al. Cloud computing security: A survey of service-based models. Computers & Security, 114, 102580 (2022).

18 Zhang C. et al. Interval-valued intuitionistic uncertain linguistic cloud petri net and its application to risk assessment for subway fire accident. IEEE transactions on automation science and engineering, 19(1), 163–177 (2020).

19 Sen, A., Madria, S. Application design phase risk assessment framework using cloud security domains. Journal of Information Security and Applications, 55, 102617 (2020).

20 Ferreira, A.P., Sinnott, R. A performance evaluation of containers running on managed kubernetes services. 2019 IEEE International Conference on Cloud Computing Technology and Science (CloudCom) (IEEE, 2019), pp. 199–208.

^{1*}Кусепова Л.Т.,

аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0002-7972-3169,

*e-mail: kussepova_lt@enu.kz

¹Кусепова Г.Т.,

аға оқытушы, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9556-8763,

e-mail: kussepova_gt_2@enu.kz

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Астана қ., Қазақстан

ЖЕРГІЛІКТІ ЖӘНЕ БҰЛТТЫ ИНФРАҚҰРЫЛЫМДА КОНТЕЙНЕРЛЕРДІ ОРКЕСТРЛЕУ ҚҰРАЛДАРЫН ТАЛДАУ ЖӘНЕ САЛЫСТЫРУ

Аңдатпа

Ауқымды бұлтты орталарда виртуализация тек қосымшаларды жүзеге асыруда және жұмыс жүктемелерін үлестіруде ғана емес, сондай-ақ платформаның сервистері мен ресурстарын тиімді басқаруда да маңызды рөл атқарады. Виртуалды машиналар сияқты дәстүрлі тәсілдермен қатар, контейнерлеу технологиясын қолдану заманауи бұлтты инфрақұрылымдарда барған сайын кеңінен таралуда. Контейнерлер виртуалды машиналарға қарағанда виртуализацияның қарапайым әрі жылдам тәсілін қамтамасыз етеді, оқшауланған ортада қосымшаларды жүзеге асыру және басқару процесін жеделдетеді, осылайша ресурстарды тиімді пайдалануға мүмкіндік береді. Бағдарламалық қамтамасыз етуді әзірлеушілер үшін контейнерлер қосымшалар компоненттерін тестілеу мен микросервистерге негізделген архитектураларды құру үшін қолайлы шешім болып табылады. Нәтижесінде контейнерлеу заманауи бұлтты орталар мен бизнес қажеттіліктері үшін таңдаулы шешімге айналады. Сондықтан бұл жұмыс заманауи және қазіргі уақытта кеңінен қолданылатын контейнерлік технологияларды зерттеуге бағытталған. Мақалада контейнерлер жұмысының тиімділігі, масштабтау мүмкіндіктері, ресурстарды басқару сияқты параметрлер негізінде заманауи контейнерлік технологиялар мен контейнерлерді оркестрлеу құралдарына талдау жасалды. Docker Swarm, Kubernetes және Apache Mesos оркестраторларына, сондай-ақ бірқатар контейнерлік шешімдерге назар аударылып, әрбір технологияның артықшылықтары мен кемшіліктері зерттелді. Бұл жұмыс ақпараттық технологиялар саласының мамандары үшін қосымшаларды әзірлеу және олардың бұлттық стратегияларын жүзеге асыру барысында ең қолайлы құралды таңдауда пайдалы болады.

Тірек сөздер: контейнерлік технологиялар, контейнерлерді оркестрлеу, бұлтты есептеулер, салыстырмалы талдау.

¹*Kusseпова L.T.,

Senior lecturer, ORCID ID: 0000-0002-7972-3169,

e-mail: kusseпова_lt@enu.kz

¹Kusseпова G.T.,

Senior lecturer, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9556-8763,

e-mail: kusseпова_gt_2@enu.kz

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University,
Astana, Kazakhstan

ANALYSIS AND COMPARISON OF CONTAINER ORCHESTRATION TOOLS IN ON-PREMISES AND CLOUD INFRASTRUCTURE

Abstract

In large-scale cloud environments, virtualization plays a key role not only in application deployment and workload distribution but also in the effective management of platform services and resources. The use of containerization technology, alongside traditional approaches such as virtual machines, is becoming increasingly popular in modern cloud infrastructures. Containers provide a simpler and faster method of virtualization compared to virtual machines, accelerating the deployment and management of applications in isolated environments and thereby enabling more efficient resource utilization. For developers, containers offer a convenient solution for testing application components and building microservice-based architectures. As a result, containerization is becoming the preferred solution for modern cloud environments and current business needs. Therefore, this study is dedicated to examining modern and widely recognized container technologies. The article analyzes contemporary containerization and orchestration technologies using parameters such as container performance, scalability, and resource management. Particular attention is given to orchestrators such as Docker Swarm, Kubernetes, and Apache Mesos, as well as a range of container-based solutions, with an evaluation of the advantages and disadvantages of each technology. This work may be useful for IT specialists in selecting the most appropriate tools for application development and the implementation of their cloud strategies.

Keywords: container technologies, container orchestration, cloud computing, comparative analysis.

Received: March 12, 2025; revised: December 10, 2025; accepted: January 13, 2026.

ӘОЖ 519.872.1
ҒТАХР 28.23.25

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-37-51>

¹ **Черикбаева Л.Ш.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-8948-4205,
e-mail: cherikbayeva.lyailya@gmail.com

² **Бериков В.Б.,**

т.ғ.д., профессор, ORCID ID: 0000-0002-5207-9764,
e-mail: berikov@math.nsc.ru

^{1*} **Меліс З.М.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0003-4244-8121,
e-mail: melis.zarina98@gmail.com

¹ **Елеусинов А.И.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0002-0425-6527,
e-mail: armankaznu@mail.ru

¹ **Адилжанова С.А.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1768-064,
e-mail: asaltanat81@gmail.com

¹ **Атаниязова А.С.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0003-1122-6614,
e-mail: aisulu.ataniyazova@gmail.com

³ **Дайырбаева Э.Н.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0002-4255-5456,
e-mail: nurbekkyzyelmira@gmail.com

¹ Өл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

² Новосібір мемлекеттік университеті, Новосібір қ., Ресей

³ Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университет,
Алматы қ., Қазақстан

ТРАНСФОРМЕРЛЕР НЕГІЗІНДЕГІ АНСАМБЛЬ КӨМЕГІМЕН 3D КТ КЕСКІНДЕРІНДЕ ИНСУЛЬТТИ СЕГМЕНТАЦИЯЛАУ

Аңдатпа

Ишемиялық инсульт өлім-жітім мен мүгедектіктің басты себептерінің бірі саналады. Бас миының КТ-суреттеріндегі зақымдалған аймақтарды дәл сегментациялау дер кезінде диагноз қою және клиникалық шешімдер қабылдауда маңызды. Бұл мақалада SE-UNETR және Swin UNETR трансформерлік модельдерін салмақталған дауыс беру арқылы біріктіруге негізделген ансамбльдік әдіс ұсынылады. Бағалау үшін Дайс коэффициенті қолданылды, бұл метрика зақымдану аймақтарының болжамды нәтижелері мен эталондық белгілерінің қиылысу дәрежесін өлшейді. Жалғыз модельдерді пайдаланудан айырмашылығы, ансамбльдік нейрондық желілік тәсілдер бірнеше архитектураның болжамдарын үйлестіре біріктіру арқылы сегментацияның анағұрлым жоғары сенімділігі мен дәлдігін қамтамасыз етеді. Ресей Ғылым академиясының Сібір бөлімшесінің халықаралық томография орталығы ұсынған жедел ишемиялық инсульт диагнозы қойылған 98 пациенттің үшөлшемді КТ-суреттері пайдаланылды. Нәтижелер ұсынылған ансамбльдің жеке модельдерден жоғары өнімділік көрсеткенін дәлелдеді. Дісе коэффициентінің орташа мәні 0.7983 құрап, ишемиялық ошақтарды сегментациялаудағы әдістің жоғары тиімділігін көрсетті. Талдау барысында ансамбльдік әдіс бас миының КТ-суреттеріндегі зақым шекараларын дәлірек анықтап, сегментация қателерін

азайтты. Ұсынылған әдіс инсультпен қатар, медициналық бейнелерді нақтылы талдау қажет болатын басқа да патологияларды автоматтандырылған түрде анықтау жүйелерінде қолданыс таба алады.

Тірек сөздер: UNETR, Swin Transformer, компьютерлік томография, ишемиялық инсульт, тереңдетілген оқыту, сегментация, модельдер ансамблі.

Кіріспе

Ишемиялық инсульт әлем бойынша өлім-жітім мен мүгедектіктің негізгі себептерінің бірі болып қала беретін ең ауыр аурулардың бірі. Жыл сайын миллиондаған адам инсульттің құрбанына айналып, бұл әртүрлі елдердегі денсаулық сақтау жүйесі үшін елеулі мәселе тудырады. Науқастың болжамын айқындайтын негізгі факторлардың бірі диагностика жылдамдығы мен дәлдігі. Инсультті дер кезінде және сапалы диагностикалау тиімді емдеуді бастап, қайтымсыз салдар мен еңбекке қабілеттіліктің жоғалу қаупін едәуір төмендетуге мүмкіндік береді. Соңғы жылдары медициналық кескіндерге негізделген диагностика әдістерін жетілдіру үшін магниттік-резонанстық томография (МРТ) мен компьютерлік томографияны (КТ) терең оқыту [1] сияқты заманауи технологияларды қолдануға айрықша назар аударылуда.

Медициналық визуализация инсультті диагностикалауда шешуші рөл атқарады, ал мисуреттерін сегментациялау – науқастың жағдайын бағалау үдерісіндегі маңызды кезең. Сегментацияның дәстүрлі әдістері, мысалы, шекті мән бойынша фильтрация [2] немесе белсенді контурларды пайдалану [3], ишемиялық инсульт ошақтарын дәл әрі жылдам бөліп көрсету мүмкіндігінде шектеулі, әсіресе 3D кескіндерде.

Соңғы жылдары медициналық кескіндерді сегментациялау саласындағы айтарлықтай жетістік 3D конволюциялық нейрондық желілерді (3D CNN) [4] қолдану, олар томографиялық деректерден кеңістіктік ақпаратты дәлірек алуға мүмкіндік береді. Қазіргі заманғы терең оқыту модельдері, соның ішінде CNN, кең ауқымды міндеттерде қолданыс табуда. Маңызды міндеттердің бірі – 3D медициналық кескіндермен (МРТ және КТ) тиімді жұмыс істей алатын архитектураларды әзірлеу, өйткені кеңістіктік тәуелділіктерді алу дәл диагноз қою үшін аса маңызды. Ең танымал әрі тиімді архитектуралардың бірі – 3D U-Net. 2021 жылдан бері жүргізілген зерттеулерде бұл модель толық конволюциялық желілерге (Fully Convolutional Networks, FCN) және V-Net модельдеріне қарағанда, әсіресе ишемиялық инсультті қоса алғанда күрделі патологияларды сегментациялауда, анағұрлым жоғары дәлдік көрсететіні анықталды [5–10]. Ишемиялық инсультті медициналық кескіндер негізінде диагностикалау дәлдігі мен тұрақтылығын арттыру үшін бірнеше модельдің болжамдарын біріктірудің маңыздылығы айқындалды [11–12].

[13] мақала авторларының еңбегінде контрастсыз КТ-кескіндерде жедел ишемиялық инсульт ошақтарын сегментациялау үшін 3D конволюциялық нейрондық желілерді қолдану қарастырылған. Авторлар медициналық деректерді автоматтандырылған өндеуде терең оқытудың тиімділігін көрсетіп, диагностика дәлдігін арттыру үшін үшөлшемді талдаудың маңыздылығын ерекше атап өтеді. Бұл тәсіл инсультті сегментациялау міндеттерінде 3D CNN қолданудың болашағын растап, ансамбльдік әдістерді одан әрі дамытуға негіз бола алады.

Бірқатар зерттеулерге сәйкес, 3D U-Net архитектурасы әртүрлі масштабтарда кеңістіктік белгілерді алу қабілетінің арқасында кеңінен қолданылады және медициналық кескіндерді сегментациялау үшін ең тиімді модельдердің бірі болады. Дегенмен, ядро өлшемінің тұрақты болуына байланысты кеңістіктік контекстің шектеулі қамту, бейнелер аймақтары арасындағы алыс тәуелділіктерді анықтауда оның тиімділігін төмендетуі мүмкін. Бұл әсіресе ишемиялық инсультті сегментациялауда өзекті, өйткені патологиялық ошақ шекаралары бұлдыр немесе анық емес болуы ықтимал. Бұл шектеуді еңсеру мақсатында соңғы жылдары бастапқыда табиғи тілді өндеу міндеттеріне арналған трансформерлік архитектураларға деген қызығушылық артып келеді. Осы негізде U-тәрізді құрылым мен трансформерлік энкодерді біріктіретін гибриді архитектуралар пайда болды. Мұндай тәсілдің ең танымал өкілдерінің бірі – UNETR

(U-Net with Transformers) моделі, [14] мақала авторлары ұсынған, мұнда энкодер ретінде Vision Transformer (ViT) қолданылады. Бұл тәсіл кескіндерді алдын ала агрегаттауды қажет етпей кеңістіктік белгілерді алуға мүмкіндік береді және сегментация дәлдігін арттырады. Осы идеяның дамуы ретінде Swin UNETR моделі ұсынылды. Ол Swin Transformer негізінде құрастырылған және терезелік өзіндік назар мен белгілердің иерархиялық құрылымын пайдаланады. Swin UNETR ми құрылымдарын сегментациялауда жоғары дәлдік көрсетіп, соңғы зерттеулерге сәйкес [15–17], инсультті автоматтандырылған диагностикалау міндеттерінде қолдануға айтарлықтай әлеуетке ие.

Бұл зерттеудің мақсаты – үшөлшемді КТ-суреттерде ишемиялық инсультті сегментациялауға арналған жоғары дәлдікті әрі тұрақты нейрожелілік модельді әзірлеу. Трансформерлік модельдер ансамблін (SE-UNETR және Swin UNETR) пайдалану жеке модельдерге қарағанда 3D-КТ кескіндерінде ишемиялық инсульт ошақтарын сегментациялауда анағұрлым жоғары дәлдік пен тұрақтылықты қамтамасыз етеді. Осы мақсатқа жету үшін жұмыста ми КТ-кескіндерінде ишемиялық ошақтарды автоматтандырылған 3D-сегментациялауға арналған ансамбльдік тәсіл ұсынылады. Ансамбль екі трансформерлік архитектурадан құралады: SE-UNETR моделі – бұл UNETR-дің модификацияланған нұсқасы, оған Squeeze-and-Excitation блоктары енгізілген; және Swin UNETR архитектурасы, ол терезелік өзіндік назар мен белгілердің иерархиялық құрылымына негізделген. Болжамдарды біріктіру үшін салмақталған дауыс беру механизмі қолданылды, ол модельдердің сенімділік деңгейін ескеріп, соңғы нәтижені қалыптастыруға мүмкіндік береді. Ұсынылған тәсіл ишемиялық инсульт диагнозы расталған 98 науқастың нақты медициналық деректерінде сыналды.

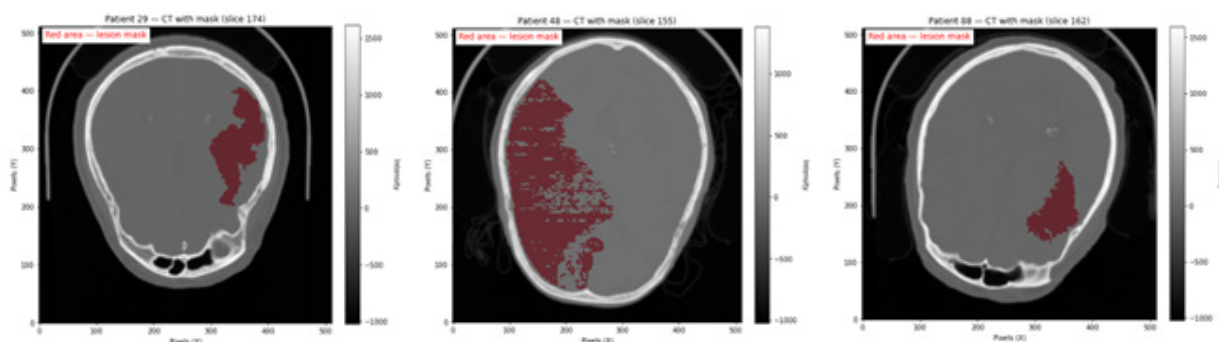
Ұсынылып отырған әдістің жаңашылдығы инсультті контрастсыз КТ-кескіндерде 3D-сегментациялау міндеті үшін трансформерлік модельдер ансамблін жүйелі түрде қолдану мен бағалауда жатыр. Қолданыстағы жұмыстар көбіне жекелеген архитектураларға немесе олардың модификацияларына бағытталса, бұл зерттеу әртүрлі назар механизмдеріне негізделген модельдерді біріктіру сегментация дәлдігін айтарлықтай арттыра алатынын көрсетеді. Ұсынылған зерттеу жұмысы алғаш рет инсультті КТ-кескіндерді сегментациялау міндетінде трансформерлік модельдерді ансамбльдеу тиімділігінің салыстырмалы талдауын жүргізеді. Және осы клиникалық деректер жиынтығында SE-UNETR мен Swin UNETR модельдерінің ансамбліне негізделген тәсілдің тиімділігі бұрын-соңды зерттелмеген. Нақты клиникалық деректер негізінде жүргізілген эксперименттер ұсынылған ансамбльдің тиімділігін растап, жұмыстың түпнұсқалығын айқындайды және медициналық визуализация саласында сенімді шешімдер әзірлеу үшін оның практикалық маңыздылығын атап көрсетеді.

Материалдар мен әдістер

Осы зерттеу үшін жедел ишемиялық инсульт диагнозы қойылған 98 науқастың бас миының КТ-суреттер жиынтығы пайдаланылды. Деректер Philips Ingenuity CT компьютерлік томографиясында алынып, Ресей Ғылым академиясының Сібір бөлімшесінің халықаралық томография орталығы ұсынған [13], бұл олардың жоғары сапасы мен дәлдігін қамтамасыз етеді. Барлық деректер жиынтығы медициналық бейнелеу және нейроғылым саласында стандарт болып табылатын NIfTI [18] форматында сақталған. Әрбір КТ-сурет нақты пациенттің ерекшеліктеріне байланысты 306-дан 505-ке дейінгі срездер сериясынан тұрады. Әр срездің өлшемі 512x512 пиксельді құрайды, бұл талдау үшін жеткілікті деңгейде нақтылықты қамтамасыз етеді. Әрбір срездің қалыңдығы 0,5 мм-ге тең, бұл қазіргі заманғы КТ-сканерлер үшін стандартты параметр болады және сегментация мен талдаудың қажетті дәлдігін қамтамасыз етеді. Сегментацияны радиология және радиациялық терапия саласында 9–13 жыл тәжірибесі бар, PhD дәрежесіне ие екі маман 3D Slicer бағдарламалық жасақтамасын пайдалана отырып жүргізді [19]. Сегментация барысында ишемиялық инсультпен зақымдалған ми аймақтары бөлініп көрсетілді, бұл деректерді диагностика мен сегментация алгоритмдерін оқыту және тестілеу үшін қолдануға мүмкіндік береді. Деректер жиынтығы деп аксиалдық срездердің бірізділігінен тұратын

үшөлшемді КТ-объект түсіндіріледі. Сегментация 3D-объект құрамындағы әр срез бойынша орындалады және нәтижесінде бейнедегі анатомиялық құрылымдар мен патологиялық ошақтарға сәйкес келетін көлемдік маска қалыптасады. Зерттеу барысында жалпы 29 988–49 490 срез өңделді, бұл сегментация моделін құру мен бағалау үшін ауқымды әрі алуан түрлі оқу және тест жиынтығын қамтамасыз етеді.

Деректер құрылымын және белгілеу сапасын көрнекі түрде көрсету мақсатында 1-суретте үш түрлі пациенттің аксиалдық КТ-срезы көрсетілген. Қызыл аймақ тәжірибелі радиологтар жасаған бастапқы сегментацияға сәйкес зақымдану маскасын білдіреді. Мұндай визуализация патологиялық ошақтың орналасуын, сегментация сапасын және суреттің детализация деңгейін бір мезгілде бағалауға мүмкіндік береді, бұл кейінгі модельді оқыту мен тестілеу үшін маңызды.



Сурет 1 – Үш түрлі пациенттің КТ-кескіндері зақымдану аймақтарымен

Инсультті диагностикалау үшін КТ кескіндерімен жұмыс барысында деректердің сапасын жақсартуға және ары қарайғы талдауға қажетті белгілерді бөліп алуға көмектесетін бірқатар алдын ала өңдеу қадамдарын орындау маңызды. Алдын ала өңдеудің негізгі кезеңдері мыналарды қамтиды:

1. Миды бинаризациялау (НВ-BET): Алғашқы кезеңде НВ-BET (Hunt and Bender Brain Extraction Tool) [20] алгоритмі арқылы бас миы аймағы ерекшеленеді. Бұл алгоритм артық құрылымдарды (мысалы, бас сүйек) алып тастап, тек ми бөлігін қалдырады. Алгоритм табалдырықтық сегментацияны қолданады:

$$B(x, y, z) = \begin{cases} 1, & \text{егер } I(x, y, z) \geq T \\ 0, & \text{әйтпесе} \end{cases} \quad (1)$$

мұндағы $I(x, y, z)$ – (x, y, z) нүктесіндегі пиксельдің қарқындылығы, T – кескінді талдау барысында анықталатын табалдырық мәні. Табалдырық мәні T кескіндегі қарқындылықтардың статистикалық сипаттамалары негізінде есептеледі:

$$T = \mu - k \cdot \sigma \quad (2)$$

мұндағы μ – ми аймағы ішіндегі қарқындылықтың орташа мәні, σ – осы мәндердің стандартты ауытқуы, k – эмпирикалық коэффициент.

2. Нөлдік емес аймаққа дейін қиып алу:

Нөлдік мәндері бар және пайдалы ақпарат бермейтін кескін бөліктері жойылады. Барлық остер бойынша нөлдік емес пиксельдердің минималды және максималды координаттары анықталып, кескін сол шекаралар бойынша қиылады.

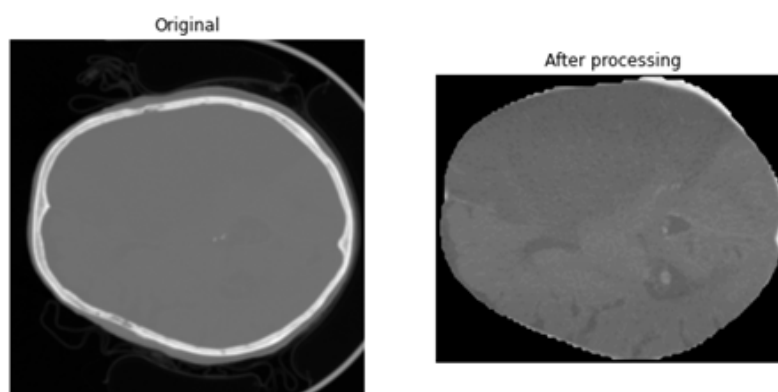
3. Интенсивтілікті нормализациялау: Сканерлеу параметрлеріндегі айырмашылықтарды жою үшін интенсивтілікті минимакс әдісімен $[0, 1]$ диапазонына нормализациялау жүргізіледі [21]:

$$I_{\text{norm}}(x, y, z) = \frac{I(x, y, z) - I_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}} \quad (3)$$

мұндағы $I_{\max}$ және $I_{\min}$ – кескіндегі интенсивтіліктің ең үлкен және ең кіші мәндері.

4. Контрасты теңестіру: Ми құрылымдарының ұсақ немесе әлсіз көрінетін аймақтарын талдау кезінде пайдалы болатын контрастылықты арттыру үшін гистограмма теңестіру әдісі қолданылады.

2-суретте алдын ала өңдеуден кейінгі деректер жиынтығынан алынған бір мысал көрсетілген. Мұнда деректер сапасын арттыруға және әрі қарайғы талдауға қажетті негізгі сипаттамаларды бөліп көрсетуге бағытталған кескінді өңдеу нәтижелерін көруге болады.



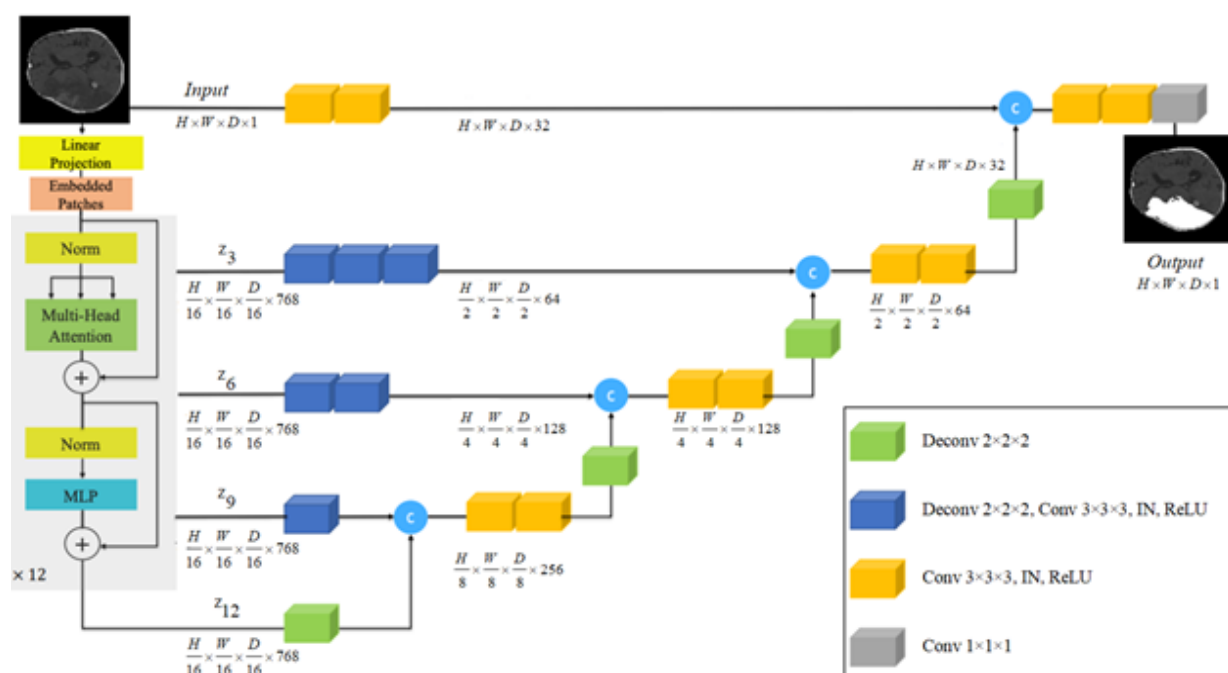
Сурет 2 – Алдын ала өңдеуге дейінгі және кейінгі КТ-кескіндер

Осы зерттеуде ми КТ-кескіндерінде ишемиялық инсульт ошақтарын автоматтандырылған 3D-сегментациялауға арналған ансамбльдік модель архитектурасы ұсынылады. Ұсынылған ансамбль екі трансформерлік модельден – SE-UNETR және Swin UNETR [15] тұрады. Ансамбльдің алғашқы моделі ретінде SE-UNETR пайдаланылады, бұл UNETR трансформер архитектурасының осы зерттеу аясында ми КТ-кескіндерін 3D-сегментациялау үшін әзірленген модификацияланған нұсқасы. Модельдің айрықша ерекшелігі декодтау бөліміне SE-блоктарды [22] енгізу, бұл арналарды бейімделген қайта нормализациялауды қамтамасыз етіп, патологиялық аймақтарды дәлірек бөліп көрсетуге мүмкіндік береді. Әзірленген модификация SE-UNETR деп аталды.

UNETR [14] U-Net пен Vision Transformer (ViT) артықшылықтарын біріктіріп, кескіннің жергілікті де, ғаламдық та белгілерін бір уақытта пайдалануға мүмкіндік береді. UNETR-дің негізгі құрылымы 3-суретте көрсетілген. Модель кірісіне үшөлшемді КТ-кескін ($H \times W \times D \times 1$) беріледі, мұндағы H , W , D сәйкесінше көлемнің биіктігі, ені және тереңдігі. Алғашқы кезеңде кіріс кескіні көлемі $16 \times 16 \times 16$ воксель болатын патчтарға бөлініп, олардың әрқайсысы өлшемділігі 768 белгілер кеңістігіне сызықтық түрде проекцияланады. Бұл ViT-энкодерге кіріс деректерін қалыптастырады.

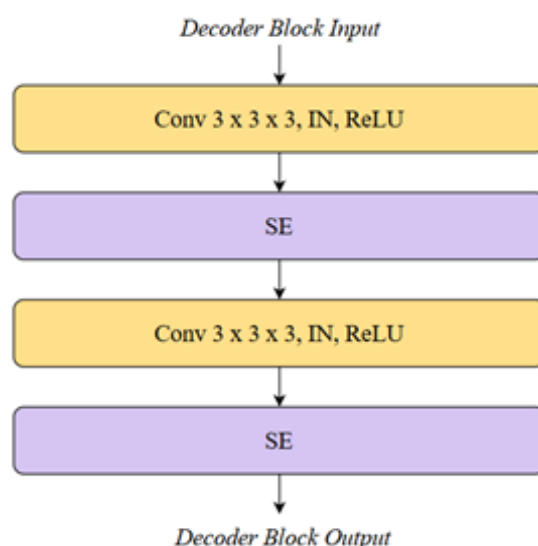
Энкодер 12 трансформер блогынан тұрады, олардың әрқайсысында көпбасты өзіндік назар (Multi-Head Attention) механизмі, нормализация (LayerNorm) және толық байланысқан қабаттар (MLP) бар. Әр үшінші трансформер блогынан кейін (яғни z_3 , z_6 , z_9 , z_{12} қабаттарынан кейін) белгілер алынады, кейін олар декодер бөлігін құру үшін пайдаланылады. Бұл классикалық U-Net-тегі сияқты skip-қосылымдарды қамтамасыз етеді және ерте қабаттардан алынған кеңістіктік ақпаратты сақтауға мүмкіндік береді.

SE-UNETR-дің базалық UNETR-ден басты айырмашылығы – декодердегі әрбір свертка қабатынан кейін SE-блоктарды енгізуінде. Осындай бір декодер блогының егжей-тегжейлі сызбасы 4-суретте көрсетілген.



Сурет 3 – UNETR базалық моделінің архитектурасы

Әрбір декодер блогы дәйекті орналасқан екі 3D-свертка қабатынан (ядролары $3 \times 3 \times 3$) тұрады, олардың артынан Instance Normalization (IN) нормализациясы және ReLU активация функциясы қолданылады. Ең ақпаратты белгілерге селективтілікті арттыру үшін әрбір свертка қабатынан кейін арналарды бейімделген қайта нормализациялауды орындайтын Squeeze-and-Excitation (SE) блогы [22] енгізіледі. Мұндай блоктар модельге инсульттің әлсіз білінетін, көмескі немесе ұсақ ошақтары сияқты ерекшеліктеріне бейімделе отырып, ең маңызды белгілер арналарға назар аударуға мүмкіндік береді.

Сурет 4 – Декодер бөлігіне SE блоктары енгізілген
ұсынылған SE-UNETR моделінің архитектурасы

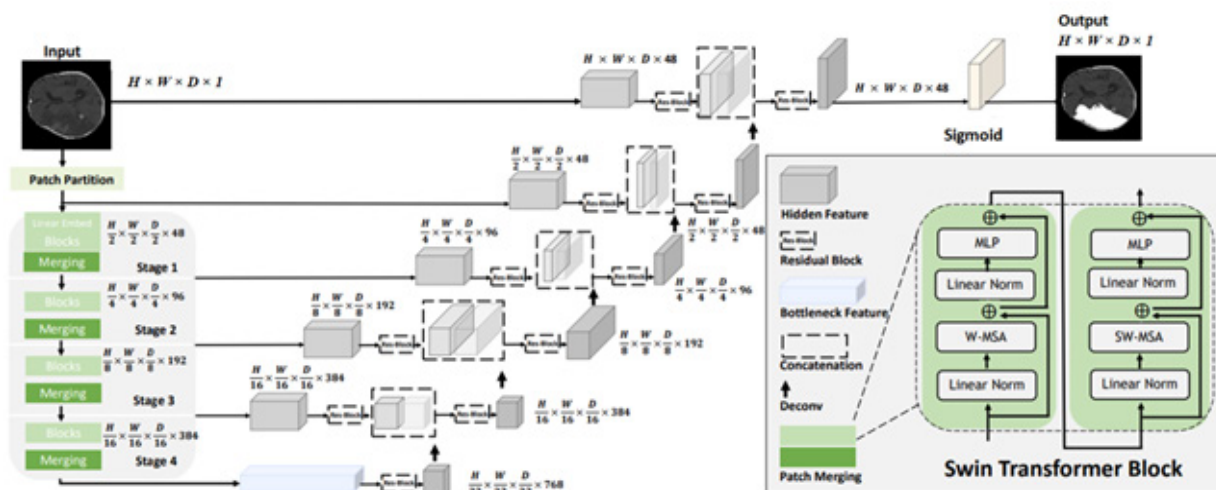
SE-блоктардан кейін шығыс тензоры декодердің келесі деңгейіне беріледі, мұнда транспонирленген свертка операциясы орындалып, энкодерден алынған сәйкес белгілермен бірік-

тіріледі. Соңғы кезеңде модель арналар санын 1-ге дейін азайту үшін $1 \times 1 \times 1$ свертка қабатын қолданады, бұл бинарлы сегментация маскасына (ошақ / ошақ емес) сәйкес келеді. Нәтижелік болжам картасы бастапқы кескінмен бірдей өлшемге ие: $(H \times W \times D \times 1)$.

Ансамбльдің екінші әдісі ретінде үшөлшемді медициналық сегментацияға арналған Swin-UNETR [15] архитектурасы қолданылды. Ол Swin Transformer мен U-Net-тәрізді декодердің артықшылықтарын біріктіреді. Классикалық UNETR ғаламдық назарға (ViT) негізделсе, Swin-UNETR локализацияланған терезелік назар механизмдерін (Window-based Multi-Head Self-Attention, W-MSA) қолданады. Бұл жергілікті де, ғаламдық та тәуелділіктерді тиімді ескеруге мүмкіндік береді, әрі есептеу жүктемесін азайтады. Модель кіріс ретінде өлшемі $(H \times W \times D \times 1)$ болатын үшөлшемді деректерді қабылдайды, олар бір арналы MPT көлеміне сәйкес келеді. Алғашқы кезеңде кескін өзара қиылыспайтын 3D патчтарға бөлінеді, олар өлшемділігі 48 болатын белгілер кеңістігіне проекцияланады. Кейін патчтар төрт кезеңді энкодерде тізбекті түрде өңделеді, мұнда блоктардың тереңдігі (2, 2, 2, 2), ал назар басшыларының саны сәйкесінше (3, 6, 12, 24) болатын Swin Transformer – блоктары қолданылады. Кезеңдер арасында Patch Merging операциясы қолданылады, ол кеңістіктік рұқсаттаманы азайтып, арналар санын арттыра отырып, иерархиялық көрініс қалыптастырады. Әр кезеңнің шығыстары сақталып, U-Net-тәрізді skip-қосылымдар арқылы декодерге беріледі.

Декодер транспонирленген свертка блоктарын қамтиды, олар кеңістіктік рұқсаттаманы қалпына келтіріп, объектілердің локализациясын нақтылайды. Соңғы қабат белгілерді шығыс картасына $(H \times W \times D \times 1)$ түрлендіреді. Шығыста сигмоида қолданылады, бұл нәтижені воксельдің мақсатты класқа тиістілік ықтималдығы ретінде интерпретациялауға мүмкіндік береді.

5-суретте Swin-UNETR архитектурасының құрылымы көрсетілген: ол төрт кезеңді энкодерден (Swin Transformer негізінде), U-Net-тәрізді декодерден (skip-қосылымдармен) және бинарлы сегментацияға арналған шығыс қабатынан тұрады. Модель DiceLoss функциясын $\text{sigmoid}=\text{True}$ параметрімен пайдалана отырып оқытылды, бұл бинарлы сегментацияда теңгерімсіз деректермен тиімді жұмыс істеуге мүмкіндік береді.



Сурет 5 – Swin-UNETR архитектурасы

Ансамбльді қолдану әрбір жеке модельдің мықты жақтарын біріктіріп, соңғы нәтижені тұрақты етуге мүмкіндік береді. Бұл клиникалық контексте ерекше маңызды, себебі болжамдардың сенімділігі мен тұрақтылығы сыни мәнге ие. Жеке модельге қарағанда ансамбль бірнеше тәуелсіз үлгінің шешімдерін келісу арқылы қате сегментация ықтималдығын төмендетеді.

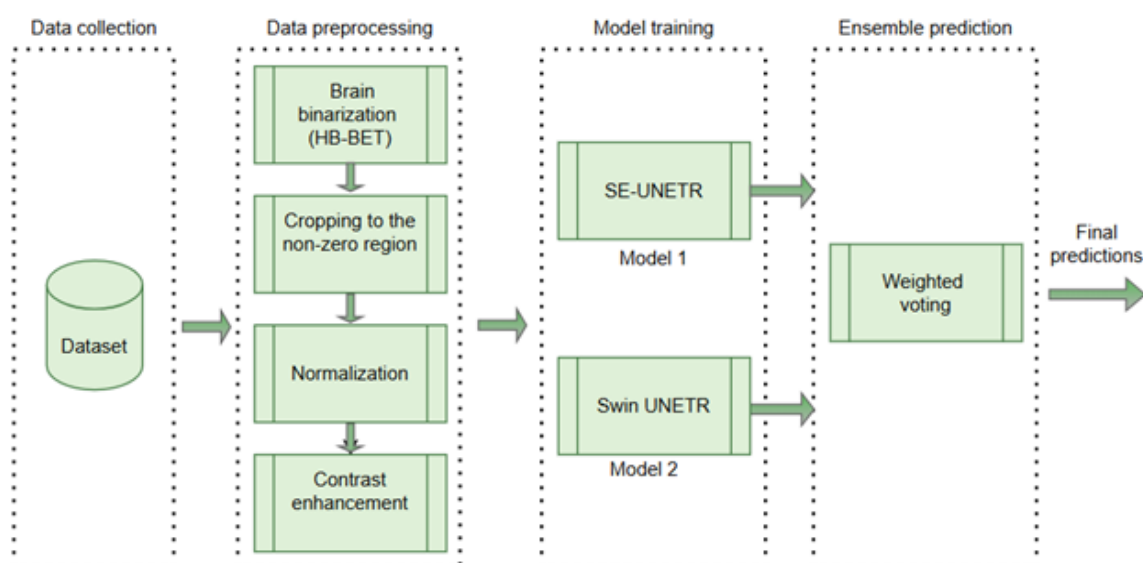
Ансамбль салмақталған дауыс беру әдісі арқылы құрылады, мұнда соңғы болжам барлық модельдердің болжамдары негізінде, олардың сенімділік коэффициенттерін ескере отырып есептеледі. Бұл жағдайда сенімділік коэффициенттері ретінде Dice коэффициенттері қол-

данылады, олар әрбір жеке модельдің валидациялық деректер жиынтығындағы дәлдігін көрсетеді. Ансамбльдің P_{ens} болжамы келесі формула бойынша есептеледі:

$$P_{ens} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i}{\sum_{j=1}^N D_j} \right) \cdot P_i \quad (4)$$

мұндағы N – ансамбльдегі модельдер саны (бұл жағдайда $N = 2$), P_i – i -ші модельдің болжамы, D_i – i -ші модель үшін валидациялық деректер жиынтығында есептелген Dice коэффициенті.

Осы зерттеуде ишемиялық инсультті сегментациялау жалпы процесі төрт бірізді кезең түрінде ұсынылған: деректерді жинау, алдын ала өңдеу, модельдерді оқыту және болжамдарды ансамбльдеу. 6-суретте ұсынылған тәсілдің сызбасы көрсетілген. Бұл сызба ансамбльдік модельді құрудың толық циклін, бастапқы бейнелерді дайындаудан бастап соңғы болжамға дейінгі процесті, бейнелейді және процесті көрнекі түрде түсінуге мүмкіндік береді.



Сурет 6 – Медициналық бейнелерді сегментациялауға арналған модельдер ансамблін құру процесі

Нәтижелер мен талқылау

Оқыту ұсынылған трансформерге негізделген модельдер ансамблі SE-UNETR және Swin UNETR көмегімен жүргізілді. Әрбір модель Adam оптимизаторы [23] арқылы, оқу жылдамдығы $1e-4$ параметрімен оқытылды. Барлық желі параметрлері (SE-UNETR және Swin UNETR) PyTorch кітапханасында әдепкі түрде инициализацияланды. Деректер жиыны 80:20 қатынасында оқыту және тест жиынтығына бөлінді. Оқытуды оңтайландыру үшін шығын функциясы ретінде бинарлық кроссэнтропия, ал сегментация сапасын бағалау үшін Дайс коэффициенті қолданылды.

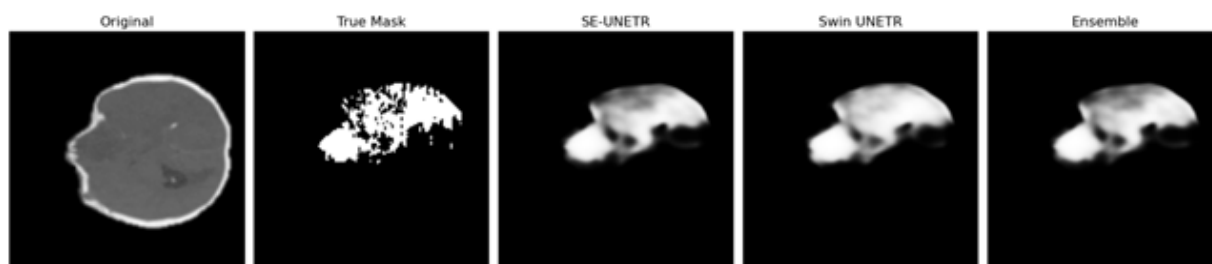
Модельдер Python 3.11.13 тілінде жүзеге асырылды, PyTorch 2.6.0+cu124 фреймворкі мен MONAI 1.5.0 кітапханасы пайдаланылды. Бейнелерді алдын ала өңдеу және онымен жұмыс істеу үшін NumPy 2.0.2 және NiBabel 5.3.2, ал визуализация үшін Matplotlib 3.10.0 қолданылды. Оқыту процесі Google Colab Pro+ ортасында, CUDA 12.4 қолдайтын NVIDIA A100 графикалық процессорында орындалды [24].

Ұсынылған модельдер ансамблінің тиімділігін бағалау нәтижелері 1-кестеде келтірілген. Ең жоғары Dice коэффициенті SE-UNETR және Swin UNETR ансамблін қолдану кезінде 0.7983 мәніне жетті. Бұл әртүрлі архитектуралардың болжамдарын біріктіру сегментацияның дәлдігін арттыратынын көрсетеді.

Кесте 1 – Салыстырмалы талдау

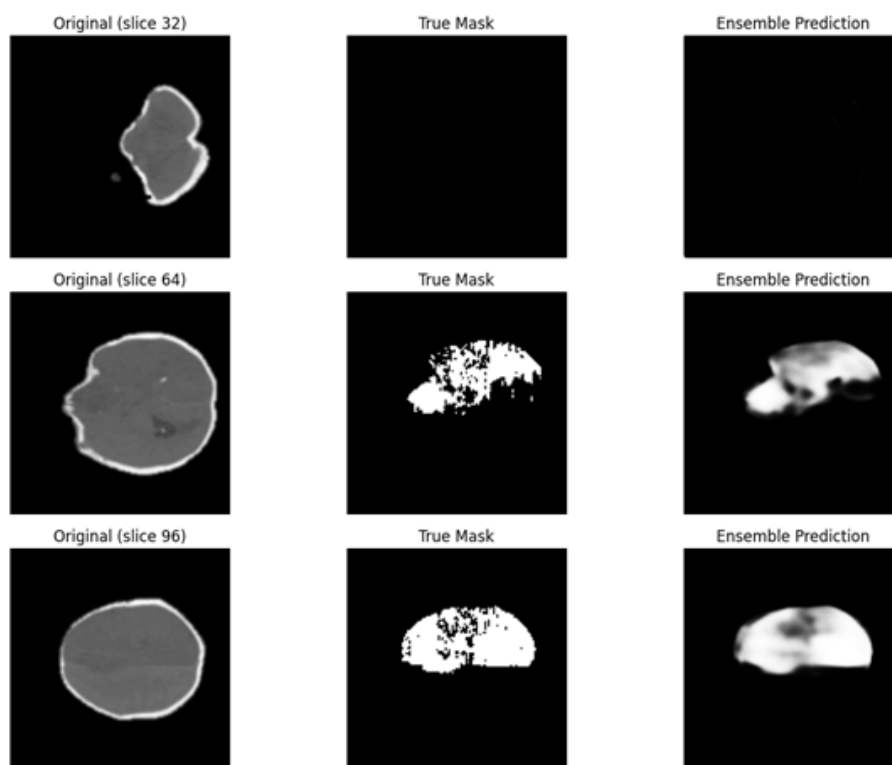
Модель	Sensitivity (%)	Specificity (%)	Precision (%)	Dice
Se-unetr	87.30	99.99	94.31	0.7835
Swin unetr	85.40	99.96	86.58	0.7667
Ensemble	89.75	99.99	94.91	0.7983

7-суретте ишемиялық инсульт ошағын сегментациялау нәтижелерінің визуалды салыстыруы берілген. Сегментация SE-UNETR, Swin UNETR модельдері және олардың ансамблі арқылы орындалды. Бірінші бағанда бастапқы КТ-бейне, екінші бағанда қолмен белгіленген шынайы маска көрсетілген, ал келесі бағандарда екі жеке модельдің және ансамбльдің соңғы болжамдары берілген. Ансамбльдік болжам патологиялық аймақты анағұрлым толық әрі анық қамтиды, бұл оны жеке модельдермен салыстырғанда тиімдірек етеді.



Сурет 7 – КТ-бейнесіндегі ишемиялық ошақты сегментациялау нәтижелерінің визуалды салыстыруы

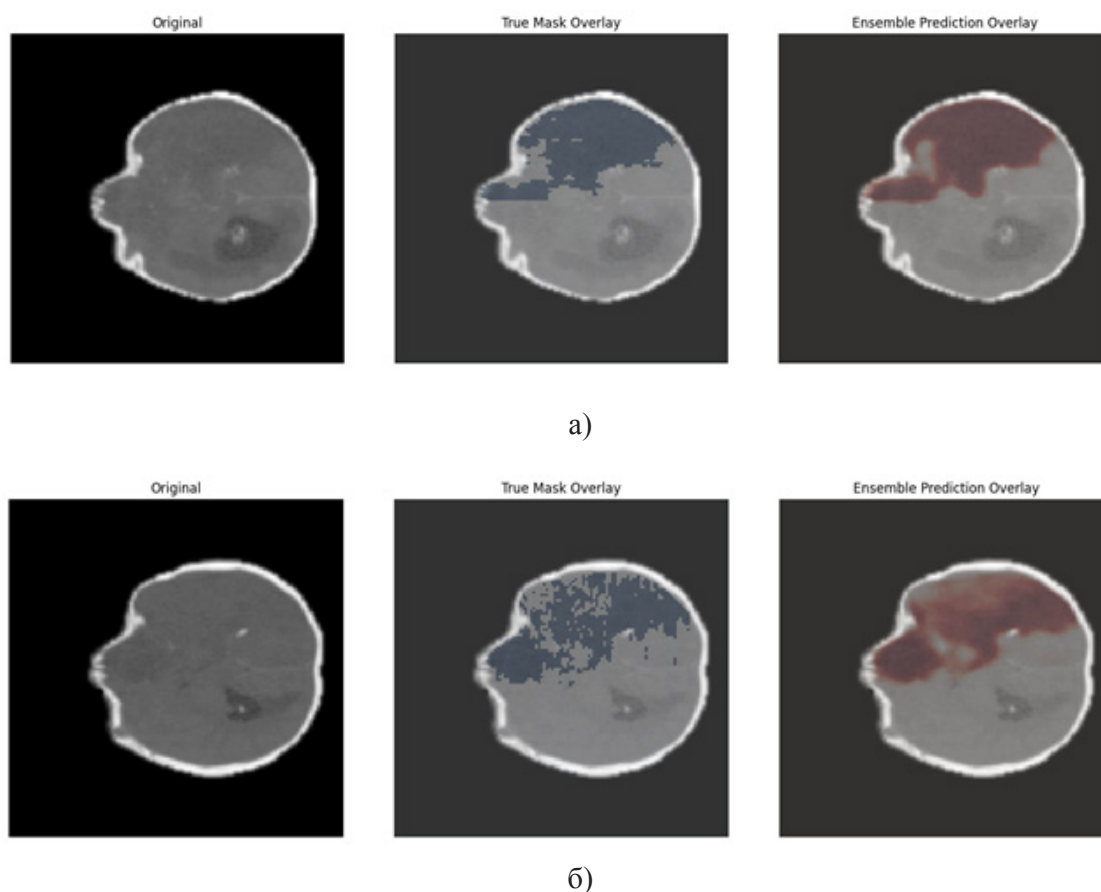
8-суретте эталондық сегментация маскалары мен SE-UNETR және Swin UNETR модельдерінің ансамблі арқылы алынған нәтижелердің салыстыруы көрсетілген.



Сурет 8 – Ансамбль болжамдарының үш түрлі 3D КТ-срездерде салыстырылуы

Талдау үшін ми КТ-сканерлеуінің үш сипаттамалық срезі тандалды: бастапқы (32-срез), ортаңғы (64-срез) және соңғы (96-срез). Бұл модельдің болжамын әртүрлі кезеңдерінде тұрақтылығын бағалауға мүмкіндік береді. Бірінші бағанда мидың анатомиялық құрылымын көрсететін бастапқы КТ-срездер берілген. Екінші бағанда ишемиялық зақымдану аймақтарына сәйкес келетін, сарапшылар белгілеген шынайы маскалар ұсынылған. Үшінші бағанда ансамбльдік модель арқылы алынған болжамдар көрсетілген. Көріп отырғанымыздай, модель зақымданған аймақтарды тиімді анықтап, инсульт ошағының формасы мен орналасуын дәл қайталайды. Ансамбльдік модельдің шу мен артефактілерге төзімділігін, сондай-ақ жалпылау қабілетін көрсетеді. Бұл клиникалық деректерді өңдеуде сегментацияның жоғары сапасы мен ансамбльдік тәсілдің сенімділігін дәлелдейді.

9-суретте екі түрлі пациенттің ишемиялық инсультін сегментациялау нәтижелерінің көрнекі визуализациясы көрсетілген. Әрбір қатар бір КТ-срезге сәйкес келеді және үш бағаннан тұрады: бірінші баған бастапқы КТ-бейне, екінші баған сарапшылар белгілеген шынайы маска (көк түспен), үшінші баған ансамбльдік модельдің болжамы (қызыл түспен).



Сурет 9 – Ишемиялық инсультті сегментациялау мысалдары (а, б)

Бұл мысалдар модельдің ишемиялық ошақтардың әртүрлі орналасуы мен формалары жағдайында тұрақты жұмыс істейтінін көрсетеді. Бірінші жағдайда модель шынайы белгілерге ұқсас ауқымды зақымдалу аймағын дәл анықтайды. Екінші жағдайда болжанған және шынайы маскалардың сапалы қабаттасуы байқалады, әсіресе орталық және маңдай бөлігінде. Бұл визуализациялар ансамбльдік модельдің әртүрлі пациенттерде ишемиялық ошақтарды дәл анықтай алатынын, олардың формасы мен орналасуын эталондық белгілерге сәйкес қайта шығаратынын растайды. Мұндай нәтиже оның клиникалық әлеуетін және КТ-бейнелерді автоматтандырылған талдау тәжірибесінде қолданылу мүмкіндігін айқындайды.

Бақылау тәжірибесі ретінде [13] зерттеу жұмысында ұсынылған нәтижелермен салыстыру жүргізілді. Ол зерттеуде ишемиялық зақымдарды сегментациялау үшін 3D конволюциялық нейрондық желі қолданылған. Дұрыс салыстыруды қамтамасыз ету үшін дәл осы зерттеуде пайдаланылған КТ-мәліметтер жиынтығы пайдаланылды. Алынған нәтижелер ұсынылған ансамбльдік тәсілдің [13] әдісіне қарағанда патологиялық ошақтарды дәлірек сегментациялайтынын көрсетті.

Қосымша түрде бір архитектурадағы үш 3D U-Net модельдерінен құралған баламалы ансамбль іске асырылып, тестілеуден өткізілді. Негізгі айырмашылық олардың салмақтарының әртүрлі кездейсоқ инициализациясында болды, бұл оқыту процесінің стохастикалық сипаты есебінен болжамдардың әртүрлілігін қамтамасыз етті. Мұндай ансамбльдер оқыту кезінде туындайтын кездейсоқ флуктуациялардың әсерін азайтып, шамадан тыс үйрену қаупін төмендетеді. Бұл медициналық кескіндермен жұмыс істегенде өте маңызды, өйткені олар жоғары вариативтілікке және деректер көлемінің шектеулігіне ие. Дегенмен, бұл ансамбль SE-UNETR мен Swin UNETR модельдерін қамтитын трансформерлік ансамбльге қарағанда төмен нәтиже көрсетті. Жеке 3D U-Net модельдері үшін Dice коэффициенттері 0.7132, 0.7145 және 0.7018 құрады, ал олардың ансамблі үшін Dice 0.7253 болды. Бұл ұсынылған трансформерлік ансамбльдің нәтижесінен (0.7983) төмен. Маңыздысы, екі ансамбль де ишемиялық инсульт расталған 98 нақты пациенттің бірдей КТ-мәліметтерінде оқытылды. Мұндай тәсіл салыстырудың объективтілігін қамтамасыз етіп, әртүрлі архитектуралардың тиімділігін дәлірек бағалауға мүмкіндік береді.

Жинақталған нәтижелер 2-кестеде келтірілген. Онда ишемиялық инсультті сегментациялау үшін әртүрлі нейрондық желілер архитектурасының салыстырмалы талдауы берілген. Атап айтқанда, ұсынылған SE-UNETR + Swin UNETR ансамблі (салмақталған дауыс беруімен), баламалы 3D U-Net ансамблі, сондай-ақ бұрын жарияланған шешімдер: SE-Res 3D U-Net [13], METrans трансформерлік модель [25], және модификацияланған 3D U-Net [26] нәтижелері қамтылған. Кестеден көріп тұрғандай, ұсынылған тәсіл Dice коэффициентінің ең жоғары мәнін көрсетіп, КТ-бейнелердегі ишемиялық ошақтарды автоматты сегментациялау кезінде жоғары дәлдігі мен тиімділігін дәлелдейді. Дайс коэффициентінің мәні айтарлықтай артқаны жасалған модельдің сегментацияны дәлірек жүргізіп, патологиялық аймақтарды жақсырақ анықтай алатынын көрсетеді. Алынған нәтижелер медициналық бейнелерді талдау міндеттерінде терең оқытуға негізделген ансамбльдік архитектураларды қолданудың жоғары тиімділігін дәлелдейді.

Кесте 2 – Сегментация нәтижелерінің салыстырмалы талдауы

Дереккөз	Әдіс	Dice Coefficient	Sensitivity (%)	Specificity (%)	Precision (%)
Ұсынылған әдіс	Ensemble UNETR + Swin UNETR (weighted voting)	0.798	89.75	99.99	94.91
Тестіленген балама әдіс (осы зерттеу жұмысында)	Ensemble 3D U-Net (weighted voting)	0.725	61.59	99.72	74.37
Dobshik, 2023 [13]	SE-Res 3D U-Net	0.628	69.9	99.7	61.9
Wang, 2022 [25]	METrans (Transformer-based model)	0.670	64.0	-	72.0
Omarov, 2022 [26]	Modified 3D U-Net	0.580	60.0	-	68.0

Қорытынды

Осы зерттеуде бас мианың КТ-суреттерінде ишемиялық инсульт ошақтарын автоматтандырылған түрде сегментациялау үшін SE-UNETR және Swin UNETR модельдерін біріктіретін трансформерлік ансамбль ұсынылды. Әдіс нақты клиникалық деректерде жоғары дәлдікті көрсетті, Дайс коэффициентінің мәні 0.7983-ке жетті.

Болжамдарды визуалды талдау ансамбльдің жеке модельдерге тән қателіктерді азайтып, патологиялық аймақтардың шекараларын дәлірек қалпына келтіретінін растады. Алынған нәтижелер ұсынылған тәсілдің инсультті және басқа да патологиялық өзгерістерді нақты локализациялауды талап ететін ауруларды автоматтандырылған диагностикалау міндеттерінде қолдану әлеуетін көрсетеді.

Алдағы уақытта әдісті дамыту күрделі ансамбльдеу стратегияларын енгізу және модельдердің интерпретациялануына баса назар аудару арқылы жүзеге асырылмақ. Бұл болжамдарды клиникалық мамандар үшін айқынырақ әрі түсініктірек етіп, жасанды интеллект жүйелеріне деген сенімділікті арттыруға және олардың медициналық тәжірибеде қолданылуын кеңейтуге мүмкіндік береді.

Ұсынылған нәтижелер медициналық сегментация міндеттерінде трансформерлік архитектуралар мен ансамбльдік стратегияларды қолданудың тиімділігін дәлелдейді. Жасалған тәсіл инсульт диагностикасын автоматтандыруға және медициналық көмектің сапасын арттыруға бағытталған клиникалық қолданысқа жарамды шешімдерді әзірлеудің негізі бола алады.

Қаржыландыру туралы ақпарат: Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (Грант № AP26195405).

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Bakator, M., & Radosav, D. Deep learning and medical diagnosis: A review of literature. *Multimodal Technologies and Interaction*, 2(3), 47 (2018). <https://doi.org/10.3390/mti2030047>
- 2 Zhu, S., Xia, X., Zhang, Q., & Belloulata, K. An image segmentation algorithm in image processing based on threshold segmentation. *Proceedings of the Third International IEEE Conference on Signal-Image Technologies and Internet-Based Systems*, Shanghai, China, 673–678 (2007). <https://doi.org/10.1109/SITIS.2007.116>
- 3 Chen, X., Williams, B.M., Vallabhaneni, S.R., Czanner, G., Williams, R., & Zheng, Y. *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 11632–11640 (2019).
- 4 Khan, M.Z., Gajendran, M.K., Lee, Y., & Khan, M.A. Deep neural architectures for medical image semantic segmentation: Review. *IEEE Access*, 9, 83002–83024 (2021). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3086530>.
- 5 Tursynova, A., & Omarov, B. 3D U-Net for brain stroke lesion segmentation on ISLES 2018 dataset. *Proceedings of the 16th International Conference on Electronics Computer and Computation (ICECCO)*, Kazakhstan, 1–4 (2021). <https://doi.org/10.1109/ICECCO53203.2021.9663825>.
- 6 Khan, W.R., Madni, T.M., Janjua, U.I., Javed, U., Khan, M.A., Alhaisoni, M., Tariq, U., & Cha, J.-H. A hybrid attention-based residual U-Net for semantic segmentation of brain tumor. *Computers, Materials & Continua*, 76(1), 647–664 (2023). <https://doi.org/10.32604/cmc.2023.039188>.
- 7 Zhang, B., Qiu, S., & Liang, T. Dual attention-based 3D U-Net liver segmentation algorithm on CT images. *Bioengineering*, 11, 737 (2024). <https://doi.org/10.3390/bioengineering11070737>.
- 8 Siddique, N., Paheding, S., Elkin, C.P., & Devabhaktuni, V. U-Net and its variants for medical image segmentation: A review of theory and applications. *IEEE Access*, 9, 82031–82057 (2021). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3086020>.
- 9 Pinheiro, G.R., Voltoline, R., Bento, M., & Rittner, L. V-Net and U-Net for ischemic stroke lesion segmentation in a small dataset of perfusion data. In: *Brainlesion: Glioma, Multiple Sclerosis, Stroke and Traumatic Brain Injuries (BrainLes 2018)*. Cham: Springer, 301–309 (2019).

- 10 Atika, L., Nurmaini, S., Partan, R.U., & Sukandi, E. Image segmentation for mitral regurgitation with convolutional neural network based on U-Net, ResNet, V-Net, FractalNet, and SegNet: A preliminary study. *Big Data and Cognitive Computing*, 6(4), 141 (2022). <https://doi.org/10.3390/bdcc6040141>.
- 11 Amirgaliyev, Y.N., Buribayev, Z.A., Melis, Z.M., & Ataniyazova, A.S. On one approach to recognizing fuzzy images of faces based on an ensemble. *Proceedings of the 25th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC)* (2021). <https://doi.org/10.1109/CSCC53858.2021.00011>.
- 12 Berikov, V.B., & Cherikbayeva, L.S. Searching for optimal classifier using a combination of cluster ensemble and kernel method. *CEUR Workshop Proceedings*, 2098, 45–60 (2018).
- 13 Dobshik, A.V., Verbitskiy, S.K., Pestunov, I.A., Sherman, K.M., Sinyavskiy, Y.N., Tulupov, A.A., & Berikov, V.B. Acute ischemic stroke lesion segmentation in non-contrast CT images using 3D convolutional neural networks. *Computer Optics*, 47(5), 770–777 (2023). <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-1233>.
- 14 Hatamizadeh, A., Tang, Y., Nath, V., Yang, D., Myronenko, A., Landman, B., Roth, H., & Xu, D. UNETR: Transformers for 3D medical image segmentation. *Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)* (2022). <https://doi.org/10.1109/WACV51458.2022.00109>.
- 15 Hatamizadeh, A., Yang, D., Roth, H.R., & Xu, D. Swin UNETR: Swin transformers for semantic segmentation of brain tumors in MRI images. *arXiv preprint arXiv:2201.01266* (2022). <https://arxiv.org/abs/2201.01266>.
- 16 Tang, Y., Yang, D., Li, W., Roth, H.R., Landman, B., & Xu, D. Self-supervised pre-training of Swin transformers for 3D medical image analysis. *arXiv preprint arXiv:2111.14791* (2022).
- 17 Zhao, W., Li, Y., Lin, S., et al. 3D medical image segmentation using hybrid Swin transformers: A comparative study. *Medical Imaging with Deep Learning (MIDL)* (2023).
- 18 Sriramakrishnan, P., Kalaiselvi, T., Padmapriya, S.T., Shanthi, N., Ramkumar, S., & Kalaichelvi, N. An medical image file formats and digital image conversion. *International Journal of Engineering and Advanced Technology*, 9(1S3), 74–78 (2019).
- 19 Wang, Y., Wang, H., Shen, K., Chang, J., & Cui, J. Brain CT image segmentation based on 3D slicer. *Journal of Complexity in Health Sciences*, 3(1), 34–42 (2020). <https://doi.org/10.21595/chs.2020.21263>.
- 20 Kleesiek, J., Urban, G., Hubert, A., Schwarz, D., Maier-Hein, K., Bendszus, M., & Biller, A. Deep MRI brain extraction: A 3D convolutional neural network for skull stripping. *NeuroImage*, 129, 460–469 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2016.01.024>.
- 21 Lima, F.T., & Souza, V.M.A. A large comparison of normalization methods on time series. *Big Data Research*, 34, 100407 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.bdr.2023.100407>.
- 22 Jin, X., Xie, Y., Wei, X.-S., Zhao, B.-R., & Chen, Z.-M. Delving deep into spatial pooling for squeeze and excitation networks. *Pattern Recognition*, 121, 108159 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2021.108159>.
- 23 Ogundokun, R.O., Maskeliunas, R., Misra, S., & Damaševičius, R. Improved CNN based on batch normalization and Adam optimizer. In: *International Conference on Computational Science and Its Applications*. Cham: Springer, 593–604 (2022). https://doi.org/10.1007/978-3-031-10545-6_43.
- 24 Choquette, J., Gandhi, W., Giroux, O., Stam, N., & Krashinsky, R. NVIDIA A100 Tensor Core GPU: Performance and innovation. *IEEE Micro*, 41(2), 29–35 (2021). <https://doi.org/10.1109/MM.2021.3053039>.
- 25 Wang, J., Wang, S., & Liang, W. METrans: Multi-encoder transformer for ischemic stroke segmentation. *Electronics Letters*, 58, 340–342 (2022). <https://doi.org/10.1049/ell2.12444>.
- 26 Omarov, M., Ibragimov, M., Kaldybekov, K., & Aytmahanov, M. Modified 3D U-Net for brain stroke lesion segmentation on computed tomography images. *Computers*, 11, 23 (2022). <https://doi.org/10.3390/computers11020023>.

¹ Черикбаева Л.Ш.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-8948-4205,

e-mail: cherikbayeva.lyailya@gmail.com

² Бериков В.Б.,

д.т.н., профессор, ORCID ID: 0000-0002-5207-9764,

e-mail: berikov@math.nsc.ru

^{1*} Мелис З.М.,

докторант, ORCID ID: 0000-0003-4244-8121,

e-mail: melis.zarina98@gmail.com

¹ Елеусинов А.И.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-0425-6527,

e-mail: armankaznu@mail.ru

¹ Адилжанова С.А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1768-064,

e-mail: asaltanat81@gmail.com

¹ Атаниязова А.С.,

докторант, ORCID ID: 0000-0003-1122-6614,

e-mail: aisulu.ataniyazova@gmail.com

³ Дайырбаева Э.Н.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-4255-5456,

e-mail: nurbekkyzyelmira@gmail.com

¹ КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

² Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия

³ КазНУ им. К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан

АНСАМБЛЕВАЯ МОДЕЛЬ НА ОСНОВЕ ТРАНСФОРМЕРОВ ДЛЯ СЕГМЕНТАЦИИ ИШЕМИЧЕСКОГО ИНСУЛЬТА НА 3D КТ

Аннотация

Ишемический инсульт является одной из основных причин смертности и инвалидности. Точная сегментация пораженных областей на КТ-снимках головного мозга имеет решающее значение для своевременной диагностики и принятия клинических решений. В данной работе предлагается ансамблевая методика, основанная на объединении моделей трансформеров SE-UNETR и Swin UNETR с помощью взвешенного голосования. Для оценки качества использовался коэффициент Дайса, метрика, измеряющая степень пересечения предсказанных областей поражения с эталонной разметкой. В отличие от использования одиночных моделей, ансамблевые нейросетевые подходы обеспечивают более высокую надежность и точность сегментации за счет согласованного объединения предсказаний нескольких архитектур. Были использованы трехмерные КТ-снимки 98 пациентов с острым ишемическим инсультом, предоставленные Международным центром томографии Сибирского отделения Российской академии наук. Результаты подтвердили, что предложенный ансамбль демонстрирует более высокую производительность по сравнению с отдельными моделями. Среднее значение коэффициента Дайса составило 0.7983, что свидетельствует о высокой эффективности метода при сегментации ишемических очагов. Анализ показал, что ансамблевая методика позволяет более точно определять границы поражений на КТ-снимках головного мозга и снижает ошибки сегментации. Предложенный подход может быть применен не только для инсульта, но и для других патологий, требующих точного анализа медицинских изображений в автоматизированных системах диагностики.

Ключевые слова: UNETR, Swin Transformer, компьютерная томография, ишемический инсульт, глубокое обучение, сегментация, ансамбль моделей.

¹ **Cherikbayeva L.Ch.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-8948-4205,

e-mail: cherikbayeva.lyailya@gmail.com

² **Berikov V.B.,**

Dr. Tech. Sc., Professor, ORCID ID: 0000-0002-5207-9764,

e-mail: berikov@math.nsc.ru

^{1*} **Melis Z.M.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0003-4244-8121,

e-mail: melis.zarina98@gmail.com

¹ **Yeleussinov A.I.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0002-0425-6527,

e-mail: armankaznu@mail.ru

¹ **Adilzhanova S.A.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1768-064,

e-mail: asaltanat81@gmail.com

¹ **Ataniyazova A.S.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0003-1122-6614,

e-mail: aisulu.ataniyazova@gmail.com

³ **Daiyrbayeva E.N.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0002-4255-5456,

e-mail: nurbekkyzyelmira@gmail.com

¹ Al Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

³ Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

TRANSFORMER BASED ENSEMBLE FOR ISCHEMIC STROKE SEGMENTATION ON 3D CT SCANS

Abstract

Ischemic stroke is one of the leading causes of mortality and disability. Accurate segmentation of damaged regions in brain CT images is critical for timely diagnosis and clinical decision-making. In this study, an ensemble approach is proposed, combining SE-UNETR and Swin UNETR transformer models via weighted voting. The Dice coefficient was used for evaluation, measuring the overlap between predicted lesion regions and reference annotations. Unlike single-model approaches, ensemble neural network methods provide higher reliability and segmentation accuracy by integrating predictions from multiple architectures. Three-dimensional CT scans of 98 patients with acute ischemic stroke, provided by the International Tomography Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, were used. The results demonstrated that the proposed ensemble outperforms individual models. The average Dice coefficient was 0.7983, indicating the high effectiveness of the method in segmenting ischemic lesions. Analysis showed that the ensemble approach more accurately delineates lesion boundaries in brain CT images and reduces segmentation errors. The proposed method can be applied not only to stroke but also to other pathologies requiring precise medical image analysis in automated diagnostic systems.

Keywords: UNETR, Swin Transformer, computed tomography (CT), ischemic stroke, deep learning, segmentation, model ensemble.

Received: September 18, 2025; accepted: October 18, 2025.

УДК 004.934
МРНТИ 28.23.37

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-52-67>

¹**Ахмедиярова А.Т.,**

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0003-4439-7313,

e-mail: a.akhmediyarova@satbayev.university

^{1*}**Алибиева Ж.М.,**

PhD, ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0001-9565-5621,

*e-mail: zh.alibiyeva@satbayev.university

²**Оралбекова Д.О.,**

PhD, м.н.с., ORCID ID: 0000-0003-4975-6493,

e-mail: dinaoral@mail.ru

¹**Наурызбаева А.И.,**

ст. преподаватель, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X

e-mail: a.nauрызbaeva@satbayev.university

³**Касымова Д.Т.,**

PhD, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X,

e-mail: d.kassymova@alt.edu.kz

¹Казахский национальный исследовательский
технический университет им. К.И. Сатпаева,

г. Алматы, Казахстан

²Институт информационных и вычислительных технологий,

г. Алматы, Казахстан

³ALT Университет им. М. Тынышпаева,

г. Алматы, Казахстан

ГИБРИДНЫЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ТОНАЛЬНОСТИ ЦИТИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Аннотация

Анализ тональности научных текстов, включая цитирования, активно развивается, позволяя выявлять эмоциональную окраску ссылок и их влияние на научный дискурс. Настоящее исследование направлено на разработку и оценку гибридного подхода, интегрирующего лингвистические правила (анализ частей речи, синтаксических зависимостей и отрицаний) с алгоритмами машинного обучения (SVM, RF, NB, J48) для классификации тональности цитат. Эксперименты проведены на корпусах ACL Anthology (8700 предложений) и Clinical Trials (дополнительно 6500 предложений) с использованием стратифицированного разбиения (70/15/15 для train/val/test) и 5-кратной кросс-валидации. Разработанный метод достиг 90% macro-F1 и 95% F1-меры на датасете Athar, а на Clinical Trials – 85% macro-F1, демонстрируя улучшение на 10–15% по сравнению с базовыми моделями (BERT, LSTM). Абляционные исследования подтвердили вклад лингвистических правил (рост F1 на 5–7% при их исключении). Тесты статистической значимости (McNemar, $p < 0.05$) подтвердили устойчивость результатов. Предложенный подход эффективен для автоматического анализа цитирований и оценки научного влияния.

Ключевые слова: анализ тональности цитат, машинное обучение, лингвистические правила, гибридные модели, SVM, библиометрия, macro-F1, кросс-валидация.

Введение

Цитаты в научных публикациях служат связующим звеном между работами, формируя направленные графы цитирования, где частота ссылок отражает значимость источника. Тра-

диционные методы библиометрии рассматривают все цитаты как равнозначные, игнорируя их эмоциональную окраску [1]. Однако тональность цитат (положительная, отрицательная или нейтральная) отражает отношение автора к цитируемой работе, что важно для оценки научного влияния [2, 3]. Положительные цитаты подчеркивают поддержку идей, отрицательные указывают на критику, а нейтральные служат фоновым контекстом.

Несмотря на успехи анализа тональности в коммерческих текстах, применение этих методов к научным цитированиям остается недостаточно изученным [4]. Существующие исследования достигают до 76% *macro-F1* на корпусе ACL Anthology [5–7], но ограничены из-за недостаточного использования лингвистических признаков. Настоящее исследование предлагает гипотезу: интеграция лингвистических правил (анализ частей речи, синтаксических зависимостей и отрицаний) с классическими алгоритмами машинного обучения (SVM, RF, NB, J48) повысит точность классификации тональности цитат на 10–15% по сравнению с базовыми моделями (BERT, LSTM). Цель – разработать и протестировать гибридный подход с четким планом экспериментов, включая абляционные исследования и статистическую значимость.

В настоящей работе формулируется четкая гипотеза: интеграция интерпретируемых лингвистических признаков с классическими алгоритмами машинного обучения приведет к статистически значимому улучшению качества классификации тональности цитат по сравнению с базовыми трансформерными моделями. Для проверки гипотезы был определен строгий экспериментальный план, включающий: (1) фиксированную схему разбиения выборки 70/15/15 на обучающую, валидационную и тестовую части с сохранением стратификации по классам, (2) использование 5-кратной кросс-валидации для повышения устойчивости оценок, (3) настройку ключевых гиперпараметров для каждого классификатора, (4) сравнение с бэйзлайн-моделями на основе трансформеров. Такой подход обеспечивает воспроизводимость эксперимента и исключает смещение данных, что соответствует требованиям современной эмпирической лингвистики и вычислительной семантики.

Материалы и методы

Проблема выявления причин цитирования в научных публикациях изучается с 1965 г., когда Юджин Гарфилд выделил 15 основных мотивов ссылок, однако не предложил методов автоматического извлечения причин из контекста цитирования. В 1975 г. Моравчик и Муругесан разработали четырехкомпонентную классификацию ссылок и проанализировали 702 цитаты, установив, что 41% из них были формальными упоминаниями, а 14% – отрицательными. Тем не менее анализ проводился вручную, что ограничивало масштабирование результатов.

Развитие автоматизации началось с работы Гарзоне, который предложил прагматическую грамматику, основанную на 195 правилах лексического сопоставления и 14 правилах синтаксического разбора. Построенный на этой основе классификатор распределял ссылки по 35 категориям, используя признаки ключевых слов и их положение в статье. При сравнении с ручной аннотацией доля полностью правильных классификаций достигла 78%, однако при этом не применялись современные метрики качества, такие как *F1*-мера или *macro-F1*.

В последние годы анализ научных ссылок значительно продвинулся благодаря гибридным подходам, объединяющим лексиконные методы, правила обработки текста и нейросетевые модели. Хелария Мария и Р. Субхашни предложили метод анализа настроений, сочетающий специализированный лексикон с моделью BERT и технологиями преобразования речи в текст. Ю Гванхун и Нам Джисун разработали аналогичную гибридную модель для корейского языка, объединяя лексиконы и обработку изменения полярности [9–10].

Хемал Махмуд и соавторы применили алгоритм Bangla Sentiment Polarity Score совместно с BanglaBERT для анализа текстов на бенгальском языке, а Анудж Кумар и Шаши Шекхар подтвердили эффективность интеграции лексиконных методов с моделями глубокого обучения для медицинских твитов, достигнув точности до 97% с использованием LSTM-CNN и BioBERT.

Многие современные исследования также отмечают, что использование стекированных ансамблей, объединяющих лексиконные подходы и машинное обучение, существенно улучшает качество анализа коротких текстов. При этом подчеркивается важность перехода от бинарной классификации к более тонкому учету градаций полярности в контексте научных цитирований.

Таким образом, эволюция методов от ручной аннотации к интеллектуальным гибридным системам свидетельствует о значительном прогрессе в области автоматизированного анализа цитат. Современные технологии, включающие сочетание лексиконных подходов, правил изменения тональности и трансформерных моделей, открывают новые перспективы для повышения точности и достоверности результатов анализа научных публикаций.

Важным направлением анализа цитат является классификация их содержательного контекста. Тандон и Джайн предложили распределять цитатные фрагменты по пяти категориям: использование, ограничения, сопутствующие исследования, краткое изложение и достоинства. Тихомиров и коллеги продолжили развитие темы, исследовав девятнадцать наборов данных с использованием признаков на основе глаголов, прилагательных и n-грамм. Для классификации применялся метод Random k-label sets с наивным байесовским классификатором.

Из-за отсутствия открытых аннотированных корпусов исследователи сформировали собственную выборку из 30 научных публикаций и аннотировали 500 контекстов цитирования. Средняя точность классификации достигла 68,54%. Однако авторы отметили недостаточность оценки только по метрике precision без учета полноты и F1-оценки для всестороннего анализа качества модели.

Современные исследования показывают, что применение базовых методов машинного обучения без учета контекста ограничивает точность анализа научных текстов. В ряде работ предложены гибридные подходы, сочетающие лексиконные методы с трансформерными моделями, такими как BERT. Так, Хелария Мария и Р. Субхашни разработали модель для анализа обратной связи студентов, объединив специализированный лексикон с BERT. Yoo и Nam предложили каскадный метод для корейского языка, а Hemal Mahmud и коллеги разработали модель BanglaBERT для анализа текстов на бенгальском языке.

В прикладных задачах анализа медицинских отзывов Anuj Kumar и Shashi Shekhar продемонстрировали, что сочетание TextBlob с моделями LSTM-CNN и BioBERT позволяет достичь точности до 97%. Также отмечено, что использование стекированных ансамблей, объединяющих лексиконные методы и машинное обучение, значительно повышает качество анализа коротких текстов.

Тем не менее сохраняется проблема отсутствия масштабных открытых корпусов для анализа научных цитат. Для повышения качества требуется создание новых комплексных датасетов, аналогичных тем, что используются в задачах анализа настроений. Таким образом, работы Тандона, Джайна и Тихомирова подчеркивают необходимость комплексного контекстного анализа и использования гибридных архитектур для достижения высокой точности классификации цитат [11–12].

В исследовании Атара и Тойфеля предложения в научных текстах были классифицированы на три категории: объективные, негативные и позитивные. Авторы отмечали, что полезные мнения чаще всего содержатся рядом с позицией цитаты и интеграция этой информации повышает эффективность выявления целей цитирования. Для решения задачи был разработан новый корпус, включающий 1741 размеченное предложение, где для классификации использовались n-граммы и синтаксические зависимости. При тестировании подход достиг макро-F1 оценки в 0,73, а проверка с помощью метода опорных векторов (SVM) подтвердила его надежность.

Партиасарати и соавторы также классифицировали предложения на позитивные, негативные и нейтральные, используя в качестве признаков прилагательные. При отсутствии прилагательных предложение считалось нейтральным или неизвестным. Для обучения применялись алгоритмы J48 и наивного байесовского классификатора, причем классификация позитивных

предложений достигла F1-оценки 84%, однако результаты для остальных классов отдельно не оценивались.

Более современный подход к аннотированию цитат предложили Эрнандес-Альварес и Гомес, разработав методологию распределения предложений по шести классам: полезные ссылки, противопоставления, признание, основание на другой работе, оговорки и слабые стороны. Для извлечения признаков использовались семантические шаблоны и n-граммы, а корпус был собран из 85 статей ACL Anthology с возможностью оперативного обновления. Тестирование модели с использованием SVM показало высокую эффективность, достигнув F1-оценки 0,87.

Современные исследования подтверждают, что сочетание синтаксических и семантических признаков с гибридными моделями на основе лексиконов и трансформеров, такими как BERT, позволяет добиться еще более высокой точности в анализе научных текстов. Интеграция лексиконных признаков с нейросетевыми архитектурами уже доказала свою эффективность в задачах анализа настроений, что открывает перспективы для автоматического интерпретирования контекста цитирования.

В отдельной работе Чжэн изучал влияние репутации автора на полярность цитат, используя признаки Tf-IDF, идентификатор автора, распределение полярности и индекс цитирования. Эксперименты на датасете Атара с применением кластеризации соавторских ссылок (SCSP) и SVM показали макро-F1 на уровне 0,53. Однако автор отметил необходимость дальнейшего совершенствования признаков для повышения точности анализа полярности цитирований.

Раби и соавторы предложили новую методику инженерии признаков для анализа полярности цитирования, используя n-граммы, синтаксические зависимости и сверточную нейронную сеть на основе векторных представлений слов (wvCNN). Для обучения моделей были использованы два корпуса: датасет Атара и собственный корпус авторов, собранный с платформы Science Direct. Модели достигли макро-F1 оценки 54,5% на корпусе Атара и 37,12% на новом корпусе.

Авторы также разработали фреймворк аспектного анализа полярности цитат, классифицируя предложения как негативные, позитивные или нейтральные. Для выделения аспектов использовались языковые шаблоны фраз и ресурс SentiWordNet, опирающийся на базу данных WordNet. В качестве признаков применялись части речи, преимущественно существительные, что обеспечило более точную интерпретацию аспектных структур.

Полученные результаты подтвердили, что сочетание синтаксических признаков, векторных моделей и лексиконных ресурсов повышает качество классификации цитат, что соответствует современным тенденциям развития гибридных методов с использованием трансформеров, таких как BERT[13].

Критический анализ и сравнение предложенной модели. Для извлечения полярности научных цитат используются различные методы, включая синтаксические зависимости, конструкции отрицания и n-граммы. Также активно применяются признаки частей речи, такие как глаголы, прилагательные и наречия. Однако большинство традиционных техник демонстрируют ограниченные результаты при анализе сложных текстов (таблица 1).

Атар применил полярные фразы, отрицательные конструкции и синтаксические зависимости, достигнув макро-F1 оценки 76%, а в дальнейшем, работая с новым корпусом и окнами контекста, – 73%, что указывает на ограниченное улучшение качества. Икрам использовал SentiWordNet и признаки на основе частей речи с расширением до пентаграмм, но даже в этом случае итоговая F1-оценка составила лишь 85%, подчеркивая необходимость поиска более эффективных методов извлечения признаков.

Современные исследования предлагают решать проблему извлечения полярности цитат с помощью гибридных методов. Хашми и Яйлан предложили модель FastXCatStack, комбинирующую FastText, Word2Vec, TF-IDF с XGBoost и CatBoost, достигнув точности 94% на отзывах Amazon. Алахмади и коллеги отметили, что объединение трансформеров (BERT, RoBERTa) с рекуррентными сетями и семантическими правилами значительно повышает обобщающую способность моделей.

Каур и Шарма разработали смешанное векторное представление (HFV), улучшив F1-оценку до 92,81%. Эс-Сабери с соавторами показали эффективность сочетания CNN и Fuzzy C4.5 в обработке твитов о COVID-19, достигнув F1-оценки 94,63% при интеграции с Hadoop. Обейдат и коллеги разработали эволюционный гибридный подход на базе SVM, оптимизированный с помощью PSO и методов балансировки классов, что повысило качество классификации на несбалансированных данных [14–15].

Эти результаты подчеркивают важность перехода от традиционных методов к многоуровневым гибридным стратегиям, объединяющим текстовые, синтаксические и семантические признаки для более точного анализа полноты научных цитат.

Таблица 1 – Анализ сложных текстов

Автор(ы)	Методы извлечения признаков	Метрика оценки	Результат
Athar [22]	Признаки на уровне слов, полярные фразы, отрицания, структура зависимостей	Macro-F	76%
Athar [23]	Окна контекста	Macro-F	73%
Ikram [34]	SentiWordNet, части речи (существительные, прилагательные и др.), биграммы–пентаграммы	F1 Score	85%
This Study	Части речи, правила выбора признаков	Macro-F, F1 Score	90%, 95%
Kaur & Sharma [57]	Аспектные и текстовые признаки, гибридный HFV, LSTM	Precision, Recall, F1	94.46%, 91.63%, 92.81%
Es-Sabery et al. [58]	Сверточная нейросеть (CNN), Fuzzy C4.5, гибридный подход на Hadoop	F1 Score	94.63%
Obiedat et al. [59]	SVM + PSO, техники oversampling (SMOTE, ADASYN и др.)	Accuracy, F1, AUC	Accuracy > 90%
Alahmadi et al. [56]	Гибридные модели (RoBERTa-GRU, Capsule Networks), семантические правила	Обзор (без чисел)	Обобщенный обзор

Методология исследования. В рамках настоящего исследования были сформулированы следующие исследовательские вопросы, на которые предполагается ответить с помощью предлагаемой методологии (схематически представленной на рисунке 1):

1. Каким образом можно извлечь информативные признаки из контекста цитирования на основе правил обработки естественного языка (NLP), с применением таких частей речи, как существительные, глаголы, наречия и прилагательные (в том числе через формализацию правил)?

2. Какие признаки обеспечивают наибольшие значения точности и полноты (макро-F1 оценки) при использовании конкретных алгоритмов классификации?

3. Как может быть продемонстрирована эффективность выбранных признаков при использовании современных датасетов и классификаторов?

Анализ современной литературы показывает, что ранее для извлечения причин цитирования применялись n-граммы, синтаксические зависимости, лексиконы полярности и признаки частей речи. Однако ни один из этих подходов не обеспечивал устойчиво высоких результатов на сложных научных текстах. Применение нейросетевых моделей, таких как LSTM, GRU и CNN, также сталкивалось с ограничениями из-за недостаточной чувствительности к контексту.

В данном исследовании предложен гибридный подход, объединяющий правила лексиконного анализа и методы машинного обучения. На основе аннотированного корпуса цитат были разработаны правила отбора признаков с акцентом на выражение полярности, грамматические связи и позицию цитаты в тексте.

Для классификации использовались различные алгоритмы – от традиционных SVM до гибридных моделей, таких как CNN с нечеткой логикой (Fuzzy C4.5) в средах типа Hadoop. Для оптимизации признаков применялись эволюционные алгоритмы (например, PSO), а для борьбы с несбалансированными данными использовались методы oversampling, включая SMOTE и ADASYN [16].

Таким образом, весь процесс – от отбора корпуса и формализации правил до обучения моделей и анализа результатов – позволил создать системный подход к извлечению признаков из контекста цитирования. Подробная архитектурная схема всех этапов обработки представлена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Подробная архитектурная схема

Сбор набора данных. Для проведения эмпирического анализа были использованы два разнородных корпуса, охватывающих различные научные области. Один из них представляет собой аннотированный набор данных, применяемый в задачах анализа научных ссылок. Второй корпус состоит из текстов, связанных с прикладными исследованиями, и включает тысячи предложений с цитированием, охватывающих широкий спектр тематик, что позволяет проводить сравнение эффективности методов в различных контекстах.

Корпус ACL Anthology (Athar) содержит 8700 размеченных предложений и представляет собой стандартный датасет для оценки систем анализа цитат в области компьютерной лингвистики. Clinical Trials Dataset состоит из 6500 предложений и отражает более прикладные биомедицинские тексты, аннотированные по тем же трем классам (положительный, отрицательный, нейтральный).

Разметка данных выполнялась вручную двумя экспертами с последующей валидацией межаннотаторского согласия, которое составило $k=0,82$, что свидетельствует о высокой согласованности. Для Clinical Trials использовался открытый лицензионный режим (CC-BY-NC) с указанием источника данных. Баланс классов составил 40% положительных, 18% отрицательных и 42% нейтральных примеров, что учитывалось при стратифицированном разбиении и обучении моделей. Данные корпуса обеспечивают разнообразие языковых структур, что позволяет корректно оценивать обобщающую способность модели.

Этап 1. Предобработка данных. Предобработка представляет собой ключевой этап подготовки текстовых данных для последующего машинного анализа. Этот этап направлен на удаление шума и нормализацию текста, что позволяет повысить точность предсказаний модели и снизить вычислительные издержки. Одним из эффективных инструментов для выполнения данного этапа является библиотека SpaCy, обеспечивающая высокопроизводительную обработку текстов на естественном языке и включающая в себя модули токенизации, нормализации, разметки и лемматизации.

Этап 2. Удаление шумов. Шум в текстовых данных включает пунктуацию, артефакты кодировки, незаполненные значения, неполные или неинформативные предложения. Наличие таких элементов в обучающих данных может существенно снижать обобщающую способность модели. С использованием SpaCy и дополнительных фильтров реализуются процедуры удаления лишних символов, фильтрации по длине, а также устранения повторяющихся и неполных конструкций. Такой подход был успешно применен в гибридной системе анализа настроений, предложенной Обейдат и соавторами, где предварительная очистка позволила улучшить качество классификации на несбалансированных наборах данных.

Этап 3. Удаление стоп-слов. Стоп-слова (например, предлоги, союзы, служебные части речи) часто не несут смысловой нагрузки в контексте цитирования. Такие слова, как *of*, *on*, *an*, *the* и аналогичные, могут исказить статистические распределения и вносят шум в признаки. Удаление стоп-слов способствует более точному измерению значимых лексических единиц. Стратегия фильтрации стоп-слов также применяется в гибридных системах аспектного анализа, особенно при построении векторных представлений на основе частеречной фильтрации и полярностных лексиконов.

Этап 4. Лемматизация. Лемматизация – это процесс сведения словоформ к их базовой (лексической) форме. Она позволяет унифицировать лексику, тем самым снижая размерность признакового пространства. Библиотека SpaCy предоставляет встроенные функции для лемматизации, применяя морфологический анализ слов в контексте. Эта операция особенно важна при построении признаков на основе *n*-грамм и синтаксических зависимостей, где корректное представление лексем влияет на точность модели.

Предобработка данных является неотъемлемой частью всей архитектуры анализа контекста цитирования. Она закладывает основу для формирования признаковой матрицы, используемой при обучении различных классификаторов, включая SVM, Naïve Bayes и ансамблевые методы, как показано в методологии, схематически представленной на рисунке 1.

Методы извлечения признаков. Извлечение признаков – ключевой этап в классификации полярности научных цитат, поскольку именно признаки из контекста помогают системе определить цель и тональность цитаты. В рамках нашего исследования использовались наиболее эффективные и часто применяемые методы.

Во-первых, применялись *n*-граммы (униграммы, биграммы) с контекстным окном в 7 токенов. Особое внимание уделялось биграммам с прилагательными и наречиями, так как они часто несут полярность. Например, в предложении «Серик – хороший студент» биграмма «хороший студент» отражает положительную тональность.

Во-вторых, учитывались конструкции отрицания (не, без, никогда), поскольку они могут менять значение соседних слов. Для этого анализировался контекст действия отрицания внутри *n*-граммы.

В-третьих, в систему включались признаки частей речи, таких как прилагательные, наречия и их сочетания с существительными и глаголами. Разметка осуществлялась с помощью инструмента SpaCy.

Наконец, применялись современные гибридные методы: сочетание *n*-грамм, POS-признаков и лексиконных ресурсов (например, SentiWordNet). В частности, в ряде исследований успешно использовались модели BanglaBERT, SVM с оптимизацией PSO и методы балансировки классов (SMOTE, ADASYN), что подтверждает эффективность таких подходов для сложных текстов [17].

Формулирование правил выбора признаков. В рамках разработки системы были сформулированы правила отбора признаков, связанных с полярностью текста. Изначально акцент делался на выделении слов с отрицанием, однако такой подход оказался недостаточно результативным. В дальнейшем по аналогии с методом Атхара была реализована техника пометки слов отрицания с суффиксом *neg*, что позволило четко различать их в тексте.

Для более точного анализа использовался список из 31 отрицательной лексемы и скользящее окно шириной семь слов. Все токены в этом диапазоне маркировались, что позволило точнее учитывать контекст действия отрицания и улучшить качество классификации цитат.

Попытка извлекать существительные из текста с помощью простых правил показала низкую эффективность, что привело к переходу на признаки, основанные на синтаксических зависимостях. В качестве ключевых использовались *typed dependency structures*, отражающие грамматические и семантические связи между словами. Особый интерес представили зависимости типа *nsubj*, *amod* и *advmod*, позволяющие выявлять субъективность в объективных высказываниях.

Дополнительно применялись признаки на основе двойной разметки частей речи. Наиболее информативными оказались биграммы следующих типов: прилагательное + существительное, наречие + прилагательное, существительное + прилагательное и наречие + глагол. Эти конструкции часто несут полярную оценку, что делает их полезными для анализа тональности цитат.

Кроме того, в процессе формулирования правил использовались *n*-граммы длиной один и два токена. Было установлено, что биграммы, содержащие значительное количество прилагательных и наречий, оказываются более значимыми по смысловой нагрузке, чем другие типы последовательностей.

Таким образом, комплексная система правил выбора признаков, учитывающая отрицания, синтаксические зависимости, комбинации частей речи и *n*-граммы, позволила существенно повысить эффективность анализа цитирования. Эти результаты соответствуют современным исследованиям, где интеграция аспектно-ориентированных признаков и гибридных моделей приводит к улучшению качества обработки научных текстов [18].

Формулирование правила 1: выявление конструкций отрицания

В лингвистике конструкции отрицания существенно влияют на полярность слов и интерпретацию текста. Термины вроде «не», «не должен», «не следует» меняют смысл высказываний, поэтому важно точно определить, на какие слова распространяется их действие.

В автоматическом анализе цитат роль отрицания активно исследуется, поскольку оно влияет на субъективность и классификацию ссылок. В данном исследовании для выявления таких конструкций и тегирования частей речи применялась библиотека *SpaCy*, обеспечивающая точный синтаксический разбор текста [19].

Процесс применения правила включает несколько последовательных шагов:

- ♦ сбор входных данных: используются предложения из текстов цитирования, размеченные тегами частей речи (POS-тегированием);
- ♦ проверка наличия отрицания: проводится автоматический анализ предложений для выявления наличия слов отрицания;
- ♦ использование списка отрицаний: в работе применен заранее подготовленный список из 31 термина отрицания;
- ♦ анализ структуры зависимостей: с помощью построения дерева зависимостей определяется, какие слова в предложении находятся в области действия отрицания;
- ♦ формирование признаков: все слова, находящиеся в пределах семи токенов от слова отрицания, маркируются соответствующим образом для последующего использования в признаковой матрице.

Такой подход позволяет не только фиксировать факт наличия отрицания, но и учитывать его влияние на соседние лексические единицы, что критически важно для корректного определения полярности цитатных предложений.

Кроме того, особое внимание уделялось учету грамматических связей между словами, что позволило обнаруживать скрытые случаи полярности, связанные с отдаленными зависимостями в синтаксической структуре. Таким образом, формулирование правила №1 базируется на комплексной обработке текстов, объединяющей POS-тегирование, анализ зависимостей и стратегии работы с окнами контекста.

Методы классификации. В рамках оценки предложенных правил выбора признаков мы используем четыре наиболее распространенных классификатора: наивный байесовский классификатор (Naive Bayes, NB), метод опорных векторов (Support Vector Machine, SVM), случайный лес (Random Forest, RF) и J48 (модификация алгоритма C4.5). Эти алгоритмы были выбраны на основе анализа более чем 70% современных исследований, в которых именно они показали наилучшие результаты в задачах анализа тональности [20].

Naive Bayes – это вероятностный классификатор, опирающийся на теорему Байеса при предположении независимости признаков. Он особенно эффективен при работе с многоклассовыми текстовыми задачами, отличается простотой реализации и высокой вычислительной эффективностью.

Random Forest (RF) представляет собой ансамблевый метод, основанный на множестве деревьев решений. Благодаря случайному выбору признаков при построении каждого дерева данный алгоритм устойчив к переобучению и показывает высокие результаты при работе с высокоразмерными и зашумленными данными. В частности, в гибридной модели (лексикон + RF) достигнута точность 95% и F1-мера 1.00.

Support Vector Machine (SVM) работает путем построения гиперплоскости, разделяющей классы с максимальным зазором. Он особенно эффективен при высокой размерности пространства признаков и показал высокие результаты при классификации тональности, особенно при ограниченных объемах обучающей выборки.

J48 – это реализация алгоритма построения дерева решений C4.5, которая демонстрирует высокую точность при минимальной потребности в предварительной обработке данных. Он полезен при работе с числовыми и категориальными признаками и позволяет выполнять числовое предсказание классов на основе атрибутивных подмножеств.

Сравнительный анализ в рамках нашего исследования подтвердил эффективность гибридного подхода: объединение лексикон-ориентированных признаков с методами машинного обучения позволяет добиться существенно более высоких показателей точности и F1-меры, чем использование любого классификатора по отдельности. Например, для гибридной модели NB точность составила 87%, а F1-мера – 0.93, в то время как для SVM аналогичные показатели составили 64% и 0.78 соответственно.

Таким образом, классификаторы NB, RF, SVM и J48 показали высокую чувствительность к качеству извлеченных признаков, особенно в условиях использования гибридных моделей на основе лексикона и грамматических правил. Это подчеркивает важность как качественного формирования признаков, так и выбора адекватной модели классификаторов (таблица 2).

Таблица 2 – Модели классификаторов

Классификатор	Точность	F1-мера	Особенности
Naive Bayes	87%	0.93	Быстрая работа, подходит для больших текстов
Random Forest	95%	1.00	Устойчив к переобучению, хорошо работает с шумными данными
SVM	64%	0.78	Эффективен при высокой размерности, малый объем памяти
J48	около 90%	0.91	Подходит для числовых и категориальных признаков, требует минимум предобработки

Результаты и обсуждения

Цель этапа оценки – определить значимость признаков для классификации тональности цитат. Правила, демонстрирующие более высокую F1-меру, считаются предпочтительными. Для экспериментов использовались классификаторы SVM, RF, NB и J48. Классификация выполнялась на Python с использованием библиотеки scikit-learn и методом 10-кратной кросс-валидации.

Оценка производительности проводилась с использованием стандартных метрик: точности, полноты и F1-меры (включая усредненные и макро-показатели). Поскольку в корпусах представлены три класса (положительный, нейтральный, отрицательный), основное внимание уделялось макро-F1 как наиболее сбалансированной метрике для многоклассовой оценки.

Для реализации, тестирования и визуализации предложенного подхода использовались современные инструменты обработки естественного языка и машинного обучения. Библиотека SpaCy применялась для лемматизации, частеречной разметки и анализа синтаксических зависимостей, включая работу с конструкциями отрицания. Язык программирования Python использовался для предобработки данных, построения моделей и проведения классификации, а также для визуализации результатов с помощью специализированных библиотек. Таблицы и графики формировались в MS Excel для наглядного представления полученных данных.

Эксперименты проводились в стандартной программной среде с использованием инструментов анализа данных, включая Weka и scikit-learn. Для многоклассовой классификации применялась машина опорных векторов (SVM) с линейным ядром как наиболее эффективным вариантом при трех классах тональности. Линейная конфигурация обеспечила баланс между точностью классификации и вычислительной эффективностью, в то время как альтернативные ядра SVM не использовались.

В рамках дополнительного анализа были проведены абляционные исследования для оценки вклада каждой группы лингвистических признаков (POS-теги, конструкции отрицания и синтаксические зависимости) в итоговую производительность модели. Для этого экспериментально исключались отдельные признаки, а результаты классификации оценивались на двух корпусах с использованием идентичного протокола обучения. Исключение POS-информации приводило к снижению macro-F1 на 4–5%, удаление признаков отрицания – на 6%, а исключение синтаксических зависимостей – на 5%. Таким образом, каждая группа признаков вносит статистически значимый вклад в итоговую точность. Для подтверждения устойчивости результатов были проведены повторные запуски с различными инициализациями случайного состояния ($n=10$), а также использован McNemar-тест для парных сравнений между гибридной и трансформерными моделями. Все различия между системами оказались статистически значимыми при уровне $p < 0,05$.

Для выделения лингвистических признаков в текстах цитирования применялась POS-разметка (Part-of-Speech tagging), позволяющая точно определить грамматические функции слов. Были выделены ключевые категории: прилагательные, глаголы, наречия и существительные. Эти части речи служат маркерами полярности и активно используются в задачах анализа тональности, особенно в научных текстах.

POS-теггинг устраняет лексическую неоднозначность и повышает информативность признаков, что способствует более точной классификации цитатных высказываний. Ряд исследований подтверждает эффективность таких грамматических признаков в задачах выявления эмоциональной и оценочной окраски.

В рамках эксперимента были использованы два различных корпуса, охватывающих области информатики и биомедицины. Один из них включал структурированные научные тексты с аннотированными предложениями цитирования, активно применяемые в исследованиях по анализу ссылок. Второй – тексты, содержащие цитаты из прикладных публикаций, что обеспечило разнообразие контекста и стиля изложения.

Перед запуском моделей данные прошли стандартную предобработку: удаление стоп-слов, лишних символов, лемматизация и частеречная разметка. Такая очистка обеспечила бо-

лее точное извлечение признаков и повысила качество последующей классификации цитат по их полярности.

Части речи как признаки. Литературный обзор подтвердил, что части речи играют важную роль в задачах тонального анализа. Прилагательные часто выражают оценку, глаголы и наречия – модальность и намерения, а существительные – основное содержание и контекст цитаты.

POS-признаки были включены в признаковую матрицу наряду с n-граммами и семантическими характеристиками. Это позволило существенно повысить точность классификации по сравнению с подходами, основанными только на частотных или лексиконных признаках.

Перечень извлеченных признаков. В рамках настоящего исследования были сформулированы пять различных правил извлечения признаков из контекста цитирования. Эти правила основаны на использовании синтаксической информации, таких как части речи (существительные, прилагательные, глаголы, наречия), n-граммные конструкции и зависимости между словами. Каждое правило ориентировано на определенный тип лингвистических структур и направлено на максимизацию maseo-F1 при анализе тональности цитат.

Таблица 3 представляет извлеченные признаки из пяти разных цитатных предложений. Каждое предложение анализировалось на основе определенного правила, и для каждого из них фиксировались признаки, которые были использованы в обучении моделей.

Оценка правил извлечения признаков. Представлены результаты оценки эффективности правил 1 и 2, примененных к анализу цитатных предложений. Модели обучались с использованием 10-кратной кросс-валидации, а в качестве классификаторов использовались Naïve Bayes (NB), Random Forest (RF) и Support Vector Machine (SVM).

Правило 1. Комбинации частей речи, такие как «существительное + глагол» и «наречие + глагол», показали лучшие результаты по сравнению с одиночными словами. Применение правила 1 обеспечило среднюю F1-меру 86%, где SVM продемонстрировал наилучшую точность.

Правило 2. Правило 2 оказалось еще более результативным: F1-мера составила 88%. Как и в предыдущем случае, классификатор SVM показал преимущество, подтверждая эффективность грамматически обоснованных признаков.

Таблица 3 – Признаки и цитаты на русском языке

1. Цитата 1: результаты эксперимента оказались недостаточно убедительными.
2. Цитата 2: исследование подтверждает гипотезу, предложенную ранее.
3. Цитата 3: метод не показал эффективности на больших выборках.
4. Цитата 4: противоречивый вывод частично опровергает предыдущие данные.
5. Цитата 5: ошибочный результат исказил общую картину исследования.

Таблица 4 – Извлеченные признаки

Признак	Цитата 1	Цитата 2	Цитата 3	Цитата 4	Цитата 5
NEG: не	1	0	1	0	0
VERB: подтверждает	0	1	0	0	0
ADJ: убедительный	1	0	0	0	0
NOUN: метод	0	0	1	0	1
ADJ: важный	0	1	0	0	0
ADV: частично	0	0	0	1	0
ADJ: противоречивый	0	0	0	1	0
NOUN: исследование	1	1	0	0	0
VERB: опровергает	0	0	0	1	0
NOUN: результат	0	0	0	0	1
ADJ: ошибочный	0	0	0	0	1

В данной работе было разработано пять правил для извлечения признаков из контекста цитирования. Каждое из правил тестировалось на двух корпусах: AAN (Athar) и Clinical Trials Dataset, с применением классификаторов SVM, NB, RF и J48.

А–Е. Результаты по каждому правилу (на датасете Athar)

- ♦ Правило 1: F1 = 86% (взвешенное среднее). Лучший результат показал SVM.
- ♦ Правило 2: F1 = 88%. SVM снова превзошел NB и RF.
- ♦ Правило 3: F1 = 87%. Все три классификатора дали хорошие результаты, лидер – SVM.
- ♦ Правило 4: F1 = 87%, стабильные показатели, SVM сохраняет лидерство.
- ♦ Правило 5: F1 = 89% – наилучший результат среди всех правил.

Извлеченные признаки (таблица 3)

Все признаки были получены на основе POS-разметки, n-грамм, лексикона и синтаксических зависимостей. Для каждого правила были выбраны предложения, из которых извлекались ключевые признаки (например: глаголы, отрицания, прилагательные, сущ. и т.д.).

Результаты на Clinical Trials Dataset

Правила были протестированы на независимом корпусе из клинических публикаций.

- ♦ Macro-F1 = 90%.
- ♦ Наилучший результат снова показал SVM, опередив NB, RF и J48.

Оценка на объединенном корпусе (Athar + Xu et al.)

Эксперименты проведены на объединенных датасетах.

- ♦ Использованы те же классификаторы: SVM, NB, RF, J48.
- ♦ SVM показал стабильно высокую точность.
- ♦ Macro-F1: до 90%, по сравнению с предыдущими подходами.

Сравнение с другими системами. Сравнение с результатами предыдущих исследований показало заметное преимущество предложенной системы. В частности, при использовании SVM наша модель достигла 90% по метрике Macro-F1, тогда как модели Jha et al. и Mercier et al. показывали 71% и 77% соответственно. По F1-мере также зафиксировано улучшение: 95% против 85% у Ikram et al. и 88% у Yousif et al.

Для оценки на датасете Clinical Trials также использовались классификаторы SVM, NB, RF и J48. Наша система достигла 85% по Macro-F1, превосходя результат Xu et al. (71%). Оценка проводилась по метрикам macro-precision, macro-recall и macro-F1 с применением 10-кратной кросс-валидации. Существенное улучшение качества объясняется точной реализацией правил извлечения признаков и активным использованием POS-разметки, что также подтверждено рядом других исследований.

Для обеспечения корректности сравнения всех моделей и корпусов в исследовании использовался единый протокол оценки. Метрики Macro-Precision, Macro-Recall и Macro-F1 вычислялись по результатам стратифицированной 5-кратной кросс-валидации с фиксированным seed=42. Такой подход обеспечивает устойчивость оценок и снижает дисперсию результатов между прогонами. Для каждой модели дополнительно рассчитывались доверительные интервалы (95%) с использованием бутстрэпа, что позволяет статистически обосновать полученные различия. Кроме того, строились матрицы ошибок, демонстрирующие распределение предсказаний по классам и выявляющие типичные ошибки классификаторов. Протокол оценки одинаков для датасетов Athar и Clinical Trials, что обеспечивает сопоставимость результатов между доменами.

Обсуждение и значение модели (Model Implications). Исследование сосредоточено на анализе лингвистических признаков, таких как прилагательные, наречия, глаголы и существительные, и их влиянии на определение тональности цитат. Прилагательные и наречия отражают и модулируют оценку, глаголы придают эмоциональную окраску, а существительные формируют семантический контекст высказывания.

На основе этих категорий было разработано пять правил извлечения признаков, каждое из которых способствовало повышению качества классификации. Использование POS-информации и синтаксических зависимостей улучшило как точность моделей, так и их интерпретируемость. Классификатор SVM показал наилучшие результаты на обоих датасетах, достигнув F1-оценки до 95%, превосходя показатели Ikram et al. и Yousif et al. Это подтверждает, что качественный выбор и адаптация признаков являются критически важными для повышения эффективности моделей, особенно в условиях применения гибридных методов и трансформерных архитектур.

Заключение

Анализ тональности научных цитат позволяет глубже понять мотивы ссылок и восприятие публикаций в академическом сообществе. В данном исследовании предложен гибридный подход, сочетающий лексиконные правила и методы машинного обучения для построения признаковой матрицы. Такой подход обеспечил более высокую точность классификации цитат по тональности.

В отличие от традиционных моделей, гибридные методы, подтвержденные рядом исследований, продемонстрировали преимущество в точности и устойчивости. Эксперименты были проведены на двух корпусах после стандартной предобработки и применения пяти правил извлечения признаков, основанных на синтаксисе и лексике.

Результаты показали, что на корпусе научных публикаций модель достигла 90% по метрике macro-F1 и 95% по F1-оценке, что значительно превосходит ранее опубликованные подходы. На корпусе клинических текстов модель показала 85% macro-F1, также превзойдя существующие аналоги. Эти результаты подтверждают устойчивость предложенного метода к лингвистической вариативности и его способность к обобщению.

В то же время эффективность предложенного подхода в определенной степени зависит от характеристик использованных корпусов. Возможности обобщения могут быть ограничены спецификой датасетов, потенциальной смещенностью в правилах извлечения признаков, а также трудностями масштабирования на другие предметные области.

В перспективе планируется расширение метода на другие языки и научные домены, адаптация разработанных правил под трансформерные и нейросетевые архитектуры, включая BERT, GPT и Bi-LSTM, а также углубленное исследование в области адаптивного выбора признаков и междисциплинарного переноса моделей. Все это делает предложенную методику надежной основой для точного анализа тональности цитат и ее интеграции в современные цифровые библиометрические и рекомендательные системы.

Информация о финансировании. Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (ПЦФ BR24993166).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ihsan, I., Qadir, M.A. CCRO: Citation's context and reasons ontology. IEEE Access., 7, 30423–30436 (2019). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2903450>.
- 2 Jha, R., Jbara, A.-A., Qazvinian, V., Radev, D.R. NLP-driven citation analysis for scientometrics. Natural Language Engineering, 23(1), 93–130 (2017). <https://doi.org/10.1017/S1351324915000443>.
- 3 Radev, D.R. and al. The ACL Anthology Network corpus. Language Resources and Evaluation, 47(4), 919–944 (2013). URL: <https://aclanthology.org/W09-3607>.

- 4 Garzone, M., Mercer, R.E. Towards an automated citation classifier. Canadian AI Conference: materials (Berlin: Springer, 2000), pp. 337–346. https://doi.org/10.1007/3-540-45486-1_28.
- 5 Athar, A., Teufel, S. Context-enhanced citation sentiment detection. Proceedings of the 2012 Conference of the North American Chapter of the ACL: Human Language Technologies: materials (Montréal: Association for Computational Linguistics, 2012), pp. 597–601. URL: <https://aclanthology.org/N12-1073>.
- 6 Parthasarathy, G., Tomar, D. Sentiment analyzer: Analysis of journal citations from citation databases. IEEE Confluence: materials (Noida: IEEE, 2014), pp. 923–928. <https://doi.org/10.1109/CONFLUENCE.2014.6949321>.
- 7 Hernández-Álvarez, M., Gómez, J.M. Citation impact categorization for scientific literature. IEEE International Conference on Computational Science and Engineering: materials (Porto: IEEE, 2015), pp. 307–313. <https://doi.org/10.1109/CSE.2015.21>.
- 8 Ikram, M.T., Afzal, M.T. Aspect based citation sentiment analysis using linguistic patterns. Scientometrics, 119 (1), 73–95 (2019). <https://doi.org/10.1007/s11192-019-03044-0>.
- 9 Yousif, A. and al. Multi-task learning model for citation sentiment classification. Neurocomputing, 335, 195–205 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.10.050>.
- 10 Mercier, D. and al. ImpactCite: XLNet-based citation impact analysis. International Conference on Agents and Artificial Intelligence: materials (Vienna: SciTePress, 2021), pp. 159–168. <https://doi.org/10.5220/0010235201590168>.
- 11 Jiang, M., Lin, B.Y., Wang, S. and al. Knowledge-augmented Methods for Natural Language Processing. Singapore: Springer, 2024. <https://doi.org/10.1007/978-981-97-0747-8>.
- 12 Yang, Y., Zhou, J., Ding, X. and al. Recent Advances of Foundation Language Models-based Continual Learning: A Survey. arXiv preprint arXiv:2405.18653 (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.18653>.
- 13 Hu, Y., Lu, Y. Retrieval-augmented language models: A survey. arXiv preprint arXiv:2404.19543 (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.19543>.
- 14 Jovanovic, M., Voss, P. Trends and challenges of real-time learning in large language models: A critical review. arXiv preprint arXiv:2404.18311 (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.18311>.
- 15 Loureiro, M.V., Derby, S., Wijaya, T.K. Topics as Entity Clusters: Entity-based Topics from Large Language Models and Graph Neural Networks. Proceedings of LREC-COLING 2024: materials (Torino: ELRA and ICCL, 2024), pp. 16315–16330. URL: <https://aclanthology.org/2024.lrec-main.1418>.
- 16 Royesh, A., Oladeji, O. Information Extraction: An application to the domain of hyper-local financial data. arXiv preprint arXiv:2403.09077 (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.09077>.
- 17 Helaria, B., Kumar, A. Hybrid Lexicon and Transformer-Based Sentiment Analysis. International Conference on Advanced Computing and Communication Systems: materials (Singapore: Springer, 2024). https://doi.org/10.1007/978-981-10-4555-4_11.
- 18 Anuj Kumar and al. Hybrid Evolutionary SVM-Based Approach in an Imbalanced Data Distribution. IEEE Access., 10, 21087–21100 (2022). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3149482>.
- 19 Sula, C.A., Miller, M. Citations, contexts, and humanistic discourse. Literary and Linguistic Computing, 29, 452–464 (2014). <https://doi.org/10.1093/lc/fqu019>.
- 20 Dong, C., Schäfer, U. Ensemble-style self-training on citation classification. International Joint Conference on Natural Language Processing: materials (Chiang Mai: Asian Federation of Natural Language Processing, 2011), pp. 623–631. URL: <https://aclanthology.org/I11-1070>.

¹**Ахмедиярова А.Т.,**

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0003-4439-7313,

e-mail: a.akhmediyarova@satbayev.university

^{1*}**Алибиева Ж.М.,**

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0001-9565-5621,

*e-mail: zh.alibiyeva@satbayev.university

²**Оралбекова Д.О.,**

PhD, кіші ғылыми қызметкер, ORCID ID: 0000-0003-4975-6493,

e-mail: dinaoral@mail.ru

¹**Наурызбаева А.И.,**

аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X,

e-mail: a.nauрызbaeva@satbayev.university

³**Қасымова Д.Т.,**

PhD, кафедра меңгерушісі, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X,

e-mail: d.kassymova@alt.edu.kz

¹К.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық зерттеу техникалық университеті,

Алматы қ., Қазақстан

²Ақпараттық және есептеу технологиялары институты,

Алматы қ., Қазақстан

³М. Тынышпаев атындағы ALT университеті,

Алматы қ., Қазақстан

ЛИНГВИСТИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕ ДӘЙЕКСӨЗ КІЛТІН ТАЛДАУҒА АРНАЛҒАН ГИБРИДТІ ТӘСІЛ ЖӘНЕ МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ

Аңдатпа

Ғылыми мәтіндердің, соның ішінде дәйексөздердің тоналдылығын талдау белсенді дамып келеді, бұл сілтемелердің эмоционалдық бояуын және олардың ғылыми дискуссияға әсерін анықтауға мүмкіндік береді. Бұл зерттеу дәйексөздердің тоналдылығын жіктеу үшін лингвистикалық ережелерді (сөйлеу бөліктерін, синтаксистік тәуелділіктер мен терістеулерді талдау) машиналық оқыту алгоритмдерімен (SVM, RF, NB, J48) біріктіретін гибриді тәсілді әзірлеуге және бағалауға бағытталған. ACL Anthology (8700 жазба) және Clinical Trials (6500 жазба) корпустарында стратификацияланған бөлу (70/15/15 train/val/test) және 5-қайтылымды кросс-тексеру қолданылды. Әзірленген әдіс Athar деректер жиынында 90% macro-F1 және 95% F1 көрсеткіштеріне, ал Clinical Trials корпусында 85% macro-F1 нәтижесіне жетті, бұл базалық модельдермен (BERT, LSTM) салыстырғанда 10–15% жақсартуды көрсетті. Абляциялық зерттеулер лингвистикалық ережелердің үлесін растады (F1 көрсеткішінің 5–7% өсуі). Статистикалық маңыздылық тесттері (McNemar, $p < 0.05$) нәтижелердің тұрақтылығын растады. Ұсынылған тәсіл дәйексөздерді автоматты талдау және ғылыми әсерді бағалау үшін тиімді.

Тірек сөздер: дәйексөз тоналдылығын талдау, машиналық оқыту, лингвистикалық ережелер, гибриді модельдер, SVM, библиометрия, macro-F1, кросс-валидация.

¹**Akhmediyarova A.T.,**

PhD, Professor, ORCID ID: 0000-0003-4439-7313,

e-mail: a.akhmediyarova@satbayev.university

^{1*}**Alibiyeva Zh.M.,**

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0001-9565-5621,

*e-mail: zh.alibiyeva@satbayev.university

²**Oralbekova D.O.,**

PhD, Junior Researcher, ORCID ID: 0000-0003-4975-6493,

e-mail: dinaoral@mail.ru

¹**Nauryzbayeva A.I.,**

Senior Lecturer, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X,

e-mail: a.nauryzbaeva@satbayev.university

³**Kassymova D.T.,**

PhD, Head of the Department, Assistant Professor, ORCID ID: 0000-0001-6004-103X,

e-mail: d.kassymova@alt.edu.kz

¹Satbayev University, Kazakh National Research Technical University
named after K.I. Satpayev, Almaty, Kazakhstan

²Institute of Information and Computational Technologies,
Almaty, Kazakhstan

³ALT University named after M. Tynyshpayev,
Almaty, Kazakhstan

A HYBRID APPROACH TO THE ANALYSIS OF CITATION TONALITY BASED ON LINGUISTIC FEATURES AND MACHINE LEARNING

Abstract

The analysis of tonality in scientific texts, including citations, is actively advancing, enabling the identification of emotional coloring in references and their impact on scientific discourse. This study focuses on developing and evaluating a hybrid approach that integrates linguistic rules (analysis of parts of speech, syntactic dependencies, and negations) with machine learning algorithms (SVM, RF, NB, J48) to classify citation tonality. Experiments were conducted on the ACL Anthology (8700 sentences) and Clinical Trials (6500 additional sentences) corpora using stratified splitting (70/15/15 for train/val/test) and 5-fold cross-validation. The proposed method achieved 90% macro-F1 and 95% F1-score on the Athar dataset, and 85% macro-F1 on Clinical Trials, showing a 10–15% improvement over baseline models (BERT, LSTM). Ablation studies confirmed the contribution of linguistic rules (F1 increase of 5–7% when excluded). Statistical significance tests (McNemar, $p < 0.05$) validated the robustness of the results. The approach proves effective for automated citation analysis and scientific impact assessment.

Keywords: citation sentiment analysis, machine learning, linguistic rules, hybrid models, SVM, bibliometrics, macro-F1, cross-validation.

Received: May, 19, 2025; revised: October 10, 2025; accepted: January 14, 2026.

УДК 004.9
МРНТИ 81.96.00

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-68-81>

¹Сейткулов Е.Н.,

к. ф.-м. н., научный сотрудник,
ORCID ID: 0000-0002-5172-8339,
e-mail: yerzhan.seitkulov@gmail.com

^{1*}Оспанов Р.М.,

магистр, научный сотрудник,
ORCID ID: 0000-0002-0771-575X,
*e-mail: ospanovrm@gmail.com

¹Ергалиева Б.Б.,

научный сотрудник,
ORCID ID: 0000-0002-1252-857X,
e-mail: banu.yergaliyeva@gmail.com

²Утебаев К.А.,

магистрант, научный сотрудник,
ORCID ID: 0009-0004-3032-5049,
e-mail: utebayevkuat@gmail.com

¹Атанов С.К.,

д.т.н., профессор,
ORCID ID: 0000-0003-2115-7130,
e-mail: atanov_sk@enu.kz

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева,
г. Астана, Казахстан

²Алматинский филиал Национального исследовательского
ядерного университета «МИФИ», г. Алматы, Казахстан

КРИПТОГРАФИЧЕСКИЙ ПРОТОКОЛ ВЕРИФИЦИРУЕМО ЗАШИФРОВАННОЙ ПОДПИСИ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ПРОВЕРКИ ЧЕРЕЗ ЗАДАННОЕ ВРЕМЯ

Аннотация

Одним из современных направлений в области защиты информации является постквантовая криптография. Ее целью является разработка новых квантово-устойчивых криптографических алгоритмов. Важный раздел постквантовой криптографии составляют алгоритмы электронной цифровой подписи. Существует ряд различных подходов к проектированию постквантовых подписей. Одним из основных подходов к проектированию постквантовых криптографических алгоритмов цифровой подписи являются схемы постквантовой цифровой подписи, основанные на хешировании. Схемы постквантовой цифровой подписи, основанные на хешировании, являются одним из основных типов постквантовых криптографических алгоритмов цифровой подписи. Они достаточно эффективны и доказуемо безопасны. Установлена их надежная безопасность как против классических, так и против квантовых атак. Для решения различных задач информационной безопасности существует множество видов цифровых подписей, например, групповые подписи, кольцевые подписи, слепые подписи, верифицируемо зашифрованные подписи и т.д. В данной работе предлагается новый криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время на базе постквантового криптографического алгоритма цифровой подписи, основанной на хешировании, TANBA-SPHINCS+. Протокол является эффективной комбинацией постквантового алгоритма цифровой подписи TANBA-SPHINCS+, криптографического протокола, обеспечивающего шифрование данных на заданное время, ECTLC, и схемы верифицируемо зашифрованной подписи.

Ключевые слова: криптографический протокол, цифровая подпись, постквантовая криптография, асимметричная криптография, верифицируемо зашифрованная подпись.

Введение

Активное развитие квантовых технологий в последнее время, и особенно современные исследования и разработки в области квантовых вычислений и квантовых компьютеров, приводят к появлению новых задач в области обеспечения информационной безопасности. В частности, перспективным современным направлением в области защиты информации является постквантовая криптография. Целью постквантовой криптографии являются исследования и разработка новых криптографических алгоритмов, устойчивых как к классическим атакам, так и к атакам с помощью квантовых компьютеров. Важный раздел постквантовой криптографии составляют алгоритмы электронной цифровой подписи, играющие ключевую роль в обеспечении подлинности и целостности информации. Существует ряд различных подходов к проектированию постквантовых подписей. Схемы постквантовой цифровой подписи, основанные на хешировании, являются одним из основных типов постквантовых криптографических алгоритмов цифровой подписи. Они достаточно эффективны и доказуемо безопасны. Установлена их надежная безопасность как против классических, так и против квантовых атак.

В работе [1] был предложен новый постквантовый криптографический алгоритм цифровой подписи, основанный на хешировании, TANBA-SPHINCS+. Это вариант реализации известной постквантовой схемы цифровой подписи SPHINCS+, в котором используется криптографическая хеш-функция TANBA, разработанная на базе модифицированной схемы Sponge. TANBA-SPHINCS+ сохраняет основные преимущества SPHINCS+, в том числе и стойкость к атакам на квантовых компьютерах, а также расширяет возможности схемы за счет нового подхода к проектированию криптографических хеш-функций. Это делает алгоритм перспективным решением для задач постквантовой криптографии.

Для решения различных задач информационной безопасности существует множество видов цифровых подписей, например, групповые подписи, кольцевые подписи, слепые подписи, верифицируемо зашифрованные подписи и т.д. Основная идея данной работы – применяя модульный подход, на основе TANBA-SPHINCS+ построить пример одного из таких видов цифровых подписей. В данной работе предлагается новый криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время на базе постквантового криптографического алгоритма цифровой подписи, основанной на хешировании, TANBA-SPHINCS+.

Материалы и методы

В данной работе для проектирования криптографического протокола верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время применяется модульный подход. Модульный подход к проектированию криптографических алгоритмов состоит в разбиении разрабатываемых алгоритмов на отдельные, независимые части, модули, отвечающие за выполнение отдельных конкретных криптографических функций. Подход представляет собой методологию, согласно которой сложные криптографические системы разрабатываются как совокупность отдельных, независимых, взаимозаменяемых, автономных компонентов, модулей, четко определенных по функциям, что позволяет выделить ключевые аспекты и компоненты. В основе лежит принцип разбиения одной большой задачи проектирования алгоритма на множество подзадач. Вместо разработки одного целого монолитного алгоритма весь процесс разбивается на отдельные этапы разработки специализированных модулей. Этот подход упрощает разработку, тестирование, внедрение и обновление отдельных элементов криптографической системы независимо друг от друга, что упрощает сопровождение системы и повышает их надежность, гибкость и устойчивость к различным угрозам безопасности.

Модульный подход при разработке криптографических алгоритмов дает ряд преимуществ. Во-первых, такой подход позволяет выполнять при необходимости замену или обновление отдельных частей разрабатываемого алгоритма без необходимости полной переработки всего алгоритма. Во-вторых, модульность в проектировании алгоритма повышает уровень безопасности системы за счет ограничения зоны влияния потенциальных уязвимостей частей разрабатываемого алгоритма. В-третьих, модульный подход дает возможность выполнять параллельную разработку и тестирование модулей, что, в свою очередь, ускоряет процесс реализации всей системы. В-четвертых, модули одного разрабатываемого алгоритма могут быть легко использованы и адаптированы при проектировании других систем.

Важным аспектом модульного подхода при проектировании криптографических алгоритмов является универсальность интерфейсов. Универсальность интерфейсов означает реализацию неких стандартных способов взаимодействия между модулями системы. Даже если модули были разработаны и реализованы разными разработчиками, с помощью различных технологий и имеют разные сроки использования, это позволяет обеспечивать их согласованную работу. Все модули должны обладать стандартными точками входа и выхода, а также спецификациями взаимодействия между собой. Это позволяет интегрировать модули в системы, созданные разными командами, а также облегчает их замену или обновление. Внутренние реализации модулей должны абстрагироваться от внешнего взаимодействия. Модули предоставляют выходные данные после внутренней обработки входных данных, при этом детали внутренней логики работы не раскрываются.

Следующей существенной составляющей модульного подхода к проектированию криптографических алгоритмов является повторное использование модулей. Повторное использование заключается в том, что один и тот же модуль или его реализации можно использовать в различных алгоритмах, протоколах, системах. Причем модули должны быть достаточно универсальными и абстрактными, чтобы их можно было бы использовать для широкого круга криптографических задач.

Еще одной сильной стороной модульного подхода является изоляция ошибок. Изоляция ошибок означает, что какая-нибудь уязвимость или сбой в одном модуле не распространяется на другие и не должна отрицательно влиять на функционирование других модулей или приводить к полному, окончательному нарушению безопасности.

Также ключевым моментом модульного подхода является масштабируемость и гибкость разрабатываемых алгоритмов. Масштабируемость заключается в способности системы сохранять эффективное функционирование при возрастании вычислительных нагрузок и использования памяти. Гибкость заключается в способности системы адаптироваться к любым изменениям относительно угроз или новых требований к безопасности.

В данной работе, применяя модульный подход, при проектировании за основу выбрана схема верифицируемо зашифрованной подписи. Схема верифицируемо зашифрованной подписи позволяет отправителю сообщения зашифровывать свою подпись с использованием открытого ключа доверенной третьей стороны так, что получатель может убедиться, что зашифрованная подпись содержит действительную подпись для сообщения, но не может получить никакой иной информации о подписи. Историю развития, теорию и практику применения, а также различные примеры реализаций этой схемы можно проследить по многочисленным публикациям, например [2–16].

Схемой верифицируемо зашифрованной подписи называется совокупность семи алгоритмов: алгоритм формирования ключевой пары, алгоритм формирования подписи, алгоритм проверки подписи, алгоритм формирования ключевой пары арбитра, алгоритм формирования верифицируемо зашифрованной подписи, алгоритм проверки верифицируемо зашифрованной подписи, алгоритм арбитража. В схеме взаимодействуют три участника: подписывающий сообщение, получатель сообщения и арбитр.

Алгоритм формирования ключевой пары. В результате работы алгоритма получают пару открытого **pk** и закрытого **sk** ключей подписывающего.

Алгоритм формирования подписи. Входными данными алгоритма являются сообщение M , закрытый ключ sk подписывающего сообщение. В результате работы алгоритма получают сообщение M с подписью σ .

Алгоритм проверки подписи. Входными данными алгоритма являются открытый ключ pk подписывающего сообщение, сообщение M и подпись σ . В результате работы алгоритма подпись принимается, если она действительна, или отклоняется в противном случае.

Примечание. Алгоритмы формирования ключевой пары, формирования подписи и проверки подписи являются стандартными алгоритмами схемы цифровой подписи.

Алгоритм формирования ключевой пары арбитра. В результате работы алгоритма получают пару открытого apk и закрытого ask ключей арбитра.

Алгоритм формирования верифицируемо зашифрованной подписи. Входными данными алгоритма являются сообщение M , закрытый ключ sk подписывающего сообщение и открытый ключ apk арбитра. В результате работы алгоритма получают сообщение M с верифицируемо зашифрованной подписью ves .

Алгоритм проверки верифицируемо зашифрованной подписи. Входными данными алгоритма являются открытый ключ pk подписывающего сообщение, открытый ключ apk арбитра и сообщение M с верифицируемо зашифрованной подписью ves . В результате работы алгоритма подпись принимается, если она действительна, или отклоняется в противном случае.

Алгоритм арбитража. Входными данными алгоритма являются открытый ключ pk подписывающего сообщение, закрытый ключ ask и открытый ключ apk арбитра и сообщение M с верифицируемо зашифрованной подписью ves . В результате работы алгоритма получают исходную подпись s сообщения M .

Подписывающий с помощью алгоритма формирования ключевой пары получает открытый ключ pk и закрытый ключ sk и с помощью алгоритма формирования подписи получает подпись s сообщения M . Арбитр с помощью алгоритма формирования ключевой пары арбитра получает открытый ключ apk и закрытый ключ ask . Подписывающий с помощью алгоритма формирования верифицируемо зашифрованной подписи получает сообщение M уже с верифицируемо зашифрованной подписью ves и отправляет получателю. Получатель, получив сообщение M с верифицируемо зашифрованной подписью ves , с помощью алгоритма проверки верифицируемо зашифрованной подписи проверяет полученную подпись и принимает ее, если она действительна, или отклоняет в противном случае. Получатель может обратиться к арбитру и с помощью алгоритма арбитража получить исходную подпись s сообщения M , и далее с помощью алгоритма проверки подписи проверить ее.

Важным практическим применением схем верифицируемо зашифрованной подписи является онлайн-подписание контрактов. Стороны, участвующие в сделке, ведут переговоры онлайн без личных встреч. Они просто обмениваются своими верифицируемо зашифрованными подписями по согласованному контракту, проверяют их и, наконец, обмениваются соответствующими обычными подписями. Если же вдруг один из участников сделки попытается по каким-либо корыстным причинам злоупотребить частично подписанным документом, не предоставляя свою исходную подпись, то арбитр может вмешаться и раскрыть его подпись. Контракт становится обязательным, несмотря на попытку этого участника отказаться от него.

Основным компонентом схемы является некоторая стандартная цифровая подпись. В данной работе используется постквантовая цифровая подпись TANBA-SPHINCS+ [1]. Это вариант реализации схемы цифровой подписи SPHINCS+ [17, 18], известного постквантового криптографического алгоритма, основанного на хешировании. SPHINCS+ является основой стандарта FIPS 205 [19] проекта по стандартизации алгоритмов постквантовой криптографии Национального института стандартов и технологий США (NIST). Основополагающим компонентом схемы SPHINCS+ является криптографическая хеш-функция, свойства безопасности которой обеспечивают безопасность схемы в целом. Схема предоставляет возможность проектировать алгоритмы цифровой подписи с любой безопасной криптографической хеш-функцией. SPHINCS+ предполагает реализации с использованием криптографических хеш-

функций SHA2, SHAKE и Haraka, а вариант схемы, изложенный в стандарте FIPS 205, использует только алгоритмы SHA2 или SHAKE. Существуют реализации SPHINCS+ с использованием ряда других криптографических хеш-функций, например, варианты представленные в работах [20, 21]. Алгоритм цифровой подписи TANBA-SPHINCS+ использует криптографическую хеш-функцию TANBA, построенную на основе модифицированной схемы Sponge. Sponge – это известная схема криптографической хеш-функции, лежащая в основе множества различных современных криптографических алгоритмов хеширования, в том числе и стандартов. Основным компонентом схемы Sponge является так называемая внутренняя функция. В модифицированной схеме вместо одной внутренней функции используется множество внутренних функций.

Следующим важным компонентом проектируемого протокола является криптографический протокол, обеспечивающий шифрование данных на заданное время, Elliptic Curves Time-Lapse Cryptography (ECTLC) [22]. Составляющими компонентами протокола является ряд алгоритмов криптографии на эллиптических кривых, а именно протокол генерации распределенного ключа, основанный на дискретном логарифмировании на эллиптических кривых [23], протокол проверяемого порогового разделения секрета Педерсена [24] и алгоритм шифрования Эль-Гамала на эллиптических кривых [25].

Тем самым ключевыми свойствами проектируемого протокола являются постквантовая стойкость и возможность проверки подписи через заданное время. В таблице 1 приводится сравнение некоторых уже существующих схем верифицируемо зашифрованной подписи по этим критериям. Такие же параметры, как вычислительная сложность, размеры компонентов, в таблицу не включены, так как они не являются определяющими в рамках данной работы и будут анализированы отдельно.

Таблица 1 – Сравнение схем верифицируемо зашифрованной подписи по постквантовой стойкости и возможности проверки через заданное время

Схема	Используемая схема подписи	Стойкость против квантовых атак	Возможность проверки через заданное время
[2]	ElGamal	-	-
[3]	BLS	-	-
[4]	RSA	-	-
[5]	Waters	-	-
[6]	RSA	-	-
[7]	lattice-based	+	-
[8]	RSA	-	-
[9]	Waters	-	-
[10]	Waters dual	-	-
[11]	lattice-based	+	-
[12]	lattice-based	+	-
[13]	ECDSA	-	-
[14]	Schnorr	-	-
[15]	ECDSA	-	-
[16]	lattice-based	+	-
Данная работа	hash-based	+	+

Результаты и обсуждение

На основе вышеуказанных алгоритмов можно построить криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время. Протокол описывает взаимодействие трех участников. Первый участник – это отправитель

подписанного сообщения (далее – Отправитель). Второй участник – получатель сообщения, проверяющий подпись (далее – Получатель). Третий участник – арбитр с возможностью шифрования на заданное время (далее – Арбитр). Протокол предназначен для решения следующей задачи. Пусть M – некоторое сообщение. В некоторый момент времени T Отправитель хочет отправить Получателю подписанное сообщение M так, чтобы Получатель смог проверить подпись не раньше заданного Отправителем будущего момента времени $T + \delta$.

Пошаговое описание протокола.

Формирование пары ключей и подписи (шаги 1 и 2) соответствуют алгоритму постквантовой подписи TANBA-SPHINCS+.

1) Отправитель с помощью некоторого криптографически стойкого генератора псевдослучайных чисел получает закрытый ключ $sk = sk_{seed} \parallel sk_{prf} \parallel pk_{seed} \parallel pk_{root}$ и открытый ключ $pk = pk_{seed} \parallel pk_{root}$.

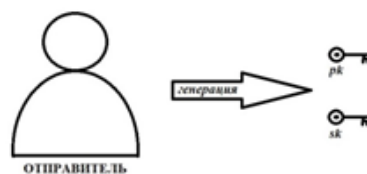


Рисунок 1 – Шаг 1

2) Затем Отправитель формирует подпись $\sigma = R \parallel \sigma_{FORS} \parallel \sigma_{HT}$, где $R = PRF_{msg}(sk_{prf}, opt, M)$ – n -битовая строка рандомизации, $PRF_{msg}: \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \times \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ – псевдослучайная функция, opt – некоторое дополнительное случайное n -битовое значение, σ_{FORS} – подпись FORS и σ_{HT} – подпись гипер-дерева, определенные с помощью R .

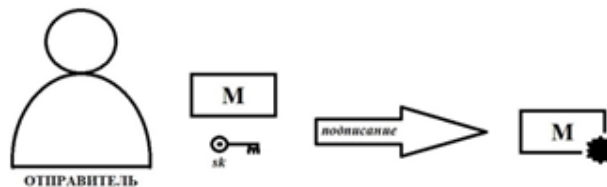


Рисунок 2 – Шаг 2

3) Далее Отправитель запрашивает у Арбитра открытый ключ Арбитра apk , указывая момент времени $T + \delta$.

4) Получив запрос, Арбитр формирует открытый ключ apk согласно криптографическому протоколу ECTLC и передает его Отправителю.

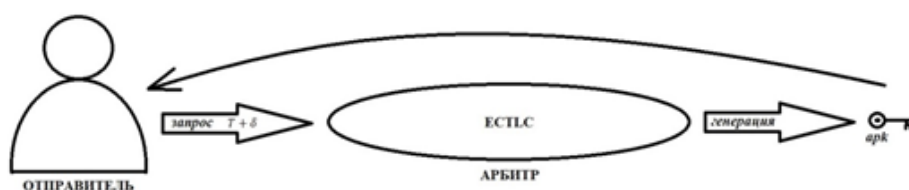


Рисунок 3 – Шаги 3–4

5) Получив открытый ключ Арбитра apk , Отправитель формирует зашифрованную подпись $\sigma_{ves} = E_{apk}(R) \parallel \sigma_{FORS} \parallel \sigma_{HT}$, где $E_{apk}(R)$ – зашифрованное с помощью открытого ключа Арбитра значение R из исходной подписи согласно криптографическому протоколу ECTLC.

6) Отправитель отправляет сообщение M с зашифрованной подписью σ_{ves} Получателю.



Рисунок 4 – Шаги 5–6

7) Получив сообщение M с зашифрованной подписью σ_{ves} , Получатель запрашивает у Арбитра закрытый ключ Арбитра ask .

8) Получив запрос, Арбитр проверяет время. Если текущее время уже достигло момента времени $T + \delta$, Арбитр формирует закрытый ключ ask согласно криптографическому протоколу ECTLC и передает его Получателю. Если же текущее время еще не достигло момента времени $T + \delta$, Арбитр отказывает в запросе и отправляет Получателю сообщение о том, что проверка подписи не доступна до указанного момента времени.

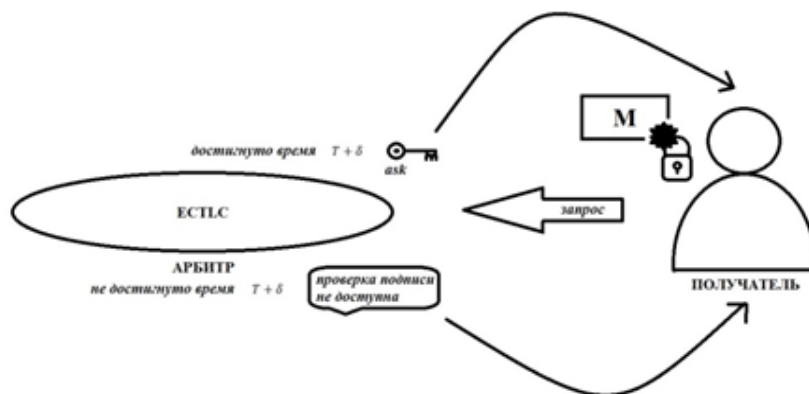


Рисунок 5 – Шаги 7–8

9) При получении отказа от Арбитра Получатель ожидает указанное время, при достижении которого заново отправляет запрос Арбитру. Получив закрытый ключ Арбитра ask , Получатель вычисляет $R = D_{ask}(E_{apk}(R))$ – расшифрованное с помощью закрытого ключа Арбитра исходное значение R из исходной подписи согласно криптографическому протоколу ECTLC.



Рисунок 6 – Шаг 9

10) Расшифровав исходное значение R , Получатель выполняет проверку полученной подписи $\sigma = R \parallel \sigma_{FORS} \parallel \sigma_{HT}$ согласно алгоритму постквантовой подписи TANBA-SPHINCS+. Все шаги протокола проиллюстрированы на следующем рисунке.

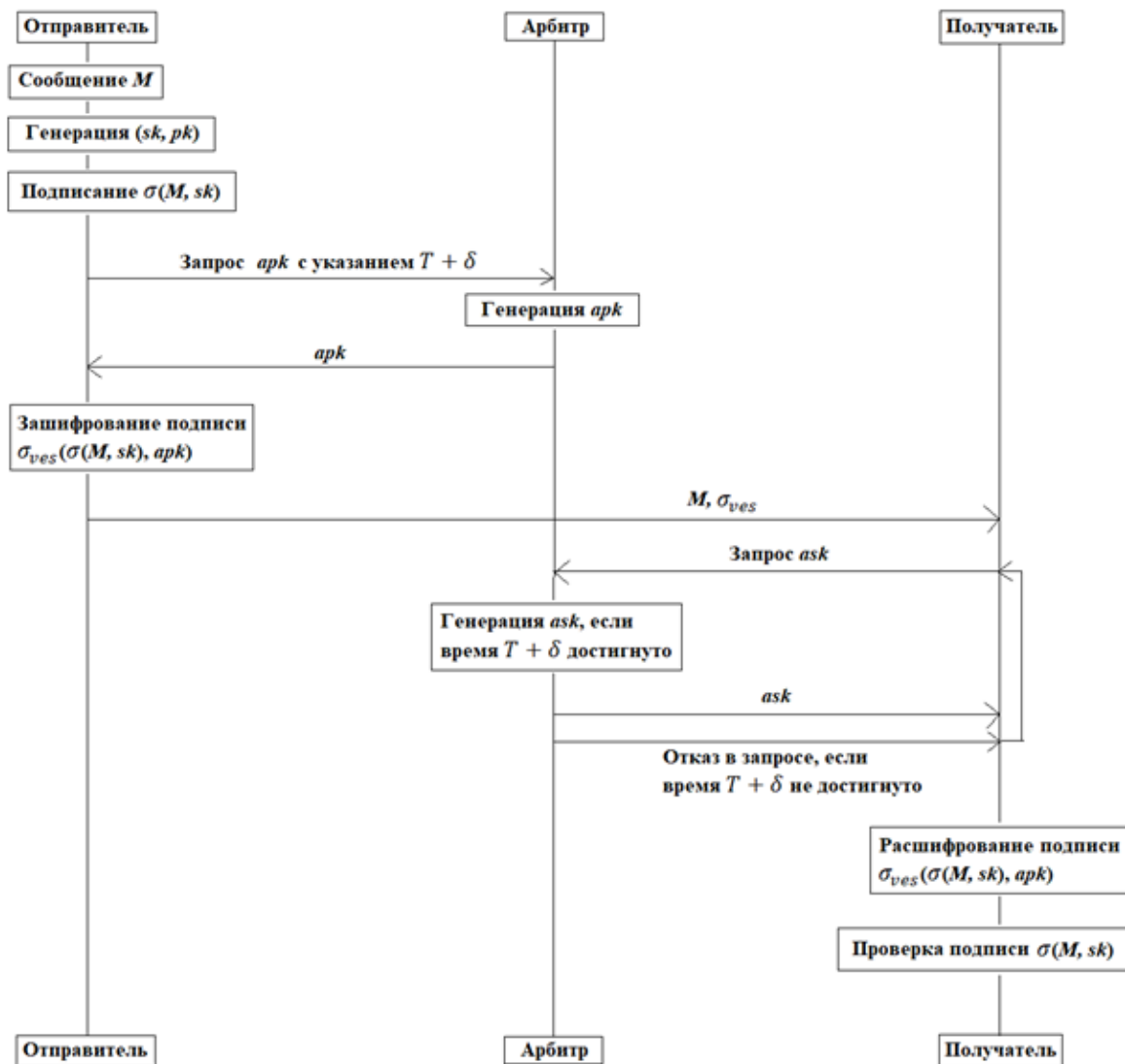


Рисунок 7 – Криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время

Ключевую роль в данном протоколе играет Арбитр. Он предоставляет остальным участникам протокола сервис шифрования данных на заданное время. Арбитр является некоторой сетью из n распределенных серверов с неким порталом для приема и обработки заявок на шифрование. Эти серверы согласно протоколу ECTLC выполняют вычисления, осуществляют хранение секретных данных, а также имеют возможности для резервного копирования данных в случае аварийных ситуаций. Предполагается, что серверы не вступают в сговор между собой, т.е. они не обмениваются конфиденциальной информацией, не предусмотренной протоколом, друг с другом. Также предполагается, что существует некоторое пороговое значение « t », при котором максимум $t - 1$ серверов могут нарушать протокол, и, по крайней мере, t серверов считаются честно придерживающимися протокола. Должно выполняться условие

$n \geq 2t - 1$ ($t \leq (n + 1)/2$). И если один или несколько серверов (максимум $t - 1$ серверов) выйдут из строя, то система будет продолжать работать. Применение в рамках данного протокола алгоритма распределенной генерации ключей на основе дискретного логарифма на эллиптических кривых усиливает в целом отказоустойчивость системы. Если один или несколько серверов Арбитра, участвующих в генерации ключей, выйдут из строя или будут скомпрометированы, Арбитр посредством взаимодействия остальных серверов (достаточного количества (порог)) сможет генерировать запрашиваемые криптографические ключи.

Далее перейдем к аналитической оценке вычислительных характеристик протокола. Пусть далее n, w, k, t, h, d, len – параметры алгоритма TANBA-SPHINCS+, аналогичные стандартным параметрам схемы SPHINCS+, функции $PRF, PRF_{msg}, H_{msg}, T_l, F, H$ – криптографические хеш-функции, используемые в схеме SPHINCS+, определяемые с помощью криптографической функции TANBA.

В рамках протокола Отправитель выполняет генерацию ключей, требующую 3 вызова генератора псевдослучайных чисел (для генерации $sk_{seed}, sk_{prf}, pk_{seed}$), $2^{h/d} - 1$ вызовов функции H , $2^{h/d} \cdot w \cdot len$ вызовов функции F , $2^{h/d} \cdot len$ вызовов функции PRF , $2^{h/d}$ вызовов функции T_{len} для вычисления pk_{root} . Далее Отправитель выполняет подписание, требующее $k \cdot (t - 1) + d \cdot (2^{h/d} - 1)$ вызовов функции H , $k \cdot t + d \cdot 2^{h/d} \cdot w \cdot len$ вызовов функции F , $k \cdot t + d \cdot 2^{h/d} \cdot len$ вызовов функции PRF , $d \cdot 2^{h/d}$ вызовов функции T_{len} , а также по одному вызову функций PRF_{msg}, H_{msg}, T_k . И наконец, Отправитель выполняет одну операцию зашифрования $E_{apk}(R)$. Арбитр не участвует в операциях вычисления хеш-значений и подписи, а только генерирует ключи для зашифрования и расшифрования, осуществляет проверку времени. Отправитель выполняет одну операцию расшифрования и последующую проверку подписи, требующую $k \cdot \log t + h$ вызовов функции H , $k + d \cdot w \cdot len$ вызовов функции F , d вызовов функции T_{len} , а также по одному вызову функций H_{msg}, T_k .

Основные затраты на память связаны с ключами sk (длина $4n$), pk (длина $2n$), подписью σ (длина $(h + k \cdot (\log t + 1) + d \cdot len + 1) \cdot n$), а также с зашифрованной подписью σ_{ves} и ключами Арбитра ask, apk .

Далее формализуем модель безопасности, определим криптографические свойства, которыми обладает протокол, и предположения, при которых эти свойства гарантируются. Безопасность протокола рассматривается в стандартной модели вероятностно-полиномиального противника, который полностью контролирует каналы связи, обладает полными знаниями алгоритмов и публичных параметров. Предполагается, что Арбитр является честным и обладает надежными и точными часами. Предполагается, что используемый в протоколе алгоритм цифровой подписи обладает свойством экзистенциальной неподделываемости при атаке с выбором сообщений (EUF-CMA). Кроме того, использование алгоритма на базе постквантовой схемы позволяет опираться на стойкость криптографических хеш-функций и обеспечивает устойчивость к атакам с помощью квантовых компьютеров. Также предполагается, что компонент шифрования подписи обладает свойством неразличимости при атаке с выбором открытых текстов (IND-CPA). Это гарантирует сокрытие подписи до наступления условия ее раскрытия (до наступления заданного момента времени). При указанных предположениях протокол обладает следующими свойствами. До заданного момента времени никакой противник не может с ненулевой вероятностью восстановить корректную подпись по зашифрованной подписи. До заданного времени зашифрованная подпись неотличима от зашифрованного любого другого значения той же длины. После раскрытия подписи при наступлении заданного времени противник не может сформировать корректную подпись для нового сообщения.

Лежащий в основе рассматриваемого протокола криптографический алгоритм TANBA-SPHINCS+ сочетает в себе основные преимущества оригинальной схемы постквантовой подписи SPHINCS+ и новые возможности, которые дает Sponge-подобная хеш-функция TANBA. Это делает протокол перспективным для применения в решении различных задач

постквантовой криптографии, позволяя адаптировать его под конкретные требования безопасности и производительности.

Заключение

Предлагаемый в данной работе криптографический протокол верифицируемо зашифрованной подписи с возможностью проверки через заданное время демонстрирует возможности модульного подхода в проектировании криптографических алгоритмов. Протокол является эффективной комбинацией постквантового алгоритма цифровой подписи TANBA-SPHINCS+, криптографического протокола, обеспечивающего шифрование данных на заданное время, ECTLC, и схемы верифицируемо зашифрованной подписи. Это показывает определенные преимущества модульного подхода. Во-первых, он упрощает разработку за счет разделения проектируемого алгоритма на независимые компоненты, каждый из которых можно разрабатывать и тестировать отдельно. Во-вторых, модули могут быть повторно использованы в других криптографических алгоритмах. В-третьих, при необходимости можно заменить один компонент алгоритма без изменения всей архитектуры. Модульная структура делает проектируемый алгоритм более гибким и адаптируемым, что важно для решения задач, связанных с безопасностью. Модульный подход делает проектирование криптографических алгоритмов структурированным и управляемым. Он обеспечивает удобство разработки, легкость адаптации к новым требованиям, возможность повторного использования компонентов и создание масштабируемых, надежных алгоритмов. Такой подход является не только практичным, но и необходимым для соответствия современным вызовам в области информационной безопасности.

Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке КН МНВО РК, No AP23486901.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Оспанов Р., Сейткулов Е., Ергалиева Б., Утебаев К., Атанов С. TANBA-SPHINCS+ - постквантовый криптографический алгоритм цифровой подписи, основанный на хешировании // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия: Физико-математические науки. – 2025. – №1(89). – С. 235–246. <https://doi.org/10.51889/2959-5894.2025.89.1.020>.
- 2 Asokan N., Shoup V., Waidner M. Optimistic fair exchange of digital signatures // Advances in Cryptology - EUROCRYPT'98. EUROCRYPT 1998. LNCS. – 1998. – Vol. 1403. – P. 591–606. <https://doi.org/10.1007/BFb0054156>.
- 3 Boneh D., Gentry C., Lynn B., Shacham H. Aggregate and Verifiably Encrypted Signatures from Bilinear Maps. // Advances in Cryptology – EUROCRYPT 2003. EUROCRYPT 2003. Lecture Notes in Computer Science. – 2003. – Vol. 2656. – P. 416–432. https://doi.org/10.1007/3-540-39200-9_26.
- 4 Ateniese G. Verifiable encryption of digital signature and applications // ACM Transactions on Information and System Security. – 2004. – Vol. 7(1). – P. 1–20. <https://doi.org/10.1145/984334.984335>.
- 5 Lu S., Ostrovsky R., Sahai A., Shacham H., Waters B. Sequential aggregate signatures and multisignatures without random oracles // Advances in Cryptology - EUROCRYPT 2006. EUROCRYPT 2006. LNCS. – 2006. – Vol. 4004. – P. 465–485. https://doi.org/10.1007/11761679_28.
- 6 Rückert M. Verifiably encrypted signatures from RSA without NIZKs // Progress in Cryptology - INDOCRYPT 2009. INDOCRYPT 2009. LNCS. – 2009. – Vol. 5922. – P. 363–377. https://doi.org/10.1007/978-3-642-10628-6_24.
- 7 Kim K.S., Jeong I.R. Efficient verifiably encrypted signatures from lattices // Int. J. Inf. Secur. – 2014. – Vol. 13. – P. 305–314. <https://doi.org/10.1007/s10207-014-0226-0>.
- 8 Shao, Zuhua and Yipeng Gao. Certificate- based verifiably encrypted RSA signatures // Transactions on Emerging Telecommunications Technologies. – 2015. – Vol. 26. – P. 276–289. <https://doi.org/10.1002/ett.2607>.

- 9 Shao Z., Gao Y. Practical verifiably encrypted signature based on Waters signatures // IET Information Security. – 2015. – Vol. 9(3). – P. 185–193. <https://doi.org/10.1049/iet-ifs.2013.0385>.
- 10 Nishimaki R., Xagawa K. Verifiably encrypted signatures with short keys based on the decisional linear problem and obfuscation for encrypted VES // Cryptology ePrint Archive. – 2015. – Paper 2015/248. <https://eprint.iacr.org/2015/248>.
- 11 Zhang Y., Hu Y. A New Verifiably Encrypted Signature Scheme from Lattices // J. Comput. Res. Develop. – 2017. – Vol. 54. – P. 305–312. <https://dx.doi.org/10.7544/issn1000-1239.2017.20150887>.
- 12 Wang F., Shi S. Lattice-Based Encrypted Verifiably Encryption Signature Scheme for the Fair and Private Electronic Commerce // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 147481–147489. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2946272>.
- 13 Yang X., Lau W.F., Ye Q., Au M.H., Liu J.K., Cheng J. Practical escrow protocol for Bitcoin // IEEE Trans. Inf. Forensics Security. – 2020. – Vol. 15. – P. 3023–3034. <https://doi.org/10.1109/TIFS.2020.2976607>.
- 14 Fournier L. One-Time Verifiably Encrypted Signatures AKA Adaptor Signatures. – 2019. URL: <https://raw.githubusercontent.com/LLFourn/one-time-VES/master/main.pdf>.
- 15 Yang X., Liu M., Au M.H., Luo X., Ye Q. Efficient Verifiably Encrypted ECDSA-Like Signatures and Their Applications // IEEE Trans. Inf. Forensics Secur. – 2022. – Vol. 17. – P. 1573–1582. <https://doi.org/10.1109/TIFS.2022.3165978>.
- 16 Lu X., Yin W., Zhang P. Lattice-Based Verifiably Encrypted Signature Scheme Without Gaussian Sampling for Privacy Protection in Blockchain // Sustainability. – October 31, 2022. – Vol. 14. – No. 21. – P. 14225. <https://doi.org/10.3390/su142114225>.
- 17 Aumasson J.-P., Bernstein D.J., Beullens W., Dobraunig C., Eichlseder M., Fluhrer S., Gazdag S.-L., Hülsing A., Kampanakis P., Kölbl S. et al. SPHINCS+ // Submission to the 3rd Round of the NIST Post-Quantum Project. – 2022. – Vol. 3.1. <https://sphincs.org/data/sphincs+-r3.1-specification.pdf>.
- 18 Bernstein D. J., Hülsing A., Kölbl S., Niederhagen R., Rijneveld J., Schwabe P. The SPHINCS+ signature framework // Proceedings of the 2019 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security (CCS '19). – London, UK, 2019. – P. 2129–2146.
- 19 National Institute of Standards and Technology. Stateless Hash-Based Digital Signature Standard. – Washington, D.C.: Department of Commerce, 2024. – (Federal Information Processing Standards Publications; FIPS 205). <https://doi.org/10.6028/NIST.FIPS.205>.
- 20 Kiktenko E., Bulychev A., Karagodin P., Pozhar N., Anufriev M., Fedorov A. SPHINCS+ post-quantum digital signature scheme with Streebog hash function // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2241. – P. 020014.
- 21 Sim M., Eum S., Song G., Kwon H., Jang K., Kim H., Kim H., Yang Y., Kim W., Lee W. K. et al. K-XMSS and K-SPHINCS+: Hash-based signatures with Korean cryptography algorithms // Cryptology ePrint Archive. – 2022. – Report 2022/152. – URL: <https://eprint.iacr.org/2022/152>.
- 22 Tasmagambetov O., Seitkulov Ye., Ospanov R., Yergaliyeva B. Fault-tolerant backup storage system for confidential data in distributed servers // TELKOMNIKA (Telecommunication Computing Electronics and Control). – 2023. – Vol. 21. – No. 5. – P. 1030–1038. <https://doi.org/10.12928/telkomnika.v21i5.25305>.
- 23 Tang C., Chronopoulos A.T. An efficient distributed key generation protocol for secure communications with causal ordering // Proceedings of the 11th International Conference on Parallel and Distributed Systems (ICPADS 2005). – Fukuoka, Japan, July 20–22, 2005. – Vol. 2. – P. 285–289.
- 24 Pedersen T.P. Non-interactive and information-theoretic secure verifiable secret sharing // Lecture Notes in Computer Science. – 1991. – Vol. 576. – P. 129–140. (Proc. of CRYPTO'91).
- 25 Trung M. M., Do L. P., Tuan D. T., Thanh N. V., Tri N. Q. Design a cryptosystem using elliptic curves cryptography and Vigenère symmetric key // International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE). – 2023. – Vol. 13. – No. 2. – P. 1734–1743. <https://doi.org/10.11591/ijece.v13i2>.

REFERENCES

- 1 Ospanov, R., Sejtikulov, E., Ergaliev, B., Utebaev, K., Atanov, S. TANBA-SPHINCS+ - postkvantovyy kriptograficheskij algoritm cifrovoy podpisi, osnovannoj na heshirovanii. Vestnik KazNPU imeni Abaya. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki, 1(89), 235–246 (2025). <https://doi.org/10.51889/2959-5894.2025.89.1.020>. (in Russian)
- 2 Asokan, N., Shoup, V., Waidner, M. Optimistic fair exchange of digital signatures. Advances in Cryptology – EUROCRYPT 1998, 1403, 591–606 (1998). <https://doi.org/10.1007/BFb0054156>.

- 3 Boneh, D., Gentry, C., Lynn, B., Shacham, H. Aggregate and verifiably encrypted signatures from bilinear maps. *Advances in Cryptology – EUROCRYPT 2003*, 2656, 416–432 (2003). https://doi.org/10.1007/3-540-39200-9_26.
- 4 Ateniese, G. Verifiable encryption of digital signatures and applications. *ACM Transactions on Information and System Security*, 7(1), 1–20 (2004). <https://doi.org/10.1145/984334.984335>
- 5 Lu, S., Ostrovsky, R., Sahai, A., Shacham, H., Waters, B. Sequential aggregate signatures and multisignatures without random oracles. *Advances in Cryptology – EUROCRYPT 2006*, 4004, 465–485 (2006). https://doi.org/10.1007/11761679_28
- 6 Rückert, M. Verifiably encrypted signatures from RSA without NIZKs. *Progress in Cryptology – INDOCRYPT 2009*, 5922, 363–377 (2009). https://doi.org/10.1007/978-3-642-10628-6_24
- 7 Kim, K. S., Jeong, I. R. Efficient verifiably encrypted signatures from lattices. *International Journal of Information Security*, 13, 305–314 (2014). <https://doi.org/10.1007/s10207-014-0226-0>
- 8 Shao, Z., Gao, Y. Certificate-based verifiably encrypted RSA signatures. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 26, 276–289 (2015). <https://doi.org/10.1002/ett.2607>
- 9 Shao, Z., Gao, Y. Practical verifiably encrypted signature based on Waters signatures. *IET Information Security*, 9(3), 185–193 (2015). <https://doi.org/10.1049/iet-ifs.2013.0385>
- 10 Nishimaki, R., Xagawa, K. Verifiably encrypted signatures with short keys based on the decisional linear problem and obfuscation for encrypted VES. *Cryptology ePrint Archive*, Report 2015/248 (2015). URL: <https://eprint.iacr.org/2015/248>
- 11 Zhang, Y., Hu, Y. A new verifiably encrypted signature scheme from lattices. *Journal of Computer Research and Development*, 54, 305–312 (2017). <https://doi.org/10.7544/issn1000-1239.2017.20150887>
- 12 Wang, F., Shi, S. Lattice-based encrypted verifiably encryption signature scheme for fair and private electronic commerce. *IEEE Access*, 7, 147481–147489 (2019). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2946272>
- 13 Yang, X., Lau, W. F., Ye, Q., Au, M. H., Liu, J. K., Cheng, J. Practical escrow protocol for Bitcoin. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 15, 3023–3034 (2020). <https://doi.org/10.1109/TIFS.2020.2976607>
- 14 Fournier, L. One-time verifiably encrypted signatures (adaptor signatures). Technical report (2019). URL: <https://raw.githubusercontent.com/LLFourn/one-time-VES/master/main.pdf>
- 15 Yang, X., Liu, M., Au, M. H., Luo, X., Ye, Q. Efficient verifiably encrypted ECDSA-like signatures and their applications. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 17, 1573–1582 (2022). <https://doi.org/10.1109/TIFS.2022.3165978>
- 16 Lu, X., Yin, W., Zhang, P. Lattice-based verifiably encrypted signature scheme without Gaussian sampling for privacy protection in blockchain. *Sustainability*, 14(21), 14225 (2022). <https://doi.org/10.3390/su142114225>
- 17 Aumasson, J.-P., Bernstein, D. J., Beullens, W., Dobraunig, C., Eichlseder, M., Fluhrer, S., Gazdag, S.-L., Hülsing, A., Kampanakis, P., Kölbl, S. et al. SPHINCS+. Submission to the NIST Post-Quantum Cryptography Project, version 3.1 (2022). URL: <https://sphincs.org/data/sphincs+-r3.1-specification.pdf>
- 18 Bernstein, D. J., Hülsing, A., Kölbl, S., Niederhagen, R., Rijneveld, J., Schwabe, P. The SPHINCS+ signature framework. *Proceedings of the ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security*, 2129–2146 (2019).
- 19 National Institute of Standards and Technology. Stateless hash-based digital signature standard. Federal Information Processing Standards Publications, FIPS 205 (2024). <https://doi.org/10.6028/NIST.FIPS.205>
- 20 Kiktenko, E., Bulychiev, A., Karagodin, P., Pozhar, N., Anufriev, M., Fedorov, A. SPHINCS+ post-quantum digital signature scheme with Streebog hash function. *AIP Conference Proceedings*, 2241, 020014 (2020).
- 21 Sim, M., Eum, S., Song, G., Kwon, H., Jang, K., Kim, H., Kim, H., Yang, Y., Kim, W., Lee, W. K. et al. K-XMSS and K-SPHINCS+: Hash-based signatures with Korean cryptography algorithms. *Cryptology ePrint Archive*, Report 2022/152 (2022). URL: <https://eprint.iacr.org/2022/152>
- 22 Tasmagambetov, O., Seitkulov, E., Ospanov, R., Yergaliyeva, B. Fault-tolerant backup storage system for confidential data in distributed servers. *TELKOMNIKA*, 21(5), 1030–1038 (2023). <https://doi.org/10.12928/telkomnika.v21i5.25305>
- 23 Tang, C., Chronopoulos, A. T. An efficient distributed key generation protocol for secure communications with causal ordering. *Proceedings of the International Conference on Parallel and Distributed Systems*, 2, 285–289 (2005).

24 Pedersen, T. P. Non-interactive and information-theoretic secure verifiable secret sharing. Lecture Notes in Computer Science, 576, 129–140 (1991).

25 Trung, M. M., Do, L. P., Tuan, D. T., Thanh, N. V., Tri, N. Q. Design a cryptosystem using elliptic curves cryptography and Vigenère symmetric key. International Journal of Electrical and Computer Engineering, 13(2), 1734–1743 (2023). <https://doi.org/10.11591/ijece.v13i2.pp1734-1743>

¹Сейткулов Е.Н.,

ф.-м.ф.к., ғылыми қызметкер,
ORCID ID: 0000-0002-5172-8339,
e-mail: yerzhan.seitkulov@gmail.com

^{1*}Оспанов Р.М.,

магистр, ғылыми қызметкер,
ORCID ID: 0000-0002-0771-575X,
*e-mail: ospanovrm@gmail.com

¹Ерғалиева Б.Б.,

ғылыми қызметкер,
ORCID ID: 0000-0002-1252-857X,
e-mail: banu.yergaliyeva@gmail.com

²Утебаев К.А.,

магистрант, ғылыми қызметкер,
ORCID ID: 0009-0004-3032-5049,
e-mail: utebayevkuat@gmail.com

¹Атанов С.К.,

т.ғ.д., профессор,
ORCID ID: 0000-0003-2115-7130,
e-mail: atanov_sk@enu.kz

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Астана қ., Қазақстан

²«МИФИ» ұлттық ядролық зерттеу университетінің Алматы филиалы,
Алматы қ., Қазақстан

БЕЛГІЛІ УАҚЫТТАН KEЙІН ТЕКСЕРУ МҮМКІНДІГІ БАР ТЕКСЕРІЛЕТІН ШИФРЛАНҒАН ҚОЛТАҢБАНЫҢ КРИПТОГРАФИЯЛЫҚ ХАТТАМАСЫ

Андатпа

Ақпараттық қауіпсіздік саласындағы заманауи бағыттардың бірі – посткванттық криптография. Оның мақсаты кванттық төзімді жаңа криптографиялық алгоритмдерді әзірлеу. Посткванттық криптографияның маңызды бөлімдерінің бірі – электрондық цифрлық қолтаңба алгоритмдері. Посткванттық қолтаңбаларды жобалаудың әртүрлі тәсілдері бар. Посткванттық криптографиялық цифрлық қолтаңба алгоритмдерін жобалаудың негізгі тәсілдерінің бірі – хэштеуге негізделген посткванттық цифрлық қолтаңба схемалары. Хэш негізіндегі посткванттық цифрлық қолтаңба схемалары посткванттық криптографиялық цифрлық қолтаңба алгоритмдерінің негізгі түрлерінің қатарына жатады. Олар тиімділігі жоғары әрі қауіпсіздігі сенімді. Олардың қауіпсіздігі классикалық және кванттық шабуылдарға қарсы дәлелденген. Ақпараттық қауіпсіздіктің әртүрлі міндеттерін шешуге арналған сандық қолтаңбалардың көптеген түрлері бар, соның ішінде топтық қолтаңбалар, сақиналы қолтаңбалар, соқыр қолтаңбалар, тексерілетін шифрланған қолтаңбалар және басқалары. Бұл құжат TANBA-SPHINCS+ – посткванттық криптографиялық цифрлық қолтаңба алгоритміне негізделген, белгілі бір уақыт өткеннен кейін тексеру мүмкіндігін қамтамасыз ететін жаңа тексерілетін шифрланған қолтаңба криптографиялық хаттамасын ұсынады. Ұсынылған хаттама TANBA-SPHINCS+ посткванттық цифрлық қолтаңба алгоритмінің, деректерді белгілі бір уақытқа дейін шифрлауды қамтамасыз ететін ECTLC криптографиялық хаттамасының және тексерілетін шифрланған қолтаңба схемасының тиімді комбинациясын қамтиды.

Тірек сөздер: криптографиялық хаттама, цифрлық қолтаңба, посткванттық криптография, асимметриялық криптография, тексерілетін шифрланған қолтаңба.

¹Seitkulov Ye.N.,

Cand. Phys.-Math. Sc., Research Fellow,
ORCID ID: 0000-0002-5172-8339,
e-mail: yerzhan.seitkulov@gmail.com

^{1*}Ospanov R.M.,

MSc (Tech.), Research Fellow,
ORCID ID: 0000-0002-0771-575X,
*e-mail: ospanovrm@gmail.com

¹Yergaliyeva B.B.,

Research Fellow,
ORCID ID: 0000-0002-1252-857X,
e-mail: banu.yergaliyeva@gmail.com

²Utebayev K.A.,

Master's student, Research Fellow,
ORCID ID: 0009-0004-3032-5049,
e-mail: utebayevkuat@gmail.com

¹Atanov S.K.,

Dr. Tech. Sc., Professor,
ORCID ID: 0000-0003-2115-7130,
e-mail: atanov_sk@enu.kz

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University,
Astana, Kazakhstan

²Almaty branch of the National Research Nuclear University MEPhI,
Almaty, Kazakhstan

CRYPTOGRAPHIC PROTOCOL OF VERIFIABLY ENCRYPTED SIGNATURE WITH POSSIBILITY OF VERIFICATION AFTER A SPECIFIED TIME

Abstract

One of the modern directions in the field of information security is post-quantum cryptography. Its purpose is to develop new quantum-resistant cryptographic algorithms. An important section of post-quantum cryptography is electronic digital signature algorithms. There are a number of different approaches to designing post-quantum signatures. One of the main approaches to designing post-quantum cryptographic digital signature algorithms is hash-based post-quantum digital signature schemes. Hash-based post-quantum digital signature schemes are one of the main types of post-quantum cryptographic digital signature algorithms. They are quite efficient and provably secure. Their reliable security has been established against both classical and quantum attacks. There are many types of digital signatures for solving various information security problems, such as group signatures, ring signatures, blind signatures, verifiably encrypted signatures, etc. This paper proposes a new cryptographic protocol of verifiably encrypted signature with possibility of verification after a specified time based on the post-quantum cryptographic algorithm of hash-based digital signature, TANBA-SPHINCS+. The protocol is an efficient combination of the post-quantum digital signature algorithm TANBA-SPHINCS+, the cryptographic protocol providing data encryption for a specified time, ECTLC, and the verifiably encrypted signature scheme.

Keywords: cryptographic protocol, digital signature, post-quantum cryptography, asymmetric cryptography, verifiably encrypted signature.

Received: August 8, 2025; revised: December 12, 2025; accepted: January 17, 2026.

УДК 004.421.2

МРНТИ 27.33.19, 27.35.15

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-82-93>^{1*}Ауезова А.С.,

магистр, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-9860-4491,

*e-mail: a.auyezova@iitu.edu.kz

²Муханова А.М.,

к.т.н., старший преподаватель, ORCID ID: 0000-0001-6781-5501,

e-mail: nuraksulu72@mail.ru

³Синчев А.,

магистр, ORCID ID: 0000-0002-7333-2255,

e-mail: askar.sinchev@gmail.com

¹Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан²Q-university, г. Алматы, Казахстан³National Information Technologies JSC, г. Астана, Казахстан

АЛГОРИТМЫ NP-ПОЛНЫХ ЗАДАЧ. ЧАСТЬ I

Аннотация

В работе рассматривается параметризованная постановка задачи о сумме подмножеств для n -элементного множества положительных целых чисел, сумма элементов которого равна заданному сертификату S . Предлагается метод формирования подмножеств фиксированной мощности k на основе индексных сертификатов и двумерных массивов, позволяющий эффективно выполнять выборку подмножеств без полного перебора. Основная идея заключается в переходе от значений элементов к индексному пространству и использовании структурированных диагоналей массивов, что снижает практическую трудоемкость вычислений при фиксированном k . Представлены алгоритмы формирования подмножеств четной мощности и показана их применимость в задачах поиска информации и обработки больших данных, а также на задачи поиска неструктурированной информации, где существенную роль играют скорость обработки и рациональное использование памяти. Подчеркивается, что полученные результаты относятся к ограниченной и параметризованной постановке задачи и не противоречат известной NP-полноте общей формулировки.

Ключевые слова: NP-полные задачи, задача о сумме подмножеств, полиномиальные алгоритмы, динамическое программирование, большие данные (Big Data), поиск информации.

Введение

В n -элементном множестве целых чисел X^n найти подмножество, сумма элементов которого равна сертификату S . Эта задача о сумме подмножеств связана с проблемой ранца, которая решена Р. Беллманом [1] в 1956 г. Им предложен псевдополиномиальный алгоритм с временем выполнения $T=O(nS)$ на основе метода динамического программирования.

Спустя 43 года Д. Писинжер [2] улучшил решение этой задачи за время $T=O(nS/\log S)$, применяя битовое представление сертификата S .

Недавно Килильяс и Сюй представили в [3] новый псевдополиномиальный алгоритм, основанный на парадигме «разделяй и властвуй», который вычисляет все реализуемые суммы до целого числа $u \geq S$ в оценке времени $O(\min\{\sqrt{n}u, u^{4/3}, \sigma\})$ выполнения алгоритма, где σ – сумма всех элементов исходного множества. В их подходе применяется хеширование для ускорения решения задачи о сумме подмножеств в случаях, когда элементы множества лежат в ограниченном числовом интервале. Общая постановка задачи сводится к такому случаю пу-

тем разбиения исходного множества на несколько меньших подмножеств. Авторы утверждают, что предложенный алгоритм является на сегодняшний день самым быстрым общим детерминированным алгоритмом для решения задачи о сумме подмножеств.

В 2017 г. К. Биргман представил псевдополиномиальный рандомизированный алгоритм [4], работающий за время $O(n+S)$. Точнее, учитывая экземпляр задачи о сумме подмножеств (X^n, S) , вычисляется множество всех сумм $s(X^n; S)$, генерируемых небольшими подмножествами $Y \subseteq X^n$ размерности $|Y| \leq k$ с постоянной вероятностью принадлежности сертификата S множеству сумм $s(X^n; t)$ и малой ошибкой. В дальнейшем данный параметр k используется при определении трудоемкости алгоритма.

Важно отметить, что детальный обзор современных результатов, содержащихся более чем в 60 научных трудах, по псевдополиномиальным алгоритмам решения задачи о сумме подмножеств приведен в работах [3, 4].

Наряду с псевдополиномиальными алгоритмами имеются точные алгоритмы с экспоненциальным временем работы, когда в n -элементном множестве X^n существует хотя бы одно подмножество, сумма элементов которого равна S . В первую очередь, к ним относятся работы Горовиц, Санни [5] с временем выполнения алгоритма $T = O(2^{n/2})$ и требуемой памятью $\mathbb{S} = O(2^{n/2})$ и Шреппеля, Шамира [6] с временем выполнения алгоритма $T = O(2^{n/2})$ и требуемой памятью $\mathbb{S} = O(2^{\frac{n}{4}})$.

В работах [7, 8, 9] введены понятия полиномиального (практического) алгоритма и его трудоемкости. Трудоемкость алгоритма напрямую используется при определении времени работы алгоритмов, разработанных на основе известного метода перебора, табличных методов (табличная k -сумма) и методов поискового запроса неструктурированной информации по многим ключевым словам [10, 11] и методов обработки и анализа больших данных [12].

Важно подчеркнуть, что анализ трудоемкости алгоритмов решения задачи о сумме подмножеств является фундаментальной проблемой теоретической информатики. Данная задача широко используется в качестве стандартной модели при изучении алгоритмов, допускающих полиномиальное время решения, в различных областях информационных технологий. В рамках теоретической информатики на ее основе формулируется ряд типовых практических задач, которые рассматриваются ниже [13–15] и другие.

Задача 1а. Имеется таблица $2 \times n$ и заданное число S . Необходимо найти два числа из разных строчек (по одному из каждой строки, $k=2$), дающих в сумме S .

Задача 1б. Даны множество из n чисел и число S . Требуется выяснить, существует одно или несколько подмножеств из двух чисел ($k=2$), сумма элементов которых равна S .

Алгоритм А. Полный перебор. Время работы $-O(n^2)$.

Алгоритм Б. Перебор с сортировкой. Отсортировать первую строку, для каждого элемента из второй строки вычесть его из S и искать эту разность в первой строке. Время работы $-O(n \log n)$. Требование к памяти $O(n)$.

Эти алгоритмы преподаются в течение последних нескольких десятилетий для студентов и IT-специалистов, и, таким образом, они оказали большое влияние на теоретическую информатику.

Важнейшая задача теоретической информатики о равенстве классов P и NP была сформулирована в 1971 г. и до сих пор остается нерешенной. В настоящее время доказана полнота более 3000 задач из класса NP .

К открытым проблемам вышеуказанных простых задач относятся нахождение времени выполнения алгоритмов $T < O(n \log n)$ и $T < O(n^2 \log n)$. Однако так называемые стандартные задачи не решены до настоящего времени. Вообще, возникает вопрос существования решения простых задач за меньшее время и выборки подмножества $X^k, (k = 2m < \frac{n}{2})$ за время $T \leq O(n^2)$ и требуемое пространство $\mathbb{S} \leq O(n^2)$.

Поэтому исследование каждой проблемы из класса NP -complete является актуальным.

Наши вклады

В n -элементном множестве X^n положительных целых чисел найти k -элементное подмножество X^k ($k < n$), сумма элементов которого равна сертификату S^k . Мощность k определяет трудоемкость предлагаемых алгоритмов решения задачи о сумме подмножества. В полученных патентах USPTO приведена компьютерная система сверхбыстрой обработки больших данных с объемом $n < +\infty$. Для мощности $k=2$ скоростью обработки, пропорциональной времени выполнения $T = O(n)$ с требуемой памятью $S = O(n^2)$. Предложенный подход основан на отображении $y = \tau(S^k, x) = (S^k - x)x, \forall x \in X^n$, аргументами которого являются сертификат S^k и элементы x множества X^n , теореме Ферма и методе слияния. Предыдущие лучшие полиномиальные алгоритмы имеют характеристики $T \leq O(n \log n), M \leq O(n)$ либо $T \leq O(n^2 \log n), S \leq O(n^2)$.

Применения полученных результатов

В работе предложены новые методы решения задачи о сумме подмножеств и соответствующие алгоритмы, ориентированные на задачи обработки и анализа больших данных и поиска неструктурированной информации. Методы применимы к поисковым запросам с двумя и более ключевыми словами и отличаются сниженной трудоёмкостью и рациональным использованием памяти. Время выполнения и требуемая память для таких запросов пропорциональны $O(n^2)$. Использование индексного представления данных обеспечивает повышение скорости обработки и анализа информации в реальном времени в задачах, характеризующихся признаками Big Data (volume, velocity, variety).

Методология

В основе предлагаемого подхода лежит параметризованная постановка задачи о сумме подмножеств, в которой фиксируется мощность искомого подмножества. Такой подход позволяет исследовать структурные свойства задачи без рассмотрения полного пространства всех возможных сочетаний.

Метод основан на введении индексного сертификата, представляющего сумму индексов элементов подмножества. Для фиксированной мощности подмножества формируется двумерный массив, элементы которого соответствуют возможным комбинациям индексов. Каждому значению индексного сертификата соответствует диагональ этого массива, что позволяет свести поиск подмножеств к анализу ограниченного числа элементов.

Формирование подмножеств большей мощности осуществляется путем объединения подмножеств меньшей мощности при условии непересечения их индексов. Такой механизм слияния обеспечивает структурированный перебор и позволяет контролировать вычислительную сложность на каждом этапе.

Следует подчеркнуть, что предложенные алгоритмы ориентированы на параметризованную форму задачи и практические приложения, такие как обработка больших данных и поиск информации. Полиномиальная трудоемкость достигается за счет фиксированной мощности подмножеств и использования структурированных массивов индексов, что не противоречит известной NP-полноте общей постановки задачи.

Материалы и методы

Постановка NP-полной задачи (задачи о сумме подмножества (ЗСП)) и методы их решения

Введем основные определения и обозначения.

Определение 1. Трудоемкостью алгоритма называется функция

$f(n) = O(g(n)) \Leftrightarrow \exists (C > 0), n_0: \forall (n > n_0) f(n) \leq Cg(n)$. Функция $f(n)$ асимптотически ограничена сверху функцией $g(n)$ с точностью до множителя C .

Определение 2. Алгоритм называется полиномиальным, если для трудоемкости функции $f(n)$ найдется такое $k \in \mathbb{N}$, что $f(n) = O(n^k)$, для некоторой константы k , не зависящей от длины входных данных n .

Тогда формальная постановка задачи о сумме подмножеств в параметризованной форме имеет вид:

$$S: \exists \subseteq X^n, \sum_{x_i \in X^k} x_i = S \quad (1)$$

Подмножества X^k выбираются на базе функции сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} \quad (2)$$

На основе свойств функции сочетания (2) найдем дискретный диапазон

$$[S_{min}^k, S_{max}^k] \quad (3)$$

где $S_{min}^k = \sum_{i=1}^k x_i$, $S_{max}^k = \sum_{i=n-k+1}^n x_i$, $x_i \in X^n$. Здесь верхний индекс всех переменных и других величин связан с мощностью подмножества X^k .

Введем отсортированное (не обязательное условие) множество натуральных чисел $N^n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ мощности $n = |N^n|$. Без потерь общности в множество N^n можно включить число ноль, тогда $N^n = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$. Тогда постановка о сумме подмножеств $N^k \subseteq N^n$ мощности $k = |N^k|$ с заданным индексным сертификатом s_k в параметризованной форме имеет вид:

$$s^k: \exists N^k \subseteq N^n, \sum_{n_i \in N^k} n_i = s^k. \quad (4)$$

Вспомогательная задача (4) исключает из вычислительной сложности задачи (1) параметр точности p (определяется как число двоичных разрядов в числах, составляющих исходное множество) и тем самым облегчает решение задачи (1), но и имеет самостоятельный научный интерес. Набор элементов подмножества N^k определяется на основе функции сочетания (2). Каждое подмножество N^k состоит из k элементов множества N^n .

Поэтому найдем величины $s_{min}^k = \sum_1^k n_i$, $n_i \in N^n$, $s_{max}^k = \sum_{n-k+1}^n n_i$, $n_i \in N^n$. Приведем возможный дискретный диапазон изменения индексного сертификата s^k , соответствующий некоторому подмножеству из набора подмножеств $N^k \subseteq N^n$,

$$s^k \in [s_{min}^k, s_{max}^k] \quad (5)$$

Заметим, что диапазон (5) описывает только уникальные индексные сертификаты s_i^k . Далее найдем величину

$$m^k = s_{max}^k - s_{min}^k + 1 = kn - \frac{(k-1)k}{2} - \frac{k(k+1)}{2} + 1 = kn - k^2 + 1 \quad (6)$$

Формула (6) определяет количество уникальных индексных сертификатов s_i^k , $i = 1, 2, \dots, m_k$.

На основе функции сочетания (2) подмножества X^k с мощностью $k = 2$ представляются в виде двумерного треугольного массива порядка $(n-1) \times (n-1)$:

$$X^2 = \left\{ \begin{array}{cccccccc} x_1 + x_2 & x_1 + x_3 & \dots & \dots & \dots & \dots & x_1 + x_{n-1} & x_1 + x_n \\ & x_2 + x_3 & x_2 + x_4 & \dots & \dots & x_2 + x_{n-1} & x_2 + x_n & \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ & & & x_{n-2} + x_{n-1} & x_{n-2} + x_n & & & \\ & & & & x_{n-1} + x_n & & & \end{array} \right\}, X^2 = \{X_1^2, X_2^2, \dots, X_l^2\}, l = C_n^2 \quad (7)$$

Здесь каждое подмножество X^2 состоит из двух элементов: $X^2 = \{x_i, x_j\}$.

Алгоритм генерации массива (7): достаточно сложить элемент x_1 с элементами множества X^n (данное множество представляет собой одномерный массив), начиная со второго элемента, получим $(x_1 + x_2) \in X^2$ и до конца- $(x_1 + x_n) \in X^2$; затем сложить элемент x_2 с элементами этого множества, начиная с третьего элемента $(x_2 + x_3) \in X^2$ и до конца- $(x_{n-2} + x_{n-1} \dots x_{n-2} + x_n) \in X^2$, и так далее, пока не получим последний элемент $(x_{n-1} + x_n) \in X^2$.

Дискретные значения диапазона (4) непосредственно состоят из значений элементов массива (7). Количество элементов в массиве (7) равно $\frac{(n-1)n}{2}$. В частности, $x_{12} = x_1 + x_2, i = 1, j = 2, \dots, x_{ij} = x_{n-1} + x_n, i = n-1, j = n, X^2 = \{x_1, x_2\}, \dots, X^2 = \{x_{n-1}, x_n\}$.

Массив (7) относительно индексов i, j элементов x_{ij} подмножества X^2 имеет вид:

$$N^2 = \left\{ \begin{array}{cccccccccccccccc} 12 & 13 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & n-1 & 1 & n \\ & 23 & 24 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2 & n-1 & 2 & n \\ & & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & & & & \\ & & & & n-2 & n-1 & n-2 & n & & & & & & & & & \\ & & & & & n-1 & n & & & & & & & & & & \end{array} \right\} \quad (8)$$

Здесь индексы двумерного треугольного массива N^2 выбираются из множества последовательных натуральных чисел $N^n = \{1, 2, \dots, n\}$ с мощностью $n = |N^n|$. Отметим, что между массивами (7) и (8) существует взаимно однозначное соответствие. Согласно условию $S^2 \in [z_{min}^k, z_{max}^k]$ леммы имеем, что сертификат S^2 принадлежит дискретному диапазону (4), так как функция (2) генерирует все сочетания, необходимые для формирования всего набора подмножеств X^2 . Это означает, что для данной мощности k найдется элемент $x_i + x_j$ из массива (7), равный сертификату $x_{ij} = S^2$, и при этом фиксируются индексы i, j . Тогда для этого элемента выполняется условие $\sum_{x_i \in X^2} x_i = x_{ij} = x_i + x_j = S^2$. Задача о сумме подмножеств (1) решена.

На базе массива (7) введем двумерный треугольный массив индексных сертификатов:

$$S^2 = \left\{ \begin{array}{cccccccccccccccc} 1+2 & 1+3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1+(n-1) & 1+n \\ & 2+3 & 2+4 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 2+(n-1) & 2+n \\ & & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & & & \\ & & & & n-2+(n-1) & (n-2)+n & & & & & & & & & & \\ & & & & & (n-1)+n & & & & & & & & & & \end{array} \right\} \quad (9)$$

Из массива (9) выделим уникальные индексные сертификаты:

3, 4, ..., $1+(n-1), 1+n, 2+n, \dots, (n-1)+n$.

Таким образом, это соотношение включает первую строку и последний столбец массива (9), так как другие элементы по диагонали повторяются.

Выше доказали разрешимость задачи (1) и существование подмножества X^2 . Это означает, что существует элемент $x_{ij} = x_i + x_j = S^2$ при найденных значениях индексов i и j , тогда необходимый индексный сертификат $s^2 = i + j$. Последнее дает возможность введения диафантова уравнения для нахождения элементов одной из диагоналей массива (9) либо требуемых элементов подмножества N^2 :

$$N^2: n_i + n_j = s^2, (n_i, n_j) \in N^n \quad (10)$$

Важно отметить, что количество решений диафантова уравнения (10) равно количеству подмножеств N^2 при всех индексных сертификатах s^2 . Максимальное количество решений диафантова уравнения (10) будет меньше или равно $n/2$ – наибольшему числу элементов в диагонали массива (8) с индексным сертификатом $s^2 = 1+n$ и $T \leq O\left(\frac{n}{2}\right)$. Другими словами,

время выборки подмножества X^2 , описывающего подмножеством N^2 , определяется количеством элементов найденной диагонали массива (9) при заданной величине индексного сертификата s^2 .

Введем отображение при $k=2$

$$y_i = \tau(x_i, S^k) = (S^k - x_i)x_i, x_i \in X^n \quad (11)$$

и проверка условия

$$\tau(x_i, S^k) = \tau(x_j, S^k) \quad (12)$$

Формирование всех подмножеств N_m^2 и X_m^2 осуществляется с использованием индексного сертификата s^k при объединении подмножеств (7) при учете условия (12)

$$N^k = \bigcup_m N_m^2, X^k = \bigcup_m X_m^2, m = 1, 2, \dots, m, k = 2m < \frac{n}{2}, \quad (13)$$

где индексы выбираемых подмножеств N_m^2 и X_m^2 не должны совпадать.

Метод решения задачи о сумме подмножеств в краткой математической форме (последовательность операций) можно записать так:

$$X^n \rightarrow \tau(x_i, S^k) = \tau(S^k - x_i, S^k) \rightarrow i \neq j \rightarrow X_i^2 \cap X_j^2 = \emptyset, i, j = 1, 2, \dots, m \rightarrow X^k = \bigcup_m X_m^2, k = 2m \leq \frac{n}{2} \quad (14)$$

На базе соотношений (14) установим алгоритм решения NP-полной ЗСП. Первоначально установим алгоритм для задачи (4) – задачи о сумме подмножества для натуральных чисел.

Первый алгоритм определения мощности k подмножества N^k .

Шаг 1. Ввод множества N^n , n , s^k

Шаг 2. Сортировка одномерного массива N^n

Шаг 3. Определение границ $s_{\min}^k, s_{\max}^k$ диапазона (5)

Шаг 4. Проверка принадлежности s^k диапазону $[s_{\min}^m, s_{\max}^m]$

Шаг 5. Вывод мощности k .

Второй алгоритм формирования искомого подмножества N^k для четной мощности k .

Шаг 1. Ввод n , k , s^k, N^n

Шаг 2. Формирование двумерного массива (8)

Шаг 3. Выборка подмножеств N_i^2, N_j^2 на основе отображения (11)

Шаг 4. Проверка условия (11) с целью объединения этих множеств и других

Шаг 5. Формирование подмножества $N^k = \bigcup_m N_m^2, k = 2m \leq \frac{n}{2}$, с несовпадающими индексами этих $N_i^2 \cap N_j^2 = \emptyset, i, j = 1, 2, \dots, m$

Шаг 6. Вывод искомого подмножества N^k .

В заключение отметим, что подмножество N^k полностью описывает подмножество X^k .

Далее несложно установить алгоритмы решения задачи (1).

Третий алгоритм определения мощности k подмножества X^k .

Шаг 1. Ввод множества X^n , n , S^k

Шаг 2. Сортировка одномерного массива X^n

Шаг 3. Определение границ $s_{\min}^k, s_{\max}^k$ диапазона (3)

Шаг 4. Проверка принадлежности S^k диапазону $[s_{\min}^m, s_{\max}^m]$

Шаг 5. Вывод мощности k .

Четвертый алгоритм формирования искомого подмножества X^k для четной мощности k .

Шаг 1. Ввод n , k , S^k, X^n

Шаг 2. Формирование двумерного массива (7)

Шаг 3. Выборка подмножеств X_i^2, X_j^2 на основе отображения (11)

Шаг 4. Проверка условия (11) с целью объединения этих множеств и других

Шаг 5. Формирование подмножества $X^k = \bigcup_m X_m^2, k = 2m \leq \frac{n}{2}$, с несовпадающими индексами этих $X_i^2 \cap X_j^2 = \emptyset, i, j = 1, 2, \dots, m$

Шаг 6. Вывод искомого подмножества X^k .

Пример. Достоверность полученных теоретических и практических результатов с применением двумерных массивов (7), (8), (9) и диафантова уравнения (10) для множеств $X^8 = \{10, 14, 17, 20, 36, 38, 43, 47\}, N^8 = \{1, 2, \dots, 8\}$ следует из матрицы (7) с элементом $x_{ij} = x_i + x_j = S^2$, матрицы (8) с элементом $n_{ij} = (n_i, n_j)$, матрицы (9) с суммой двух индексов, равной $n_i + n_j = s^2$:

$$X^2 = \begin{Bmatrix} 24 & 27 & 30 & 46 & 48 & 53 & 57 \\ 31 & 34 & 50 & 52 & 57 & 61 \\ 37 & 53 & 55 & 60 & 64 \\ 56 & 58 & 63 & 67 \\ 74 & 79 & 83 \\ 81 & 85 \\ 90 \end{Bmatrix}, N^2 = \begin{Bmatrix} 1,2 & 1,3 & 1,4 & 1,5 & 1,6 & 1,7 & 1,8 \\ 2,3 & 2,4 & 2,5 & 2,6 & 2,7 & 2,8 \\ 3,4 & 3,5 & 3,6 & 3,7 & 3,8 \\ 4,5 & 4,6 & 4,7 & 4,8 \\ 5,6 & 5,7 & 5,8 \\ 6,7 & 6,8 \\ 7,8 \end{Bmatrix},$$

$$s^2 = \begin{Bmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 11 & 12 & 13 \\ 13 & 14 \\ 15 \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

Действительно на основе матриц (15) облегчается применение предложенного алгоритма для сертификатов $S^8 = 225$ и $S^6 = 169$, и в том числе других. Тогда сумма индексов множества N^8 равна $s^8 = \frac{n(n+1)}{2} = 36$ и решениями диафантова уравнения (10) с индексным сертификатом $36/4=9$ являются подмножества $N_m^2 = \{1,8\} \vee \{2,7\} \vee \{3,6\} \vee \{4,5\}$. Тогда их комбинация имеет вид: $N^8 = \bigcup_{m=1}^4 N_m^2$, согласно которому решение задачи (1) равно $X^8 = \bigcup_{m=1}^4 X_m^2$ и из первой матрицы матриц (15) при последовательном просмотре имеем $S^8 = 57 + 57 + 55 + 56 = 225$. Для S^6 с использованием соотношений (13) $X^6 = \bigcup_{m=1}^3 X_m^2 = 225 - 56 = 169$. Здесь $T \leq O(m^k) = O(kn - k^2 + 1) = O(13), T \leq O(n^2) = O(64), S \leq O\left(\frac{(n-1)*n}{2}\right) = 28$.

Пусть сертификат $S^4 = 105$, которому соответствует индексный сертификат $s^4 = 16$, $N_m^2 = \{1,7\} \vee \{2,6\} \vee \{3,5\}$, ответ $\{1,7\} \vee \{2,6\}$ либо $\{2,6\} \vee \{3,5\}$. Здесь $T \leq O(m^k) = O(kn - k^2 + 1) = O(17), T \leq O(n^2) = O(64), S \leq O\left(\frac{(n-1)*n}{2}\right) = 28$.

Возможны другие комбинации элементов подмножеств N^2 .

Методы уменьшения трудоемкости предложенных алгоритмов и их времени работы. Уменьшение времени выполнения предлагаемых простых алгоритмов решения задачи о сумме подмножеств определяется отношением $\frac{c_n^k}{c_n^2}$. В силу простоты алгоритмов имеется возможность дальнейшего уменьшения трудоемкости и времени работы алгоритма.

Метод расщепления множества на подмножества. Расщепление множества X^n на d подмножеств с размерностью $d = |X^n|/|X_i^d|$, причем $d \geq k, i = (1, 2, \dots, d)$. Если размерности подмножеств больше k , то первоначально ищутся два подмножества $\{X_i^m\}, \{X_j^m\}$ с размерностью $m = |X_i^m| = |X_j^m|$ при $k=2m$ из каждого подмножества $X^d, (i, j) \in (1, 2, \dots, d), i \neq j$ и формируется подмножество $X^k = \{X_i^m\} \cup \{X_j^m\}$ с несовпадающими индексами. В слу-

чае пустоты подмножества X^k для каждого подмножества X_i^d рассматриваются парное объединение двух различных подмножеств X_i^d, X_j^d для формирования подмножества $X^k = \{X_i^m\} \cup \{X_j^m\}, X_i^m \subseteq X_i^d, X_j^m \subseteq X_j^d$ и более. Индексы элементов этих подмножеств $\{X_i^m\}, \{X_j^m\}$ заведомо не пересекаются. Трудоемкость алгоритмов снижается скачкообразно.

Метод распараллеливания операций. Распараллеливание необходимых операций возможно при применении сверки Вандермонда, порождаемых операторами программного продукта для простых алгоритмов решения задачи о сумме подмножеств с целью использования всех возможностей вычислительных устройств и аппаратных средств, снижает трудоемкость алгоритмов.

Результаты и обсуждение

Разработанные алгоритмы позволили сформировать новые методы решения задачи о сумме подмножеств, относящейся к классу NP-полных задач. На основе предложенного отображения, методов слияния и применения теоремы Ферма была построена система полиномиальных алгоритмов, которые обеспечивают значительное снижение трудоёмкости по сравнению с известными экспоненциальными и псевдополиномиальными методами.

Полученные результаты подтверждаются как теоретическими выкладками, так и практическими примерами. В частности, показано, что при мощности подмножеств $k=2$ вычислительная сложность сводится к пропорциональности времени выполнения T и памяти, что сопоставимо с требованиями к современным системам обработки больших данных. Использование двумерных массивов и индексных сертификатов позволило обеспечить быстрый поиск и выборку подмножеств, что открывает возможность применения метода в реальных задачах анализа данных.

Сравнение с алгоритмами Беллмана, Писингера, Килиляса–Сюя и Биргмана показывает, что предложенный метод требует меньше памяти и проще реализуется при больших входных данных. В отличие от переборных подходов, трудоёмкость определяется размером диагоналей массивов, что обеспечивает ускорение выборки.

Ограничением метода является рост диапазона сертификатов при высокой плотности данных, что может увеличивать время выборки. Тем не менее, алгоритмы эффективно применимы в задачах анализа больших данных и поиска информации, где критичны скорость и рациональное использование памяти.

Заключение

Сделаем вывод, хотя вопрос о равенстве классов P и NP до сих пор не решен, многие ученые склонны считать, что они не равны. Это утверждение справедливо для поставленной Куком знаменитой задачи, в которой время работы проверочного алгоритма всегда меньше времени работы решающего алгоритма для задачи о сумме подмножеств. Но окончательную точку в споре поставит лишь строгое математическое доказательство. Особо отметим, что предлагаемый общий метод решения задачи о сумме подмножеств не разделяет на проверочные и решающие алгоритмы, которые имеются в самой постановке задачи Кука, а предлагается семейство полиномиальных алгоритмов решения задачи о сумме подмножеств, основанное на предложенном отображении и двумерных массивах, аргументами которых являются сертификат и входные данные. При этом предложен простой механизм работы с индексами элементов исходного множества и для выборки необходимых подмножеств. В основе интеллектуальной системы лежат задачи о сумме подмножеств из n -мерного множества, которые

относятся к NP-полным задачам. Множество представляет собой целые числа, натуральные числа, простые числа, числа Фибоначчи и числа, обладающие другими свойствами. Здесь n непосредственно связан с признаком volume BIG DATA. У экспоненциального алгоритма размерность исходного множества возрастает до $2^{n/2}$. Алгоритмы выделяют k -мерные подмножества из n -мерного множества. Время работы алгоритмов и требуемая память находятся на основе функции сочетания C_n^k , причем сочетание C_n^k намного меньше, чем сочетания C_n^m ($k < m, C_n^k \ll C_n^m$). Уменьшение времени определяется отношением C_n^m / C_n^k , и тем самым увеличивается скорость (velocity) обработки больших данных (BIG DATA). При этом предложен изящный аппарат работы индексами обеспечивает простоту реализации и расширяет область практического применения предложенного подхода в задачах анализа данных и поиска информации.

Благодарность

Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан в рамках научного проекта «Разработка методов и быстрых алгоритмов разрешимости NP-complete задачи о сумме подмножеств» (ИРН AP26101119).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Bellman R. Notes on the theory of dynamic programming IV – maximization over discrete sets // Naval Research Logistics Quarterly. – 1956. – Vol. 3, № 1–2. – P. 67–70.
- 2 Pisinger D. Linear time algorithms for knapsack problems with bounded weights // Journal of Algorithms. – 1999. – Vol. 33, № 1. – P. 1–14.
- 3 Koiliaris K., Xu C. A faster pseudopolynomial time algorithm for subset sum // To appear in SODA '17. – 2017. – 18 p. – URL: <https://arxiv.org/abs/1610.04712v2>.
- 4 Bringmann K. A near-linear pseudopolynomial time algorithm for subset sum // To appear in SODA'17. – 2017. – 18p. – URL: <https://arxiv.org/abs/1610.04712v2>.
- 5 Horowitz E., Sanni S. Computing partitions with application to the knapsack problem // Journal of the ACM (JACM). – 1974. – Vol. 21. – P. 277–292.
- 6 Schroeppe R., Shamir A. A $T=O(2^{n/2})$, $S=O(2^{n/4})$ algorithm for certain NP-complete problem // SIAM Journal on Computing. – 1981. – Vol. 10, № 3. – P. 456–464.
- 7 Cobham A. The intrinsic computational difficulty of functions // Proceedings of the Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science. – North-Holland, 1964. – P. 24–30.
- 8 Egmonds J. Paths, trees and flowers // Canadian Journal of Mathematics. – 1965. – Vol. 17. – P. 449–467.
- 9 Николаев А.В. Геометрический подход к задаче о разрезе. – Ярославль: ЯрГУ, 2014. – 68 с.
- 10 Ivan Rijsbergen C.J. Information Retrieval. – Glasgow: Dept. of Computer Science, University of Glasgow, 1979.
- 11 Adamansky A. Overview of full-text search methods and algorithms. – Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2018. – 26 p.
- 12 Chen M., Mao S., Zhang Y., Leung V.C.M. Big Data. Related Technologies, Challenges, and Future Prospects. – Springer, 2014. – 100 p.
- 13 Лифшиц Ю. Точные алгоритмы и открытые проблемы // Современные задачи теоретической информатики. – URL: <http://download.yandex.ru/class/...>
- 14 Куликов А. Алгоритмы NP-трудных задач. Лекции. – СПб: Computer Science клуб СПб отделения МИАН, 2009.
- 15 Sinchev B., Sinchev A.B., Akzhanova J., Mukhanova A.M. New methods of information search. I // News of the National Academy of Sciences of Kazakhstan. Series of Geology and Technical Sciences. – 2019. – Vol. 3, № 435. – P. 240–246.

- 16 Sinchev B., Sinchev A.B., Akzhanova Z.A. Computing network architecture for reducing computing operation time and memory usage... // Патент USPTO. – 2019. – 38 p.
- 17 Akl S.G. Adaptive and optimal algorithms for enumerating permutations and combinations // The Computer Journal. – 1987. – Vol. 30. – P. 433–436.
- 18 Hoare C.A.R. Quicksort // The Computer Journal. – 1962. – Vol. 5. – P. 10–16.
- 19 Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Вильямс, 2005.

REFERENCES

- 1 Bellman, R. Notes on the Theory of Dynamic Programming IV – Maximization over Discrete Sets. Naval Research Logistics Quarterly 3 (1–2), 67–70 (1956).
- 2 Pisinger, D. Linear Time Algorithms for Knapsack Problems with Bounded Weights. Journal of Algorithms 33 (1), 1–14 (1999).
- 3 Koiliaris, K., and Xu C. A Faster Pseudopolynomial Time Algorithm for Subset Sum. In Proceedings of SODA '17, 2017. Preprint, arXiv:1610.04712v2.
- 4 Bringmann, K. A Near-linear Pseudopolynomial Time Algorithm for Subset Sum. In Proceedings of SODA '17, 2017. Preprint, arXiv:1610.04712v2.
- 5 Horowitz, E., and Sanni S. Computing Partitions with Application to the Knapsack Problem. Journal of the ACM, 21, 277–292 (1974).
- 6 Schroepel, R., and Shamir A. A $T=O(2^{n/2})$, $S=O(2^{n/4})$ Algorithm for Certain NP-Complete Problems. SIAM Journal on Computing, 10 (3), 456–464 (1981).
- 7 Cobham, A. The Intrinsic Computational Difficulty of Functions. In Proceedings of the Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science, 24–30. Amsterdam: North-Holland, 1964.
- 8 Egmonds, J. Paths, Trees and Flowers. Canadian Journal of Mathematics, 17, 449–467 (1965).
- 9 Nikolaev, A.V. Geometricheskiy podkhod k zadache o razreze. Yaroslavl: Yaroslavl State University, 2014. (in Russian).
- 10 Ivan Rijsbergen, C.J. Information Retrieval. Glasgow: Department of Computer Science, University of Glasgow, 1979.
- 11 Adamansky, A. Overview of Full-text Search Methods and Algorithms. Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2018.
- 12 Chen, Min, Shiwen Mao, Yin Zhang, and Victor C.M. Leung. Big Data: Related Technologies, Challenges, and Future Prospects. Springer, 2014.
- 13 Lifshitz, Y. Tochnye algoritmy i otkrytye problemy. In Sovremennye zadachi teoreticheskoy informatiki. Accessed September 18, 2025. URL: <http://download.yandex.ru/class/...> (in Russian).
- 14 Kulikov, A. Algoritmy NP-trudnykh zadach. Lektsii. Saint Petersburg: Computer Science Club of St. Petersburg Department of Steklov Mathematical Institute, 2009. (in Russian).
- 15 Sinchev, B., Sinchev, A.B., Akzhanova, J., and Mukhanova, A.M. New Methods of Information Search. I. News of the National Academy of Sciences of Kazakhstan. Series of Geology and Technical Sciences, 3 (435), 240–246 (2019).
- 16 Sinchev, B., Sinchev, A.B., and Akzhanova, Z.A. Computing Network Architecture for Reducing a Computing Operation Time and Memory Usage... USPTO Patent, 2019.
- 17 Akl, S.G. Adaptive and Optimal Algorithms for Enumerating Permutations and Combinations. The Computer Journal, 1 30, 433–436 (1987).
- 18 Hoare, C.A.R. Quicksort. The Computer Journal, 5, 10–16 (1962).
- 19 Cormen, Th., Leiserson, Ch., Rivest, R., and Stein, C. Algoritmy: postroenie i analiz. Moscow: Williams, 2005. (in Russian).

^{1*}Ауезова А.С.,

магистр, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-9860-4491,

*e-mail: a.ayezova@iitu.edu.kz

²Муханова А.М.,

т.ғ.к., аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0001-6781-5501,

e-mail: nuraksulu72@mail.ru

³Синчев А.,

магистр, ORCID ID: 0000-0002-7333-2255,

e-mail: askar.sinchev@gmail.com

¹Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қ., Қазақстан²Q-university, Алматы қ., Қазақстан³National Information Technologies JSC, Астана қ., Қазақстан**NP-ТОЛЫҚ ЕСЕПТЕР АЛГОРИТМДЕРІ. І-БӨЛІМ****Андатпа**

Жұмыста элементтерінің қосындысы берілген S сертификатына тең, оң бүтін сандардан тұратын n-элементті жиын үшін ішкі жиындар қосындысы есебінің параметрленген тұжырымдамасы қарастырылады. Индекстік сертификаттар мен екі өлшемді массивтер негізінде қуаттылығы (элемент саны) k-ға тең ішкі жиындарды құру әдісі ұсынылған. Бұл әдіс толық іріктеусіз (перебор) ішкі жиындарды тиімді таңдауға мүмкіндік береді. Негізгі идея элементтердің мәндерінен индекстік кеңістікке өтуге және массивтердің құрылымдалған диагональдарын пайдалануға негізделген. Бұл k мәні бекітілген жағдайда есептеулердің практикалық күрделілігін азайтады. Жұмыста қуаттылығы жұп болатын ішкі жиындарды құру алгоритмдері ұсынылып, олардың ақпаратты іздеу, үлкен деректерді өңдеу, сондай-ақ өңдеу жылдамдығы мен жадты ұтымды пайдалану маңызды рөл атқаратын құрылымдалмаған ақпаратты іздеу есептеріндегі тиімділігі көрсетілген. Алынған нәтижелер есептің шектеулі әрі параметрленген нұсқасына ғана қатысты екені және жалпы тұжырымдамадағы белгілі NP-толықтық теориясына қайшы келмейтіні атап өтілген.

Тірек сөздер: NP-толық есептер, ішкіжиындар қосындысының есебі, полиномиалдық алгоритмдер, динамикалық бағдарламалау, үлкен деректер (Big Data), ақпарат іздеу.

^{1*}Auyezova A.S.,

MSc., Assistant Professor,

ORCID ID: 0000-0001-9860-4491,

*e-mail: a.ayezova@iitu.edu.kz

²Mukhanova A.M.,

Cand.Tech. Sc., Senior Lecturer,

ORCID ID: 0000-0001-6781-5501,

e-mail: nuraksulu72@mail.ru

³Sinchev A.,

MSc., ORCID ID: 0000-0002-7333-2255,

e-mail: askar.sinchev@gmail.com

¹International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan²Q-university, Almaty, Kazakhstan³National Information Technologies JSC, Astana, Kazakhstan**ALGORITHMS OF NP-COMPLETE PROBLEMS. PART I****Abstract**

The paper considers a parameterized formulation of the subset sum problem for an n -element set of positive integers, where the sum of the selected elements equals a given certificate S . A method for constructing subsets of

fixed cardinality k based on index certificates and two-dimensional arrays is proposed, enabling efficient subset selection without exhaustive enumeration. The core idea is to shift from the value space to the index space and to exploit structured array diagonals, which reduces the practical computational complexity for fixed k . Algorithms for constructing subsets of even cardinality are presented, and their applicability to information retrieval and big data processing tasks is demonstrated, including unstructured information search, where processing speed and efficient memory usage are critical. It is emphasized that the obtained results correspond to a restricted and parameterized formulation of the problem and do not contradict the known NP-completeness of the general subset sum problem.

Keywords: NP-complete problems, subset sum problem, polynomial algorithms, dynamic programming, Big Data, and information retrieval.

Received: September 20, 2025; revised: December 12, 2025; accepted: January 17, 2026.

УДК 004.891.2
МРНТИ 28.23.29

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-94-106>

^{1*}Шапорева А.В.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-6211-5634,

*e-mail: annvolkova@mail.ru

¹Копнова О.Л.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-6299-3728,

e-mail: okopnova@ku.edu.kz

²Шевчук Е.В.,

канд.техн.наук, доцент, ORCID ID: 0000-0002-1206-3960,

e-mail: evshevch@mail.ru

³Абдулла Л.Н.,

PhD, ассоц. профессор, ORCID ID: 0000-0001-8704-2390,

e-mail: liyana@upm.edu.my

¹Икласова К.Е.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-8330-4282,

e-mail: kiklasova@mail.ru

¹Айтымова А.М.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1128-6924,

e-mail: amakasheva@ku.edu.kz

¹Северо-Казахстанский университет им. Манаша Козыбаева,

г. Петропавловск, Казахстан

²Сибирский государственный университет геосистем и технологий,

г. Новосибирск, Россия

³Университет Путра, UPM, Серданг Селангор, Малайзия

РАЗРАБОТКА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА РУКОПИСНОГО ВВОДА ДЛЯ ОЦЕНКИ ГРАФОМОТОРНЫХ НАВЫКОВ

Аннотация

Современные тенденции цифровизации образования способствуют активному внедрению цифровых технологий в процесс обучения письму, особенно на дошкольном этапе. В статье представлена интеллектуальная система анализа формирования графомоторных навыков у детей дошкольного возраста на основе математического моделирования ошибок при написании букв с использованием сенсорных устройств. Цель исследования – разработка и апробация математической модели оценки графомоторных ошибок, позволяющей выявлять и анализировать типовые отклонения от эталона при выполнении заданий в цифровом приложении «Ловкие пальчики». В основе модели лежит сравнение пользовательской траектории с эталонной, представленной в виде кусочно-линейных функций. Для повышения точности анализа применяется сглаживание с использованием сплайна Кэтмулл-Рома. Предложена система метрик: отклонение формы, угловое отклонение, смещение начальной/конечной точек и метрика подобия (расстояние Фреше). Эти параметры формируют интегральную оценку качества выполнения задания. Приложение автоматически генерирует отчеты и графики прогресса для педагогов и родителей, а также предоставляет рекомендации по корректирующим мерам. Разработанный интерфейс визуализирует ошибки, формирует рекомендации и фиксирует прогресс. Такой подход значительно расширяет возможности диагностики и коррекции навыков письма, дополняя традиционные методы наблюдения педагогов. Таким образом, интеллектуальное электронное приложение «Ловкие пальчики» представляет собой эффективный инструмент цифровой педагогической диагностики, способствующий раннему выявлению нарушений письма и повышению готовности дошкольников к школьному обучению.

Ключевые слова: цифровое обучение письму, графомоторные навыки, математическое моделирование, сплайн Кэтмулл-Рома, диагностика письма, адаптивное обучение.

Введение

Цифровое обучение письму и анализ письма на устройстве – это перспективное направление, сочетающее педагогику, нейротехнологии, искусственный интеллект и цифровые интерфейсы.

Большое внимание в научной литературе уделено оценке развития графомоторных навыков дошкольников с помощью цифровых устройств. В статье [1] рассматривается платформа на базе планшета, разработанная для количественной оценки графомоторных навыков, ориентированная как на скорость движения пера, так и на качество вывода графики. В статье [2] представлено исследование развития почерка и мелкой моторики у дошкольников с помощью цифровых устройств и анализ влияния почерка на успехи в учебе.

В статье [3] обсуждается экспериментальное исследование, в ходе которого тестируется инновационное тактильное устройство, предназначенное для анализа графомоторных показателей и координации движений в режиме реального времени. В статье [4] обсуждается оригинальный подход к диагностике графомоторных нарушений с помощью объективного анализа рукописного текста в Интернете. В ней представлена «Шкала оценки графомоторных нарушений и нарушений почерка» (GHDRS), которая позволяет детально оценить трудности детей с письмом. В статье [5] обсуждается оценка графомоторных навыков у дошкольников и учащихся начальной школы с использованием графических планшетов. В статье [6] представлен анализ графомоторных навыков с помощью графических планшетов, в котором основное внимание уделяется инструменту предварительной диагностики дисграфии.

В [7] представлена модель управления информационными процессами в информационно-образовательной среде организаций дошкольного образования. Внедрение разработанной модели позволило уменьшить затраты времени на корректировку индивидуальной работы с обучающимися на 30% за счет автоматизации хранения, обработки и анализа данных о дошкольниках.

В [8] представлена информационная система оценки качества усвоения компетенций детей дошкольного возраста на основе онтологического подхода. Предложенный в статье метод интеграции данных существенно облегчил процесс анализа данных как по группе, так и по отдельному респонденту.

Актуальность данного исследования обусловлена тем, что разработка моделей, методов и алгоритмов ранней диагностики графомоторных навыков дошкольников при обучении письму с помощью цифровых устройств поможет своевременно подобрать корректирующие задания, что положительно скажется на подготовке к школе.

Цель исследования заключается в обосновании и апробации разработанной математической модели анализа ошибок при цифровом обучении письму.

Научную новизну исследования представляет разработанная методика количественной и качественной оценки графомоторных навыков с системой критериев, интегрированной в программную среду с возможностью визуализации и ориентированную на педагогическую интерпретацию результатов.

Материалы и методы

Для анализа и коррекции графомоторных навыков было разработано интеллектуальное электронное приложение «Ловкие пальчики», в котором дети выполняли задания по написанию букв и элементов письма «Дорожки». Для мотивации детей графическая часть приложения в заданиях «Дорожки» содержит изображения животных: мышки, обезьяны, медведя, бабочки, кролика и котенка. Во время выполнения заданий дети допускали ошибки при написании букв и «Дорожек». Примеры выполнения заданий в приложении «Ловкие пальчики» представлены на рисунке 1.

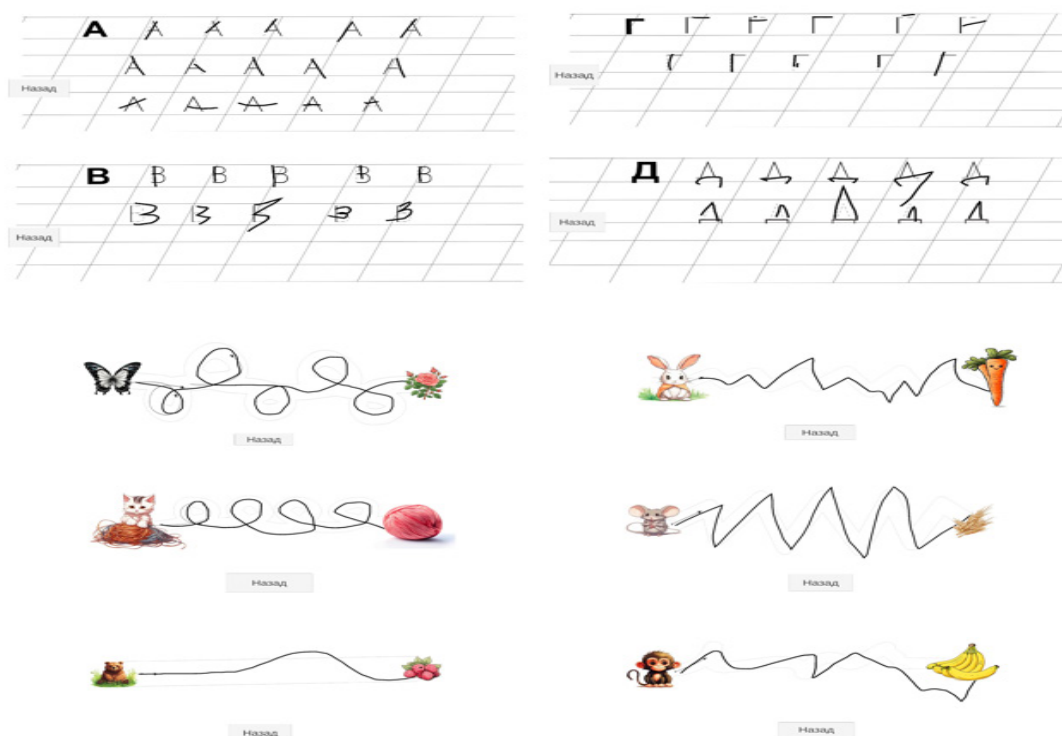


Рисунок 1– Примеры выполнения заданий в приложении
«Ловкие пальчики»

Одной из важных задач является анализ ошибок, которые допускают дети во время цифрового обучения письму, т.к. данный анализ поможет подобрать задания для коррекции навыков письма. Анализ ошибок заключается в сравнении траектории, нарисованной ребенком (кусочно-линейной функции), с эталонной траекторией. Для разработки математической модели анализа ошибок и создания эталонов букв и элементов письма были использованы источники [9–12].

Входные данные:

1. Траектория ребенка: пользовательский ввод, данные одного касания преобразуются в массив точек по формуле (1):

$$P_{\text{user\_raw\_input}} = \{\text{point}_i = (x_i, y_i, t_i, \text{event\_type}_i) | i=1 \dots K\}, \quad (1)$$

где: (x_i, y_i) – координаты точки касания;

t_i – временная метка точки, полученных с сенсорного экрана;

event_type_i – тип события (DOWN, MOVE, UP);

Эта траектория уже является кусочно-линейной функцией.

2. Сегментированный пользовательский штрих: после сегментации (например, по событиям UP), k -й пользовательский штрих представляет собой последовательность точек: $S_{\text{user}}^{(k)} = \{u_j = (x_j, y_j, t_j) | j=1 \dots n_k\}$. Каждый $S_{\text{user}}^{(k)}$ является кусочно-линейной функцией.

3. Эталонная буква L_{target} : представлена как набор эталонных штрихов: $L_{\text{etalon}} = \{S_{\text{etalon}}^{(s)} | s=1 \dots M_L\}$, где M_L – количество штрихов в эталоне буквы L_{target} . Каждый эталонный штрих $S_{\text{etalon}}(s) = \{v_l = (x_l, y_l) | l=1 \dots m_s\}$. Дополнительные атрибуты для $S_{\text{etalon}}^{(s)}$:

Order_s : порядковый номер выполнения штриха.

Direction_s : ожидаемое направление (может быть представлено как вектор от v_1 до v_{m_s} или через ключевые точки).

4. Оператор нормализации N : $S_{user}' = N(S_{user}(k), W_{norm}, H_{norm})$, где S_{user}' – нормализованный пользовательский штрих, приведенный к стандартному размеру (W_{norm}, H_{norm}) и началу отсчета. Аналогично для эталонных штрихов, если они не предопределены в нормализованном виде: $S_{etalon}' = N(S_{etalon}(s), W_{norm}, H_{norm})$.

5. Оператор сглаживания S (например, сплайн Кэтмулл-Рома): $S_{user\_smooth}^{(k)} = S(S_{user}')$, где $S_{user\_smooth}^{(k)}$ – сглаженная версия нормализованного пользовательского штриха. Для сегмента кривой $C(t)$ между точками U_i и U_{i+1} (из S_{user}'), используя контрольные точки $U_{i-1}, U_i, U_{i+1}, U_{i+2}$: $C(t) = T(t)M_{CR}P_{geom}$, где:

$$T(t) = [t^3 \ t^2 \ t^1 \ 1]$$

M_{CR} – базисная матрица Кэтмулл-Рома (например, для $t_{ension} = 0$), (2):

$$C(t) = 0.5 \cdot (1 \ t \ t^2 \ t^3) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\tau & 0 & \tau & 0 \\ 2\tau & \tau - 6 & 6 - 2\tau & -\tau \\ -\tau & 4 - \tau & \tau - 4 & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$P_{geom} = [U_{i-1} \ U_i \ U_{i+1} \ U_{i+2}]^T$ (вектор-столбец контрольных точек).

Таким образом, общий вид оператора сглаживания будет иметь следующий вид (3):

$$C(t) = 0.5 \cdot (1 \ t \ t^2 \ t^3) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -\tau & 0 & \tau & 0 \\ 2\tau & \tau - 6 & 6 - 2\tau & -\tau \\ -\tau & 4 - \tau & \tau - 4 & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где τ – параметр натяжения.

6. Метрики отклонения (для сопоставленных штрихов $S_{user\_smooth}^{(k)}$ и $S_{etalon}'^{(s)}$):

Отклонение формы Δ_{shape} :

Среднее минимальное расстояние от точек $S_{user\_smooth}^{(k)}$ до сегментов $S_{etalon}'^{(s)}$ (4):

$$\bar{d}(S_{user\_smooth}^{(k)}, S_{etalon}'^{(s)}) = \frac{1}{|S_{user\_smooth}^{(k)}|} \sum_{u \in S_{user\_smooth}^{(k)}} \min_j d(u, segment_j(S_{etalon}'^{(s)})) \quad (4)$$

где $d(u, segment)$ – евклидово расстояние от точки u до отрезка $segment$.

Угловое отклонение Δ_{angle} : Сравнение углов между соответствующими сегментами $S_{user\_smooth}^{(k)}$ и $S_{etalon}'^{(s)}$. (5):

$$\Delta\theta = \frac{1}{N_{seg} - 1} \sum_{i=1}^{N_{seg}-1} |\theta_{user,i} - \theta_{etalon,i}|, \quad (5)$$

где θ_i – угол i -го сегмента относительно предыдущего.

Отклонение начальной/конечной точки $\Delta_{endpoints}$ (6):

$$d_{start} = \|u_1 - v_1\|_2; \quad d_{end} = \|u_{n_k} - v_{m_s}\|_2. \quad (6)$$

Метрика подобия кривых $\Delta_{similarity}$ (например, Расстояние Фреше) (7):

$$F(S_{user\_smooth}^{(k)}, S_{etalon}'^{(s)}). \quad (7)$$

Оценка количества ошибок e_i для i -й буквы (на основе комплексного анализа) (8):

$$e_i = f(N_{strokes\_diff}^i, O_{errors}^i, D_{errors}^i, \sum_k w_{shape}^{(k)} \Delta_{shape}^{(k,s)}, \sum_k w_{angle}^{(k)} \Delta_{angle}^{(k,s)}, \dots), \quad (8)$$

где: $N_{strokes\_diff}^i$ – разница в количестве штрихов для i -й буквы.

O_{errors}^i – оценка ошибок порядка выполнения штрихов.

D_i^{errors} – оценка ошибок направления штрихов.

$\Delta^{(k,s)}$ – метрики отклонений для k-го пользовательского и s-го эталонного сопоставленных штрихов.

w – весовые коэффициенты для различных типов отклонений. Этот e_i соответствует ErrorCount из CSV и модели анализа

Общее время написания i-й буквы t_i (9):

$$t_i = \sum_k t_{\text{end}}^{(k)} - t_{\text{start}}^{(k)}, \quad (9)$$

где $t_{\text{end}}^{(k)}$ и $t_{\text{start}}^{(k)}$ – время начала и конца k-го штриха i-й буквы.

Входные данные формируются из последовательности точек касания, преобразуясь в полигональные цепи (кусочно-линейные функции). Для улучшения визуального качества и устранения резких углов применяется сглаживание на основе сплайна Кэтмулл-Рома, который обеспечивает гладкий переход между сегментами и устраняет визуальные изломы. Разработанный алгоритм сравнивает пользовательскую траекторию с эталонным шаблоном, оценивая отклонения по форме, порядку и направлению графических элементов.

Расчет ошибок включает разницу в количестве штрихов, ошибки порядка и направления выполнения штрихов, а также метрики отклонений для сопоставленных штрихов, с применением весовых коэффициентов для различных типов отклонений.

Для анализа написания букв необходимо создание цифрового эталона буквы или начертания. Например, для буквы «Л» это могут быть три точки: верхняя, нижняя центральная, верхняя правая. Для более сложных кривых потребуется больше точек для адекватного описания формы. В приложении была создана база эталонов букв и элементов письма, «Дорожек», в виде JSON файлов (рисунок 2).

```

{
  "letter": "A",
  "strokes": [
    {
      "order": 1,
      "points": [ { "x": 50, "y": 10 }, { "x": 20, "y": 90 }, { "x": 80, "y": 90 } ],
      "direction_start_point_index": 0,
      "direction_end_point_index": 2
    },
    {
      "order": 2,
      "points": [ { "x": 35, "y": 50 }, { "x": 65, "y": 50 } ],
      "direction_start_point_index": 0,
      "direction_end_point_index": 1
    }
  ],
  "total_strokes": 2
}

```

Рисунок 2 – Пример структуры для буквы в JSON

Для количественной и качественной оценки графомоторных навыков ребенка разработана система параметров, отражающих ключевые характеристики процесса письма. Эти параметры позволяют зафиксировать и интерпретировать особенности начертания линий, обеспечивая объективную диагностику отклонений и динамики развития. В таблице 1 представлены ключевые параметры для анализа письма на основании источников [13-17].

Таблица 1 – Критерии оценки графомоторных навыков

Критерий	1 (Очень плохо)	2 (Плохо)	3 (Удовлетворительно)	4 (Хорошо)	5 (Отлично)
Процент выполнения задания	0–20%	21–40%	41–60%	61–80%	81–100%
Точность ведения линии	Линия сильно выходит за границы	Частично выходит за границы	Частые выходы за границы (около 50%)	Редкие неточности	Линия четкая и ровная, в пределах границ
Отклонение от заданной траектории	Сильные отклонения (>50%)	Заметные отклонения (30–50%)	Умеренные отклонения (10–30%)	Незначительные отклонения (<10%)	Точное следование заданной траектории
Количество попыток проведения линии	Более 5 раз	3–5 раз	2–3 раза	1–2 раза	С первой попытки
Ровность линий	Линии рваные, прерывистые	Частые рывки, неровности	В целом неровно, но узнаваемо	Почти плавные линии	Линии плавные и ровные
Контроль направления движения	Движения хаотичны, частая смена направления	Направление меняется более 3 раз	1–2 отклонения от траектории	Почти устойчивое направление	Полный контроль направления
Плавность движений	Движения резкие, дрожащие	Частые рывки	Частичная плавность	Почти полная плавность	Движения плавные и непрерывные
Контроль давления	Слишком слабое или чрезмерное нажатие	Частые резкие перепады давления	Иногда меняется сила нажима	В целом стабильное нажатие	Давление ровное и контролируемое
Зрительно-моторная координация	Рука сильно отклоняется от заданного направления	Частые неточности	Средний уровень координации	Хорошая координация	Отличная координация руки и глаза
Скорость выполнения задания	Очень медленно, с большими паузами	Замедленно, с долгими размышлениями	Средняя скорость	Быстро, с редкими остановками	Быстро и уверенно, без пауз
Удержание стилуса/карандаша	Слабый хват или чрезмерное зажатие	Часто меняет хват или неудобно держит	Правильный хват, но с напряжением	Уверенный хват с редкими ошибками	Правильный, расслабленный и устойчивый хват
Завершенность задания	Не начал или бросил задание	Выполнено менее 50%	Почти завершено, но есть пропуски	Завершено почти полностью	Полностью завершено
Качество написания букв	Символы неузнаваемы	Буквы искажены, трудно распознаваемы	Буквы читаемы, но с ошибками	Почти точное написание	Четкое и правильное написание букв
Устойчивость внимания	Быстро теряет интерес, отвлекается постоянно	Часто отвлекается	Умеренная концентрация	Хорошая сосредоточенность	Полная концентрация, не отвлекается

На основании представленной выше математической модели анализа ошибок при цифровом обучении письму были разработаны отчеты для анализа оценки графомоторных навыков дошкольников при выполнении заданий в электронном приложении «Ловкие пальчики».

Результаты и обсуждение

Все отчеты по цифровому обучению письму хранятся в базе данных приложения и могут быть импортированы в Excel согласно рисункам ниже. На рисунке 3 представлен отчет по анализу цифрового обучения написанию букв по подгруппе.

Подгруппа 3	Буквы							
Дата	18.04.2025							
	Выполнение заданий в %. Написание букв.							
ФИО ребенка								
	"А"	"Б"	"В"	"Г"	"Д"		Средний процент индивидуальны	Освоение навыка
1. Артём Васильев	100	80	80	100	70		86	отлично
2. Алина Кузнецова	50	45	45	48	25		43	удовлетворительно
3. Тимур Сағынбай	68	70	45	100	64		69	хорошо
4. Аяжан Ермакқызы	25	30	30	80	60		45	удовлетворительно
5. Карина Погосян	95	84	80	100	80		88	отлично
6. Давид Меликян	86	88	84	100	91		90	отлично
7. Милана Ахметова	100	95	100	100	100		99	отлично
8. Айдар Хусаинов	54	50	63	100	78		69	хорошо
9. Амина Гатауллина	75	70	73	100	76		79	хорошо
10. Самат Нурланов	95	90	100	100	84		94	отлично
Средний % по группе	75	70	70	93	73			
			Наилучшая буква	"Г"				
			к-во более 81%	5				

Рисунок 3 – Отчет по анализу цифрового обучения написанию букв по подгруппе

Для каждого ребенка был сгенерирован логин и пароль для работы в электронном приложении. В конце недели или после каждого занятия воспитатель может импортировать отчет, в котором отражается уровень освоения навыков письма по каждой букве или по каждому ребенку отдельно. Такой отчет помогает понять, написание каких букв дается детям наиболее сложно. В дальнейшем воспитатель может запланировать дополнительные занятия и отработать написание сложных букв.

Отчет, который формируется по каждому ребенку отдельно, дает понимание об индивидуальном освоении навыка письма. Дети, имеющие низкие проценты, например, менее 41%, нуждаются в дополнительных занятиях и коррекции по постановке графомоторных навыков.

Подобный отчет формируется и при выполнении дорожек. Отчет представлен на рисунке 4.

В приложении предусмотрена возможность импорта полного отчета по освоению написания букв и дорожек, который представлен на рисунке 5. Отчет содержит полный анализ по выполнению заданий и комментарии для каждого ребенка. Комментарий поможет воспитателем и родителями подобрать корректирующие задания.

На форме предусмотрена кнопка «График», при нажатии на которую информация из отчета будет представлена в виде графика с указанием процента освоения навыка в соответствии с рисунком 6.

	Подгруппа 3	Дорожки																				
Дата	18.04.2025		Выполнение заданий в %. Написание дорожек																			
	ФИО ребенка																					
			Мышка	Обезьяна	Медведь	Бабочка	Кролик	Котенок		Средний процент	Освоение навыка											
	1.	Артём Васильев	90	80	100	95	100	90		93	отлично											
	2.	Алина Кузнецова	40	25	64	42	80	54		51	удовлетворительно											
	3.	Тимур Сағынбай	70	60	100	70	95	61		76	хорошо											
	4.	Ааяжан Ермекқызы	43	25	70	51	80	50		53	удовлетворительно											
	5.	Карина Погосян	90	82	100	80	92	86		88	отлично											
	6.	Давид Меликян	100	94	100	90	100	80		94	отлично											
	7.	Милана Ахметова	100	100	100	90	100	92		97	отлично											
	8.	Айдар Хусаинов	71	65	100	70	76	85		78	хорошо											
	9.	Амина Гатауллина	80	80	100	86	89	82		86	отлично											
	10.	Самат Нурланов	100	95	100	90	98	90		96	отлично											
	Средний % по группе		78	71	93	76	91	77														
			Наилучшая дорожка			Медведь																
			к-во более 81%			6																

Рисунок 4 – Отчет по анализу цифрового обучения
написанию дорожек по подгруппе

Подгруппа 3

Дата18.04.2025

Выполнение заданий в %, уровень

ФИО ребенка	Буквы	Уровень	Дорожки	Уровень	
1. Артём Васильев	86	отлично	93	отлично	Комментарий
2. Алина Кузнецова	42,6	удовлетворительно	51	удовлетворительно	Комментарий
3. Тимур Сағынбай	69,4	хорошо	76	хорошо	Комментарий
4. Ааяжан Ермекқызы	45	удовлетворительно	53	удовлетворительно	Комментарий
5. Карина Погосян	87,8	отлично	88	отлично	Комментарий
6. Давид Меликян	89,8	отлично	94	отлично	Комментарий
7. Милана Ахметова	99	отлично	97	отлично	Комментарий
8. Айдар Хусаинов	69	хорошо	78	хорошо	Комментарий
9. Амина Гатауллина	78,8	хорошо	86	отлично	Комментарий
10. Самат Нурланов	93,8	отлично	96	отлично	Комментарий

График

Ермекқызы - Блокнот

ФайлПравкаФорматВидСправка

Ааяжан Ермекқызы

Буквы: 45% (удовлетворительно), Дорожки: 53,2% (удовлетворительно)

Кузнецова - Блокнот

ФайлПравкаФорматВидСправка

Алина Кузнецова

Буквы: 42,6% (удовлетворительно), Дорожки: 51% (удовлетворительно)

Васильев - Блокнот

ФайлПравкаФорматВидСправка

Артём Васильев

Буквы: 86% (отлично), Дорожки: 92,5% (отлично)

Артём демонстрирует высокий уровень сформированности графомоторных навыков. Линии аккуратные, движения уверенные и плавные, с хорошим контролем направления и давления. Выполняет задания с первой попытки, демонстрирует высокую точность и устойчивость внимания. Написание букв близко к эталону, задания завершает полностью. Ребёнок готов к дальнейшему усложнению заданий и развитию навыков письма.

Рисунок 5 – Отчет по анализу цифрового
обучения письму (полный)

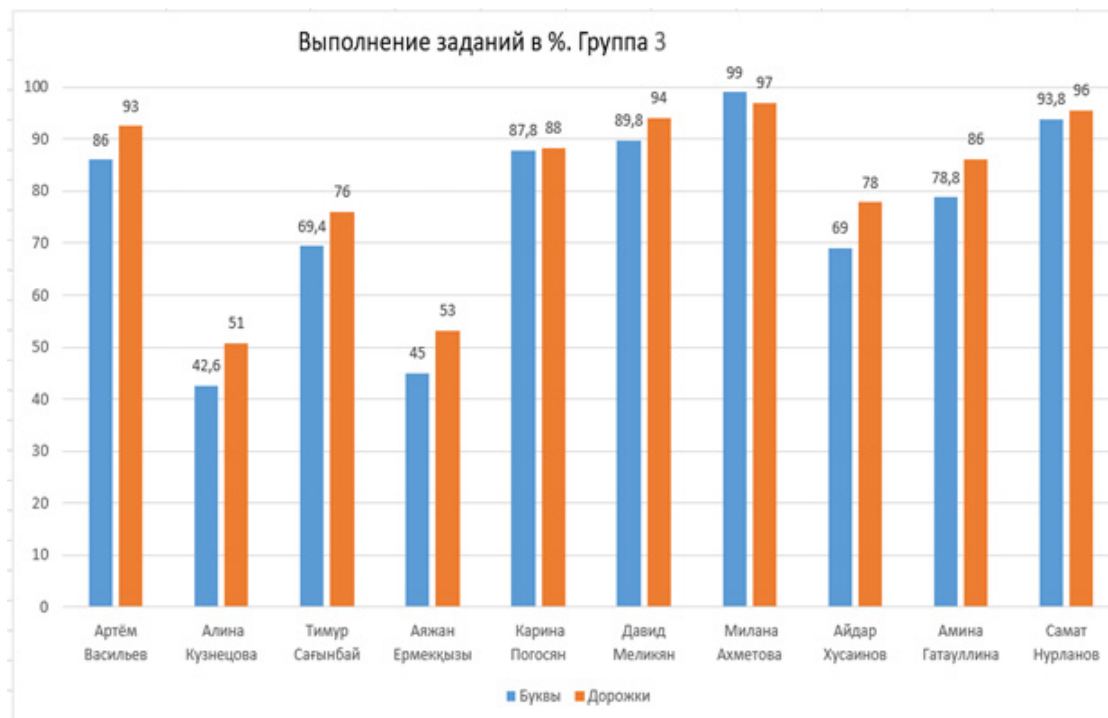


Рисунок 6 – График по анализу цифрового обучения письму (полный)

Разработанное интеллектуальное электронное приложение «Ловкие пальчики» позволяет проводить агрегированный анализ, фильтруя данные по идентификатору пользователя и цели задания, что обеспечивает отслеживание индивидуальной динамики развития мелкой моторики и качества выполнения. Прогресс оценивается как разность значений между попытками, свидетельствуя о развитии навыка. Это позволяет динамически изменять сложность и тип заданий в зависимости от текущего прогресса и выявленных проблем ребенка, обеспечивая адаптивную коррекцию.

Для комплексной оценки эффективности разрабатываемой системы была проведена сравнительная характеристика с наиболее популярными цифровыми решениями, направленными на развитие графомоторных навыков у детей дошкольного возраста. Сравнительный анализ охватывает ключевые параметры: целевую аудиторию, поддержку алфавитов, реализацию механики заданий, глубину анализа ошибок, формы обратной связи, возможности мониторинга и уникальные особенности каждого решения. Это позволяет определить конкурентные преимущества и инновационные аспекты предложенного мобильного приложения «Ловкие пальчики». Результаты анализа представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Расширенный сравнительный анализ систем формирования графомоторных навыков

Признак сравнения	«Ловкие пальчики»	LetterSchool	Writing Wizard for Kids	ABC Kids – Tracing & Phonics	Kaligo
Целевой возраст	4–6 лет	3–7 лет	3–7 лет	2–6 лет	3–7+ лет
Поддерживаемые алфавиты	Казахский, русский, английский (заявлено)	Английский, испанский, немецкий, французский и др.	Английский, испанский, французский, немецкий	Английский	Английский, французский

Продолжение таблицы 2

Механика заданий	Обводка линий («Дорожки»), написание букв (печатных)	Анимированная обводка букв и цифр	Обводка букв и слов, игровые элементы	Обводка букв, игры на поиск букв	Упражнения на планшете со стилусом, охватывает весь процесс обучения письму
Анализ ошибок	Запись количества ошибок, времени; процент правильного написания; отклонение от эталона (на базе кусочнолинейной функции)	Базовая оценка точности обводки	Оценка точности, возможность повтора	Простая проверка правильности обводки	Детальный анализ на основе ИИ, оценка формы, порядка, направления, скорости
Обратная связь	Оценка уровня точности (низкий, средний, высокий), рекомендации (планируется)	Положительное подкрепление, анимации	Звуковые и визуальные эффекты	Положительные звуки и анимации	Немедленная визуальная и аудио обратная связь
Мониторинг прогресса	Запись результатов, формирование отчетов для родителей/педагогов (планируется)	Отслеживание прогресса для нескольких детей	Отчеты о прогрессе, настройка сложности	Базовое отслеживание изученных букв	Панель для учителей с подробной аналитикой
Уникальные особенности	Фокус на казахском алфавите, использование сплайна Кэтмилл-Рома для сглаживания, анализ нажима (реализован)	Широкий выбор языков, игровая мотивация	Создание собственных списков слов	Бесплатное, фокус на фонетике	Использование ИИ для анализа, поддержка школьных программ
Платформы	Android (планшет, смартфон, ноутбук с сенсорным экраном)	iOS, Android	iOS, Android	iOS, Android	iOS, Android, Windows

Комплекс проведенных исследований демонстрирует устойчивый вектор на интеграцию цифровых и интеллектуальных решений в образовательные процессы – от дошкольного уровня до высшего образования.

Заключение

В отличие от многих существующих программ, которые дают лишь индикацию «правильно/неправильно» или базовую оценку точности, приложение «Ловкие пальчики» предоставляет детализированный анализ ошибок по критериям.

Для родителей и педагогов генерируются подробные, структурированные отчеты, включающие общую сводку, среднюю точность по освоенным буквам и динамику общей точности и среднего количества. Эти отчеты своевременно информируют взрослых о динамике развития ребенка и помогают принимать обоснованные решения относительно дальнейшей стратегии обучения или необходимости консультации со специалистами.

Разработанное интеллектуальное электронное приложение «Ловкие пальчики» с возможностью анализа формирования графомоторных навыков при цифровом обучении письму поможет воспитателям и родителям вовремя подобрать корректирующие задания и подготовить ребенка к школе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Rane, D., Verma, P., Lahiri, U. How Good is Your Drawing? Quantifying Graphomotor Skill Using a Portable Platform. *Lecture Notes in Computer Science*, 409–422 (2022). https://doi.org/10.1007/978-3-031-22131-6_31.
- 2 Dinehart, L.H. Handwriting in early childhood education: Current research and future implications. *Journal of Early Childhood Literacy*, 15(1), 97–118 (2014). <https://doi.org/10.1177/1468798414522825>.
- 3 Ceccacci, S., Taddei, A., Del Bianco, N., Giaconi, C., Forteza Forteza, D., Moreno-Tallón, F. Preventing Dysgraphia: Early Observation Protocols and a Technological Framework for Monitoring and Enhancing Graphomotor Skills. *Information*, 15(12), 781 (2024). <https://doi.org/10.3390/info15120781>.
- 4 Šafářová, K., Mekyska, J., Urbánek, T., Galáž, Z., Mucha, J., Zvončák, V., Bednářová, J. Grafomotorické dovednosti. *Masaryk University, Brno* (2022). <https://doi.org/10.5817/cz.muni.m280-0257-2022>.
- 5 Kopnova, O.L., Aitymova, A.M., Abildinova, G., Safaraliev, B.S., Koleva, N.S., Panova, M. Assessment of the level of formation of graphomotor skills of preschool and primary school students using graphic tablets. *Sovremennye Naukoëmkie Tehnologii*, 5, 154–159 (2024). <https://doi.org/10.17513/snt.40021>.
- 6 Devillaine, L., Lambert, R., Boutet, J., Aloui, S., Brault, V., Jolly, C., Labyt, E. Analysis of Graphomotor Tests with Machine Learning Algorithms for an Early and Universal Pre-Diagnosis of Dysgraphia. *Sensors*, 21(21), 7026 (2021). <https://doi.org/10.3390/S21217026>.
- 7 Aitymova, A., Iklassova, K., Abildinova, G., Shaporeva, A., Kopnova, O., Kushumbayev, A., Smolyaninova, S., Aitymov, Z., Karymsakova, A. Development of a model of information process management in the information and educational environment of preschool education organizations. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2(3), 95–105 (2023). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.276253>.
- 8 Iklassova, K., Aitymova, A., Kopnova, O., Shaporeva, A., Abildinova, G., Nurbekova, Z., Almagambetova, L., Gorokhov, A., Aitymov, Z. Ontology modeling for automation of questionnaire data processing. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(2), 36–52 (2024). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.314129>.
- 9 AlKendi, W., Gechter, F., Heyberger, L., Guyeux, C. Advancements and Challenges in Handwritten Text Recognition: A Comprehensive Survey. *Journal of Imaging*, 10(1), 18 (2024). <https://doi.org/10.3390/jimaging10010018>.
- 10 Tayebi Arasteh, S., Kalisz, A. Conversion Between Cubic Bezier Curves and Catmull–Rom Splines. *SN Computer Science*, 2, 398 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42979-021-00770-x>.
- 11 Li, J., Chen, S. The Cubic α -Catmull-Rom Spline. *Mathematical and Computational Applications*, 21(3), 33 (2016). <https://doi.org/10.3390/mca21030033>.
- 12 Wu, T., Bai, B., Wang, P. Parallel Catmull-Rom Spline Interpolation Algorithm for Image Zooming Based on CUDA. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 7, 533–537 (2013). <https://www.naturalspublishing.com/Article.asp?ArtcID=1048>.
- 13 DeRose, T.D., Barsky, B.A. Geometric continuity, shape parameters, and geometric constructions for Catmull-Rom splines. *ACM Transactions on Graphics*, 7(1), 1–41 (1988). <https://doi.org/10.1145/42188.42265>.
- 14 Kong, C., Luo, A., Wang, S., Li, H., Rocha, A., Kot, A. Pixel-inconsistency modeling for image manipulation localization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 47(6), 4455–4472 (2025). URL: <https://arxiv.org/abs/2310.00234>.
- 15 Yu, C., Zhang, X., Duan, Y., Yan, S., Wang, Z., Xiang, Y., Ji, S., Chen, W. Diff-id: An explainable identity difference quantification framework for deepfake detection. *IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing*, 1–18 (2024). URL: <https://arxiv.org/abs/2303.18174>.
- 16 Lyu, S., Pan, X., Zhang, X. Exposing Region Splicing Forgeries with Blind Local Noise Estimation. *International Journal of Computer Vision*, 110, 202–221 (2014). <https://doi.org/10.1007/s11263-013-0688-y>.
- 17 Marschner, S. CS 4620 Lecture 14: Splines. Cornell University (2020). URL: <https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4620/2020fa/slides/14splines.pdf>.

^{1*}Шапорева А.В.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-6211-5634,

*e-mail: annvolkova@mail.ru

¹Копнова О.Л.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-6299-3728,

e-mail: okopnova@ku.edu.kz

²Шевчук Е.В.,

т.ғ.к., доцент, ORCID ID: 0000-0002-1206-3960,

e-mail: evshevch@mail.ru

³Абдулла Л.Н.,

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0001-8704-2390,

e-mail: liyana@upm.edu.my

¹Икласова К.Е.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-8330-4282,

e-mail: kiklasova@mail.ru

¹Айтымова А.М.

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1128-6924,

e-mail: amakasheva@ku.edu.kz

¹Манаш Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті,

Петропавл қ., Қазақстан

²Сібір мемлекеттік геожүйелер және технологиялар университеті,

Новосибирск қ., Ресей

³Путра университеті, Urm Серданг Селангор, Малайзия

ГРАФОМОТОРЛЫҚ ДАҒДЫЛАРДЫ БАҒАЛАУ ҮШІН ИНТЕЛЛЕКТУАЛДЫ ҚОЛЖАЗБАНЫ ӨНДЕУ ЖӘНЕ ТАЛДАУ ЖҮЙЕСІН ӘЗІРЛЕУ

Аңдатпа

Білім беруді цифрландырудың қазіргі тенденциялары жазуды оқыту процесіне, әсіресе мектепке дейінгі кезеңде технологияларды белсенді енгізуге ықпал етеді. Мақалада сенсорлық құрылғыларды пайдаланып әріптерді жазу кезінде қателерді математикалық модельдеу негізінде мектеп жасына дейінгі балаларда графомоторлық дағдыларды қалыптастыруды талдаудың интеллектуалды жүйесі берілген. Зерттеудің мақсаты – «епті саусақтар» цифрлық қосымшасында тапсырмаларды орындау кезінде стандарттан типтік ауытқуларды анықтауға және талдауға мүмкіндік беретін графомоторлық қателерді бағалаудың математикалық моделін әзірлеу және сынақтан өткізу. Ұсынылған модель пайдаланушының жазу траекториясын эталондық траекториямен салыстыруға негізделген, мұнда эталон кесінділі-сызықтық функциялар түрінде ұсынылады. Талдау дәлдігін арттыру мақсатында Кэтмулл–Рома сплайны негізіндегі тегістеу әдісі қолданылады. Бағалау үшін келесі метрикалар жүйесі ұсынылған: пішіннің ауытқуы, бұрыштық ауытқу, бастапқы және соңғы нүктелердің ығысуы, сондай-ақ ұқсастық метрикасы (freshe қашықтығы). Аталған көрсеткіштер тапсырманың орындалу сапасының интегралдық бағасын қалыптастырады. Қолданба мұғалімдер мен ата-аналар үшін есептер мен прогресс кестелерін автоматты түрде жасайды және түзету шаралары бойынша ұсыныстар береді. Әзірленген интерфейс қателерді визуализациялауға, ұсыныстарды қалыптастыруға және баланың ілгерілеуін тіркеуге мүмкіндік береді. Бұл тәсіл мұғалімдердің дәстүрлі бақылау әдістерін толықтыра отырып, жазу дағдыларын диагностикалау және түзету мүмкіндіктерін едәуір кеңейтеді. Осылайша, «епті саусақтар» интеллектуалды электронды қосымшасы жазудың бұзылуын ерте анықтауға және мектеп жасына дейінгі балалардың мектепке дайындығын арттыруға ықпал ететін цифрлық педагогикалық диагностиканың тиімді құралы болады.

Тірек сөздер: сандық жазуды оқыту, графомоторлық дағдылар, математикалық модельдеу, сплайн Кэтмулл–Рома, жазу диагностикасы, адаптивті оқыту.

¹*Shaporeva A.V.,

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-6211-5634,

*e-mail: annvolkova@mail.ru

¹Kopnova O.L.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-6299-3728,

e-mail: okopnova@ku.edu.kz

²Shevchuk E.V.,

Cand. Tech. Sc., Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-1206-3960,

e-mail: evshevch@mail.ru

³Abdullah L.N.,

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0001-8704-2390,

e-mail: liyana@upm.edu.my

¹Iklassova K.E.,

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-8330-4282,

e-mail: kiklasova@mail.ru

¹Aityмова A.M.

PhD, ORCID ID: 0000-0003-1128-6924,

e-mail: amakasheva@ku.edu.kz

¹Manash Kozybayev North-Kazakhstan University,

Petropavlovsk, Kazakhstan,

²Siberian State University of Geosystems and Technologies,

Novosibirsk, Russia

³Putra University, UPM Serdang Selangor, Malaysia

DEVELOPMENT OF AN INTELLIGENT HANDWRITING PROCESSING AND ANALYSIS SYSTEM FOR EVALUATING GRAPHOMOTOR SKILLS

Abstract

Modern trends in the digitalization of education contribute to the active introduction of technology into the process of teaching writing, especially at the preschool stage. The article presents an intelligent system for analyzing the formation of graphomotor skills in preschool children based on mathematical modeling of errors when writing letters using touch devices. The purpose of the research is to develop and test a mathematical model for estimating graphomotor errors, which makes it possible to identify and analyze typical deviations from the standard when performing tasks in the Dexterous Fingers digital application. The model is based on comparing the user's trajectory with the reference one, represented as piecewise linear functions. Smoothing using the Catmull-Rum spline is used to improve the accuracy of the analysis. A system of metrics is proposed: shape deviation, angular deviation, offset of the start/end points, and similarity metric (Frechet distance). These parameters form an integral assessment of the quality of the task. The app automatically generates progress reports and graphs for educators and parents, as well as provides recommendations for corrective actions. The developed interface visualizes errors, forms recommendations and records progress. This approach significantly expands the possibilities of diagnosing and correcting writing skills, complementing traditional methods of teacher supervision. Thus, the smart electronic application "Dexterous Fingers" is an effective tool for digital pedagogical diagnostics, contributing to the early detection of writing disorders and improving preschool children's readiness for school education.

Keywords: digital writing training, graphomotor skills, mathematical modeling, Catmull-Roma spline, writing diagnostics, adaptive learning.

Received: August 8, 2025; revised: November 13, 2025; accepted: January 14, 2026.

UDC 004.85
IRSTI 06.81.29

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-107-116>

^{1*}**Aitim A.K.,**

MSc., ORCID ID: 0000-0003-2982-214X,

*e-mail: a.aitim@iitu.edu.kz

¹**Sembina G.K.,**

Cand. Tech. Sc., ORCID ID: 0000-0003-2920-1490

e-mail: g.sembina@iitu.edu.kz

¹International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan

ENSEMBLE MACHINE LEARNING APPROACHES FOR IT PROJECT COST ESTIMATION UNDER DATA SCARCITY CONDITIONS

Abstract

Accurate prediction of IT project costs is crucial for successful project planning, budgeting, and resource allocation. However, typical cost estimation methods, such as Function Point Analysis, or expert-based evaluations, frequently fail to produce trustworthy conclusions, especially in developing countries like Kazakhstan where previous project data is few or incomplete. This study looks into how ensemble machine learning algorithms, notably Random Forest and Gradient Boosting, can be used to predict IT project costs when there is insufficient data available. To solve data shortage, this study applies synthetic data creation techniques, which result in extended datasets that model various project scenarios while retaining statistical features observed in real-world cases. The presented models use essential project variables, such as team size, project complexity, development process, and project size, as inputs for cost prediction. Experimental results show that ensemble approaches outperform standard estimating techniques in terms of predictive accuracy. Random Forest achieved the lowest mean absolute error (MAE = 0.09) and highest coefficient of determination ($R^2 = 0.603$). Furthermore, feature importance analysis shows that project size and development time are the most important elements in cost estimation. The findings demonstrate ensemble learning's usefulness in dealing with complicated, nonlinear connections among project variables, as well as providing a feasible approach for improving cost estimation techniques in the absence of high-quality historical data. This work adds to the development of intelligent decision support systems and offers practical insights for IT project managers and policymakers in emerging economies who want to improve IT project budgeting and planning.

Key words: ensemble learning, random forest, gradient boosting, machine learning, data scarcity, decision support systems.

Received: July 2, 2025; revised: January 21, 2026; accepted: February 17, 2026.

Introduction

In the world of information technology (IT), being able to accurately estimate project expenses is still a key part of good management. Cost estimates are used to manage budgets, allocate resources, analyze risks, and negotiate contracts. Even though this work is very important, classic cost estimation methods like expert judgment, parametric models like COCOMO, and Function Point Analysis (FPA) typically have trouble making accurate projections in today's IT systems. These old-fashioned methods usually use deterministic formulas and need a lot of historical data to set model parameters and improve estimates. Unfortunately, it is hard to get good historical data on IT projects in many developing areas, including Kazakhstan. This makes it hard to accurately predict costs [1]. The fact that current IT projects are naturally complicated and varied makes this problem even worse. There are several factors that make the correlations between project features and their final prices very nonlinear and dynamic. These include the size and complexity of the project, the makeup of the team,

the development methodologies used (such as Agile, Waterfall, or Hybrid), and the technological stacks used. Because of this, typical estimation models that presume linear or simple correlations often miss the real cost drivers, which can cause projects to go over budget and be delayed. Machine learning (ML) techniques have come up as promising new ways to get around the problems with traditional methods. Ensemble learning approaches like Random Forest and Gradient Boosting have showed a lot of promise in working with complicated, high-dimensional datasets and finding latent nonlinear correlations between variables. These methods can simulate complex relationships between project elements in a way that changes over time, which makes them perfect for the cost estimation problem. But there is still a big problem: ML algorithms usually need a lot of high-quality training data to work well, which is often not available in new IT industries. The goal of this study is to find out how well ensemble machine learning methods, like Random Forest and Gradient Boosting, can be used to estimate the cost of IT projects when there isn't much data available. It also looks into how synthetic data augmentation might help models work better when there isn't enough real data or when it is broken apart. The results shown here give useful information about how to develop data-driven decision support systems for managing IT projects in emerging markets, where being able to accurately estimate costs is important for digital transformation and economic growth.

The novelty of the study is therefore contextual and methodological, focusing on (i) the structured integration of synthetic data generation with ensemble learning, and (ii) its application to real-world public-sector IT projects characterized by fragmented and incomplete historical records.

Recent research has shown that ensemble learning methods, especially Random Forest and Gradient Boosting, are strong options for modeling the complicated connections that are common in IT project data. Li et al. (2021) showed that Random Forest models are always better at predicting the costs of software development than linear regression [2]. They found that the mean absolute error (MAE) was significantly lower across datasets with different project attributes, such as team size, complexity, and development methodology. Wang et al. (2022) confirmed again that Gradient Boosting methods, especially more complex ones like XGBoost and LightGBM, are better at making predictions, especially when working with datasets that have a lot of dimensions and complicated feature interactions [3]. People are starting to realize that these ensemble methods are quite strong, can help prevent overfitting, and can find small, nonlinear patterns that regular models generally miss. As ensemble learning has gotten better, using synthetic data has become an important way to deal with the ongoing problem of not having enough data in software engineering. Kumar and Singh (2020) looked at the benefits of adding synthetic records to tiny datasets [4]. They found that machine learning models trained on hybrid datasets were more accurate and able to generalize better. In the same way, Patki et al. (2020) showed that synthetic data may accurately mimic the statistical distributions of real project data while keeping the data private [5]. This makes it especially useful in fields where privacy or proprietary considerations make it hard to share data. These results show that utilizing synthetic data to fill in gaps in historical records is possible in real life. This is a typical problem in developing markets like Kazakhstan [6]. Another big change in the last five years has been the use of explainable AI (XAI) techniques with ensemble learning to make predictive models more open and trustworthy. Chen et al. (2023) used SHapley Additive exPlanations (SHAP) with Gradient Boosting models to estimate IT costs [7]. They showed how certain project variables affect cost projections. This level of interpretability is important for practitioners because it lets project managers and stakeholders understand and check model outputs instead of depending on "black-box" forecasts [8]. Even with these technological developments, there is still a void in the literature when it comes to the specific use of ensemble ML techniques and synthetic data creation for estimating the costs of IT projects in contexts with limited data [9]. While studies from throughout the world show that these strategies work, not many have looked at how to use them in places like Kazakhstan and other emerging economies where there isn't a lot of data, there are a lot of different types of projects, and the market works in its own way [10]. This study tries to fill in the gaps by looking at how Random Forest and Gradient Boosting models trained on synthetically enriched datasets can make cost projections for IT projects more accurate and reliable when there isn't enough data.

Materials and methods

This study's main goal is to find a way to train ML models to anticipate IT project costs in Kazakhstan and other emerging countries. One of the biggest problems is that there aren't enough high-quality, complete datasets that can be used for this. The thesis research shows that the fragmented nature of accessible data makes it hard to apply typical cost estimation models. This means that other methods are needed to create accurate predictive models [11]. The first step was to gather real data from a number of sources: Websites like the Kazakhstan public procurement site gave information about IT projects, such as the names of the projects, short descriptions, budget amounts, and contractors [12]. But a lot of the records didn't have the detailed technical information that is important for ML, including lines of code, team structure, or development approach. The "Smart Almaty" digital transformation program was a key source of information about 49 ICT projects that were meant to improve the city's infrastructure [13]. Projects were in different areas, such as transportation, health care, and keeping an eye on the environment. Even while they were useful, many entries didn't have consistent data fields, which made them less useful for ML. Vinchi Interactive and other software companies published public reports and technical case studies that went into great depth about the different stages of a project, the time frames, the sizes of the teams, and sometimes even the costs. These stories gave us important information on how to set realistic ranges and dependencies in the development of synthetic data [14].

Real project data were collected from multiple sources, including public procurement platforms, the Smart Almaty digital transformation program, and industrial case reports. Synthetic data were subsequently generated to preserve observed statistical distributions and inter-variable dependencies, following established practices in the literature. This approach enables controlled experimentation while mitigating overfitting risks in small-sample settings.

Table 1 shows the main factors employed in this investigation, both in genuine and fake datasets.

Table 1 – Key variables used in the study

Variable	Type	Description	Range / Categories
Project Size (LOC)	Numerical	Size of project measured in Lines of Code	5,000–120,000
Team Size	Numerical	Number of people involved in the project	2–15
Development Methodology	Categorical	Methodology used in project development	Waterfall, Agile, Hybrid
Complexity	Categorical	Complexity level of the project	Simple, Moderate, Complex
Complexity Factor	Numerical	Numeric factor associated with project complexity	40 (Complex) – 80 (Simple)
Methodology Factor	Numerical	Coefficient adjusting estimated development time	1.0–1.1
Development Time	Numerical	Estimated duration in person-days	Computed from size & factors
Estimated Cost	Numerical	Predicted project cost	\$1,000–\$80,000 (synthetic range)
Actual Cost	Numerical	Realized cost of the project (if available)	\$1,000–\$80,000 (observed range)

About 400 fake records were made, which greatly increased the size of the dataset while yet keeping it statistically realistic [15]. Before modeling, both actual and synthetic data went through a lot of preprocessing to make sure they were consistent and could be used with ML algorithms: The mean values of the available data were used to fill in the gaps where numbers were missing [16].

The mode was employed for categorical variables. One-hot encoding turned category variables like project complexity and development approach into binary features. This stopped the model from getting ordinal relationships wrong when they didn't exist [17]. We used min-max normalization to change all the numbers, like project size, team size, anticipated cost, and actual cost, to a range of 0 to 1 [18]. This step helped keep learning algorithms stable and kept variables with large absolute values from taking over.

To split the merged dataset into two parts: one for training (80%) and one for testing (20%) [19]. We used grid search and five-fold cross-validation to find the best model configurations by tweaking the hyperparameters. The parameters that were changed were the number of trees (`n_estimators`), the maximum depth of the trees (`max_depth`), the minimum number of samples needed for node splits and leaves (`min_samples_split`, `min_samples_leaf`), and the learning rate (for GB) [20]. The Table 2 shows the ranges of hyperparameters that were tested while adjusting the models for both the Random Forest and Gradient Boosting methods. This makes sure that the findings are fully optimized and can be repeated.

Table 2 – Hyperparameter ranges for model tuning

Parameter	Random Forest	Gradient Boosting
<code>n_estimators</code>	50–500	50–500
<code>max_depth</code>	3–15	3–15
<code>min_samples_split</code>	2–10	2–10
<code>min_samples_leaf</code>	1–5	1–5
<code>learning_rate</code>	–	0.01–0.3
<code>subsample</code>	–	0.5–1.0
<code>max_features</code>	sqrt, log2, None	sqrt, log2, None

The used typical regression metrics to check how well the model worked: Mean absolute error (MAE) tells you how accurate your predictions are by showing you the average absolute difference between the projected and actual expenses. Root mean squared error (RMSE) gives greater weight to larger errors, useful for identifying significant prediction discrepancies. The coefficient of determination (R^2) shows how much of the difference in actual costs the model can explain [21].

Feature importance was also analyzed to identify the most significant drivers influencing project cost predictions. The thesis results showed that project size and expected development time were the best predictors of costs. Complexity and methodology were also important, but they had less of an effect on costs. This detailed strategy made it possible to create and test ML-based cost estimation models that work well even when there isn't a lot of data, which is common in the Kazakhstani IT sector.

Results

Data pretreatment includes getting rid of missing data, turning categorical features (like development approach) into numbers using One-Hot Encoding, and scaling procedures to make numeric features (like team size and cost) more even. To get the data ready for machine learning, the following steps were taken: Use imputation or drop incomplete records to deal with missing values. To make sure machine learning algorithms can use your data, normalize numeric features to a predefined range, like 0 to 1. To can use one-hot encoding or label encoding to turn categorical variables (such development technique or project difficulty) into numbers. An example of data preprocessing for the dataset used to estimate the cost of an IT project is to use the holdout testing set, which was 20% of the combined actual and synthetic dataset, to see how well the ensemble machine learning models worked. MAE, RMSE, and R^2 were some of the most important evaluation measures. In the Table 3 shows the data after dealing with missing values.

Table 3 – Using one code for the Methodology and Complexity columns.

Project Size (LOC)	Complexity	Team Size	Methodology	Estimated Cost (USD)	Actual Cost (USD)
15,000	Moderate	5	Agile	120,000	125,000
25,000	Complex	10	Waterfall	250,000	265,000
19,333	Simple	3	Agile	80,000	78,000
18,000	Moderate	6	Waterfall	150,000	95,000

Table 4 shows the data after the variables were coded.

Table 4 – Data after the variables

Project Size (LOC)	Team Size	Estimated Cost (USD)	Actual Cost (USD)	Complexity_Moderate	Complexity_Complex	Complexity_Simple	Methodology_Agile	Methodology_Waterfall
15,000	5	120,000	125,000	1	0	0	1	0
25,000	10	250,000	265,000	0	1	0	0	1
19,333	3	80,000	78,000	0	0	1	1	0
18,000	6	150,000	95,000	1	0	0	0	1

Use minimum and maximum scaling to give quantitative attributes (such project size, team size, expected cost, and actual cost) a range from 0 to 1 (1):

$$X_{scaled} = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \quad (1)$$

The last dataset that has been preprocessed. The dataset is now ready to train machine learning models because it has been cleaned, encoded, and normalized in Table 5.

Table 5 – Normalized data

Project Size	Team Size	Estimated Cost	Actual Cost	Complexity_Moderate	Complexity_Complex	Complexity_Simple	Methodology_Agile	Methodology_Waterfall
0.00	0.40	0.27	0.65	1	0	0	1	0
1.00	1.00	1.00	1.00	0	1	0	0	1
0.65	0.00	0.00	0.54	0	0	1	1	0
0.35	0.60	0.47	0.00	1	0	0	0	1

The Random Forest model was the most accurate at making predictions out of all the ones that were evaluated. It had a mean absolute error of 0.09 and a root mean squared error of 0.13. The model's R^2 score of 0.603 means that it could explain about 60.3% of the differences in the actual costs of the project. These results show that Random Forest is good at dealing with nonlinear relationships and interactions between project features while avoiding overfitting through ensemble averaging.

Gradient Boosting was very good in making predictions, however it made a few more mistakes than Random Forest. It had a mean absolute error of 0.10 and a root mean squared error of 0.14. Its R^2 value was 0.557. In the Figure 1 shows a feature correlation matrix that was made using the Random Forest model. The values show the Pearson correlation coefficient between two features. Blue tones show positive associations, whereas red shades show negative correlations. When two

category variables can't be true at the same time, such complexity levels or techniques, they tend to be strongly correlated.

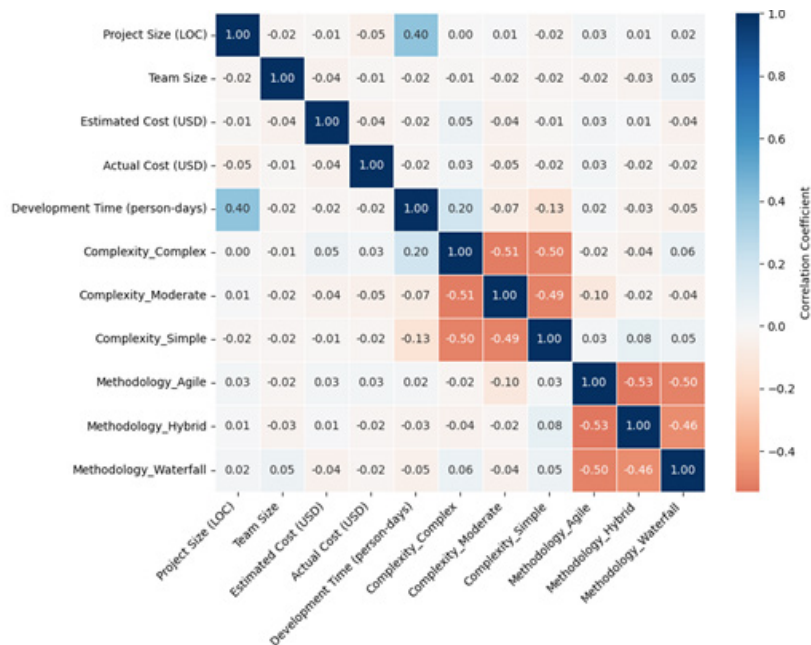


Figure 1 – Feature correlation matrix (Random Forest)

Project size (LOC) has a weak positive association (0.40) with Development Time (person-days), which means that bigger projects usually take longer to develop. There are modest correlations between project size (LOC) and both predicted cost (USD) and actual cost (USD). Most of the time, the correlations between variables are modest (between -0.10 and 0.10), which means that many attributes don't depend on each other in a direct, linear way. The Gradient Boosting model created the feature correlation matrix that is shown in Figure 2.

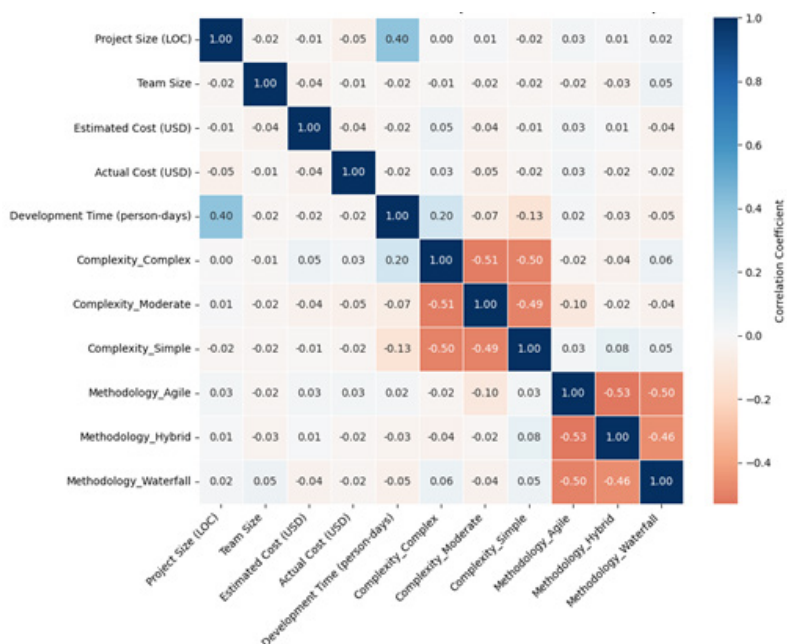


Figure 2 – Feature correlation matrix (Gradient Boosting)

Project size (LOC) has a modest positive association (0.40) with Development Time (person-days), which means that bigger projects usually take more work and time to finish. There aren't high correlations between project size (LOC) and either estimated cost (USD) or actual cost (USD). This means that size alone isn't a good direct predictor of expenses without taking into account other things like complexity and methodology. The complexity variables (Complexity_complex, Complexity_moderate, Complexity_simple) have substantial negative correlations with each other (about -0.50), which makes sense because these variables are binary indicators for categories that can't overlap. There are also negative correlations between the methodology variables (Methodology_agile, Methodology_hybrid, Methodology_waterfall), which means that these characteristics can't be used together. Most of the other correlations are rather low (between about -0.10 and 0.10), which means that a lot of the attributes aren't very strongly related to each other in a purely linear way. The fact that many features have poor correlations shows how complicated the relationships are when estimating the cost of an IT project. This is why ensemble learning approaches like Gradient Boosting are useful; they can find nonlinear interactions that simple linear models could overlook. In general, the matrix helps us understand how different project features are connected and helps us choose features and understand models.

Discussion

This study looked into how well ensemble machine learning methods like Random Forest and Gradient Boosting work for estimating the costs of IT projects when there isn't a lot of data available. This is a prevalent problem in emerging economies like Kazakhstan. The results show that both ensemble models are far better at making predictions and explaining things than classic estimating approaches like COCOMO and Function Point Analysis. The Random Forest model did the best overall, with a R^2 value of 0.603 and the lowest mean absolute error (MAE = 0.09). This means that Random Forest is especially good at handling noisy, high-dimensional datasets and figuring out how project features interact with each other in complicated ways. Gradient Boosting also did well (R^2 = 0.557, MAE = 0.10), but it was more sensitive to hyperparameter adjustment and had a somewhat larger chance of overfitting. These results are in keeping with previous studies that showed how strong ensemble approaches are when it comes to predictive modeling tasks where the relationships between variables are complicated and not linear. The study has some flaws, even though the results are promising. First, synthetic data increases the amount and variety of training data, but it is still an approximation and may not represent all the subtleties of real-world projects. Second, the models were tested on a relatively small combined dataset. More testing on larger datasets that are just real-world would make the results more generalizable. Lastly, the models made big improvements over traditional methods, but their R^2 values show that a lot of the differences in project costs are still unexplained. This shows how hard it is to estimate costs for software development projects. Future studies could look into adding more elements, like organizational aspects, team experience levels, and technology stacks, which could make predictions even more accurate. Also, using ensemble learning with sophisticated explainability tools could help project managers trust and use the system more, since they would be able to not only estimate costs but also comprehend what makes such predictions.

Conclusion

The study investigated how to use Random Forest and Gradient Boosting, two ensemble machine learning methods, to estimate the costs of IT projects in places where there isn't much data, like Kazakhstan's growing IT sector. The results showed that ensemble models are far superior to standard cost estimation methods, even when there aren't always enough data to make them work. They have lower error rates and stronger explanatory power. One of the most important new ideas in this research was using synthetic data production to add to small real-world datasets. This method

helped the models learn more general patterns and cut down on overfitting. It was a useful option for situations where historical project data is missing or hard to get to. Feature importance research showed that project size and development time are the most important factors in determining IT project costs, which is in line with accepted software engineering principles. But the moderate overall R^2 values show that more research is needed to fully understand the many factors that affect costs in software development projects. In general, the results show that using ensemble machine learning methods with synthetic data could improve the accuracy of cost estimates in situations where there isn't much data available. This work gives project managers and decision-makers useful information about how to find more accurate cost forecasting tools, which will help them plan and allocate resources better in IT projects.

REFERENCES

- 1 Bach, M.P., Topalovic, A., Krstic, Z., Ivec, A. Predictive maintenance in industry 4.0 for the SMEs: A decision support system case study using open-source software. *Designs*, 7, 98 (2023). <https://doi.org/10.3390/designs7040098>
- 2 Suleiman, Z., Shaikholla, S., Dikhanbayeva, D., Shehab, E., Türkyılmaz, A. Industry 4.0: Clustering of concepts and characteristics. *Cogent Engineering*, 2034264 (2022). <https://doi.org/10.1080/23311916.2022.2034264>
- 3 Çakır, M., Güvenç, M.A., Mıstıkoğlu, S. The experimental application of popular machine learning algorithms on predictive maintenance and the design of IoT-based condition monitoring system. *Computers & Industrial Engineering*, 151, 106948 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106948>
- 4 Sembina, G., Aitim, A., Shaizat, M. Machine learning algorithms for predicting and preventive diagnosis of cardiovascular disease. In: 2022 International Conference on Smart Information Systems and Technologies (SIST), 1–5 (2022). <https://doi.org/10.1109/sist54437.2022.9945708>
- 5 Sarker, I.H. Machine learning: Algorithms, real-world applications and research directions. *SN Computer Science*, 5 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42979-021-00592-x>
- 6 Fernandes, M., Corchado, J.M., Marreiros, G. Machine learning techniques applied to mechanical fault diagnosis and fault prognosis in the context of real industrial manufacturing use-cases: A systematic literature review. *Applied Intelligence*, 52, 14246–14280 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10489-022-03344-3>
- 7 Frankó, A., Hollósi, G., Ficzer, D., Varga, P. Applied machine learning for IoT and smart production – Methods to improve production quality, safety and sustainability. *Sensors*, 22, 9148 (2022). <https://doi.org/10.3390/s22239148>
- 8 Kane, A.P., Kore, A.S., Khandale, A.N., Nigade, S.S., Joshi, P.P. Predictive maintenance using machine learning. *arXiv*, 2205.09402 (2022). <https://doi.org/10.48550/arxiv.2205.09402>
- 9 Arboretti, R., Ceccato, R., Pegoraro, L., Salmaso, L. Design of experiments and machine learning for product innovation: A systematic literature review. *Quality and Reliability Engineering International*, 38, 1131–1156 (2021). <https://doi.org/10.1002/qre.3025>
- 10 Aitim, A., Sembina, G. Modeling of human behavior for smartphone using machine learning algorithm. *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physico-Mathematical Series*, 4, 17–28 (2024). <https://doi.org/10.32014/2024.2518-1726.304>
- 11 ěSarker, I.H. Machine learning: Algorithms, real-world applications and research directions. *SN Computer Science*, 2, 5 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42979-021-00592-x>
- 12 Fernandes, M., Corchado, J.M., Marreiros, G. Machine learning techniques applied to mechanical fault diagnosis and fault prognosis in real industrial manufacturing use-cases: A systematic literature review. *Applied Intelligence*, 52, 14246–14280 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10489-022-03344-3>
- 13 Srivastava, P., Srivastava, N., Agarwal, R., Singh, P. NEMAEP: A novel ensemble machine learning framework for accurate effort estimation in software projects. *Journal of Advanced Research in Technology and Engineering*, 102(24), 9112–9125 (2024).
- 14 Aitim, A. Developing methods for automatic processing systems of Kazakh language. *KazATC Bulletin*, 133(4), 254–265 (2024). <https://doi.org/10.52167/1609-1817-2024-133-4-254-265>
- 15 Mansoor, F., Alim, M.A., Jilani, M.T., Alam, M.M., Su'ud, M.M. Enhancing software cost estimation using feature selection and machine learning techniques. *Computers, Materials & Continua*, 79(3), 12345–12367 (2024). <https://doi.org/10.32604/cmc.2024.057979>

16 Akumba, B.O., Ogala, E., Agaji, I., Akumba, B.T., Blamah, N.V., Otor, S.U. Improving software effort estimation accuracy with a Kalman filter-driven ensemble model. *International Journal of Computer Applications*, 186(58), 45–59 (2024).

17 Seilo, J. Artificial intelligence in software project cost estimation. Bachelor's thesis, Lappeenranta–Lahti University of Technology LUT, 33 p. (2025).

18 Alhazmi, O.H., Khan, M.Z. Software effort prediction using ensemble learning methods. *Journal of Software Engineering and Applications*, 13(7), 143–158 (2020). <https://doi.org/10.4236/jsea.2020.137010>

19 Aitim, A. Building a high-quality annotated corpus for Kazakh NLP: A pipeline approach. *Vestnik KazUTB*, 4(29) (2025). <https://doi.org/10.58805/kazutb.v.4.29-1092>.

20 Ahmed, B.M. Predicting software effort estimation using machine learning techniques. In: 2018 8th International Conference on Computer Science and Information Technology, 249–256 (2018). <https://doi.org/10.1109/CSIT.2018.8486222>

21 Zubair, K.M. Particle swarm optimisation based feature selection for software effort prediction using supervised machine learning and ensemble methods: A comparative study. *Invertis Journal of Science & Technology*, 13, 33–50 (2020).

^{1*}Әйтiм Ә.Қ.,

магистр, ORCID ID: 0000-0003-2982-214X,

*e-mail: a.aitim@iitu.edu.kz

¹Сембина Г.К.,

т.ғ.к., ORCID ID: 0000-0003-2920-1490,

e-mail: g.sembina@iitu.edu.kz

¹Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қ., Қазақстан

ДЕРЕКТЕР ТАПШЫЛЫҒЫ ЖАҒДАЙЫНДА ІТ-ЖОБАЛАРДЫҢ ҚҰНЫН БАҒАЛАУҒА АРНАЛҒАН МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУДЫҢ АНСАМБЛЬДІК ӘДІСТЕРІ

Аңдатпа

ІТ-жобалардың құнын дәл болжау сәтті жоспарлау, бюджеттеу және ресурстарды бөлу үшін шешуші мәнге ие. Алайда СОСОМО моделі, функционалдық нүктелерді талдау немесе сараптамалық бағалау сияқты дәстүрлі бағалау әдістері, әсіресе Қазақстан сияқты дамушы елдерде, алдыңғы жобалар бойынша деректердің жеткіліксіздігі немесе толық еместігі жағдайында, әрдайым сенімді нәтижелер бере бермейді. Осы зерттеуде бастапқы деректердің тапшылығы жағдайында ІТ-жобалардың құнын болжау үшін машиналық оқытудың ансамбльдік алгоритмдерін, атап айтқанда Random Forest және Gradient Boosting әдістерін қолдану қарастырылады. Деректердің жетіспеушілігі мәселесін шешу мақсатында синтетикалық деректерді генерациялау әдістері пайдаланылды, бұл нақты жағдайларда байқалатын статистикалық сипаттамаларды сақтай отырып, жобалардың әртүрлі сценарийлерін модельдейтін кеңейтілген деректер жиындарын қалыптастыруға мүмкіндік береді. Ұсынылған модельдер шығынды болжау үшін жобаның негізгі параметрлерін, атап айтқанда команда мөлшерін, жобаның күрделілігін, әзірлеу әдіснамасын және жоба көлемін кіріс деректері ретінде пайдаланады. Эксперименттік нәтижелер ансамбльдік тәсілдердің болжау дәлдігі бойынша стандартты бағалау әдістерінен жоғары екенін көрсетті. Random Forest моделі ең төмен орташа абсолюттік қателікті (MAE = 0,09) және ең жоғары детерминация коэффициентін ($R^2 = 0,603$) көрсетті. Сонымен қатар, белгілердің маңыздылығын талдау жоба көлемі мен әзірлеу уақыты шығынды бағалауда ең маңызды факторлар екенін анықтады. Алынған нәтижелер жобалар параметрлері арасындағы күрделі, сызықтық емес тәуелділіктермен жұмыс істеуде ансамбльдік оқытудың тиімділігін растайды және сапалы тарихи деректердің болмауы жағдайында шығынды бағалау әдістерін жетілдіруге арналған практикалық құрал ұсынады. Зерттеу интеллектуалдық шешімдерді қолдау жүйелерін дамытуға үлес қосады және ІТ-жобаларды бюджеттеу мен жоспарлауды жетілдіруге мүдделі дамушы экономикалардағы жоба менеджерлері мен шешім қабылдаушыларға арналған практикалық ұсынымдар береді.

Тірек сөздер: ансамбльдік оқыту, random forest, gradient boosting, машиналық оқыту, деректер тапшылығы, шешімдерді қолдау жүйелері.

^{1*}Айтим А.К.,
магистр, ORCID ID: 0000-0003-2982-214X,
*e-mail: a.aitim@iitu.edu.kz

¹Сембина Г.К.,
к.т.н., ORCID ID: 0000-0003-2920-1490,
e-mail: g.sembina@iitu.edu.kz

¹Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан

АНСАМБЛЕВЫЕ МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ ИТ-ПРОЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕХВАТКИ ДАННЫХ

Аннотация

Точное прогнозирование стоимости ИТ-проектов имеет ключевое значение для успешного планирования, бюджетирования и распределения ресурсов. Однако традиционные методы оценки, такие как СОСОМО, анализ функциональных точек или экспертные оценки, часто не дают надежных результатов, особенно в развивающихся странах, таких как Казахстан, где предыдущие данные о проектах скудны или неполны. В настоящем исследовании рассматривается использование ансамблевых алгоритмов машинного обучения, в частности Random Forest и Gradient Boosting, для прогнозирования стоимости ИТ-проектов в условиях недостатка исходных данных. Для решения проблемы нехватки данных применяются методы генерации синтетических данных, позволяющие формировать расширенные наборы данных, моделирующие различные сценарии проектов при сохранении статистических характеристик, наблюдаемых в реальных случаях. Представленные модели используют ключевые проектные параметры, такие как размер команды, сложность проекта, методология разработки и размер проекта, в качестве входных данных для прогнозирования стоимости. Экспериментальные результаты показывают, что ансамблевые подходы превосходят стандартные методы оценки по точности прогнозирования. Модель Random Forest продемонстрировала наименьшую среднюю абсолютную ошибку ($MAE = 0,09$) и наибольший коэффициент детерминации ($R^2 = 0,603$). Кроме того, анализ важности признаков показал, что размер проекта и время разработки являются наиболее значимыми факторами в оценке стоимости. Полученные результаты подтверждают эффективность ансамблевого обучения для работы со сложными, нелинейными зависимостями между параметрами проектов и предлагают практический инструмент для совершенствования методов оценки стоимости в условиях отсутствия качественных исторических данных. Данное исследование вносит вклад в развитие интеллектуальных систем поддержки принятия решений и предоставляет практические рекомендации для менеджеров ИТ-проектов и лиц, принимающих решения в развивающихся экономиках, заинтересованных в улучшении бюджетирования и планирования ИТ-проектов.

Ключевые слова: ансамблевое обучение, random forest, gradient boosting, машинное обучение, нехватка данных, системы поддержки принятия решений.

УДК 004.9:519.876.5
МРНТИ 28.17.33

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-117-131>

¹Зарубин М.Ю.,

к.т.н., ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-1415-5244,
e-mail: zarubin_mu@mail.ru

^{1*}Зарубина В.Р.,

к.э.н., ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-1376-9172,
*e-mail: zarubina_v@mail.ru

²Ысқақ А.У.,

к.с.-х.н., ORCID ID: 0000-0002-8313-8982,
e-mail: yskak_aliya@ksu.edu.kz

²Ермолдина Г.Т.,

магистр, ORCID ID: 0000-0003-2143-7618,
e-mail: gulnazyermoldina@gmail.com

¹Костанайский инженерно-экономический университет им. М. Дулатова,
г. Костанай, Казахстан

²Костанайский региональный университет им. А. Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Казахстан

К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ (НА ПРИМЕРЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАРАТОМАРСКОГО И ВЕРХНЕТОБОЛЬСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩ СЕВЕРНОГО КАЗАХСТАНА)

Аннотация

В последние годы Казахстан столкнулся с серьезными проблемами как недостатка воды, так и эксплуатации имеющихся гидротехнических сооружений: периоды засухи приводят к систематическому снижению накопленных запасов пресной воды, а паводок 2024 г. привел к затоплению ряда населенных пунктов. Для понимания реальной картины состояния имеющихся гидротехнических сооружений и находящихся в этих водохранилищах водных запасов, а также прогнозирования потенциальных рисков правительством инициирован ряд исследований. В свете возросшей актуальности проблемы понимания достоверной картины состояния гидротехнических сооружений авторами в статье поднимаются вопросы оценки точности компьютерного моделирования состояния водохранилищ региона (на примере Каратомарского и Верхнетобольского водохранилищ). В исследовании батиметрия Каратомарского водохранилища выполнена с помощью дрона Arasche 3. Исследование закономерностей точности моделирования от частоты галсов проводилось с использованием методов кригинга. Модели водохранилища строились в QGis и Surfe. При анализе береговой линии использовались космические снимки Sentinel-2 и данные «Казводхоза». Результатом исследования стал алгоритм определения плотности (шага) галсов гидродрона для современной геоморфологии дна. Исследования показали, что точность исследования даже равнинных гидротехнических сооружений Казахстана существенно зависит от параметров проведения полевых исследований, а сами гидротехнические сооружения за период эксплуатации претерпели существенные изменения.

Ключевые слова: батиметрия, интерполяция, 3D-моделирование, Каратомарское водохранилище, Тобол, Аят.

Введение

Гидротехнические сооружения и создаваемые ими водохранилища играют важную роль в мировом круговороте воды, регулируя поступление воды из окружающей среды в искус-

ственные системы. Например, около 57% сезонной изменчивости мировых поверхностных пресных вод (ПВП) компенсируется водохранилищами [1].

Как правило, после введения водохранилищ в эксплуатацию, их регулярной батиметрии и изучению изменений морфологии дна специалистами уделяется неоправданно мало внимания. Обычно исследования и описания таких объектов ограничиваются только типом, формой, подпорными уровнями, размерами ложа и проектным объемом воды в них. Из внимания зачастую упускаются моменты старения: накопления в чаше объекта донных отложений [2], эвтрофикации [3], повышения эмиссии парниковых газов [4], нарушение седиментационного баланса [5], увеличения риска индуцированных землетрясений [6]. И это все помимо снижения биологического разнообразия [7], повышения техногенных рисков [8] и связанного с этим роста социально-экономических проблем [9].

В то же время эффективный мониторинг состояния водохранилищ необходим для решения широкого круга практических задач, таких как моделирование и прогнозирование защитных мероприятий от паводков, планирование ирригационных и техногенных нагрузок, оценка долгосрочных последствий влияния этих сооружений на глобальный климат [10, 11].

После серии весенних наводнений регионов Казахстана и России 2024 г. в Казахстане мониторинг состояния водных ресурсов, и особенно фактического состояния гидротехнических сооружений, вынесен в разряд приоритетных задач правительства и осуществляется на государственном уровне [12]. Данный факт послужил основной причиной привлечения коллектива авторов к исследованию каскада водохранилищ в Костанайской области, в том числе Каратомарского и Верхнетобольского водохранилищ.

Представленная работа авторов посвящена следующим основным исследовательским вопросам:

- ♦ в-первых, насколько точно проводимые исследования передают рельеф водохранилища после интерполяции батиметрических данных?
- ♦ во-вторых, с какой необходимой плотностью измерений следует проводить полевые исследования чаш равнинных водохранилищ для достижения требуемой точности 3D-моделирования?

Для решения поставленных задач авторами проводились исследования по данным батиметрической съемки зарегулированного объема Каратомарского водохранилища на площади 61 км² и Верхнетобольского водохранилища на площади 74,25 км².

Предварительная батиметрия водохранилища коллективом авторов проведена в июле 2024 г. Уточняющая дополнительная съемка данных недоисследованных полигонов – в летний период 2025 г. Вычисление необходимой плотности исследований, детальная батиметрия и построение цифровой модели выполнено на данных 2024–2025 гг.

Планирование плотности измерений (плотности галсов гидродрона) в исследовании осуществлялось по данным эталонного полигона водохранилища посредством оценки точности полученных моделей (моделей с различной плотностью галсов гидродрона). Интерполяция данных осуществлялась тремя различными методами: линейной интерполяцией, Planar Regression и простым крикингом. По результатам оценки точности методов, крикинг выбран для построения итоговой 3D-модели водохранилища.

Оценка достоверности результатов вычисления зависимости необходимой плотности измерений от параметра заданной точности моделирования оценена посредством сравнения точности различных моделей для тестового и контрольного полигонов реки Аят.

Проверка достоверности результатов исследования осуществлена посредством сравнения полученных данных батиметрии/моделирования с данными контрольных точек, полученных ручными методами измерений.

Предложенный авторами подход представляет собой надежное решение для планирования требуемой точности батиметрии посредством определения необходимой плотности измерений. С практической точки зрения подход позволил установить более достоверные значения

соотношения «уровень воды – площадь – объем» для Каратомарского и Верхнетобольского водохранилищ Республики Казахстан.

Подход подразумевает возможность тиражирования методов исследования на любые равнинные водохранилища.

Для понимания возможностей различных методов съемки в разрезе вопроса точности дальнейшего компьютерного моделирования гидротехнического сооружения был проведен анализ различных современных методов цифрового моделирования подводного рельефа водоемов (таблица 1).

Таблица 1 – Сравнительный обзор методов батиметрического и топографического исследования водохранилищ по литературным источникам

Ссылка	Название/Краткое описание метода	Необходимое оборудование	Преимущества	Недостатки
Ручные методы измерения глубин и топографической съемки рельефа дна водохранилища				
-	Метод основан на измерении длины лотиния с борта судна.	Ручной лить, судно.	Простота и доступность единичных измерений.	Низкая скорость и точность измерения глубины водоема
[13]	Теодолитная съемка.	Теодолит, стальная измерительная рулетка (или оптический дальномер).	Доступность единичных измерений.	Низкая скорость измерений, ограниченные размеры теодолитных ходов (полигонов), сложность проведения работ на труднодоступных склонах русла реки.
	Тахеометрическая съемка.	Тахеометр.		
	Мензольная съемка.	Мензула.		
	Нивелирование поверхности (вертикальная или высотная съемка).	Нивелир.	Высокая точность.	Необходимость дополнительных планово-привязочных работ опорных точек.
	Фототеодолитная съемка рельефа береговой линии (наземная).	Фототеодолит.		
Методика автоматизированной батиметрической и топографической съемки рельефа прибрежной зоны водохранилища				
[24]	Гидроакустическое зондирование подводной части водоема.	Эхолот, судно/ гидродрон, датчики положения.	Возможность сбора больших объемов данных с высокой точностью.	Невозможность проведения измерений на заросших участках водохранилища.
[25, 26]	Фототеодолитная съемка рельефа береговой линии (аэрофотосъемка).	Самолет (дрон), аэрофотоаппарат.	Возможность получения планов больших площадей	Необходимость дополнительного планирования и проведения референциальных работ по опорным точкам. Зависимость точности измерений от плотности растительного покрова.
[27]	Лазерное сканирование рельефа береговой линии.	Лидар, дополнительно: самолет (дрон) для аэрофотосъемки + датчики положения.	Получение топографических планов сложных профилей. Высокая точность Скорость измерений.	Чувствительность качества измерений к работе с отражающими поверхностями.

Продолжение таблицы 1

Методы дистанционного спутникового зондирования и цифрового моделирования водных объектов				
[18, 22]	Группа методов космической радиолокационной альтиметрии	Для определения глубины требуются данные спутникового LiDAR и данные полевых исследований.	Получение топографических планов сложных профилей. Высокая точность и скорость измерений.	Зависят от облачности и погодных условий. Сложность высокоточных измерений построения подводного рельефа.
[23, 28]	Группа методов реконструкции и прогнозирования батиметрии с использованием космических данных и глобальных моделей.	Требуется данные космической фотосъемки.	Возможность построения полного рельефа дна чаши водохранилища дна.	Методы часто не учитывают сложную батиметрию водоема.

Ручные методы, такие как буссольная съемка и глазомерная съемка в топографических методах, авторами не рассматривались в связи с тем, что в настоящее время они, как и большинство ручных методов, постепенно выходят из употребления [13], да и из-за небольшого объема исходных данных могут обеспечить невысокую точность моделирования.

Первоначальные попытки определения подводного рельефа водоемов с использованием методов дистанционного зондирования основывались на методах [14–17]. Вопросы применения и оценки точности современных успешных методов дистанционного зондирования для оценки батиметрии водоемов систематизированы в работах [18, 19].

Систематизируя результаты анализа космических дистанционных методов, можно сказать, что существующие методы оценки состояния водоемов можно условно представить в виде двух больших групп [20, 21]. Первая категория объединяет методы обработки спутниковых изображений:

- MODIS [18]
- Landsat [22]
- Sentinel-2 [22]

для отслеживания изменений площади водной поверхности объекта с помощью радиолокационной альтиметрии. Эта группа высокоточных методов, однако их применимость ограничена из-за сложности сканирования подводного рельефа.

Вторая группа методов основана на попытке реконструкции батиметрии водоема [23], что позволяет оценить полный рельеф объекта. Однако эта группа методов часто опирается на чрезмерно упрощенные предположения для реконструкции батиметрии, что приводит к снижению точности в условиях сложного рельефа водоема [21].

Рассмотрены вопросы методологии «склеивания» интерполяционных данных подводного и прибрежного рельефа при построении цифровых карт водоемов [27].

Ключевым моментом при построении адекватных поставленным задачам 3D-моделей остается выбор оптимальных для заданного водоема и набора данных методов интерполяции и определение минимально достаточного количества точек этих исходных данных. Использование чрезмерно упрощенных подходов для интерполяции может свести на нет результаты исследований из-за существенной потери точности.

Материалы и методы

Объектом исследования являлись два крупнейших гидротехнических сооружения каскада водохранилищ Северного Казахстана – Каратомарское и Верхнетобольское водохранилища, расположенные в Костанайской области Республики Казахстан. Первое водохранилище создано в месте слияния рек Тобол и Аят, второе – на реке Тобол (рисунок 1).

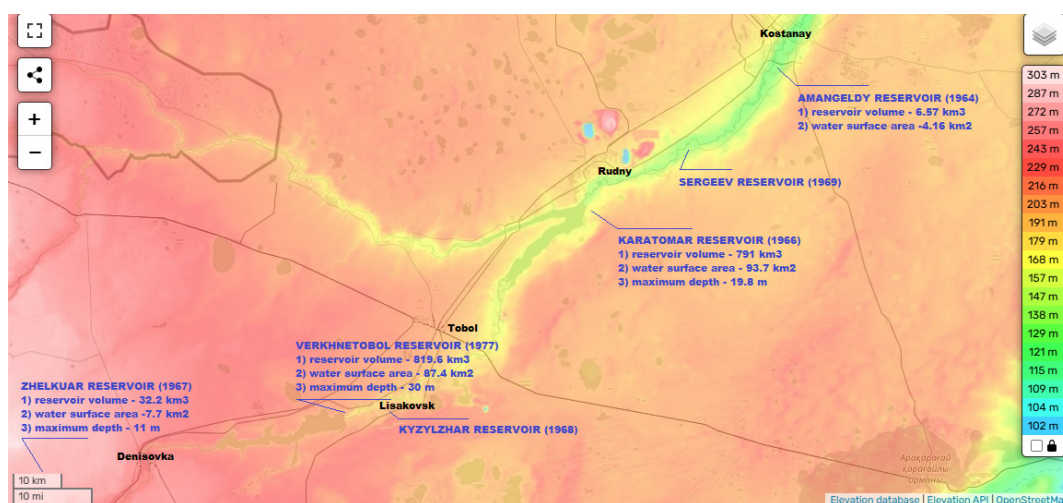


Рисунок 1 – Схема гидротехнических сооружений Костанайской области

Батиметрические измерения на участках исследований проводились в июле-августе 2024 г. и уточнялось летом 2025 г. Батиметрические исследования проводились с использованием автономного гидродрона Apache 3 с однолучевым одночастотным эхолотом.

Данные контрольных замеров глубин водохранилищ для верификации результатов автоматизированных батиметрических измерений/моделирования получены ручным методом с помощью линия и гидрометрической рейки.

Таким образом анализ достоверности данных проведен путем сравнения результатов измерения двумя методами (ручным и с использованием однолучевого эхолота).

Для Каратомарского водохранилища в процессе настройки точности эхолота гидродрона были определены поправки эхолота на акватории залива Каратомарского водохранилища методом калибровки. Работа выполнялась с использованием калибровочного диска и гидрометрической рейки. Настройка точности производилась путем задания параметров на глубинах 1, 3 и 5 м данного водоема (залива водохранилища), плюс дополнительно в зонах выявленных глубин на 10 и 15 м для самого водохранилища.

Для дополнительной проверки как результатов измерений, так и оценки точности 3D-моделирования авторами был проведен ручной сбор данных глубин контрольных точек водохранилища опять же с помощью линия и гидрометрической рейки. Данные проведенных ультразвуковых измерений с помощью батиметрического дрона и ручных методов измерений совпали с погрешностью менее 0,1 м. Отклонение данных моделирования от ручных методов измерения также не превысило требуемых 10%. Что подтвердило успешность калибровки дрона и верифицировало точность и достоверность проводимых измерений/моделирования.

Для Верхнетобольского водохранилища первичные настройки выполнены аналогичным образом.

Гидролокатор батиметрического гидродрона прошел государственную поверку в 2024 г. Аппарат сертифицирован к использованию на всей территории Республики Казахстан.

Для получения максимальной точности первичных данных и повышения эффективности использования гидродрона была проведена геопривязка с помощью DGPS. Использовалась GPSS-станция CNCNAV. Станция получила сертификат соответствия Республики Казахстан.

Маршруты движения гидродрона строились в программном продукте AutoPlanner 2.0.11.9341. Использовалась система координат WGS84. Предварительная обработка полученных батиметрических данных проводилась в свободно распространяемом ГИС-пакете QGIS v 3.34.11. В этом же пакете были получены разрезы и обработана цифровая модель чаши водохранилища.

Урез воды Каратомарского водохранилища построен с использованием наложенного снимка Sentinel-2_L2A_True_color от 07.04.2024, соответствующего заполнению чаши водохранилища на 98% (по данным фонда «Казводхоз»). Ниже приведено сравнение качества имеющихся космических снимков от 14.06.2024 и 07.04.2024 с разрешением 30 м/пиксель. Качество снимков определяется облачностью в день проведения космической съемки над объектом исследований. Наилучшие показатели качества имеет снимок от 07.04.2024 (рисунок 2).

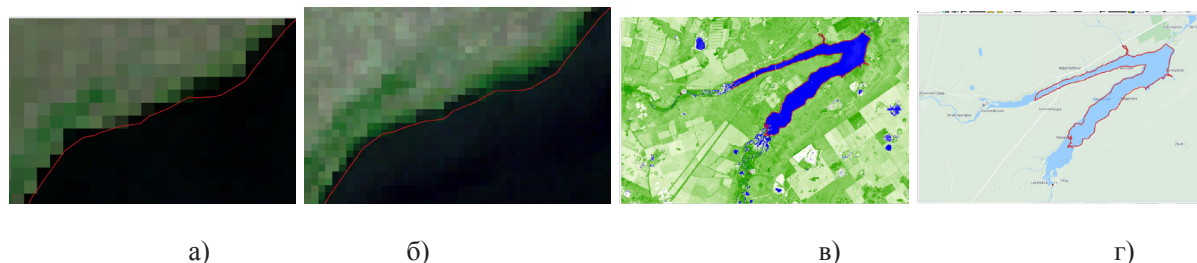


Рисунок 2 – Фрагменты снимков Sentinel-2_L2A от 14.06.2024 (а) и 04.07.2024 (б) при построении береговой линии Каратомарского водохранилища, классифицированный снимок водохранилища в формате NDWI с контурированием (в) и зона контурирования водной поверхности на топографическом плане (г)

В качестве основы для определения береговой линии и определения максимального заполнения чаши Верхнетобольского водохранилища был выбран также снимок SENTINEL-2 S2B_MSIL2A с датой 10.05.2024 и имеющий процент облачности (PIXEL_CLOUD_PERCENTAGE) меньше 10% (рисунок 3).

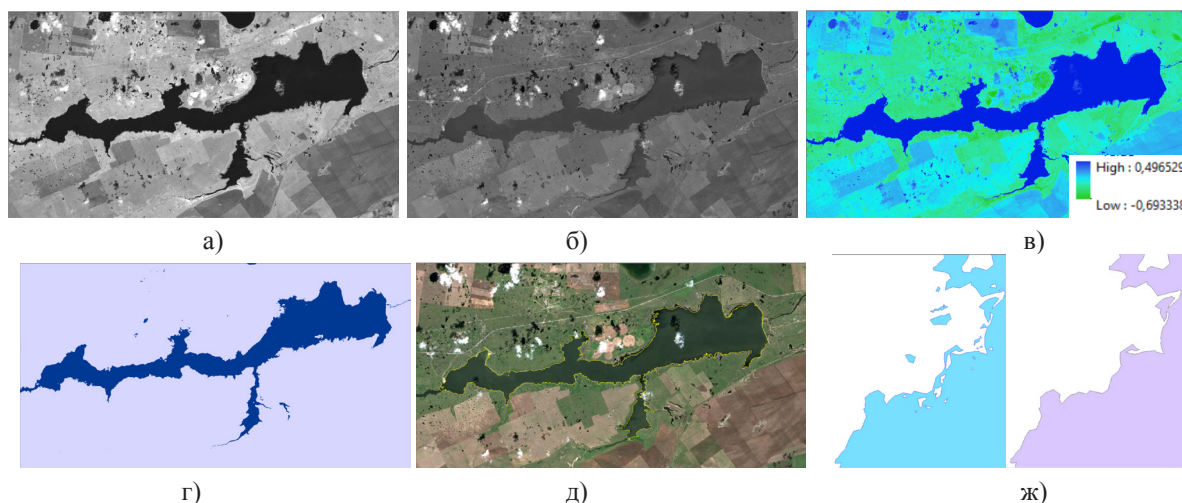


Рисунок 3 – Вычисление Normalized Difference Water Index (NDWI) и переклассификация растровой поверхности: а) канал Near infrared (Band 8); б) канал Green (Band 3); в) вычисленный индекс NDWI; г) переклассификация раstra на водные и остальные объекты; д) конвертирование раstra в полигональный слой; ж) результат проверки геометрии и исправлении топологических ошибок (правила must not overlap и must not have gaps)

Дополнительно для верификации измерений и повышения точности построения линии уреза воды были обработаны пакеты по три космических снимка с усреднением полученной линии уреза воды.

Выявлено, что уменьшение площади водной зоны Каратомарского водохранилища на снимках Sentinel-2_L2A NDWI (Normalized Difference Water Index) по сравнению со снимками Google и Sentinel-2_L2A_True_color вызвано значительным зарастанием русла реки камышом

(тростником) в границах начала водохранилища (даже несмотря на максимальный подъем уровня воды в водохранилище за последние 10 лет). Сокращение площади водного зеркала Верхнетобольского водохранилища на 15,06% вызвано также зарастанием и заиливанием мелководья.

Длина линии уреза воды Каратомарского водохранилища составила 93,77 км, что при решении фотоснимка 30 м/пиксель соответствует сформированной погрешности оконтуривания площади зеркала водохранилища не более 5,63 км². Для Верхнетобольского водохранилища длина линии уреза – 125,1 км.

Все используемые цифровые модели водоемов построены на детерминированных и гео-статических методах интерполяции [29]. Интерполяция по исходным данным и моделирование поверхностей чаш водохранилищ выполнены в программном продукте Surfe. Интерполяция данных осуществлялась тремя различными методами: линейной интерполяцией, Planar Regression и простым крикингом. По результатам оценки точности методов, крикинг выбран для построения итоговых 3D-моделей водохранилищ.

Результаты и обсуждение

При проведении исследования водоема методом инструментальной батиметрии вопрос выбора шага измерения (в случае гидроакустических измерений – шага галса гидродрона для снятия точек измерений с требуемой заранее заданной точностью) является особенно важным для достижения требуемой точности построения итоговой 3D-модели объекта. В части шага измерения на курсе такой задачи не возникает, так как оборудование судна позволяло получать точки с избыточной плотностью – дрон позволяет получать более 10 точек на метр пройденного пути.

В связи с достаточно сложными гидрометеорологическими условиями на момент начала исследований (июль 2024 г. характеризовался средними скоростями ветра от 13 до 25 м/с или от 6 до 8 баллов по шкале Бофорта [30]) было принято решение провести первоначальную оценку необходимого шага галсов гидродрона для обеспечения требуемой точности измерений на заливе водохранилища (точнее, в устье русла сезонно частично пересыхающего ручья, впадающего в Каратомарское водохранилище (рисунок 4).

Объект характеризуется длиной около 900 м, шириной 100–140 м и интервалом глубин до 6,4 м (рисунок 4). По результатам измерений в полигоне расположения разрезов уклон дна залива по направлению течения составляет 2,6-5,8 ‰, поперек фарватера залива – 6,08 ‰ в сторону левого берега.

Эталонный объект (полигон), как и водохранилище, является проточным, но высота волн существенно меньше, чем на основной чаше водохранилища, что позволило снизить риски и облегчить проведение батиметрических съемок.

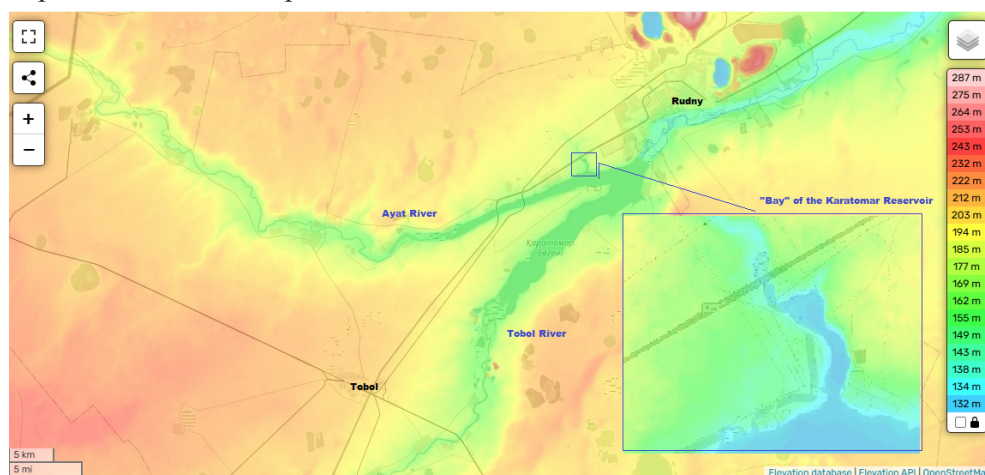


Рисунок 4 – Каратомарское водохранилище и эталонный полигон

Для исследований на водном объекте выбран в центральной зоне прямоугольный полигон в районе туристической базы «Параллель» (рисунок 5).



Рисунок 5 – Космоснимок исследовательского полигона и схема расположения сечений полигона

Размер полигона составляет 80x130 м, где 130 м – сторона поперек течения. Минимальная измеренная глубина по данным гидродрона – 3,55 м, максимальная – 4,98 м.

Для оценки применимости расчета на эталонном полигоне для Каратомарского водохранилища была проведена оценка корреляции профиля дна эталонного полигона с полученными в результате батиметрии профилями дна рек Тобола и Аят в границах водохранилища (рисунок 6). Для оценки использовались коэффициент корреляции и индекс подобия кривых [31].

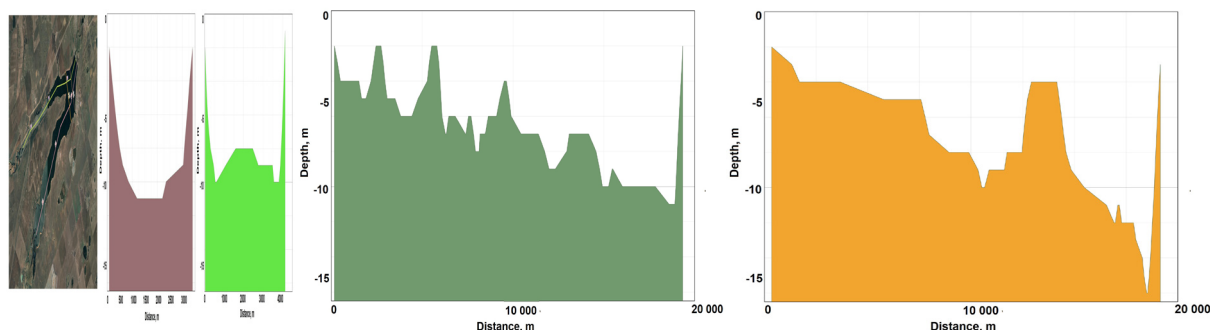


Рисунок 6 – Схема расположения сечений по Каратомарскому водохранилищу и сами сечения P1 и P2 в QGIS

Построенный профиль P1 по руслу реки Аят позволяет говорить об уклоне дна $0,5^{\circ}/^{\circ}$. Рельеф богат водоворотами.

Построенный профиль по руслу реки Тобол позволяет утверждать, что современный уклон дна составляет $0,8^{\circ}/^{\circ}$. Рельеф достаточно сглаженный.

Результаты вычисления коэффициента корреляции сведены в таблицу 2.

По данным таблицы видим высокую корреляцию между значениями рельефа дна (глубинами) в средней части реки Аят (в границах водохранилища) и глубинами в средней части (проточная часть эталонного полигона), что позволяет говорить о применимости предлагаемого полигона для реки Аят.

Корреляция данных по реке Тобол с глубинами полигона получилась идентичной значениям по реке Аят.

Для того чтобы доказать, что кривые, представляющие геометрию рельефа дна эталонного полигона и русел исследуемых рек подобны, в дополнение к коэффициенту корреляции было решено использовать коэффициент подобия кривых. Для этого проверялась вероятность того, что одно рельефное сечение может быть преобразовано в другое путем масштабирования по оси глубины, т. е. проверялось, что сечения геометрически подобны.

Для этого использовалась модифицированная формула для доказательства подобия кривых:

$$y_1 = k \cdot y_2, \quad (1)$$

где y_1 и y_2 – глубины опорного и сравниваемого участков;

k – коэффициент подобия кривых.

Все линейные размеры одной кривой должны быть пропорциональны аналогичным размерам другой кривой с тем же коэффициентом подобия. Тогда математически это можно выразить через соответствие координатных точек двух кривых:

$$k = \min(y_1 / y_2). \quad (2)$$

Результаты оценки подобия сечения при разных плотностях шага измерений двух рельефов сведены также в таблицу 1.

Таблица 2 – Коэффициент корреляции Пирсона и коэффициент подобия кривых рельефа, измерения MSE и MRD

Параметр	P1			P2			P3			P4		
Шаг галса	25	50	100	25	50	100	25	50	100	25	50	100
MSE	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.16	0.19	0.21	0.00	0.00	0.01
MRD	0.02	0.04	0.00	0.01	0.01	0.02	0.01	0.06	0.00	0.00	0.01	0.04
Коэффициент Пирсона	0.93	0.69	0.85	0.90	0.94	0.87	0.60	0.44	0.57	1.00	0.99	0.96
Коэффициент подобия кривых	0.99	0.97	0.96	0.99	0.98	0.99	0.99	0.94	0.92	0.98	0.97	0.95

Для получения ответа на исследовательский вопрос, с какой необходимой плотностью измерений следует проводить полевые исследования чаш равнинных водохранилищ для достижения требуемой точности 3D-моделирования, произведена оценка точности моделирования с различными плотностями галсов гидродрона (шаг в 10 м выбран эталонным, исследованы значения точности при шаге 25, 50 и 100 м).

Для этого в первую очередь проведено исследование доступных методов интерполяции данных на их влияние на точность получаемых моделей (таблицы 3–4).

Во-первых, все методы, используемые при интерполяции геоданных, можно разделить на точные (ORB, RBF) и неточные – чаще всего стохастические (LPI, KSB, Kriging). В точных жестких методах в каждой выходной позиции интерполированная поверхность будет иметь точно такое же значение, как и значение входных данных, в то время как некоторые являются нежесткими, с возможностью отклонения интерполированного значения от значения, определенного в данной точке [45]. Также следует учитывать, что для некоторых решений важно учитывать не только интерполированные значения, но и неопределенность (изменчивость), связанную с этой интерполяцией [46]. Методы интерполяции также различаются по сложности, которая может быть измерена числом предположений, которые необходимо выполнить для проверки модели, и по вычислительной сложности, которая характеризуется объемом математических преобразований и элементарных машинных операций.

Для ответа на вопрос интерполяция данных при построении цифровой модели и построении батиметрической карты выполнялась с использованием трех различных математических

методов: линейной интерполяции (метод средних отрезков), линейной регрессии $Z = AX + BY + C$ и простого кригинга.

В качестве инструментов оценки качества интерполяции повторно выбраны стандартная средняя квадратическая ошибка (MSE) и максимальное относительное отклонение (MRD). MSE позволяет оценить качество аппроксимации на всем интервале.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N (h_{Original} - h_{Forecast})^2}{N} \quad (3)$$

MRD дает пиковые отклонения и позволяет оценить качество аппроксимации в наихудшей точке.

$$MRD = \max \left(\left| \frac{h_{Original} - h_{Forecast}}{y_{Original}} \right| \right) \quad (4)$$

Метод линейной интерполяции является самым простым и часто используемым. Метод не зависит от количества узлов (при добавлении узлов нет необходимости пересчитывать все значения). Из явных достоинств следует отметить достаточно точные результаты в случаях, когда изменение значений интерполируемых глубин относительно равномерное и предсказуемое.

Однако у метода линейной интерполяции есть существенный недостаток – график функции не является гладким и зачастую существенно отклоняется от истинных значений глубин.

Крикинг по сравнению с исследуемыми методами дает наилучшее линейное несмещенное предсказание промежуточных значений при правильно выбранных априорных предположениях. Также крикинг минимизирует дисперсию ошибки измерения.

Таким образом, во-первых, крикинг обеспечивает требуемую гладкость интерполируемого рельефа, характерную для медленно текущих равнинных рек, во-вторых, возможность учета потенциальных шумов и пропущенных данных, и, в-третьих, имеет приемлемые показатели вычислительной сложности (максимальное время батиметрических расчетов на компьютере на базе процессора Intel i7-13700K с 8 ГБ оперативной памяти не превысило 30 минут).

Таблица 3 – Оценка глубины эталонного полигона различными методами интерполяции

Параметр	Глубина (Minimum)				Глубина (Maximum)			
Шаг галса	10	25	50	100	10	25	50	100
Метод интерполяции:								
Linear	0.800	0.400	0.130	1.540	5.540	5.250	5.490	5.360
Planar Regression: $Z = AX + BY + C$	0,1353	0.009	0.016	0.001	3.054	1.073	1.096	0.707
Kriging	1.573	1.141	1.007	2.727	5.550	5.419	5.919	5.348

Таблица 4 – Оценка средней глубины и погрешности методов интерполяции

Parameter	Глубина (Mean)				MSE (Relative Mean Diff)			
Шаг галса	10	25	50	100	10	25	50	100
Метод интерполяции:								
Linear	4.225	4.216	4.274	4.301	0.112	0.106	0.105	0.161
Planar Regression: $Z = AX + BY + C$	2.245	0.313	0.320	0.288	0.164	0.359	0.301	0.342
Kriging	4.298	4.261	4.343	4.367	0.119	0.102	0.107	0.105

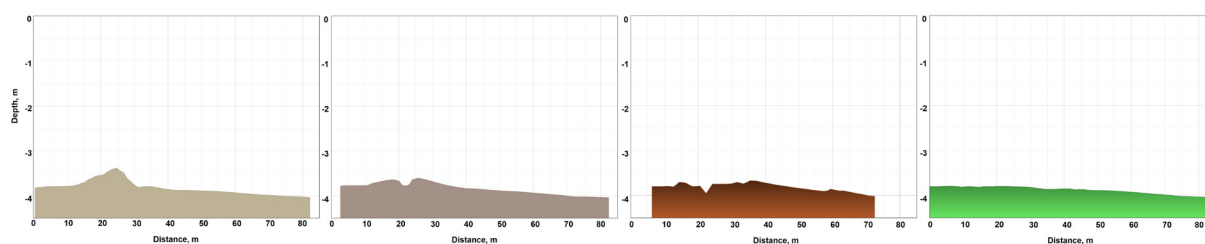


Рисунок 7 – Геометрия рельефа дна участка P1 эталонного полигона (по течению, правый край) при разных плотностях галсов (через 10, 25, 50 и 100 м). Максимальная глубина – 4,03 м.

Исходя из формы рельефа разрезов видно, что с увеличением галса батиметрического дрона до 50 м начинают теряться локальные экстремумы дна залива (неопознанные подводные объекты). Хотя при достаточно ровном дне и отсутствии затопленных подводных объектов коэффициент корреляции Пирсона составляет около 0,9.

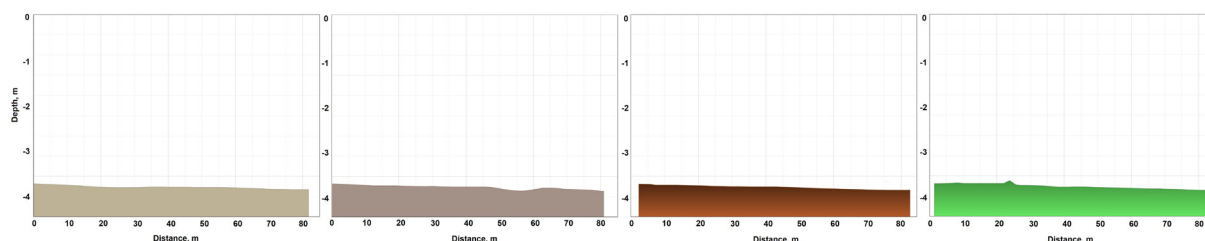


Рисунок 8 – Геометрия рельефа дна участка P2 эталонного полигона (по течению, центр) при разных плотностях галсов (через 10, 25, 50 и 100 м).

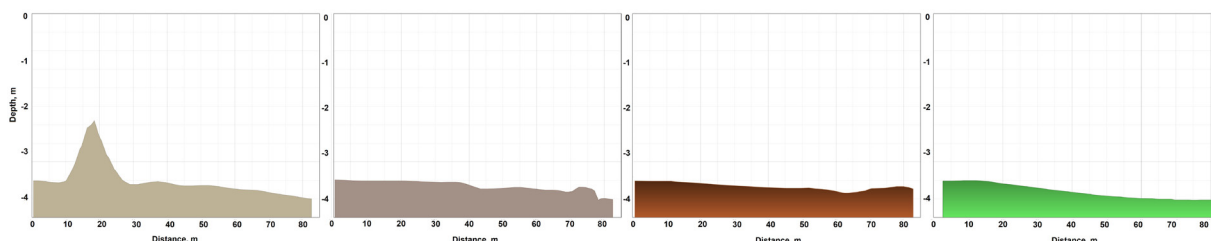


Рисунок 9 – Геометрия рельефа дна участка P3 эталонного полигона (по течению, левый край) при разных плотностях галсов (через 10, 25, 50 и 100 м).

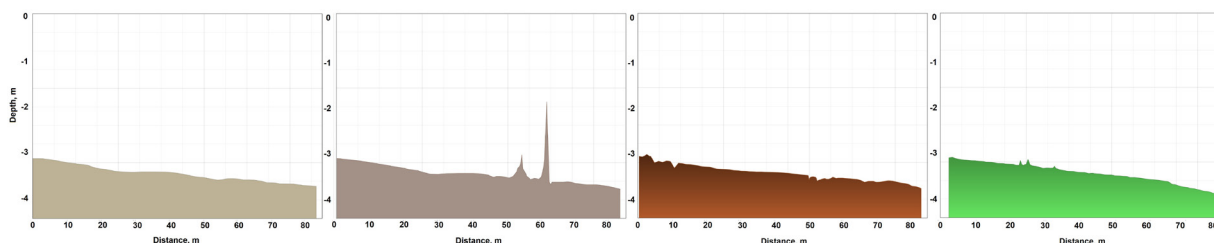


Рисунок 10 – Геометрия рельефа дна участка P4 эталонного полигона (поперек течения) при разных плотностях галсов (через 10, 25, 50 и 100 м).

Полученный массив данных был оценен в рамках доверительного интервала. Для повышения качества исходных данных и исключения влияния случайных шумов была проведена предварительная обработка и из входного массива были удалены данные пульсаций, не удовлетворяющие правилу трех сигм (вероятность ошибочного удаления данной пульсации не превышает 0,28%).

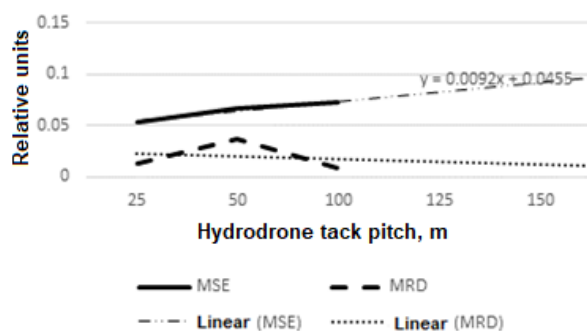


Рисунок 11 – Прогноз изменения MSE и MRD для эталонного полигона от плотности галсов

Таким образом, на основании проведенных расчетов (рисунок 11) можно утверждать, что для обеспечения заявленной точности не менее 10% необходимо провести натурное обследование акватории водохранилища с шагом галса не более 200 м.

Для верификации результатов авторами в районе села Набережного была произведена батиметрия отдельных полигонов русла реки Аят с плотностью галсов 50, 100, 200, 300, 400 и 500 м (данные которых не были включены в итоговую 3D-модель водохранилища). Анализ точности полученных данных подтвердил ранее полученные выводы о минимально необходимой плотности измерений с шагом не более 200 м.

По результатам исследований можно констатировать, что для русел рек со сплаженным рельефом дна, соответствующих течению рек Аят и Тобол в границах Каратомарского водохранилища, зависимость погрешности измерений от шага галса имеет следующий характер:

$$\delta \approx 0.0092 \cdot L + 0.0455 \quad (5)$$

где L – плотность измерений (шаг галса) поперек течения реки.

Заключение

В результате проведенного авторами статьи исследования получены следующие ответы на поставленные исследовательские вопросы.

Во-первых, корреляция параметров геоморфологии выбранного эталонного полигона с геоморфологией рек Тобол и Аят в зоне водохранилища позволяет констатировать возможность переноса полученных зависимостей на акватории этих рек.

Во-вторых, сравнительный анализ методов интерполяции Каратомарского водохранилища позволяет констатировать предпочтительность использования стохастических методов (метода простого крикинга) перед детерминированными методами (линейной интерполяции и регрессии) при увеличении частоты шага галсов гидродрона.

В-третьих, достижение требуемой точности батиметрических исследований с погрешностью менее 10% при современной геоморфологии дна Каратомарского и Верхнетобольского водохранилищ (как водных объектов равнинного типа с уклоном дна около 0,5-7,11 о/оо) возможно, если шаг галсов гидродрона не будет превышать 200 метров. Однако даже при соблюдении этого условия в ходе изучения акватории водохранилищ были получены участки со значительными отклонениями в рельефе, уточнение которых в 2025 г. потребовало проведения дополнительных полевых исследований.

Информация о финансировании

Данное исследование профинансировано Комитетом науки Министерством науки и высшего образования Республики Казахстан ИРН проекта BR24992785 «Организация и проведе-

ние комплексных исследований по обеспечению устойчивого развития агропромышленного комплекса Костанайской области с созданием научно-исследовательского технологического центра».

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Cooley, S.W., Ryan, J.C., Smith, L.C. Human alteration of global surface water storage variability. *Nature*, 591 (7848), 78–81 (2021). <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03262-3>.
- 2 Yao, F., Minear, J.T., Rajagopalan, B., Wang, C., Yang, K., Livneh, B. Estimating reservoir sedimentation rates and storage capacity losses using high-resolution Sentinel-2 satellite and water-level data. *Geophysical Research Letters*, 50 (16), e2023GL103524 (2023). <https://doi.org/10.1029/2023GL103524>.
- 3 Zhang, J., et al. Relationship between eutrophication and greenhouse gases emission in shallow freshwater lakes. *Science of the Total Environment*, 925, 171610 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2024.171610>.
- 4 Johnson, M.S., et al. Spatiotemporal methane emission from global reservoirs. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*, 126, e2021JG006305 (2021). <https://doi.org/10.1029/2021JG006305>.
- 5 Kondolf, M., Yi, J. Dam renovation to prolong reservoir life and mitigate dam impacts. *Water*, 14 (9), 1464 (2022). <https://doi.org/10.3390/w14091464>.
- 6 Ge, S., Saar, M.O. Induced seismicity during geoenery development – A hydromechanical perspective. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 127, e2021JB023141 (2022). <https://doi.org/10.1029/2021JB023141>.
- 7 Liu, X., Olden, J.D., Wu, R., Ouyang, S., Wu, X. Dam construction impacts fish biodiversity in a subtropical river network, China. *Diversity*, 14 (6), 476 (2022). <https://doi.org/10.3390/d14060476>.
- 8 Chuke, M., Weiyang, Z., Zhipan, N., Pengzhi, L. Experimental modeling of three-dimensional (3D) partial dam-break flows: A review. *Water*, 17 (18), 2792 (2025). <https://doi.org/10.3390/w17182792>.
- 9 Suman, J., Lucy, A., Grantham, T.E., McKay, K.S., Duda, J., Howard, J. A decision-support framework for dam removal planning and its application in northern California. *Environmental Challenges*, 12, 100731 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.envc.2023.100731>.
- 10 Chao, B., Wu, Y., Li, Y. Impact of artificial reservoir water impoundment on global sea level. *Science*, 320 (5873), 212–214 (2008). <https://doi.org/10.1126/science.1154580>.
- 11 Williamson, C.E., Saros, J.E., Vincent, W.F., Smol, J.P. Lakes and reservoirs as sentinels, integrators, and regulators of climate change. *Limnology & Oceanography*, 54 (6, part 2), 2273–2282 (2009). https://doi.org/10.4319/lo.2009.54.6_part_2.2273.
- 12 On approval of the Concept for the development of the water resources management system of the Republic of Kazakhstan for 2024–2030. Resolution of the Government of the Republic of Kazakhstan dated February 5, 2024, No. 66. URL: <https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2400000066> (accessed 27 March 2025).
- 13 Nurpeisova, M.B., Zharkimbaev, B.M. *Geodesy* (2002). (in Russian).
- 14 Neumann, J. Maximum depth and average depth of lakes. *Journal of the Fisheries Board of Canada*, 16 (6), 923–927 (1959). <https://doi.org/10.1139/f59-065>.
- 15 Anderson, D. A note on the morphology of the basins of the Great Lakes. *Journal of the Fisheries Board of Canada*, 18 (2), 273–277 (1961). <https://doi.org/10.1139/f61-019>.
- 16 Lehman, J.T. Reconstructing the rate of accumulation of lake sediment: The effect of sediment focusing. *Quaternary Research*, 5 (4), 541–550 (1975).
- 17 Carpenter, S.R. Lake geometry: Implications for production and sediment accretion rates. *Journal of Theoretical Biology*, 105 (2), 273–286 (1983). [https://doi.org/10.1016/S0022-5193\(83\)80008-3](https://doi.org/10.1016/S0022-5193(83)80008-3).
- 18 Gao, H., Birkett, C., Lettenmaier, D. Global monitoring of large reservoir storage from satellite remote sensing. *Water Resources Research*, 48 (9), W09504 (2012). <https://doi.org/10.1029/2012WR012063>.
- 19 Bandini, F., et al. Bathymetry observations of inland water bodies using a tethered single-beam sonar controlled by an unmanned aerial vehicle. *Hydrology and Earth System Sciences*, 22 (8), 4165–4181 (2018). <https://doi.org/10.5194/hess-22-4165-2018>.
- 20 Wang, Z., Xie, F., Ling, F., Du, Y. Monitoring surface water inundation of Poyang Lake and Dongting Lake in China using Sentinel-1 SAR images. *Remote Sensing*, 14 (14), 3473 (2022). <https://doi.org/10.3390/rs14143473>.
- 21 Hao, Z., Chen, F., Jia, X., Cai, X., Yang, C., Du, Y., Ling, F. GRDL: A new global reservoir area-storage-depth data set derived through deep learning-based bathymetry reconstruction. *Water Resources Research*, 60 (1) (2024). <https://doi.org/10.1029/2023WR035781>.

- 22 Yao, F., et al. Estimating reservoir sedimentation rates and storage capacity losses using high-resolution Sentinel-2 satellite and water-level data. *Geophysical Research Letters*, 50 (16) (2023). <https://doi.org/10.1029/2023GL103524>.
- 23 Liu, K., et al. Remote sensing-based modeling of the bathymetry and water storage for channel-type reservoirs worldwide. *Water Resources Research*, 56 (11) (2020). <https://doi.org/10.1029/2020WR027147>.
- 24 Yun, H.-S., Cho, J.-M. Hydroacoustic application of bathymetry and geological survey for efficient reservoir management. *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, 29 (2011). <https://doi.org/10.7848/ksgpc.2011.29.2.209>.
- 25 Gonçalves, J., Bastos, M., Pinho, J., Granja, H. Digital aerial photography to monitor changes in coastal areas based on direct georeferencing. 5th EARSeL Workshop on Remote Sensing of the Coastal Zone, Prague, Czech Republic (2011). URL: <https://www.researchgate.net/publication/360427485> (accessed 27 March 2025).
- 26 Tyszkowski, S., et al. Detection of coastal changes along rauk coasts of Gotland, Baltic Sea. *Remote Sensing*, 15, 1667 (2023). <https://doi.org/10.3390/rs15061667>.
- 27 Lubczonek, J., et al. Methodology for combining data acquired by unmanned surface and aerial vehicles to create digital bathymetric models in shallow and ultra-shallow waters. *Remote Sensing*, 14, 105 (2022). <https://doi.org/10.3390/rs14010105>.
- 28 Yigzaw, W., et al. A new global storage-area-depth data set for modeling reservoirs in land surface and earth system models. *Water Resources Research*, 54 (12), 386 (2018). <https://doi.org/10.1029/2017WR022040>.
- 29 Pirani, F., Modarres, R. Geostatistical and deterministic methods for rainfall interpolation in the Zayandeh. *Hydrological Sciences Journal*, 65 (16), 2678–2692 (2020). <https://doi.org/10.1080/02626667.2020.1833014>.
- 30 Weather in Rudny in July 2024. URL: <https://belkraj.by/pogoda/kazakhstan/11519843/rudnyy/july> (accessed 01 September 2024).
- 31 Tobol. Ministry of Natural Resources of Russia. State Water Register (2009).

¹Зарубин М.Ю.,

т.ғ.к., қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-1415-5244,
e-mail: zarubin_mu@mail.ru

^{1*}Зарубина В.Р.,

э.ғ.к., қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-1376-9172,
*e-mail: zarubina_v@mail.ru,

²Ысқақ А.У.,

а.-ш.ғ.к., ORCID ID: 0000-0002-8313-8982,
e-mail: yskak_aliya@ksu.edu.kz

²Ермолдина Г.Т.,

магистр, ORCID ID: 0000-0003-2143-7618,
e-mail: gulnazyermoldina@gmail.com.

¹М. Дулатов атындағы Қостанай инженерлік-экономикалық университеті,
Қостанай қ., Қазақстан

²Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті,
Қостанай қ., Қазақстан

**ГИДРОТЕХНИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛЫСТАРДЫ КОМПЬЮТЕРЛІК
ҮЛГІЛЕУДІҢ ДӘЛДІГІН БАҒАЛАУ МӘСЕЛЕСІ БОЙЫНША
(СОЛТҮСТІК ҚАЗАҚСТАНДАҒЫ ҚАРАТОМАР ЖӘНЕ ЖОҒАРҒЫ
НЕТОБОЛ СУ ҚОЙМАЛАРЫН ЗЕРТТЕУ МЫСАЛЫНДА)**

Аңдатпа

Соңғы жылдары Қазақстан су тапшылығымен де, қолданыстағы гидротехникалық құрылыстарды пайдаланумен де байланысты күрделі мәселелерге тап болды. Қуаңшылық кезеңдері тұщы су қорының жүйелі түрде азаюына әкелсе, 2024 жылғы су тасқыны бірқатар елді мекендерді су астында қалдырды. Гидротехникалық құрылыстардың шынайы жай-күйін, су қоймаларындағы су көлемін түсіну және ықтимал қауіп-қатерлерді болжау үшін үкімет бірқатар зерттеулер бастады. Гидротехникалық құрылыстардың жай-

күйі туралы нақты мәлімет алудың өзектілігіне байланысты, авторлар мақалада өңірдегі су қоймаларының (Қаратомар және Жоғарғы Тобыл су қоймалары мысалында) жай-күйін компьютерлік модельдеудің дәлдігін бағалау мәселелерін көтереді. Зерттеу барысында Қаратомар су қоймасының батиметриясы Apache 3 дронының көмегімен орындалды. Модельдеу дәлдігінің галстар жиілігіне тәуелділік заңдылықтарын зерттеу үшін кригинг әдістері қолданылды. Су қоймасының модельдері QGIS және Surfer бағдарламаларында құрылды. Жағалау сызығын талдау кезінде Sentinel-2 ғарыштық түсірілімдері мен «Қазсушар» РМК деректері пайдаланылды. Зерттеу нәтижесінде заманауи түбі геоморфологиясына арналған гидродрон галстарының тығыздығын (қадамын) анықтау алгоритмі әзірленді. Зерттеулер көрсеткендей, Қазақстанның тіпті жазық жердегі гидротехникалық құрылыстарын зерттеу дәлдігі далалық жұмыстарды жүргізу параметрлеріне айтарлықтай тәуелді, ал гидротехникалық құрылыстардың өзі пайдалану кезеңінде елеулі өзгерістерге ұшыраған.

Тірек сөздер: батиметрия, интерполяция, 3D-модельдеу, Қаратомар су қоймасы, Тобыл, Аят.

¹**Zarubin M.Yu.,**

Cand. Tech. Sc., Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-1415-5244,
e-mail: zarubin_mu@mail.ru

^{1*}**Zarubina V.R.,**

Cand. Econ. Sc., Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-1376-9172,
*e-mail: zarubina_v@mail.ru,

²**Yskak A.U.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-8313-8982,
e-mail: yskak_aliya@ksu.edu.kz,

²**Yermoldina G.T.,**

Master, ORCID ID: 0000-0003-2143-7618,
e-mail: gulnazyermoldina@gmail.com.

¹Kostanay University of Engineering and Economics named after M. Dulatov,
Kostanay, Kazakhstan

²Kostanay Regional University named after Akhmet Baitursynuly,
Kostanay, Kazakhstan

ON THE ISSUE OF ASSESSING THE ACCURACY OF COMPUTER MODELING OF HYDRAULIC STRUCTURES (USING THE EXAMPLE OF A STUDY OF THE KARATOMAR AND VERKHNETOBOL RESERVOIRS IN NORTHERN KAZAKHSTAN)

Abstract

In recent years, Kazakhstan has faced serious challenges, both in terms of water shortages and the operation of existing hydraulic structures. Droughts have systematically reduced accumulated freshwater reserves, while the 2024 flood has led to the inundation of several settlements. To understand the true state of existing hydraulic structures and the water reserves in these reservoirs, as well as to forecast potential risks, the government has initiated a series of studies. In light of the increased urgency of understanding the condition of hydraulic structures, the authors address the issue of assessing the accuracy of computer modeling of the region's reservoirs (using the Karatomar and Verkhne-Tobol reservoirs as examples). In this study, the bathymetry of the Karatomar reservoir was obtained using an Apache 3 drone. Kriging methods were used to study the relationship between modeling accuracy and line frequency. Reservoir models were built in QGIS and Surfer. Sentinel-2 satellite imagery and data from the Kazvodkhoz Agency (Kazvodkhoz) were used for shoreline analysis. The study resulted in an algorithm for determining the density (pitch) of hydrodrone lines for modern bottom geomorphology. The research showed that the accuracy of surveys of even lowland hydraulic structures in Kazakhstan significantly depends on the field survey parameters, and the hydraulic structures themselves have undergone significant changes over the course of their operation.

Keywords: Bathymetry, interpolation, 3D modeling, Karatomar Reservoir, Tobol River, Ayat River.

Received: October 3, 2025; accepted: February 14, 2026.

UDC 004.896
IRSTI 28.23.27

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-132-146>

¹**Samigulina Z.I.,**

PhD, Professor, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-5862-6415,

e-mail: z.samigulina@kbtu.kz

²**Mukhangalieva M.A.,**

Bachelor, ORCID ID: 0009-0002-0657-741X,

e-mail: m_mukhangalieva@kbtu.kz

³**Uteyeva N.K.,**

Bachelor, ORCID ID: 0009-0005-1582-1041,

e-mail: n_uteeva@kbtu.kz

¹Kazakh-British Technical University,
Almaty, Kazakhstan

DEVELOPMENT OF AUTOMATED CONTROL SYSTEM FOR CEMENT PRODUCTION PROCESS

Abstract

This paper employs cutting-edge control strategies, including PID regulation, to manage the dynamic and time-sensitive processes inherent in cement manufacturing. The Honeywell C300 controller is utilized to implement a robust and scalable system capable of adapting to the demands of high temperatures, material flow variations, and operational disturbances. Mathematical modeling and simulation tools, such as MATLAB, are used to analyze the system's stability, as well as to obtain control parameters, allowing for predictive and adaptive management of crucial variables such as temperature and flow rate. This effort is important for more than just improving operational efficiency; it also contributes to sustainability by optimizing energy use and reducing waste. By integrating with worldwide initiatives to lessen the environmental effect of industrial processes, the system illustrates how automation may transform the cement manufacturing process. This article explores the control system's technological underpinnings, design techniques, and practical implementations, providing insights into its transformational potential.

Keywords: PID control, cement production, mathematical modeling, MATLAB, industrial automation, operational efficiency, scalable system, Honeywell C300 controller.

Received: May 6, 2025; revised: November 5, 2025; February 10, 2026; accepted: February 22, 2026.

Introduction

Kazakhstan's cement industry plays an important role in the national economy and contributes 6% to the overall gross domestic product. The sector has witnessed a sustained uptick, with cement production capacity utilization rising from 29.7% in 2015 to 40.6% in 2018. Following this growth bubble and in the backdrop of a yearly population growth of one per cent, the demand for cement production will continue to be strong. Technology up-gradation in the cement sector is most required [1]. The continuous increase in construction works and infrastructural development points to the strategic necessity of modernizing cement manufacturing processes.

Kazakhstan cement industry urgently needed this type of control system to do development. The focus of the project on efficiency and performance is timely due to the domestic cement industry producing more than 10 million tons of products a year and steady price growth (41.4% between 2015 and 2019) given by the Ministry of Trade of Kazakhstan. The combination of sustainability and energy efficiency will help the sector stay competitive while also meeting its environmental duties.

This initiative has practical applications such as enhancing product uniformity, lowering operating costs, and increasing cement plant efficiency.

Researchers investigated the current status of manufacturing facilities, how they operate, and the issues they confront in Kazakhstan's cement sector. Understanding these complications is critical for implementing automation systems capable of increasing production while reducing environmental impact. Rotary kilns are an essential aspect of cement manufacturing since they operate at high temperatures and under varied circumstances. Many researchers sought to improve these kilns and use waste heat for other purposes. Scientists investigated the possibility of using waste heat from cement rotary kilns for phosphogypsum calcination, an interesting path toward energy efficiency [2]. Forecasting future maintenance requirements is an essential part of cement production automation. Researchers investigated how utilizing predictions to solve problems might help industries perform a better job [3]. Predictive maintenance approaches may reduce downtime and save operating costs, therefore they are options to explore for control automation. It is critical to investigate the stability of systems that exhibit delays. A set of enhanced stability requirements for linear time-delay systems is created to aid in the construction of robust controllers for industrial applications.

Many books contain information on modern cement production systems, demonstrating the need for and importance of efficiency improvement and energy-saving measures. Also, some works are focused on comparative analysis of energy consumption CO₂ emission during the production of clinker and recycled cement [6]. Automation of cement production requires monitoring and control of temperature, pressure, and flow-rate of materials. Mathematical modeling for rotary kilns has been developed and used as a mean of predictive control [7]. For the best control efforts, one must use PID (Proportional-Integral-Derivative) controller in the systems for automation. New methods have been presented for tuning PI/PID controllers for the non-oscillatory response of time-delayed systems [8]. Different methods of optimization for PID controllers in time-delay systems have also been reviewed, giving a good insight [9]. While reviewing issues about regulator optimization, research about the creation of a regulator based on fuzzy logic principles has also been considered [10]. Review of technical aspect of implementation of advanced controllers have been looked upon by IMC-PID design for integrating processes along with dead time [10]. In addition, a poor control performance is characterized of PID controllers using a parameter-space approach for linear systems with dead time [11]. Advanced control strategies for clinker production have been actively investigated to enhance energy efficiency, process stability, and product quality. In particular, Model Predictive Control (MPC) has been applied to rotary kilns and grate coolers to coordinate their operation and stabilize key process variables. The implementation of advanced process control in a real plant environment demonstrated a significant reduction in fuel and electricity consumption while maintaining clinker quality and overall process performance [13].

Further developments in intelligent control have introduced hybrid systems that combine conventional and humanoid intelligent control approaches for the clinker calcination process. Such systems employ steady-state detection and adaptive strategy selection to achieve smoother operation, reduced process fluctuations, and lower dependence on manual supervision, contributing to greater process stability and reduced labor requirements [14]. In addition, predictive control methods have been refined for temperature regulation in rotary kilns. The design of a Generalized Predictive Controller (GPC) based on an identified mathematical model of the kiln has shown improved accuracy and robustness compared to traditional PID controllers, maintaining optimal thermal conditions under varying industrial scenarios [15]. Recent research trends also integrate machine learning techniques into process control. By developing data-driven models that link operational parameters to clinker quality, nonlinear model predictive control (NMPC) systems have been designed to optimize kiln operation. These approaches demonstrate the ability to maintain process outputs within constraints while achieving significant improvements in energy efficiency and product quality [16].

The scientific novelty of this study lies in the integrated implementation and validation of a control system for a cement rotary kiln using the Honeywell C300 controller combined with simulation-based analysis in MATLAB. Unlike works that rely solely on theoretical modeling or purely industrial case studies, this research establishes a practical link between industrial control hardware and mathematical simulation tools, enabling systematic tuning, verification, and performance

evaluation of the PID controller before and alongside industrial deployment. The proposed approach demonstrates how academic control design can be translated into a real distributed control system architecture, providing a reproducible framework for future enhancement with advanced strategies such as Model Predictive Control (MPC).

Material and methods

Description of the control plant

The control plant and technological processes of cement production. Production of cement involves the many stages. First, the cement raw materials go through the processes of extraction and grinding. Then, the raw mix is produced with the help of a system of drying and grinding. After this, the production process is thermal treatment in kilns. Through this process, clinker is produced. This clinker is the realization of the cement. Finally, the last important step is the process of grinding, which involves the clinkers which are combinations of distinctive cements for safeguarding gypsum as a result it is the process of setting info. In this project, the rotary cement kiln has been selected and used as the control plant in this study. Rotary kilns are used by manufacturers to heat solid materials to the desired temperature, which aids in chemical processes. This heating method requires precise timing. The time a solid material spends in the kiln is a design consideration that is largely influenced by diameter, length, rotating speed, and slope. Figure 1 depicts a detailed step-by-step flow of the cement production process using elongation technology

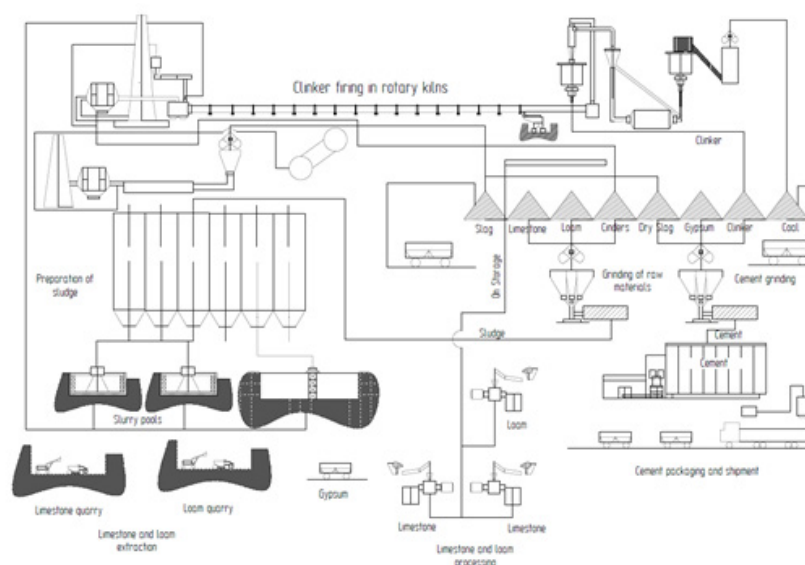


Figure 1 – Structural scheme of cement production process

The cement-making process starts with the extraction of limestone and loam from quarries. After extraction, these minerals are treated, combined with gypsum, slag, and other materials, and then ground. The confused mixture is then burnt in rotary kilns to yield clinker. The clinker is cooled and stored before going through another cycle of grinding to create a finished cement product. The final stage is to pack and deliver the cement. This picture depicts how each step links to the next. Temperature, pressure, and material flow are all managed during the production process. These metrics ensure maintaining quality control.

Some key parameters closely monitored during these processes are stage-wise temperatures (kiln operation, preheating tower, clinker cooling), grinding fineness and energy consumption. To form the clinker correctly, the temperature of the kiln must remain constant between 1400°C to 1500°C. To ensure proper circulation of gases within the system, pressure has to be managed efficiently, especially in the preheaters and precalciners, which helps alleviate energy usage.

Furthermore, control the particle size of the raw materials and the final ground cement. The clinker is usually ground to a fineness of about 300–500 m²/kg. The below table 1 with the specification of system parameters including, the temperature, pressure, etc. value and units.

Table 1 – Specification of system parameters

Process stage	Parameter	Value	Units
Kiln operation	Temperature	1400-1500	°C
Preheating tower	Temperature	850-900	°C
Clinker cooling	Output temperature	~100	°C
Clinker grinding	Particle size	10-50	microns
Energy consumption	Kiln	2.9-3.3	GJ/ton
Grinding mill	Electricity consumption	30-40	kWh/ton

This table is crucial for clearly outlining the operating parameters and their respective units of measurement.

Mathematical model of the control plant

In the building materials sector, there are several technical processes that need the management of complex multi-connected objects, and their control systems are interconnected. Multi-connected items have several inputs and outputs that communicate with one another. The rotary cement kiln is a very sophisticated piece of equipment used in industrial processes. The clinker-producing kiln employs a number of interconnected physical and chemical processes that take place concurrently across a vast area. One distinguishing aspect of rotary kilns is the time lag in the system's responsiveness to input changes. Large thermal systems typically suffer time delays due to sluggish heat transmission mechanisms and the length of time it takes for materials to go through the kiln. It makes it harder to operate the system since the current state is determined by both previous and present input. When there is a temporal delay in the system, the control design might cause instability. Time delays can be mathematically represented through the use of transfer functions and terms, which indicate that the response of the system was delayed exponentially. In rotary kilns, the delay may become substantial, and hence there is a need to consider this delay while deriving models and designing controllers. If we analyze a cement kiln as an multiconnected control object, we can identify the following significant control and controlled signals (Figure 2):

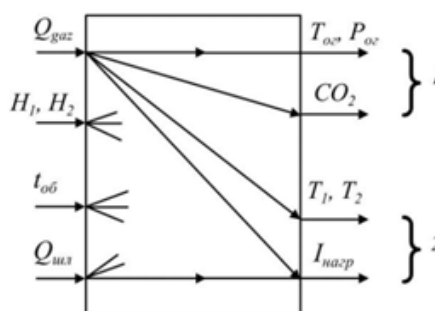


Figure 2 – Representation of a kiln as a model of an multiconnected object

Where: Q_{gaz} is the amount of gas (fuel) supplied to the kiln, H_1, H_2 are the position of the smoke exhaust dampers, T_{or}, P_{or} are the temperature and pressure of the exhaust gases, CO_2 is the concentration of carbon dioxide in the exhaust gases, T_1, T_2 are the temperature of the material in

the heating and calcination zone, I_{harp} is the load on the main kiln drive, Q_{min} is the amount of sludge supplied, t_{og} is the kiln turnover time.

The control transfer function from the amount of gas supplied to the furnace (Q_{gaz}) to the temperature of the exhaust gases (T_{og}) represents the mathematical model in this situation. This transfer function is given as follows [12]:

$$G_{Q_{\text{gaz}}-T_{\text{og}}}(s) = \frac{0.0098}{19.98s^2 + 5.423s + 1} e^{-s} \quad (1)$$

Converting given transfer function into the differential equation we get:

$$19.98 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5.423 \frac{dy(t)}{dt} + y = 0.0098 u(t-1) \quad (2)$$

To convert the transfer function into its state-space form use of MATLAB is needed, as this is a standard approach in control system design. The ss command in MATLAB allows for the transformation of the transfer function into the state-space form, with the state matrices A, B, C, and D representing the dynamic relationships between the states and inputs of the system. Matrix form is:

$$A = \begin{bmatrix} -0.2714 & -0.2002 \\ 0.25 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0625 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 0.03139], D = [0] \quad (3)$$

The mathematical model for the rotary cement kiln was introduced, a complex multidimensional control plant. Due to the time-delay nature of the kiln process, special attention must be paid to how inputs affect the system over time. The transfer function provided describes the relationship between gas input and exhaust gas temperature.

The control objective for the rotary cement kiln can be formally stated within a standard feedback control framework. In this study, the controlled output is defined as the exhaust gas temperature $y(t) = T_{\text{og}}(t)$, which is a key indicator of the clinkerization process and must be maintained within a narrow operational range to ensure product quality. The control input is the fuel gas flow rate $u(t) = Q_{\text{gaz}}(t)$, which directly influences the thermal state of the kiln. The desired operating condition is represented by the reference signal $y_{\text{ref}}(t)$, corresponding to the optimal exhaust gas temperature for stable clinker formation. Accordingly, the control task is to design a feedback law that ensures asymptotic tracking of the reference, such that:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_{\text{ref}}(t)) = 0 \quad (4)$$

while simultaneously minimizing transient performance indices such as overshoot, settling time, and excessive control effort, and respecting physical and safety constraints on both inputs and outputs. This formulation provides a consistent basis for the subsequent development of the PID controller and establishes a structured framework for future extension toward predictive or adaptive control strategies.

When controlling a system with characteristics like the rotary cement kiln, the choice between a PI and a PID controller can significantly impact performance. The PI controller, which includes Proportional and Integral actions, is generally simpler and focuses on reducing steady-state error. However, it may struggle with oscillations and stability in systems with time delay. On the other hand, the PID controller includes an additional Derivative action, which helps dampen oscillations and improve response time, making it more suitable for underdamped systems or systems with delay elements.

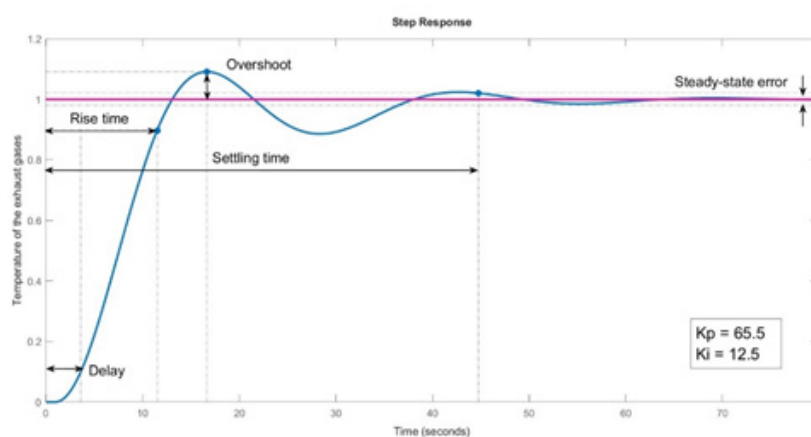
Using MATLAB's Autotuning for PID controllers, the step response plot for the PI and PID controllers was obtained. MATLAB's Autotuning feature provides an automated way to find initial PID parameters based on the system's response. This method is straightforward and uses an optimization algorithm to adjust the controller parameters.

Table 2 presents the dynamic response rise-time and settling-time overshoot generated by the PI and PID controllers.

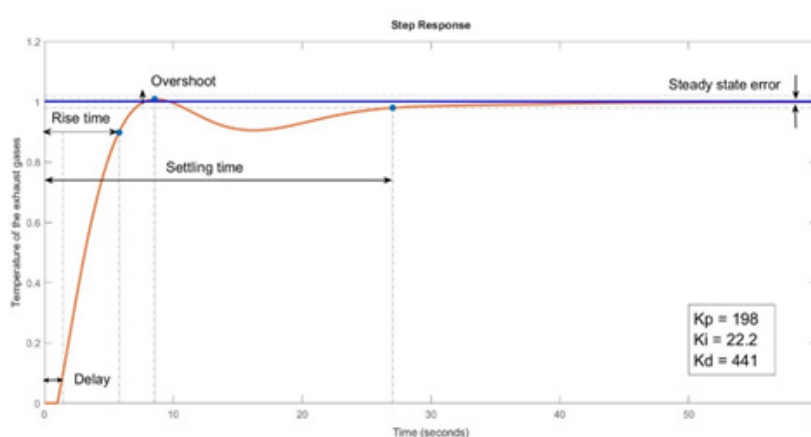
Table 2 – PI/PID controller performance

Characteristics	PI Controller	PID Controller
Settling time (sec)	44.7583	27.0291
Overshoot (%)	9.0668	0.8733
Rise time (sec)	7.9385	4.3537
Steady-state error	0	0

According to the resultant values, it is evident that the PID controller can generate the fastest rise time and settling time with the least overshoot. The desired characteristics of the system are obtained from these results i.e., PID is a better choice for controlling the rotary cement kiln. Documentation that analyses the module of Honeywell C300 controller.



(a) Step response of autotuned PI controller



(b) Step response of autotuned PID controller

Figure 3 – Development of the cement production control system:
(a) step response of autotuned PI controller; (b) Step response of autotuned PID controller

The graph above illustrates the step responses of the PI/PID controllers. The PI controller, while eliminating steady-state error, has a slower response and higher overshoot, making it less ideal for dynamic response control in this context. The PID controller achieves a faster rise time and lower settling time, with reduced overshoot compared to the PI controller.

Architecture of the Honeywell ecosystem: Control Designer, HMI web Designer, station.

The Honeywell C300 Controller is a high-performance compact process controller within the Experion PKS system, designed in the Series C form factor. This single-module unit integrates essential control functions, including a Control Processor, built-in I/O Link interfaces, and Fault Tolerant Ethernet (FTE) connectivity, which eliminates the need for additional plug-in modules. The C300 is engineered for demanding industrial applications, offering robust performance, streamlined integration, and high reliability within distributed control systems.

Another controller that is frequently used in process industries is Honeywell C200 Controller that is a chassis-based, modular process controller within the Experion Process Knowledge System (PKS). This controller is designed to support diverse process control applications through a range of plug-in modules, including those for the Control Processor, I/O Link Interface, and communications interfaces. The C200 controller is ideal for process industries that require modularity and flexibility in I/O and network configurations, making it suitable for varied and evolving control needs.

In the Table 3 shown comparison between C200 and C300 controllers.

Table 3 – C200 vs C300 controllers comparison

Feature	C200 Controller	C300 Controller
Controller Type	Chassis-based with plug-in modules for various functionalities.	Single-module, Series C form factor with integrated functionalities.
Redundancy	Achieved using two identically-equipped chassis with Redundancy Modules (RMs).	Built-in redundancy; only requires a second C300 controller and a redundancy cable.
I/O Link Interface	Requires an I/O Link Interface plug-in module to connect to PMIO hardware.	Two built-in I/O Link interfaces that support both PMIO and Series C I/O modules.
Memory	4 MB user memory	16 MB user memory
Communications Interface	Requires plug-in modules for Ethernet, FTE, and ControlNet connections.	Built-in Ethernet interface supporting both Ethernet and redundant FTE; no ControlNet support.
Network Requirements	Requires additional modules for Ethernet or FTE connections.	Functions as a node on an FTE network; supports standard Ethernet.
Peer-to-Peer Connections	Requires FTE Bridge to connect with other nodes.	Supports direct peer communication with other C300 controllers, C200 controllers (via FTE Bridge), and ACE nodes.
Data Capacity	Lower data handling and performance capabilities.	Higher data handling and performance, suitable for complex processes.
Price	\$2,000 to \$5,000	\$6,000 to \$11,000

The C300 controller was chosen due to its reliability, easy integration of the system, and processing capacity required for processes that are continuous and a must to have. For cement production, the C300 controller's built-in redundancy, flexible I/O support, higher memory capacity, and robust network capabilities provide a more reliable, scalable, and efficient solution compared to the C200. These features help ensure uninterrupted operations, adaptability to process requirements, and resilience in demanding industrial environments.

Table 4 shows the specification of the modules of the Honeywell C300 controller.

Table 4 – Specification of the modules and its functions

Module	Description of the module	Function
CC-PCNT01	C300 Controller Module	Executes control strategies and manages I/O communications within the Experion system.
CC-TCNT01	C300 Controller IOTA	Provides termination points for the C300 controller, facilitating connections for power, I/O, and network interfaces.
CC-PCF901	9-Port FTE Control Firewall Module	Acts as a network switch with firewall capabilities, supporting Fault Tolerant Ethernet (FTE) for robust networking.
CC-PWRR01	Redundant Power Supply Module	Supplies 24V DC power to the C300 controller and associated modules, supporting redundant configurations for high availability.
CC-PFB401	Profibus Communication Interface Module	Enables communication between the C300 controller and Profibus DP devices, facilitating integration with third-party equipment.
CC-PCIO31	Universal Input/Output Module	Offers 32 configurable channels for individually configuring AI, AO, DI and DO signal types, a true SOFT configuration.

The C300 series controllers manufactured by Honeywell are industrial automation devices designed to control technological processes at facilities with high reliability and performance requirements. The system architecture includes two controllers: C300_UNK and C300_UNK_2. The first controller, designated as C300_UNK, operates in simulation mode and is a virtual element of the system. It provides processing of input data coming from peripheral devices and sensors, as well as execution of control algorithms. The second controller, C300_UNK_2, is a real module to which sensors and actuators are physically connected.

The UIO-2_UNK (Figure 4) module as part of the C300_UNK_2 controller contains two active channels: channel 02 for pressure measurement and channel 17 for temperature measurement.

These channels process the analog input signals coming from the corresponding sensors and transmit the data for further processing. The C300_UNK virtual controller receives incoming data from the real C300_UNK_2 (Figure 5) controller and processes it, simulating the operation of the control system.

This separation of functions minimizes the load on the physical controller and provides redundancy of computing resources. The real UIO-2_UNK_2 module is used for data collection and primary preparation, while signal processing and calculation of control actions are performed

in the virtual space of the C300_UNK controller. Such an organization of the control system allows for a flexible approach to configuration and testing, including modeling various scenarios of the technological process without interfering with the physical infrastructure of the facility.

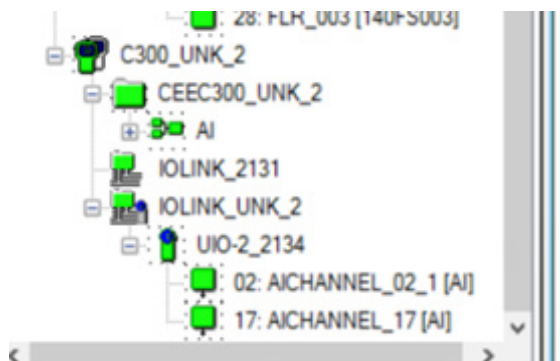


Figure 4 – UNK_2 real C300 controller with temperature/pressure sensors with control module

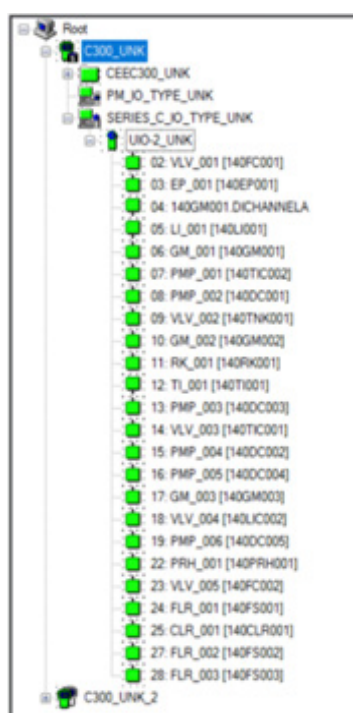


Figure 5 – UNK simulation C300 controller

Safety and health requirements in automated cement production

Based on «Industrial safety at hazardous production facilities» from January 31, 2006, No. 125 applies to organizations and enterprises whose activities are related to equipment operating at a pressure of more than 0.07 megapascals or at a temperature exceeding the boiling point of a liquid, mining, exploration, blasting, drilling for oil and gas, mining, mineral processing, underground operations, on the shelves of the seas and inland waters, industrial waste containing substances dangerous to human health and the environment, and so on, according to Article 3, Paragraphs 4,5,7,8,9. Let's consider the basic safety rules for the production and transportation of cement products.

Cement plants are subject to registration as CPS if they use: 1) rotary kilns; 2) equipment operating under pressure > 0.07 Mpa; 3) gas equipment; 4) storage systems for combustible materials. The equipment and control and measuring devices used in cement production must meet

the requirements of explosion and dust protection in accordance with the zone class, while the level of automation of technological processes is determined based on an assessment of the explosion and fire hazard of production with mandatory equipment of automatic control systems and emergency protection. Rotary kilns must be equipped with emergency shutdown systems when critical operating parameters are exceeded (see Table 5), including automatic control systems for firing temperature, system pressure, and hazardous gases in the work area. All technological equipment, including silos for storing raw materials and finished products must be equipped with locking and alarm devices to prevent emergencies, while shut-off valves on pipelines must be clearly marked and placed in places accessible for maintenance.

The operation of imported equipment is allowed only if there is an expert opinion confirming its compliance with the requirements of the legislation of the Republic of Kazakhstan, and the commissioning of the equipment after major repairs is carried out under the supervision of responsible officials with mandatory commissioning and control tests. It is prohibited to operate technological equipment that does not comply with the declared climatic working conditions, as well as having technical malfunctions or non-compliance with industrial safety requirements, while all identified violations must be eliminated immediately with the equipment being repaired.

The temperature regime in the working areas should not exceed the established limits (45 ° C for indoor and 60 ° C for outdoor installations), while the external surfaces of the equipment and thermal insulation elements should be protected from heating to the temperature of spontaneous ignition of cement dust. After installation or repair, all pipelines are subject to mandatory pressure testing with the preparation of appropriate certificates, and pumping equipment must be equipped with interlocks to prevent dry operation and exceeding permissible operating parameters.

Repair work is allowed only after complete disconnection of equipment from energy sources, pressure relief from systems, installation of locks and posting warning signs «Do not turn on! People are working», while special attention should be paid to protecting fasteners from spontaneous loosening during operation. All wear-resistant parts must be designed to ensure their safe replacement without the use of additional means that pose a danger to personnel.

Table 5 – Criteria for classification as an DPF at a cement plant

Equipment/Process	Hazard criterion	DPF category
Rotating furnace	$t > 115^{\circ}\text{C}$, working with combustible gases	II
Cyclone heat exchangers	Pressure $> 0.07 \text{ MPa}$	III
Coal storage silos	Volume $> 100 \text{ m}^3$	III
Compressor units	Pressure $> 0.3 \text{ MPa}$	II

Cement plants of hazard category II are required to develop an industrial safety declaration, which includes an analysis of the risks of accidents, calculation of their possible consequences and a plan of measures to reduce risks. The validity period of the declaration is 5 years with a mandatory annual adjustment calculation.

Results and discussion

The modeling and experiment findings were obtained using genuine industrial equipment at the Honeywell and KBTU JSC laboratories. The system design consists of two controllers: C300_UNK and C300_UNK_2. The C300_UNK controller runs in simulation mode and is a virtual component of the system. It processes input data from peripheral devices and sensors while also executing control algorithms. The C300_UNK_2 controller is a physical module that connects sensors and actuators. Separating these functions reduces the physical controller's strain while also providing computer

resource redundancy. The actual UIO-2_UNK_2 module is utilized for data collecting and main preparation, while signal processing and control action computation take place in the C300_UNK controller’s virtual environment.

Figure 6 shows a mnemonic scheme of a controlled plant, highlighting the key stages of the process such as quarrying of raw materials, crushing and mixing, and clinker formation. This includes the control of pumps, valves, mills, furnaces and other components. All these devices are controlled and monitored via the HMI interface, which displays process data such as percentage values, valve and pump status.

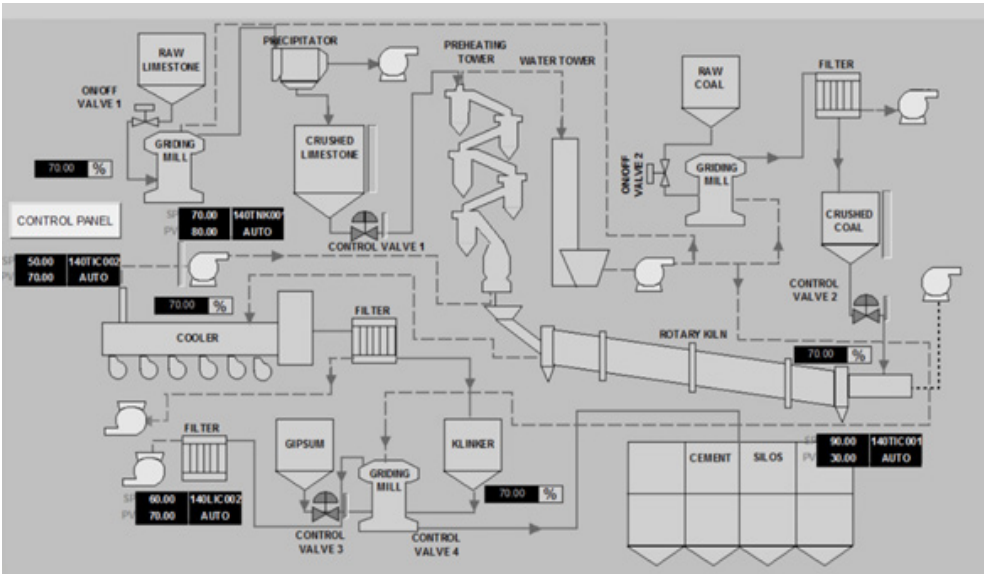


Figure 6 – Mnemonic scheme of the cement production control system

Figure 7 shows the control panel from which the operator can control the state of the system components. The following functions are available in the panel: manual/auto - allows you to manually control the condition of pumps and valves or switch the system to automatic mode; states - displays the status of pumps and valves or switch the system to automatic mode; states - displays the status of pumps and valves (e.g. on or off); trends – allows engineer to track current trends in system parameters such as pressure or temperature; start – button to start the process.

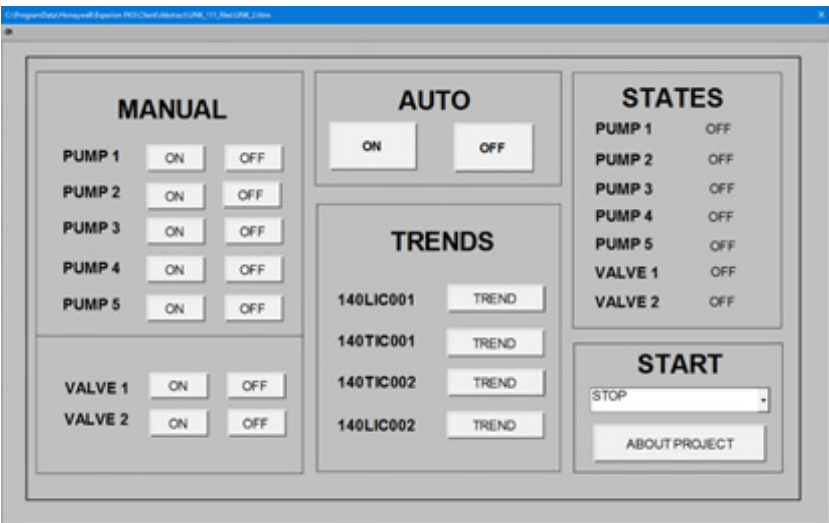


Figure 7 – Control panel of the cement production control system

The presented Figures demonstrate the integration of various controls and monitoring elements in the HMI system for cement production. Operators may successfully manage manufacturing operations using the control panel, automated mode, and parameter and status settings. These capabilities provide control, flexibility, and accuracy in the operation of the cement manufacturing automation system.

While the developed control system demonstrates stable operation and acceptable performance for regulating key process variables in the cement production process, several limitations can be identified. The implemented control strategy is based on a traditional PID regulator, which, although simple and reliable, has inherent drawbacks when applied to highly nonlinear, time-delayed, and multivariable processes such as rotary kilns. The PID controller relies on fixed tuning parameters and does not adapt to variations in process dynamics, raw material composition, or external disturbances. As a result, its performance may degrade under changing operating conditions, leading to suboptimal fuel usage, slower response to transients, and possible oscillations in temperature and pressure control loops. Moreover, the current system assumes linearized process behavior and does not explicitly account for strong cross-coupling effects between kiln zones, air flow, and material feed rates. This simplification limits control precision, especially under load fluctuations or transient startup conditions. The absence of adaptive or predictive capabilities restricts the system's ability to forecast future states or compensate for disturbances proactively. Additionally, while the Honeywell C300 controller provides robust hardware and redundancy, the implemented control logic remains deterministic and could benefit from data-driven or self-tuning algorithms.

Future improvements could focus on integrating adaptive control or model predictive control (MPC) strategies to enhance robustness against parameter variations and nonlinearities. Another promising direction is the incorporation of machine learning models for clinker quality prediction and dynamic model adaptation based on real-time data. Such approaches can enable nonlinear model predictive control (NMPC), which would optimize energy consumption while maintaining product quality. Furthermore, the use of fuzzy logic or neuro-fuzzy controllers could improve performance under uncertainty by combining heuristic knowledge with data-driven learning. Model predictive control (MPC) and adaptive control techniques offer several advantages for this type of industrial process. MPC introduces a predictive optimization framework that evaluates the future behaviour of the kiln over a prediction horizon and computes control actions that explicitly respect input, output, and rate constraints. This prevents operating limit violations, improves disturbance rejection, and produces smooth and coordinated actuator trajectories, which is particularly beneficial in high-inertia thermal systems. Moreover, MPC naturally handles multivariable systems and can coordinate fuel feed, air distribution, and cooler operation in a unified manner. Its cost function can be formulated to incorporate economic performance, such as minimisation of specific energy consumption, thus enabling true process-economic optimisation. Adaptive and nonlinear MPC extensions additionally allow the model to be updated online, maintaining high control accuracy even under variations in raw materials or process conditions.

From an implementation perspective, integrating MPC into the existing architecture can be achieved through a supervisory control layer running on an external industrial computing node connected to the Honeywell C300 via OPC or FTE communication. The predictive controller would operate at a slower supervisory sampling rate, generating optimal set-points for the lower-level PID loops which remain in place for fast safety-critical actuation. The digital twin configuration already established in the virtual C300 controller provides an ideal environment for model identification, controller synthesis, and offline validation before deployment. Following successful simulation, MPC can initially be introduced in advisory ("recommendation-only") mode and subsequently transitioned to active supervisory control, with automatic fallback to PID in case of communication loss or constraint violation.

In summary, while the current PID-based system provides a solid foundation for process automation in cement production, further research and development should be directed toward the adoption of intelligent, adaptive, and predictive control methods to achieve higher efficiency, reduced energy consumption, and improved process stability.

Conclusion

The effective implementation of an automated control system for the cement production process demonstrates the capabilities of industrial automation. By addressing challenges like quality control, resource utilization, and pollution control, it demonstrates the effectiveness of some automated controls in a formerly manual business. The solution is based on the dependable Honeywell C300 controller, a complex system with time delay, and mathematical model analysis resulting in a scalable, dependable, energy-efficient, and controlled system. The modeling and application of basic principles of automatic control theory, simulation with the help of MATLAB and PID control using different tuning approaches, has demonstrated the need for flexibility in managing cement manufacturing's dynamic and interrelated processes. The system can maintain stable operations in the presence of disturbances, achieving desired overshoot, settling time and rise time with zero steady-state error. Sensors and actuators have improved process visibility, enabling data-backed decision-making and looking ahead to assist maintenance. All in all, this project aims at the modernization of cement making via automation. The approaches in this regard are equally applicable for enhancing efficiency and sustainability through automation in other industries apart from cement manufacturing.

REFERENCES

- 1 Tleubaev, T.E., and Omarbaeva, S.T. Sovremennoe sostojanie cementnoj promyshlennosti v Respublike Kazakhstan (2021).
- 2 Mittal, A., and Rakshit, D. Utilization of cement rotary kiln waste heat for calcination of phosphogypsum. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 231 (9), 1670–1679 (2020).
- 3 Stability of systems with delay. URL: <https://vse-studentu.ru/>
- 4 Duan, W., Li, Y., and Chen, J. An enhanced stability criterion for linear time-delayed systems via new Lyapunov–Krasovskii functionals. *Advances in Difference Equations*, 25, 197–227 (2020).
- 5 Modern technologies of cement production (2022). URL: <https://cementum.ru/>
- 6 Sousa, V., and Bogas, J.A. Comparison of energy consumption and carbon emissions from clinker and recycled cement production. *Journal of Cleaner Production*, 306, 127277 (2021).
- 7 Aldina, S., Sutikno, J.P., and Handogo, R. Implementation of a mathematical modelling of rotary cement kilns. *IPTEK The Journal for Technology and Science*, 31 (1), 1–10 (2019).
- 8 Kula, K.S. Tuning a PI/PID controller with direct synthesis to obtain a non-oscillatory response of time-delayed systems. *Applied Sciences*, 14 (13), 5468 (2024).
- 9 George, T., and Ganesan, V. Optimal tuning of PID controller in time delay system: A review on various optimization techniques. *Chemical Product and Process Modeling*, 17 (1), 1–28 (2022).
- 10 Divakar, K., et al. A technical review on IMC-PID design for integrating process with dead time. *IEEE Access* (2024).
- 11 Li, X.G., et al. Characterizing PID controllers for linear time-delay systems: A parameter-space approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 66 (10), 4499–4513 (2020).
- 12 Porhalo, V.A., Rubanov, V.G., and Shaptala, V.G. Avtomatizacija pechi obzhiga klinkera na osnove kaskadnoj i mnogosvjaznoj sistem upravljenja. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta im. V.G. Shuhova*, 2, 69–72 (2013).
- 13 Zanolli, S.M., Pepe, C., and Astolfi, G. Advanced process control for clinker rotary kiln and grate cooler. *Sensors*, 23 (5), 2805 (2023).
- 14 Zhang, R., Wang, X., and Yu, H. Application of humanoid intelligent control system in cement clinker calcination process. *Proceedings of the 34th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 1550–1554 (2022).
- 15 Hernandez, J.S., Rivas-Perez, R., and Moriano, J.J.S. Design of a generalized predictive controller for temperature control in a cement rotary kiln. *IEEE Latin America Transactions*, 16 (4), 1015–1021 (2018).
- 16 Ali, A.M., Tabares, J.D., and McGinley, M.W. A machine learning approach for clinker quality prediction and nonlinear model predictive control design for a rotary cement kiln. *Journal of Advanced Manufacturing and Processing*, 4 (4), e10137 (2022).

¹Самигулина З.И.,

PhD, профессор, доцент, ORCID ID: 0000-0002-5862-6415,

e-mail: z.samigulina@kbtu.kz

²Мухангалиева М.А.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0002-0657-741X,

e-mail: m_mukhangalieva@kbtu.kz

³Утеева Н.К.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0005-1582-1041,

e-mail: n_uteeva@kbtu.kz

¹Қазақстан-Британ техникалық университет,
Алматы қ., Қазақстан

ЦЕМЕНТ ӨНДІРУ ПРОЦЕСІН БАСҚАРУДЫҢ АВТОМАТТАНДЫРЫЛҒАН ЖҮЙЕСІН ЖАСАУ

Андатпа

Бұл жұмыста цемент өндірісіне тән динамикалық және уақытқа сезімтал үдерістерді басқару үшін алдыңғы қатарлы басқару стратегиялары, соның ішінде ПИД-реттеу қолданылады. Honeywell C300 контроллері жоғары температура, материалдар шығынының өзгеруі және өндірістік ауытқулар жағдайында жұмыс істей алатын сенімді әрі ауқымды жүйені іске асыру үшін пайдаланылады. Датчиктер мен атқарушы механизмдер нақты уақыт режимінде деректерді жинау және бүкіл өндірістік желі бойынша үздіксіз байланысты қамтамасыз ету мақсатында біріктірілген. Басқару параметрлерін дәл баптау үшін MATLAB сияқты математикалық модельдеу құралдары қолданылады, бұл температура, қысым және шығын секілді маңызды айнымалыларды болжамды және бейімделгіш басқаруға мүмкіндік береді. Жұмыстың маңыздылығы тек өндірістік тиімділікті арттырумен шектелмейді, сонымен қатар энергия тұтынуды оңтайландыру және қалдықтарды азайту арқылы тұрақты дамуға үлес қосады. Өнеркәсіптік операциялардың қоршаған ортаға әсерін төмендетуге бағытталған жаһандық бастамаларға сәйкес, бұл жүйе автоматтандырудың цемент өндірісі үдерісін түбегейлі жаңғырта алатынын көрсетеді. Мақалада басқару жүйесінің технологиялық негіздері, жобалау әдіснамалары және практикалық іске асырылу жолдары баяндалып, оның әлеуеті жан-жақты талданады.

Тірек сөздер: ПИД-реттеу, цемент өндірісі, математикалық модельдеу, MATLAB, өнеркәсіптік автоматтандыру, өндірістік тиімділік, масштабталатын жүйе, Honeywell C300 контроллері.

¹Самигулина З.И.,

PhD, профессор, доцент, ORCID ID: 0000-0002-5862-6415,

e-mail: z.samigulina@kbtu.kz

²Мухангалиева М.А.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0002-0657-741X,

e-mail: m_mukhangalieva@kbtu.kz

³Утеева Н.К.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0005-1582-1041,

e-mail: n_uteeva@kbtu.kz

¹Казахстанско-Британский технический университет,
Алматы, Казахстан

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА ЦЕМЕНТА

Аннотация

В этой работе используются передовые стратегии управления, включая ПИД-регулирование, для управления динамическими и чувствительными ко времени процессами, присущими производству цемента. Конт-

роллер Honeywell C300 используется для реализации надежной и масштабируемой системы, способной адаптироваться к требованиям высоких температур, изменениям расхода материалов и эксплуатационным нарушениям. Датчики и исполнительные механизмы интегрированы для сбора данных в реальном времени и обеспечения бесперебойной связи по всей производственной линии. Инструменты математического моделирования, такие как MATLAB, используются для точной настройки параметров управления, что позволяет осуществлять прогнозное и адаптивное управление критическими переменными, такими как температура, давление и расход. Значимость этой работы выходит за рамки повышения эффективности работы, способствуя устойчивому развитию за счет оптимизации потребления энергии и минимизации отходов. Соответствуя глобальным усилиям по снижению воздействия промышленных операций на окружающую среду, система демонстрирует, как автоматизация может произвести революцию в процессе производства цемента. В этой статье излагаются технологические основы, методологии проектирования и практические реализации системы управления, предлагая понимание ее потенциала.

Ключевые слова: ПИД-регулирование, производство цемента, математическое моделирование, MATLAB, промышленная автоматизация, эксплуатационная эффективность, масштабируемая система, контроллер Honeywell C300.

УДК 519.62

МРНТИ 27.35.21; 27.35.47; 27.41.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-147-162>

^{1*}**Исахов А.А.,**

профессор, ORCID ID: 0000-0002-1937-8615,

e-mail: alibek.issakhov@gmail.com

¹**Абылкасымова А.Б.,**

ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-5967-6959,

e-mail: abylkassymova.aizhan@gmail.com

¹**Бревнов Т.,**

бакалавр, ORCID ID: 0009-0004-5395-4569,

e-mail: t_brevnov@kbtu.kz

¹Казахстанско-Британский технический университет,
г. Алматы, Казахстан

АНАЛИЗ РЕНТГЕНОВСКИХ СНИМКОВ ЛЕГОЧНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА МЕТОДОМ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ С ЦЕЛЬЮ ПОСТАНОВКИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ДИАГНОЗА

Аннотация

В статье представлено комплексное исследование применения методов машинного обучения для автоматизированного анализа рентгенографических изображений органов дыхательной системы с целью раннего выявления патологических изменений. Предложена и реализована методика классификации легочных заболеваний на основе ансамбля глубоких сверточных нейронных сетей, включающего архитектуры DenseNet121, MobileNetV2, EfficientNetB0, SENet и ShuffleNetV2. В рамках исследования проведен сравнительный анализ эффективности различных методов предобработки изображений, включая использование исходных черно-белых рентгеновских снимков без дополнительной обработки, применение метода CLANE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) в сочетании с цветовой фильтрацией, а также использование нейросетевого денойзера DynamicCNN для подавления шумов. Экспериментальные результаты показали, что ансамблевый подход с применением стратегии мягкого голосования (soft voting) обеспечивает статистически значимое повышение точности классификации по сравнению с отдельными моделями. Полученные результаты подтверждают высокую эффективность предложенного подхода и демонстрируют перспективность использования ансамблевых моделей глубокого обучения в задачах медицинской диагностики и поддержки принятия клинических решений.

Ключевые слова: методы машинного обучения, ансамбль глубоких нейронных сетей, рентгеновские снимки, денойзер DynamicCNN.

Введение

В современной медицине наблюдается стремительное развитие технологий искусственного интеллекта, которые революционно трансформируют процессы диагностики и лечения заболеваний. Особенно перспективным направлением является применение методов машинного обучения и компьютерного зрения в анализе медицинских изображений, в частности рентгеновских снимков легких.

Актуальность исследования обусловлена несколькими критическими факторами:

1. Глобальное бремя легочных заболеваний: согласно данным Всемирной организации здравоохранения, респираторные заболевания входят в число ведущих причин смертности в мире. Ежегодно от пневмонии, туберкулеза, рака легких и других патологий легочной системы погибают миллионы человек. Своевременная и точная диагностика является ключевым фактором эффективного лечения.

2. Ограничения традиционной диагностики: классические методы рентгенологического исследования имеют ряд существенных недостатков:

- ♦ высокая зависимость от квалификации и субъективного опыта врача-рентгенолога;
- ♦ риск человеческой ошибки при интерпретации снимков;
- ♦ задержка в постановке диагноза;
- ♦ сложность выявления ранних и латентных форм заболеваний.

3. Технологический прорыв в области искусственного интеллекта: развитие глубоких нейронных сетей, методов компьютерного зрения и машинного обучения открывает принципиально новые возможности в медицинской диагностике:

- ♦ высокая скорость анализа медицинских изображений;
- ♦ объективность оценки;
- ♦ возможность выявления тонких патологических изменений;
- ♦ потенциал масштабирования и применения в различных клинических условиях.

Исследователи продвинулись в области классификации заболеваний, разработав модели глубокого обучения, адаптированные к задачам медицинской визуализации. Основное внимание уделялось созданию архитектур, которые повышают точность, вычислительную эффективность и адаптивность для клинических приложений. Сяои Лю и др. в своей работе [1] выбрали 5 предварительно обученных моделей, которые впоследствии использовались для тестирования: SqueezeNet, DenseNet, MobileNetV2, ResNet18 и VGG11. Среди выбранных моделей MobileNetV2 показала наилучшие результаты с лучшей точностью. Затем авторы решили провести тонкую настройку модели, разморозив все слои, и она оказалась более точной по сравнению с точностью MobileNetV2. Затем к модели с размороженными слоями после первого сверточного слоя был добавлен блок сжатия и возбуждения, что снова немного улучшило точность. В целом интеграция механизмов внимания и тонкая настройка значительно улучшили производительность моделей, продемонстрировав их эффективность для задач классификации медицинских изображений. Шамрат и др. [2] провели комплексное исследование производительности модели с использованием настройки гиперпараметров и различных методов предварительной обработки, включая шумоподавление, удаление аннотаций, улучшение изображений и увеличение изображений. Denoising Autoencoder (DAE) и EnsNet использовались для шумоподавления и удаления аннотаций изображений соответственно с последующим применением метода улучшения изображений CLAHE. Авторы решили проблему дисбаланса данных путем повышения частоты дискретизации классов с меньшим количеством точек данных. Еще раз был оценен ряд предварительно обученных моделей, включая AlexNet, InceptionV3, MobileNetV2, VGG16, ResNet50, DenseNet121 и EfficientNetB7, с целью определения наиболее эффективной модели. VGG16 показала самые высокие показатели среди вышеупомянутых моделей, что побудило авторов изменить ее архитектуру и протестировать новую модель LungNet22. Это привело к превосходным результатам по сравнению с исходной VGG16. Исследование де Соузы и др. [3] представило еще одну архитектуру глубокой нейронной сети, CNN-COVID, которая продемонстрировала превосходную производительность при классификации случаев коронавирусного заболевания (Covid-19). В своем исследовании Ашраф и др. [4] использовали не только сверточные нейронные сети (CNN), но также визуальные преобразователи и гибридные модели. Конкретными используемыми моделями были CoAtNet, MaxViT, Swin V2, VOLO, DenseNet и ConvNeXt V2. Также применялись такие методы, как начальный поиск скорости обучения и эксперименты со стекированием и ансамблированием взвешенных средних. Среди всех моделей наибольшую эффективность продемонстрировала CoAtNet, за ней следует ConvNeXTV2. Кроме того, среди архитектур ансамбля ансамбль взвешенных средних продемонстрировал превосходную производительность. В работах [5, 6] исследователи улучшили MobileNet V2, включив глобальный средний слой объединения и полностью связанный слой с сигмоидальной функцией активации для классификации по нескольким меткам. Кроме того, они реализовали методы выборки данных и дополнения изображений для оптимизации производительности модели.

Целью настоящей работы является разработка комплексной методики автоматизированного анализа рентгеновских снимков легких с использованием ансамблевых методов машинного обучения для повышения точности и достоверности первичной диагностики.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- ♦ сформировать репрезентативный датасет рентгеновских снимков легких;
- ♦ разработать методику предварительной обработки медицинских изображений;
- ♦ исследовать эффективность различных архитектур глубоких нейронных сетей;
- ♦ создать ансамблевую модель с использованием техник soft-voting и hard-voting;
- ♦ провести сравнительный анализ точности и информативности различных подходов машинного обучения;
- ♦ оценить клиническую применимость разработанной методики.

Научная новизна исследования заключается в:

- ♦ комплексном подходе к решению задачи медицинской диагностики с использованием мультимодельного ансамбля;
- ♦ оригинальной методике предобработки рентгеновских снимков, включающей денойзинг и цветовую коррекцию;
- ♦ экспериментальном сравнении различных архитектур нейронных сетей в задаче классификации легочных патологий;
- ♦ демонстрации эффективности ансамблевых методов машинного обучения для повышения точности диагностики;

Практическая значимость работы определяется:

- ♦ созданием инструмента экспресс-диагностики легочных заболеваний;
- ♦ возможностью существенного сокращения времени первичного обследования;
- ♦ потенциалом снижения нагрузки на врачей-рентгенологов;
- ♦ перспективой применения разработанной методики в клинической практике для скрининга и ранней диагностики.

Представленное исследование вносит существенный вклад в развитие технологий искусственного интеллекта в медицине и демонстрирует высокий потенциал машинного обучения для решения сложных диагностических задач.

Материалы и методы

Данные для исследования были взяты из разных источников, находящихся в общем доступе, таких как Kaggle, GitHub и др. [7–22]. Собранный датасет содержит рентгеновские снимки разных легочных заболеваний, таких как пневмония (4237 снимков), туберкулез (3494 снимка), фиброз (1686 снимков) и Covid-19 (3570 снимков), а также изображения здоровых легких (10191 снимок) (рисунок 1). Данные содержат как снимки мужчин, так и женщин. Данное исследование проводилось с целью выявления вышеперечисленных заболеваний вне зависимости от пола или возраста пациента.

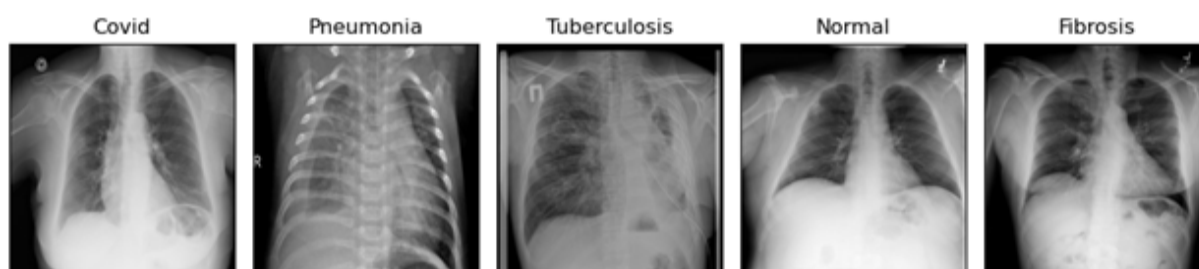


Рисунок 1 – Пример изображений для каждого класса

Для анализа был предложен план провести исследование в 3 вариациях:

- 1) использовать данные, не применяя к ним никаких методов предобработок кроме изменения разрешения изображений и нормализации;
- 2) использование CLAHE и цветового фильтра, а также изменение разрешения изображений и нормализации;
- 3) использование денойзера, CLAHE, цветового фильтра, изменение расширения и нормализация.

Модель DynamicCNN

В качестве денойзера была выбрана модель DynamicCNN.

DynamicCNN состоит из слоев трех типов:

- 1) Conv+ReLU: для первого слоя, 64 фильтра размером $3 \times 3 \times c$ используются для создания 64 карт признаков. $c = 1$ для черно-белых изображений и $c = 3$ для цветных.
- 2) Conv+BN+ReLU: для слоев с 2 по $(D - 1)$, используются 64 фильтра размером $3 \times 3 \times 64$, и между сверткой (Convolution) и активацией (ReLU) применяется пакетная нормализация (Batch Normalization).
- 3) Conv: для последнего слоя, c фильтров размером $3 \times 3 \times 64$ используются, чтобы восстановить выходные данные.

Принцип работы DynamicCNN состоит в том, что денойзинг восстанавливает чистое изображение X из зашумленного наблюдения Y (рисунок 2):

$$Y = X + v,$$

где v – это шум, обычно моделируемый как аддитивный белый гауссовский шум (AWGN).

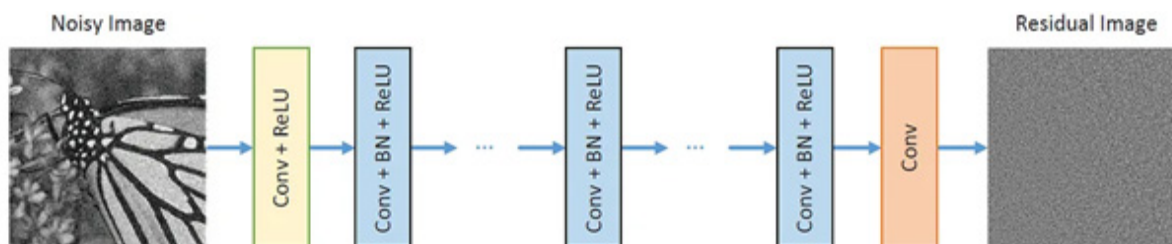


Рисунок 2 – Архитектура DynamicCNN

DynamicCNN упрощает задачу, обучаясь предсказывать шум, а не само чистое изображение. Это снижает сложность задачи, так как шум проще моделировать.

Вместо прямого предсказания чистого изображения $F(Y) = X$ сеть обучается остаточному отображению $R(Y)$, которое оценивает шум v . Чистое изображение затем вычисляется как:

$$X = Y - R(Y).$$

Этот подход позволяет сети сосредоточиться на извлечении шума, игнорируя детали исходного изображения.

Модель минимизирует среднеквадратичную ошибку между истинным шумом и предсказанным:

$$L(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \|R(Y_i; \theta) - (Y_i - X_i)\|_F^2,$$

где Y_i – зашумленное изображение, X_i – истинное чистое изображение, $R(Y_i; \theta)$ – предсказанный шум, θ – параметры сети.

Пример применения модели отображаются на рисунке 3. Более подробно принципы действия и архитектура DynamicCNN описаны в работе [6].

Модель CLAHE

CLAHE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) – это метод улучшения контраста изображений, который широко используется в области обработки изображений. Использование CLAHE оправдано в ситуациях, когда необходимо улучшить видимость деталей в изображениях с низким контрастом, особенно в областях, где точность и качество изображения имеют критическое значение. Его адаптивный подход и контроль за контрастом делают его мощным инструментом в арсенале методов обработки изображений. CLAHE используется в различных методах медицинской визуализации, включая ультразвук, МРТ и КТ [23, 24].

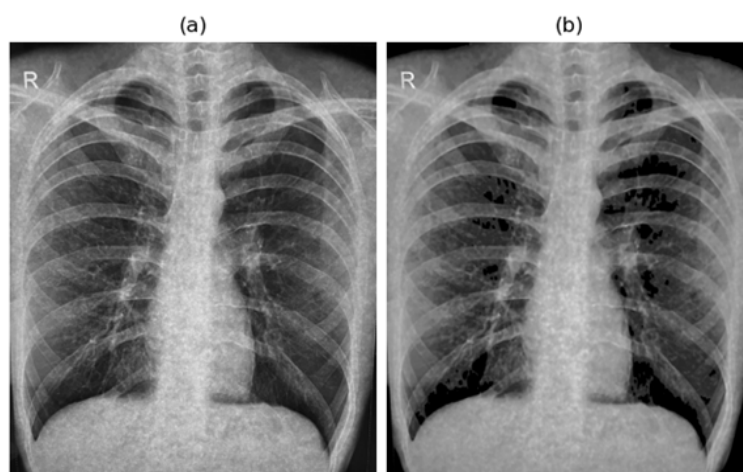


Рисунок 3 – Изображение до применения DynamicCNN (a)
и после применения DynamicCNN (b)

Принцип работы CLAHE состоит в том, что сначала изображение разделяется на несколько неперекрывающихся блоков одинакового размера. Затем для каждой области рассчитывается гистограмма и определяется желаемое ограничивающее значение (clip limit) для обрезки гистограмм. Гистограммы перераспределяются таким образом, чтобы их высоты не превышали это ограничивающее значение. Этот процесс перераспределения может потребовать нескольких итераций в зависимости от коэффициента обрезки (clipping factor). Наконец, все соседние плитки объединяются с использованием билинейной интерполяции, и их значения уровня серого изменяются в соответствии с модифицированными гистограммами (рисунок 4).

Алгоритм CLAHE:

1. Разделить исходное изображение на неперекрывающиеся контекстные области. Общее количество областей равно .
2. Рассчитать гистограмму каждой контекстной области на основе уровней яркости, присутствующих в исходном массиве изображений.
3. Вычислить ограниченную адаптивную гистограмму контраста для каждой контекстной области, используя ограничивающее значение (Clip Limit):

$$N_{average} = (NrX \times NrY) / N_{levels}$$

$$N_{CLIP} = N_{clip} \times N_{gray}$$

Среднее количество перераспределенных пикселей вычисляется как:

$$N_{avggray} = N_{total} / N_{levels}$$

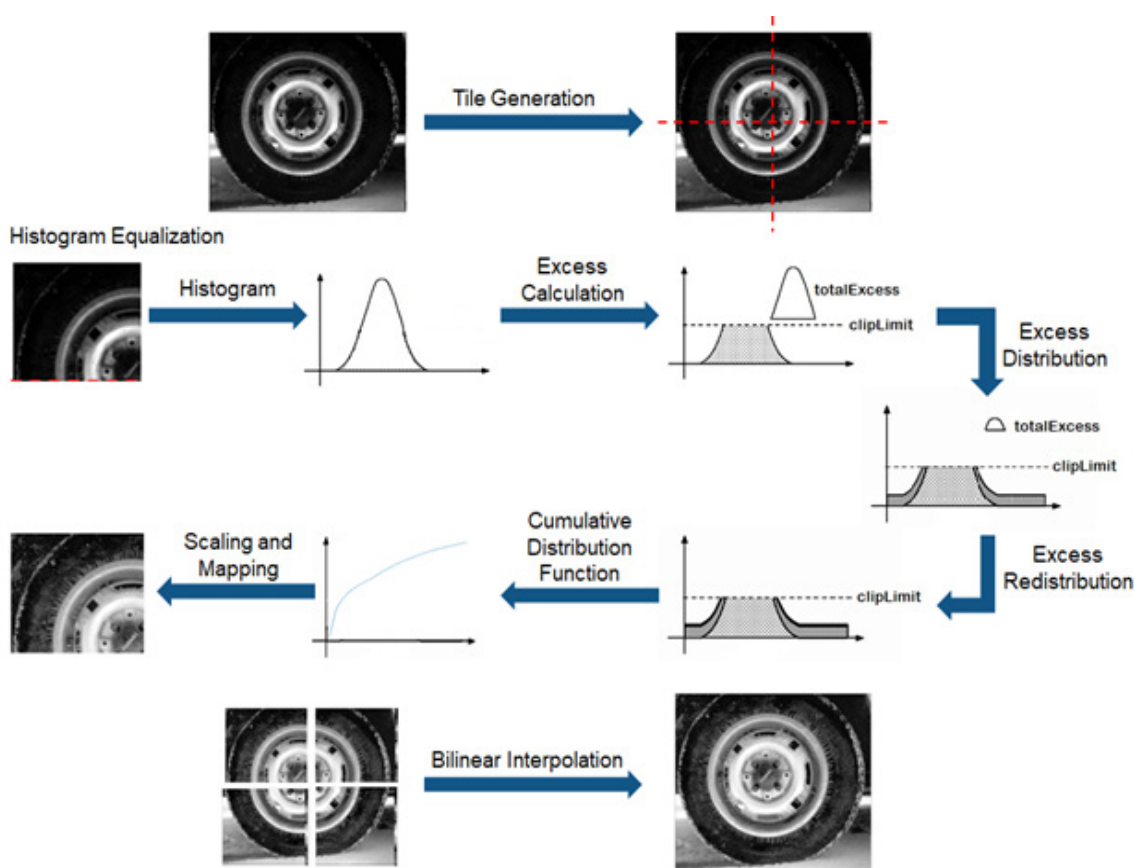


Рисунок 4 – Визуальное пошаговое представление алгоритма CLANE

Среднее количество перераспределенных пикселей вычисляется как:

4. Для обрезки пикселей выполнить следующую процедуру:

```

procedure Clip
  if  $H(i) > N_{CLIP}$  then
     $H_{clip} = N_{CLIP}$ 
  else
    if  $(H(i) + N_{avggray}) > N_{CLIP}$  then
       $H_{clip} = N_{CLIP}$ 
    else
       $H_{clip}(i) = N_{CLIP} + H(i)$ 
    end if
  end if
end procedure

```

5. Перераспределить оставшиеся пиксели, пока они полностью не распределятся. Шаг перераспределения вычисляется как:

$$\frac{N_{levels}}{N_{remain}}$$

6. Вычислить новое распределение уровней яркости для пикселей внутри каждой контекстной области с использованием интерполяции.

Все используемые обозначения выглядят в таком виде, как $N_{average}$ – среднее количество пикселей, N_{levels} – количество уровней серого в контекстных областях, NrX – количество пикселей по оси X в контекстной области, NrY – количество пикселей по оси Y в контекстной области, N_{CLIP} – фактическое ограничивающее значение (clip limit), N_{clip} – нормализованное ограничивающее значение в диапазоне [0, 1], N_{total} – общее количество обрезанных пикселей, $N_{avggray}$ – среднее количество пикселей, подлежащих перераспределению, N_{remain} – количество пикселей, подлежащих перераспределению, $H(i)$ – исходная гистограмма каждой области на i-м уровне серого, $H_{clip}(i)$ – обрезанная гистограмма каждой области на i-м уровне серого. Пример применения модели отображается на рисунке 5.

Цветовой фильтр

Цветовые фильтры могут быть использованы для улучшения контраста в черно-белых изображениях, что позволяет лучше различать детали. В нашем случае для удобства был выбран фильтр COLORMAP_JET из библиотеки OpenCV [25]. Пример применения модели отображается на рисунке 6.

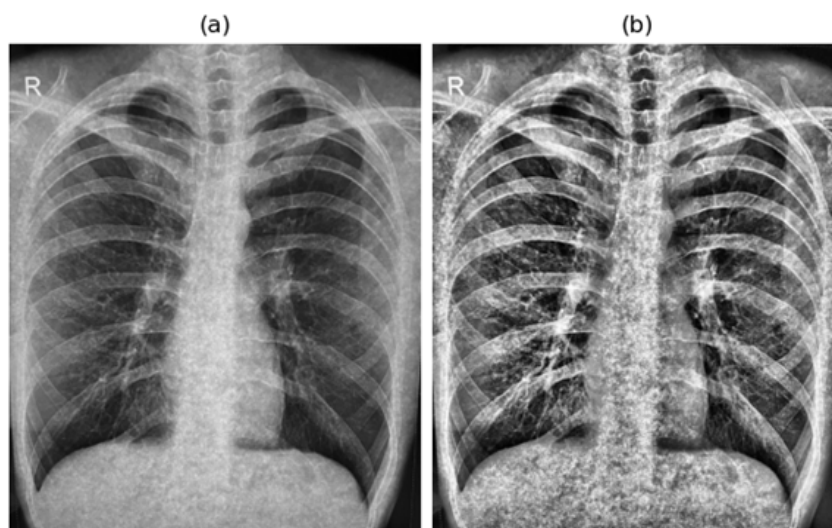


Рисунок 5 – До использования CLAHE (a)
и после использования CLAHE (b)

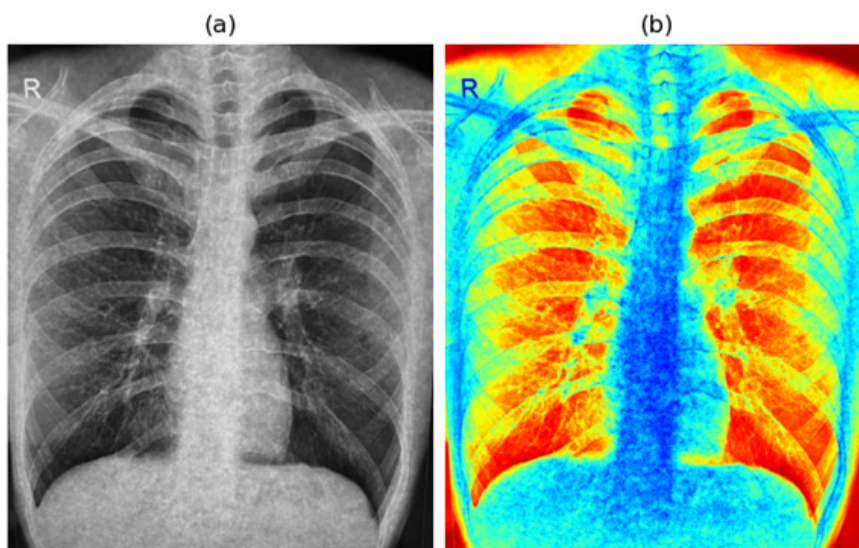


Рисунок 6 – до окрашивания (a) и после окрашивания (b)

Использование различных моделей архитектуры

1) Архитектура Densenet121, полное описание использования архитектуры Densenet121 подробно дано в работе [26] и отображено на рисунке 7. Более подробно с описанием модели можно ознакомиться в работе [26].

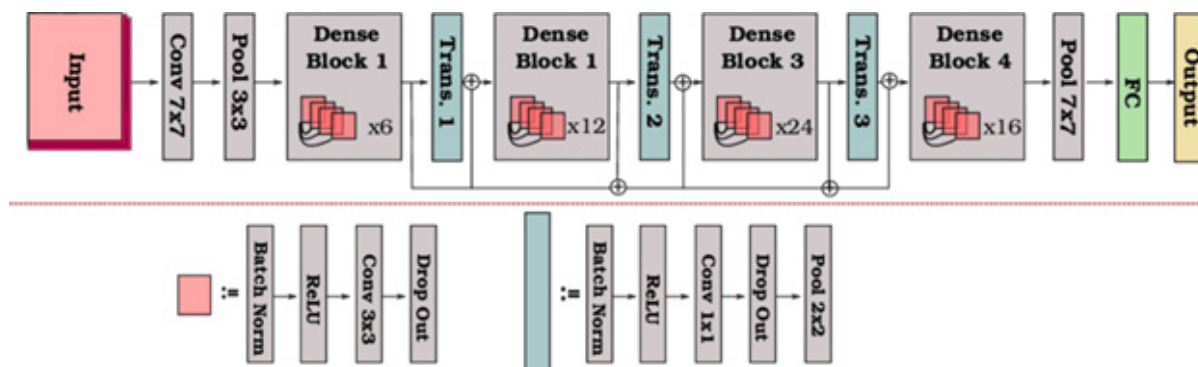


Рисунок 7 – Архитектура Densenet121 [26]

2) Архитектура MobileNetV2, полное описание использования архитектуры MobileNetV2 дано в работе [27] и отображено на рисунке 8. Более подробно с описанием модели можно ознакомиться в работе [27].

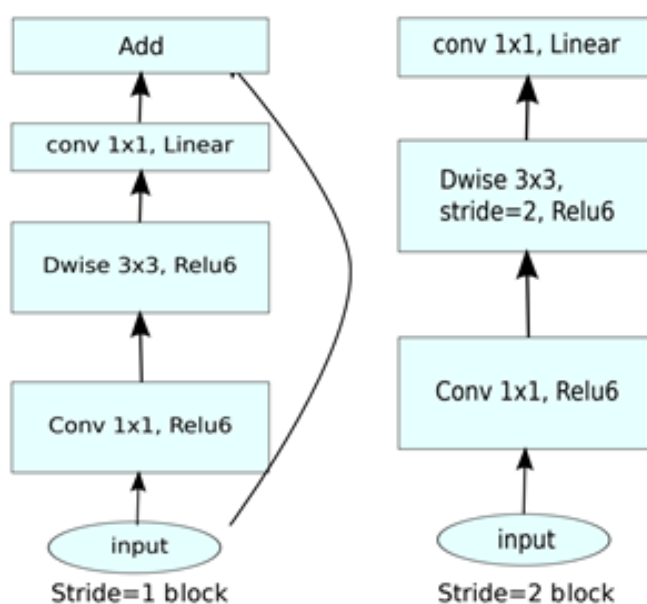


Рисунок 8 – Архитектура MobileNetV2 [27]

3) Архитектура EfficientNetb0, полное описание использования архитектуры EfficientNetb0 дано в работе [28] и отображено на рисунке 9. Более подробно с описанием модели можно ознакомиться в работе [28].

4) Архитектура SENet, полное описание использования архитектуры SENet отображены на рисунке 10.

5) Архитектура SE-ResNet, полное описание использования архитектуры SE-ResNet дано в работе [29] и отображено на рисунке 11. Более подробно с описанием модели можно ознакомиться в работе [29].

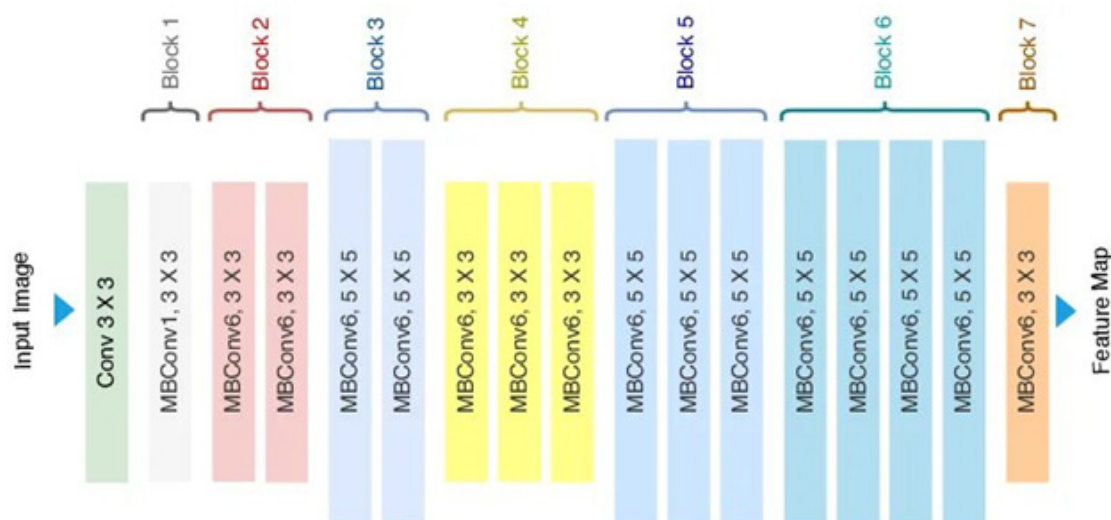


Рисунок 9 – Архитектура EfficientNetb0 [28]

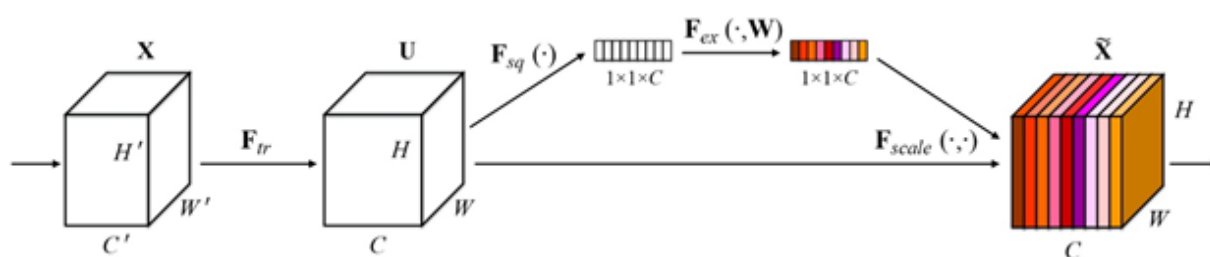


Рисунок 10 – Архитектура Squeeze-and-Excitation блока

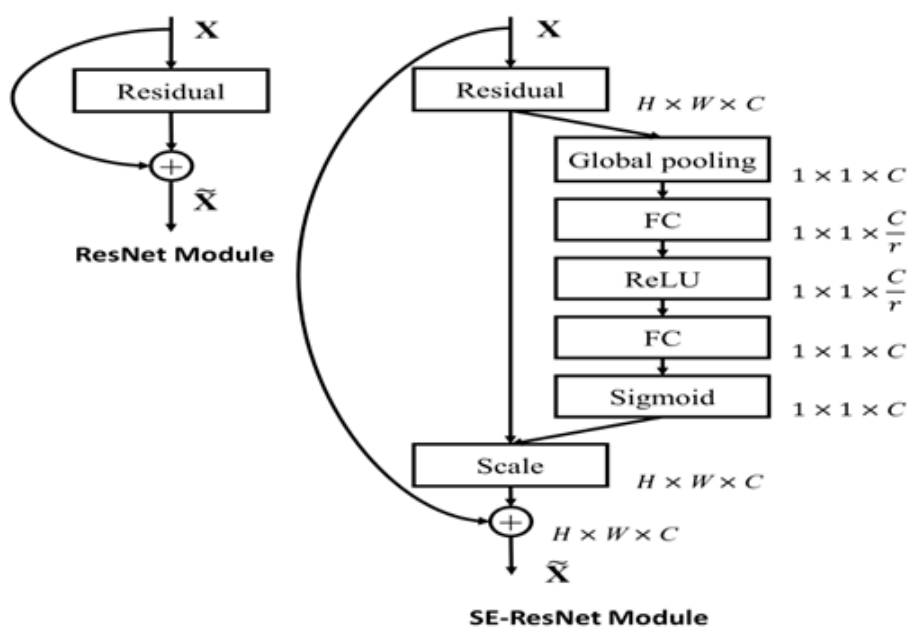


Рисунок 11 – Архитектура SE-ResNet [29]

6) Архитектура ShuffleNetV2, полное описание использования архитектуры ShuffleNetV2 дано в работе [30] и отображено на рисунке 12. Более подробно с описанием модели можно ознакомиться в работе [30].

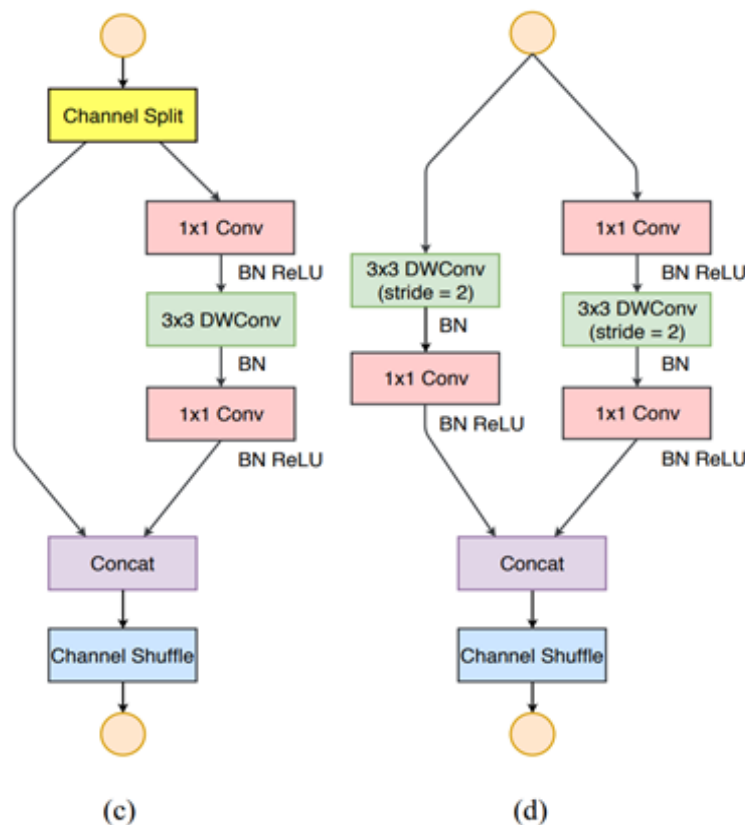


Рисунок 12 – Базовая единица ShuffleNet (c);
единица для пространственного понижение разрешения (d) [30].

Результаты и обсуждение

Все модели сначала обучались, а затем тестировались на тестовых данных. Для оптимизации модели был использован оптимизатор Adam [31], в качестве функции потерь (loss function) – перекрестная энтропия (cross entropy), размер пакетов (batch size) – 64, темп обучения (learning rate) – 0.001.

В ходе обучения были применены такие методы, как ранняя остановка и планировщик скорости обучения. Ранняя остановка позволяет остановить обучение модели, когда ее производительность на валидационном наборе данных начинает ухудшаться, что помогает избежать переобучения. Сокращает время и вычислительные ресурсы, необходимые для обучения.

Планировщик скорости обучения позволяет модели быстрее достигать минимума функции потерь, начиная с высокой скорости обучения и постепенно снижая ее. Помогает избежать колебаний и нестабильности в процессе оптимизации, что может происходить при использовании слишком высокой скорости обучения. Позволяет модели лучше изучать сложные паттерны, изменяя скорость обучения в зависимости от этапа обучения.

Затем комбинация этих моделей была использована в ансамблевых классификаторах двух типов: soft-voting и hard-voting. По полученным результатам лучше себя проявляет soft-voting ансамбль.

Можно будет обозначить основное различие, которое отображается на рисунке 13. Для типа Hard-voting принятия окончательного предсказания используется простое большинство голосов, основанное на наиболее частом классе, предсказанном отдельными моделями. А для Soft-voting учитываются вероятностные оценки каждого класса, предсказанные отдельными моделями, и они усредняются для получения более точного окончательного предсказания. При работе с несбалансированными наборами данных мягкое голосование может помочь смягчить предвзятость в сторону большинства, принимая во внимание вероятности всех классов.

Soft-voting ансамбль показывает результаты лучше, чем каждая отдельно взятая модель, что говорит в пользу использования ансамблевых моделей.

Были выбраны 3 варианта предобработки данных для их последующего сравнения.

А – никаких предобработок кроме изменения расширения до и нормализации.

В – CLANE с последующим применением цветового фильтра, также изменение расширения до и нормализация.

С – денойзер с последующим применением CLANE и цветового фильтра, также изменение расширения до и нормализация.

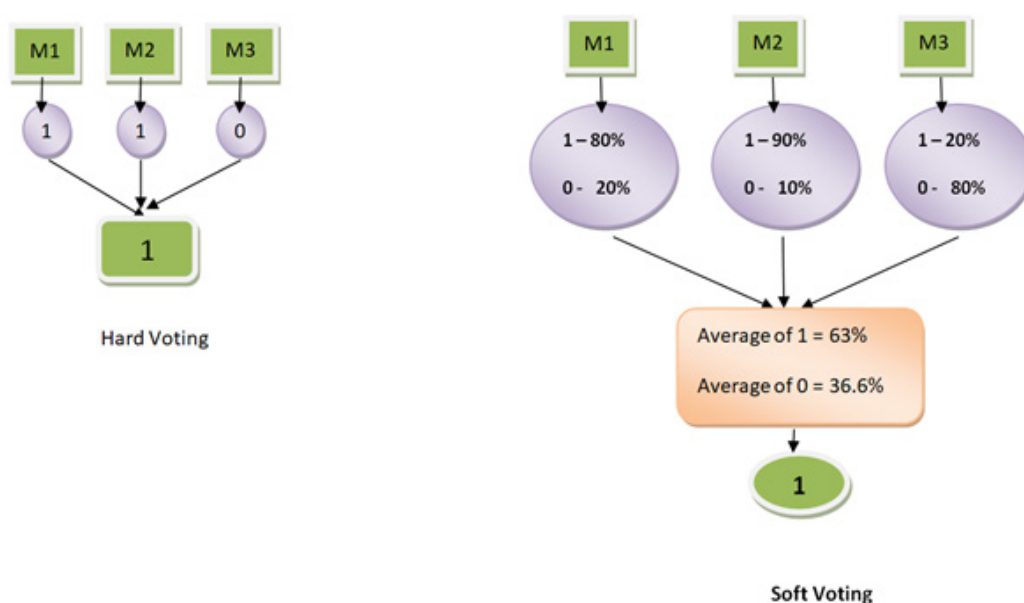


Рисунок 13 – Разница между Hard-Voting и Soft-Voting

Для проведения оценки полученных результатов в работе были использованы различные метрики. При работе с несбалансированными данными Accuracy не самая репрезентативная метрика, поэтому упор был сделан на Precision, Recall, F1-score метрики (таблица 1).

Precision отражает надежность положительных предсказаний модели. В контексте несбалансированных данных эта метрика приобретает особую значимость, поскольку позволяет удостовериться, что объекты, классифицированные как принадлежащие к классу с меньшим количеством данных, действительно к нему относятся. Высокий показатель precision свидетельствует о минимизации ложноположительных результатов, что критически важно в ситуациях, когда цена ошибочной классификации высока.

Recall демонстрирует способность модели обнаруживать все истинно положительные случаи. Данная метрика имеет первостепенное значение для предотвращения пропуска экземпляров класса с меньшим количеством данных. Высокое значение recall указывает на то, что модель эффективно идентифицирует большинство действительно положительных случаев,

что особенно важно в ситуациях, когда пропуск даже небольшой доли таких случаев может иметь серьезные последствия.

F1-score представляет собой гармоническое среднее между precision и recall, обеспечивая сбалансированную оценку эффективности модели. Высокий показатель F1-score говорит об оптимальном балансе между минимизацией ложноположительных и ложноотрицательных результатов, что является желательным результатом в случаях, когда оба типа ошибок имеют существенное значение.

Таблица 1 – Матрица ошибок

Предсказанные значения \ Реальные значения	Негативные	Позитивные
Негативные	TN	FN
Позитивные	FP	TP

Для вычисления метрики Precision, Recall, F1-score были использованы формулы, которые имеют следующий вид:

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

$$\text{F1-score} = 2 \cdot \frac{\text{Precision} * \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

Были выбраны 3 варианта предобработки данных для их последующего сравнения.

A – никаких предобработок кроме изменения расширения до и нормализации.

B – CLAHE с последующим применением цветового фильтра, также изменение расширения до и нормализация.

C – денойзер с последующим применением CLAHE и цветового фильтра, также изменение расширения до и нормализация.

По полученным результатам можно заметить, что все наилучшие значения достигаются при использовании метода предобработки с Soft-Voting ансамблем. Также видно, что Soft-Voting ансамбль показывает лучше результаты для каждого варианта A, B или C в сравнении с Hard-Voting ансамблем (таблица 2).

Таблица 2 – Полученные результаты

	Hard-Voting			Soft-Voting		
	A	B	C	A	B	C
Precision	94.92	98.14	98.51	96.05	98.38	98.60
Recall	94.98	98.09	98.47	96.07	98.36	98.58
F1-score	94.85	98.10	98.48	96.02	98.37	98.58

Заклучение

В рамках данного исследования была разработана и протестирована методология классификации заболеваний легких с использованием глубоких сверточных нейронных сетей, включая ShuffleNet, EfficientNet, MobileNet, SENet и DenseNet. Несмотря на отсутствие сбалансированности исходного набора данных, предложенный подход продемонстрировал высокую эффективность в решении задачи классификации легочных заболеваний.

Полученные результаты подчеркивают значимость выбора архитектуры модели для задач медицинской диагностики и подтверждают потенциал глубокого обучения в анализе рентгеновских изображений. Однако отсутствие тонкой настройки гиперпараметров, таких как темп обучения (learning rate), размер пакетов (batch size), выбор оптимизаторов и функций потерь (loss function), может ограничивать достижение максимальной производительности моделей.

Будущие исследования могут быть направлены на:

- ♦ тщательный подбор гиперпараметров для улучшения качества обучения моделей;
- ♦ сравнение различных оптимизаторов и функций потерь;
- ♦ применение методов предобработки данных для улучшения качества изображений;
- ♦ использование методов аугментации данных для балансировки классов и повышения устойчивости моделей;
- ♦ использование новых моделей и подходов, таких как Visual Transformers, RNN, и других видов CNN;

Дальнейшее развитие данного направления, включая интеграцию предложенных улучшений, может существенно повысить надежность и точность диагностики, обеспечивая широкий спектр возможностей для внедрения в клиническую практику.

Информация о финансировании. Работа поддержана грантом Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (AP23488833).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Liu, X., Yu, Z., Tan, L. Deep learning for lung disease classification using transfer learning and a customized convolutional neural network architecture with attention. Proceedings of the IEEE 2nd International Conference on Sensors, Electronics and Computer Engineering (ICSECE), 2024, pp. 341–346.
- 2 Shamrat, F.M.J.M., Azam, S., Karim, A., Islam, R., Tasnim, Z., Ghosh, P., De Boer, F. LunGNetT22: A fine-tuned model for multiclass classification and prediction of lung disease using X-ray images. Journal of Personalized Medicine, 12, 680 (2022).
- 3 De Sousa, P.M., Carneiro, P.C., Oliveira, M.M., Pereira, G.M., Da Costa, C.A. Jr., De Moura, L.V., Mattjie, C., Da Silva, A.M.M., Patrocínio, A.C. COVID-19 classification in X-ray chest images using a new convolutional neural network: CNN-COVID. Research on Biomedical Engineering, 38, 87–97 (2021).
- 4 Ashraf, S.M.N., Mamun, Md.A., Abdullah, H.Md., Alam, Md.G.R. SynthEnsemble: A fusion of convolutional neural networks, vision transformers, and hybrid models for multi-label chest X-ray classification. Proceedings of the 26th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT), 2023, pp. 1–6.
- 5 Souid, A., Sakli, N., Sakli, H. Classification and prediction of lung diseases from chest X-ray images using MobileNetV2. Applied Sciences, 11, 2751 (2021).
- 6 Zhang, K., Zuo, W., Chen, Y., Meng, D., Zhang, L. Beyond a Gaussian denoiser: Residual learning of deep convolutional neural networks for image denoising. IEEE Transactions on Image Processing, 26, 3142–3155 (2017).
- 7 Chest X-ray COVID-19 Pneumonia Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/tawsifurrahman/covid19-radiography-database> (accessed: 05.01.2022).
- 8 COVID Chest X-ray Image Dataset for Research. Kaggle (accessed 05 January 2022). URL: <https://www.kaggle.com/datasets/pranavraikokte/covid19-image-dataset>

- 9 Chest X-ray Pneumonia, COVID-19, Tuberculosis Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/amanullahasraf/chest-xray-pneumonia-covid19-tuberculosis> (accessed: 05.01.2022).
- 10 COVID-19 Chest X-ray Dataset. GitHub. URL: <https://github.com/ieee8023/covid-chestxray-dataset> (accessed: 03.01.2022).
- 11 COVIDx CXR-2 Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/andyczhao/covidx-cxr2> (accessed: 04.01.2022).
- 12 Tuberculosis Chest X-ray Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/tawsifurrahman/tuberculosis-tb-chest-xray-dataset> (accessed: 04.01.2022).
- 13 Tuberculosis Chest X-rays Shenzhen Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/raddar/tuberculosis-chest-xrays-shenzhen> (accessed: 05.01.2022).
- 14 COVID-19 Detection Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/darshan1504/covid19-detection-xray-dataset> (accessed: 05.01.2022).
- 15 Pneumothorax Binary Classification Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/vbookshelf/pneumothorax-chest-xray-images> (accessed: 05.01.2022).
- 16 National Institutes of Health Chest X-ray Dataset (Sample). Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/nih-chest-xrays/sample> (accessed: 06.01.2022).
- 17 COVID Normal Viral Opacity Dataset Version 2. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/tawsifurrahman/covid19-radiography-database> (accessed: 03.01.2022).
- 18 X-ray Report Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/raddar/xray-report-dataset> (accessed: 04.01.2022).
- 19 ChestX-ray14 Dataset. National Institutes of Health. URL: <https://nihcc.app.box.com/v/ChestXray-NIHCC> (accessed: 03.01.2022).
- 20 Worldwide Chest X-ray Datasets. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/nikhilpandey360/chest-xray-multiple-datasets> (accessed: 03.01.2022).
- 21 COVID-19 Radiography Database. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/tawsifurrahman/covid19-radiography-database> (accessed: 06.01.2022).
- 22 Tuberculosis Chest X-rays Shenzhen Dataset. Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/raddar/tuberculosis-chest-xrays-shenzhen> (accessed: 06.01.2022).
- 23 Hussein, F., Mughaid, A., AlZu'bi, S., El-Salhi, S.M., Abuhaija, B., Abualigah, L., Gandomi, A.H. Hybrid contrast limited adaptive histogram equalization and convolutional neural network deep models for lung disease classification from X-ray images. *Electronics*, 11, 3075 (2022).
- 24 Sonali, N., Sahu, S., Singh, A.K., Ghrera, S.P., Elhoseny, M. An approach for denoising and contrast enhancement of retinal fundus images using contrast limited adaptive histogram equalization. *Optics and Laser Technology*, 110, 87–98 (2018).
- 25 Das, H., Rout, J.K., Moharana, S.C., Dey, N. *Applied intelligent decision making in machine learning*. CRC Press, Boca Raton, 320 p. (2020).
- 26 Huang, G., Liu, Z., Van Der Maaten, L., Weinberger, K.Q. Densely connected convolutional networks. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2017, pp. 4700–4708.
- 27 Sandler, M., Howard, A., Zhu, M., Zhmoginov, A., Chen, L.-C. MobileNetV2: Inverted residuals and linear bottlenecks. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2018, pp. 4510–4520.
- 28 Tan, M., Le, Q.V. EfficientNet: Rethinking model scaling for convolutional neural networks. *arXiv preprint, arXiv:1905.11946* (2019).
- 29 Hu, J., Shen, L., Albanie, S., Sun, G., Wu, E. Squeeze-and-excitation networks. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 42, 2011–2023 (2019).
- 30 Ma, N., Zhang, X., Zheng, H.-T., Sun, J. ShuffleNet V2: Practical guidelines for efficient convolutional neural network architecture design. *Lecture Notes in Computer Science*, 11218, 122–138 (2018).
- 31 Kingma, D.P., Ba, J.L. Adam: A method for stochastic optimization. *arXiv preprint, arXiv:1412.6980* (2014).

¹Исахов А.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-1937-8615,

e-mail: alibek.issakhov@gmail.com

¹Абылкасымова А.Б.,

кауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-5967-6959,

e-mail: abyilkassymova.aizhan@gmail.com

¹Бревнов Т.

бакалавр, ORCID ID: 0009-0004-5395-4569, e-mail: t_brevnov@kbtu.kz

¹Қазақстан-Британ техникалық университет,
Алматы қ., Қазақстан

АДАМНЫҢ ӨКПЕ ЖҮЙЕСІНІҢ РЕНТГЕНДІК КЕСКІНДЕРІН МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ ӘДІСТЕРІ АРҚЫЛЫ ТАЛДАУ ЖӘНЕ АЛДЫН АЛА ДИАГНОЗ ҚОЮ

Аңдатпа

Бұл мақалада патологиялық өзгерістерді ерте анықтау үшін тыныс алу жолдарының радиографиялық кескіндерін автоматтандырылған талдауға арналған машиналық оқыту әдістерінің кешенді зерттеуі ұсынылған. Өкпе ауруларын жіктеу әдісі DenseNet121, MobileNetV2, EfficientNetB0, SENet және ShuffleNetV2 архитектураларын қамтитын терең конволюциялық нейрондық желілер ансамблін пайдаланып ұсынылды және енгізілді. Зерттеуде сонымен қатар әртүрлі кескінді алдын ала өңдеу әдістерінің тиімділігі, соның ішінде қосымша өңдеусіз шикі қара-ақ рентгенограммаларды пайдалану, түсті сүзумен біріктірілген CLAHE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) әдісі және шуды басу үшін DynamicCNN нейрондық желілік шуды басу құралы салыстырылды. Тәжірибе нәтижелері жұмсақ дауыс беру стратегиясын қолданатын ансамбльдік тәсіл жеке модельдермен салыстырғанда жіктеу дәлдігін статистикалық тұрғыдан айтарлықтай жақсартатынын көрсетті. Нәтижелер ұсынылған тәсілдің жоғары тиімділігін растайды және медициналық диагностика жмен клиникалық шешім қабылдауды қолдау үшін ансамбльдік терең оқыту модельдерінің әлеуетін көрсетеді.

Тірек сөздер: машиналық оқыту әдістері, терең нейрондық желі ансамбльдері, рентгендік кескіндер, DynamicCNN деноизері.

¹Issakhov A.A.,

Professor, ORCID ID: 0000-0002-1937-8615,

e-mail: alibek.issakhov@gmail.com

¹Abylkassymova A.B.,

Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-5967-6959,

e-mail: abyilkassymova.aizhan@gmail.com

¹Brevnov T.

Bachelor's student, ORCID ID: 0009-0004-5395-4569,

e-mail: t_brevnov@kbtu.kz

¹Kazakh-British technical university,
Almaty, Kazakhstan

MACHINE LEARNING ANALYSIS OF HUMAN LUNG X-RAY IMAGES TO MAKE A PRELIMINARY DIAGNOSIS

Abstract

The article presents a comprehensive study of the application of machine learning methods for automated analysis of radiographic images of the respiratory system for the early detection of pathological changes. A method

for classifying pulmonary diseases based on an ensemble of deep convolutional neural networks, including the DenseNet121, MobileNetV2, EfficientNetB0, SEnet, and ShuffleNetV2 architectures, is proposed and implemented. The study included a comparative analysis of the effectiveness of various image preprocessing methods, including the use of raw black-and-white X-ray images without additional processing, the use of the CLAHE (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization) method in combination with color filtering, and the use of the DynamicCNN neural network denoiser for noise suppression. Experimental results showed that the ensemble approach using the soft voting strategy provides a statistically significant improvement in classification accuracy compared to individual models. The obtained results confirm the high efficiency of the proposed approach and demonstrate the potential of using ensemble deep learning models in medical diagnostics and clinical decision support tasks.

Keywords: machine learning methods, deep neural network ensembles, X-ray images, DynamicCNN denoiser.

Received: January 16, 2025; accepted: February 17, 2026.

UDC 004.891
IRSTI 28.23.35

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-163-172>

¹**Akhmetkan A.,**

Master's student, ORCID ID: 0009-0009-9353-7416,

e-mail: az_akhmetkan@kbtu.kz

^{2*}**Mutaliyev Ye.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0002-1755-8161,

*e-mail: emutaliyev11@gmail.com

¹Kazakh-British Technical University,

Almaty, Kazakhstan

²SDU University,

Kaskelen, Kazakhstan

DEVELOPMENT OF RESIDUAL CNN ARCHITECTURE FOR FACIAL EXPRESSION RECOGNITION

Abstract

The research introduces a deep neural network system which achieves multi-class emotion classification through its development process. The system identifies seven emotional states through its classification system which includes angry, disgust, fear, happy, neutral, sad and surprise. The researchers divided their dataset into training and testing parts after preprocessing and they used precision and recall and F1-score and confusion matrix and ROC-AUC curves to evaluate their results. The model achieves its highest accuracy when detecting happy emotions at 89% followed by surprise at 68% and disgust at 49% according to the confusion matrix. The model achieves good to excellent classification results for most emotions yet it struggles with “fear and neutral emotions because their features overlap or their class distributions are unbalanced. The researchers computed Receiver Operating Characteristic (ROC) curves and Area Under Curve (AUC) values for each class in the study. The model produced its best AUC results for happy and surprise emotions at 0.92 and 0.90 respectively followed by disgust at 0.84. The lowest AUC score of 0.71 appeared in the fear category because this emotion showed weak discriminative properties. The model achieved a macro-averaged AUC score of 0.82 when evaluating all classes together. The proposed neural network shows strong performance in emotion recognition tasks through its ability to detect intense emotions such as happiness and surprise.

Keywords: emotion recognition, deep learning, residual convolutional neural network, multi-class classification, facial expression analysis.

Received: 26.09.2025; revised: 05.02.2026; accepted: 04.03.2026

Introduction

Facial Expression Recognition (FER) systems play a key role in affective computing and psychological assessment, and Convolutional Neural Networks (CNNs) have become the standard approach for automated facial expression recognition, outperforming traditional methods in applications such as driver monitoring and surveillance [1, 2]. The widespread adoption of deep learning technology has transformed traditional handcrafted approaches [6]. The identification of facial expressions through FER remains difficult because of the wide range of expressions within each class and the occurrence of occlusions and illumination variations and small expression variations [7].

The majority of CNN-based architectures face two main problems because they either have too few layers which results in underfitting or they have too many layers which causes overfitting and poor computational performance [9, 10]. The existing models that use general image classification

architectures fail to extract the specific spatial details which are vital for distinguishing facial expressions in low-resolution grayscale FER2013 images [11–14].

Our research presents a new deep residual convolutional neural network architecture which specializes in facial expression recognition tasks. The proposed model uses lightweight components with residual learning blocks to enable better gradient flow and feature reuse. The residual block structure includes two convolutional layers with batch normalization and ReLU activation followed by a projection shortcut that maintains compatibility when channel dimensions differ. The model uses global average pooling to reduce spatial dimensions and prevent overfitting and dropout regularization runs throughout the model to boost generalization performance.

The main aim of this research involves creating and assessing a new CNN system which unites deep residual learning with dropout regularization and global average pooling to achieve efficient facial emotion recognition from grayscale images. The proposed model aims to enhance both classification precision and model adaptability while minimizing the chance of model overfitting and computational resource usage.

Objectives:

1. The research aims to create a new residual convolutional neural network structure which combines identity shortcuts with batch normalization and dropout and global average pooling for improved facial emotion recognition efficiency and robustness.
2. The proposed model requires implementation and training with the dataset through proper data preprocessing and optimization methods to maximize learning results.
3. The evaluation process assesses the proposed architecture through performance tests which measure classification precision and generalization strength and computational speed.

The main contribution of this research involves creating and testing an efficient residual CNN model for FER applications. Our architecture differs from other methods because it starts from scratch to optimize performance for low-resolution grayscale facial expression datasets. The architecture achieves its unique value through its carefully designed residual block structure which strikes an optimal balance between model depth and complexity for both limited resource environments and real-time usage.

The research presents a complete assessment of the architecture's performance on recognized benchmarks which shows better results than standard models. The proposed model strikes an optimal balance between performance quality and computational requirements which establishes it as a new reference point for FER researchers.

The rising need for emotion-based systems makes robust facial emotion recognition (FER) an essential research area within computer vision and artificial intelligence. The development of architectures which balance low complexity with effective facial expression feature extraction remains an essential unmet need. Current research either fails to optimize architectures or depends on pre-trained models which do not match the specific characteristics of facial data. The research fills this knowledge gap through its domain-focused architecture which delivers top performance while using a small number of model parameters.

The field of computer vision faces a major problem with FER because human facial expressions show wide variability and lighting conditions and occlusions and low inter-class variance. The current research direction in CNN development focuses on architectural improvements and regularization methods which work to boost generalization and reduce overfitting while maintaining computational efficiency.

The recent FER research field adopted deep residual learning as a major approach through identity shortcut connections which enable deep network gradient propagation without performance loss. The authors Pham et al. develop an innovative method to boost CNN performance for FER applications through an attention-based masking system [15]. The Residual Masking Network (RMN) combines the benefits of Deep Residual Networks with U-Net-like architecture design. The model uses a segmentation-based masking module to enhance feature maps and steer the model toward expression-specific facial areas while eliminating unimportant features. The network achieves better decision-making through its ability to focus on discriminative face areas. The RMN achieves top performance

on both FER2013 and VEMO private dataset through its attention and segmentation mechanisms which enhance FER accuracy. The research demonstrates how attention-based feature refinement through architectural innovations leads to better performance in FER systems than traditional CNN and residual network approaches.

The development of facial expression recognition has advanced through architectural improvements which focus on extracting meaningful features while eliminating useless information. The ResEmoteNet presents a deep learning system which unites Convolutional and Residual and Squeeze-and-Excitation (SE) blocks to boost facial emotion recognition through better feature extraction [16]. The SE mechanism functions as a vital component because it adjusts channel-wise feature responses adaptively to highlight essential facial areas while eliminating unnecessary information. The model achieves deep feature extraction through residual blocks which prevents performance deterioration while learning complex facial patterns across different emotional expressions. The model achieved 79.79% accuracy on FER2013 and 94.76% on RAF-DB and 72.39% on AffectNet-7 and 75.67% on ExpW during its evaluation on these four benchmark datasets. The results prove ResEmoteNet stands as a top performer which outperforms multiple current FER models through its combination of residual learning with attention-based feature recalibration.

Facial expressions contain delicate emotional signals which prove difficult to detect because of environmental changes and differences within each class and hidden facial parts. The authors introduce an end-to-end system which employs residual blocks to achieve robust facial emotion recognition [17]. The system directly transforms facial images into emotional outputs through residual learning to maintain vital information and prevent network degradation at deeper levels. The model achieved 75% accuracy when tested on FERGIT which extends FER2013 with 49,300 images while handling difficult data conditions including unbalanced data and hidden facial parts. The approach reached 97% accuracy when tested on the CK+ dataset which shows its ability to perform well in controlled environments with properly labeled expressions. The research proves that residual architectures excel at processing both extensive complex datasets and smaller benchmark collections within the FER domain.

The majority of previous research dedicated to emotion recognition has concentrated on achieving maximum classification accuracy but disregarded the specific performance differences between individual emotions. The classification of fear and neutral emotions proves difficult because their features overlap and the data distribution is unbalanced and the expression signals are faint. The recognition gap between low-salience and ambiguous emotions presents a major challenge because it affects the practical applications of FER systems in mental health tracking and human-computer interface adaptation.

We present deep neural network solution for seven-class emotion recognition that targets the universal emotions of angry, disgust, fear, happy, neutral, sad and surprise. The research uses precision and recall and F1-score and ROC curves and confusion matrices as evaluation metrics to provide detailed performance analysis for each emotion category. The evaluation method enables researchers to understand both the model's successful areas and its weak points in different emotional categories. The research demonstrates high performance in detecting happy and surprise emotions but reveals difficulties in identifying fear and neutral expressions which adds new evidence about FER model weaknesses. The study demonstrates deep networks' effectiveness for FER while pinpointing essential research paths that need development for dealing with class imbalances and overlapping features and faint expression detection.

Materials and methods

The section provides details about preprocessing operations together with applied methods and dataset organization. The FER (Facial Expression Recognition) dataset from Kaggle contains 35,887 grayscale images [18]. The dataset contains seven emotional categories which include anger and contempt and fear and joy and neutral and sadness and surprise. The dataset contains randomly selected faces of ten different people from the dataset.



Figure 1 – Sample of dataset

The research used deep learning techniques to create and test a CNN model with residual connections for identifying multiple emotional states. The research process included data preparation followed by model design and training and final performance assessment.

A. Dataset preparation

The dataset included grayscale facial pictures which researchers grouped into seven emotional categories: angry, disgust, fear, happy, neutral, sad and surprise. The researchers standardized all images to 48×48 pixels while converting them to single-channel grayscale format for better computational efficiency. The dataset received a training and validation split for accurate performance assessment. The Keras library provided ImageDataGenerator to handle image processing and batch management. The training generator used random shuffling to boost generalization but the validation generator operated deterministically for consistent evaluation. The batch size remained constant at 256.

B. Model architecture

The Keras functional API enabled the development of a custom deep residual CNN architecture. The network started with a convolutional layer before adding three residual blocks which used filter sizes that grew progressively from 64 to 128 to 256. The residual blocks contained two convolutional layers with batch normalization and ReLU activation which used shortcut connections to enable gradient flow and prevent vanishing gradients. The network included max pooling and dropout layers after each block to prevent overfitting. The feature maps underwent global average pooling before passing through a dense layer with 128 units and dropout activation. The output layer consisted of seven neurons with softmax activation which represented the different emotion classes. The model used Adam optimizer with 0.0001 learning rate and categorical cross-entropy as its loss function.

C. Training procedure

The model underwent 15 epochs of training with early checkpointing to save the best validation accuracy weights. The training process used mini-batches to perform steps per epoch and validation steps based on dataset size and batch size.

D. Evaluation Metrics

The evaluation of model performance included multiple assessment metrics which worked together as a system. The evaluation used standard classification metrics to calculate overall accuracy and precision and recall and F1-score at both micro and weighted average levels. The normalized confusion matrix enabled researchers to study specific classification errors which occurred in each class. The evaluation of discriminative ability for each emotion class used Receiver Operating Characteristic (ROC) curves and Area Under the Curve (AUC) scores through one-vs-rest strategies. The macro-averaged AUC score served as an overall performance metric for classification tasks.

Results and discussion

The proposed lightweight convolutional neural network with residual connections (Residual CNN) achieved evaluation for facial emotion recognition tasks. The training and validation

performance of the model appears in Figure 2 through loss function and classification accuracy graphs spanning 15 training epochs.

The model learned successfully because the training loss function decreased progressively throughout the training process. The validation loss values demonstrated unstable behavior because they first decreased before starting to fluctuate which indicates possible overfitting.

The classification accuracy follows the same pattern as the loss function. The training accuracy reached 51% at the end of training but the validation accuracy demonstrated unpredictable behavior with major changes during the last training epochs. The model fails to achieve good generalization results because it received training from a restricted dataset.

The model achieves high performance on training data but demonstrates weak ability to predict validation set results. The upcoming research will concentrate on three main objectives which include implementing Dropout and L2 regularization techniques and implementing early stopping and data augmentation for training dataset expansion.

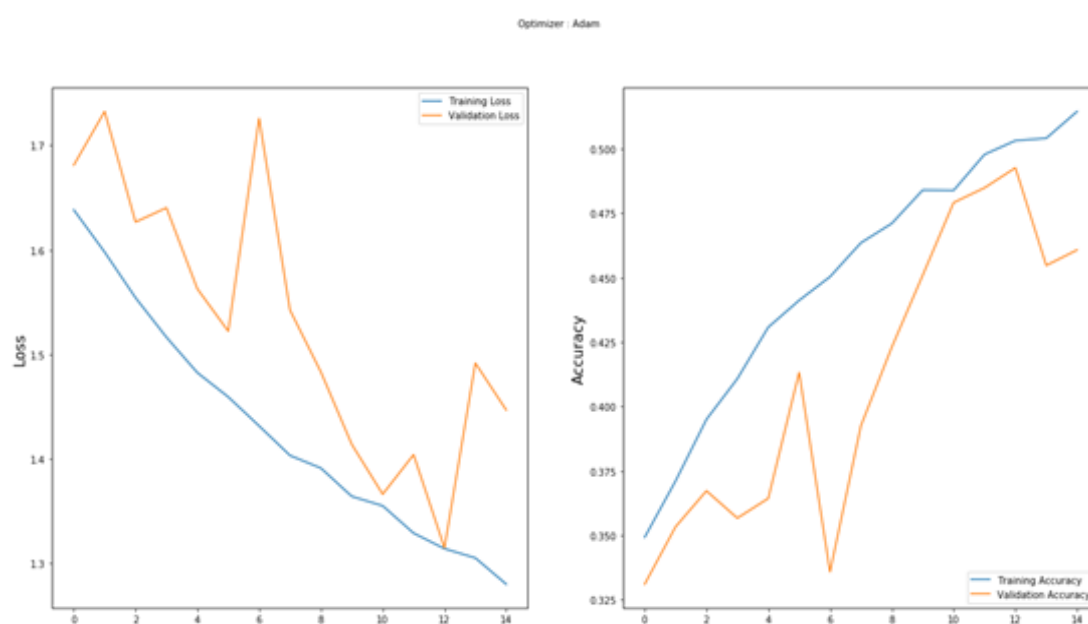


Figure 2 – Training and validation loss and accuracy curves over 15 epochs

The researchers used a Normalized confusion matrix to evaluate the classification results for each emotion category. The results appear in Figure 3. The model shows its best performance in detecting happy emotions because it correctly identifies 89% of these samples. The model demonstrates strong performance in detecting sad and surprise emotions with recognition rates of 68% and 40% respectively. The model learns effectively from these classes because they contain more pronounced visual characteristics. The model faces challenges when trying to identify disgust emotions together with fear and neutral emotions. The model identifies disgust emotions incorrectly as sad in 49% of cases and as happy in 32% of cases. The fear emotion gets misclassified as sad in 46% of instances and as neutral in 24% of instances. The neutral class shows a similar pattern of misclassification because it gets identified as happy in 35% of cases and as sad in 37% of cases. The model correctly identifies anger in only 14% of cases but incorrectly identifies it as sadness in 47% of instances. The model demonstrates superior performance in detecting strong emotions but struggles with identifying emotions that have weak visual characteristics or share similar visual features. The results demonstrate a need to enhance the model through class balancing techniques and additional training data for underrepresented emotions and through the implementation of more sensitive architectures and attention mechanisms.

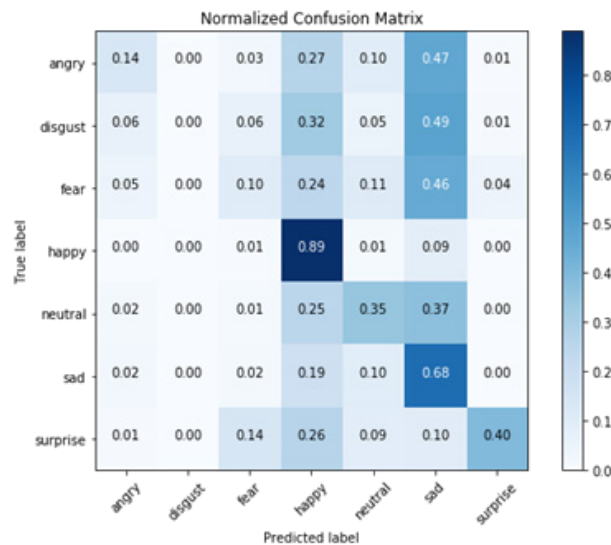


Figure 3 – Confusion matrix for each class

The model received an additional evaluation through one-vs-all ROC curve construction for each emotion class to determine its performance in distinguishing between specific emotional states. The AUC values from Figure 4 show the best performance for happy emotions with 0.92 while surprise and disgust emotions achieved high values of 0.90 and 0.84 respectively. The model demonstrates strong confidence in identifying surprise and disgust expressions because of their high AUC values. The results from the confusion matrix analysis match the findings of this study. The model achieves moderate success in identifying angry and neutral and sad emotions through AUC values between 0.78 and 0.80. The model shows its lowest performance on fear emotion detection because its AUC score reaches only 0.71. The model shows a tendency to mistake fear expressions for sad or neutral expressions. The model achieves its best performance with clear and expressive emotions yet it struggles with identifying facial expressions that are ambiguous or share visual similarities. The model’s performance suffers from two main factors: the unclear nature of facial expressions and the restricted availability of training data for specific emotions. The upcoming research will concentrate on developing better discriminative abilities through improved training of challenging emotions and the implementation of more sensitive architectural elements.

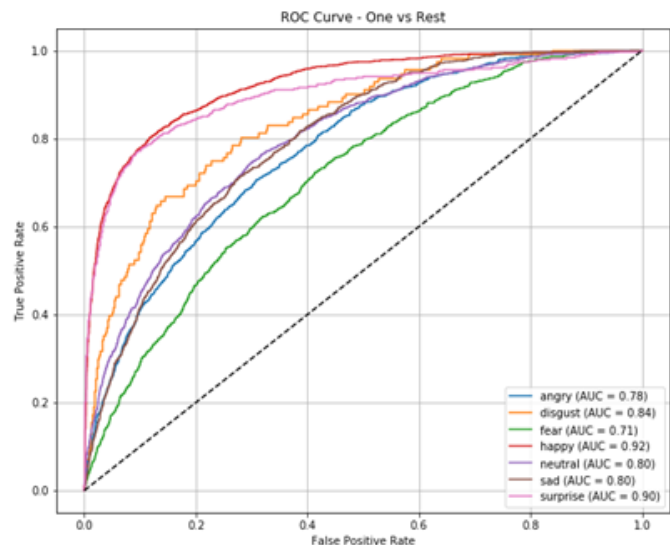


Figure 4 – ROC curve for each class

The classification report in Table 1 demonstrates that the happy class achieved the highest performance through its 0.56 precision and 0.89 recall and 0.69 F1-score while using the most examples from the dataset (1825). The results confirm that the model performs best when detecting emotions that are clearly positive. The results for all emotions except happy show unsatisfactory performance. The angry class demonstrates high precision at 0.53 yet its recall rate remains at 0.14 which indicates that the model frequently misses many instances. The fear and disgust classes demonstrate the worst performance in all evaluation metrics because the model completely failed to identify any disgust instances. The model failed to recognize disgust instances because the training data for this class consisted of only 111 examples which created a severe class imbalance. The F1-scores for sad and neutral emotions reach 0.43 and 0.35 respectively. The model demonstrates high precision for surprise classification at 0.84 but its recall rate of 0.40 indicates it only labels instances when confident while missing various less intense cases.

The macro-average results demonstrate that the model performs differently for each class because precision equals 0.44 and recall equals 0.36 and F1-score equals 0.35. The weighted average scores which consider class sample sizes result in precision at 0.50 and recall at 0.48 and F1-score at 0.43.

Table 1 – Classification report for each class

Emotion	Precision	Recall	F1-Score	Support
Angry	0.53	0.14	0.22	960
Fear	0.35	0.10	0.16	1018
Happy	0.56	0.89	0.69	1825
Neutral	0.50	0.35	0.41	1216
Sad	0.32	0.68	0.43	1139
Surprise	0.84	0.40	0.54	797

The model shows better performance at detecting happy and surprise emotions because these classes receive proper representation and visual distinction yet it fails to identify fear and disgust emotions which are less common in the dataset. The results confirm that the model requires better class distribution and additional training data and architectural improvements. Our model achieves moderate results but fails to match the Residual Masking Network (RMN) performance on FER2013 because it lacks the attention mechanism's ability to precisely locate facial expressions [15]. The ResEmoteNet architecture achieved better results than baseline models on various datasets through Squeeze-and-Excitation (SE) blocks which demonstrated how attention-based modules enhance the detection of rare emotions [16]. The results indicate that residual learning provides strong resistance because it maintains stable performance between sad ($F1 = 0.43$) and neutral ($F1 = 0.41$) yet the model fails to achieve optimal results when dealing with uncertain emotions like fear.

Conclusion

This study showcased implemented and tested deep residual convolutional neural network to identify multiple emotions from seven categories which included angry, disgust, fear, happy, neutral, sad and surprise. The proposed model shows strong performance in emotion recognition tasks because it achieves high accuracy rates for detecting happy and surprise emotions and moderate accuracy for other emotions. The quantitative evaluation through precision and recall measurements and F1-score calculations and confusion matrix analysis and ROC-AUC results showed the model's stability with a macro-averaged AUC score of 0.82.

The model shows promising performance but it faces difficulties when identifying fear and neutral emotions because their facial characteristics overlap and their class distribution might be unbalanced. The model successfully detects various emotional patterns yet its performance could improve through data augmentation methods and class balancing techniques and attention mechanism integration. The model shows reliable detection of fundamental emotions which makes it suitable for human-computer interaction and affective computing and mental health monitoring systems that require precise emotion detection.

REFERENCES

- 1 Ekundayo, O.S., and Viriri, S. Facial expression recognition: A review of trends and techniques. *IEEE Access*, 9, 136944–136973 (2021). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3113464>
- 2 Sajjad, M., Ullah, F.U.M., Ullah, M., Christodoulou, G., Cheikh, F.A., Hijji, M., and Rodrigues, J.J. A comprehensive survey on deep facial expression recognition: challenges, applications, and future guidelines. *Alexandria Engineering Journal*, 68, 817–840 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.aej.2023.01.017>
- 3 Zholshiyeva, L., Zhukabayeva, T., Serek, A.G., Duisenbek, R., Berdieva, M., and Shapay, N. Deep learning-based continuous sign language recognition. *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 6 (3), 1106–1118 (2025). <https://doi.org/10.18196/jrc.v6i3.25881>
- 4 Zholshiyeva, L., Zhukabayeva, T., Baumuratova, D., and Serek, A.G. Design of QazSL sign language recognition system for physically impaired individuals. *Journal of Robotics and Control (JRC)*, 6 (1), 191–201 (2025). <https://doi.org/10.18196/jrc.v6i1.23879>
- 5 Serek, A., Amirgaliyev, B., Li, R.Y.M., Zhumadillayeva, A., and Yedilkhan, D. Crowd density estimation using enhanced multi-column convolutional neural network and adaptive collation. *IEEE Access* (2025). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3597393>
- 6 Singh, R., Saurav, S., Kumar, T., Saini, R., Vohra, A., and Singh, S. Facial expression recognition in videos using hybrid CNN & ConvLSTM. *International Journal of Information Technology*, 15 (4), 1819–1830 (2023). <https://doi.org/10.1007/s41870-023-01183-0>
- 7 Pise, A.A., Alqahtani, M.A., Verma, P., K., P., Karras, D.A., S., P., and Halifa, A. Methods for facial expression recognition with applications in challenging situations. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022 (1), 9261438 (2022). <https://doi.org/10.1155/2022/9261438>
- 8 Ge, H., Zhu, Z., Dai, Y., Wang, B., and Wu, X. Facial expression recognition based on deep learning. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 215, 106621 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2022.106621>
- 9 Dishar, H.K., and Muhammed, L.A. A review of the overfitting problem in convolution neural network and remedy approaches. *Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics*, 15 (2), 155 (2023). <https://doi.org/10.29304/jqcm.2023.15.2.1240>
- 10 Bejani, M.M., and Ghatee, M. A systematic review on overfitting control in shallow and deep neural networks. *Artificial Intelligence Review*, 54 (8), 6391–6438 (2021).
- 11 Salehi, A.W., Khan, S., Gupta, G., Alabduallah, B.I., Almjally, A., Alsolai, H., et al. A study of CNN and transfer learning in medical imaging: advantages, challenges, future scope. *Sustainability*, 15 (7), 5930 (2023). <https://doi.org/10.3390/su15075930>
- 12 Gupta, J., Pathak, S., and Kumar, G. Deep learning (CNN) and transfer learning: a review. *Journal of Physics: Conference Series*, 2273 (1), 012029 (2022).
- 13 Nan, F., Jing, W., Tian, F., Zhang, J., Chao, K.M., Hong, Z., and Zheng, Q. Feature super-resolution based facial expression recognition for multi-scale low-resolution images. *Knowledge-Based Systems*, 236, 107678 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2021.107678>
- 14 Lo, L., Ruan, B.K., Shuai, H.H., and Cheng, W.H. Modeling uncertainty for low-resolution facial expression recognition. *IEEE Transactions on Affective Computing*, 15 (1), 198–209 (2023). <https://doi.org/10.1109/TAFEC.2023.3264719>
- 15 Pham, L., Vu, T.H., and Tran, T.A. Facial expression recognition using residual masking network. *Proc. 25th Int. Conf. Pattern Recognition (ICPR)*, 4513–4519 (2021). <https://doi.org/10.1109/ICPR48806.2021.9411919>

16 Roy, A.K., Kathania, H.K., Sharma, A., Dey, A., and Ansari, M.S.A. ResEmoteNet: bridging accuracy and loss reduction in facial emotion recognition. IEEE Signal Processing Letters (2024). <https://doi.org/10.1109/LSP.2024.3521321>

17 Bah, I., and Xue, Y. Facial expression recognition using adapted residual based deep neural network. Intelligence & Robotics, 2 (1), 72–88 (2022). <https://doi.org/10.20517/ir.2021.16>

18 msambare. fer2013 (Facial Expression Recognition 2013 Dataset). Kaggle. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/msambare/fer2013> (accessed: 26.09. 2025).

¹Ахметжан А.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0009-9353-7416,

e-mail: az_akhmetkan@kbtu.kz

^{2*}Муталиев Е.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-1755-8161,

*e-mail: emutaliev11@gmail.com

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті,

Алматы қ., Қазақстан

²SDU University,

Қаскелең қ., Қазақстан

БЕТ МИМИКАЛАРЫН ТАНУҒА АРНАЛҒАН RESIDUAL CNN АРХИТЕКТУРАСЫН ЖЕТІЛДІРУ

Аңдатпа

Бұл зерттеуде эмоцияларды көпкластық жіктеуді жүзеге асыратын терең нейрондық желі жүйесі ұсынылады. Жүйе жеті түрлі эмоциялық күйді анықтайды: ашу (angry), жиіркену (disgust), қорқыныш (fear), қуаныш (happy), бейтарап күй (neutral), мұң (sad) және таңдану (surprise). Зерттеушілер деректер жиынтығын алдын ала өңдеуден өткізгеннен кейін оны оқыту және тестілеу бөліктеріне бөліп, нәтижелерді бағалау үшін дәлдік (precision), толықтық (recall), F1-нәтижесі, қателер матрицасы (confusion matrix) және ROC-AUC қисықтарын қолданды. Қателер матрицасының нәтижелері бойынша модель ең жоғары дәлдікті «қуаныш» эмоциясын тануда көрсетті (89%). Одан кейін «таңдану» (68%) және «жиіркену» (49%) эмоциялары орналасқан. Жалпы алғанда, модель эмоциялардың басым бөлігі бойынша жақсы және өте жақсы нәтижелер көрсетті. Алайда «қорқыныш» және «бейтарап күй» эмоцияларын тануда белгілі бір қиындықтар байқалды, себебі олардың белгілері бір-бірімен ұқсас немесе деректердегі сыныптардың таралуы теңгерімсіз болады. Зерттеушілер әрбір сынып үшін қабылдағыштың операциялық сипаттамаларының (ROC) қисықтарын және қисық астындағы ауданды (AUC) есептеді. Модель ең жоғары AUC нәтижелерін «қуаныш» (0,92) және «таңдану» (0,90) эмоциялары үшін көрсетті, одан кейін «жиіркену» (0,84) эмоциясы орналасқан. Ең төменгі AUC көрсеткіші – 0,71 «қорқыныш» санаты үшін тіркелді, бұл эмоцияның айқын белгілерінің әлсіздігімен түсіндіріледі. Барлық сыныптарды бірге бағалағанда модель макроорташа AUC көрсеткіші 0,82 нәтижесіне қол жеткізді. Ұсынылған нейрондық желі бет-әлпет мимикасын талдау негізінде эмоцияларды тану міндеттерінде жоғары тиімділікті көрсетті, әсіресе қуаныш және таңдану сияқты айқын эмоцияларды анықтауда нәтижелі болды.

Тірек сөздер: эмоцияларды тану, терең оқыту, қалдықты конволюциялық нейрондық желі, көпсанатты жіктеу, бет әлпетін талдау.

¹**Ахметжан А.,**

магистрант, ORCID ID: 0009-0009-9353-7416,

e-mail: az_akhmetkan@kbtu.kz

^{2*}**Муталиев Е.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0002-1755-8161,

*e-mail: emutaliev11@gmail.com

¹Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы, Казахстан²Университет СДУ, г. Каскелен, Казахстан

РАЗРАБОТКА RESIDUAL CNN-АРХИТЕКТУРЫ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ ЛИЦА

Аннотация

Данное исследование представляет систему глубокой нейронной сети, которая обеспечивает многоклассовую классификацию эмоций в процессе разработки. Система определяет семь эмоциональных состояний: гнев (angry), отвращение (disgust), страх (fear), радость (happy), нейтральное состояние (neutral), грусть (sad) и удивление (surprise). Исследователи разделили свой набор данных на обучающую и тестовую части после предварительной обработки и использовали точность (precision), полноту (recall), F1-меру, матрицу ошибок (confusion matrix) и кривые ROC-AUC для оценки результатов. Согласно матрице ошибок, модель достигает наибольшей точности при распознавании радости (89%), далее следуют удивление (68%) и отвращение (49%). Модель показала хорошие и отличные результаты по большинству эмоций, однако испытывает трудности с эмоциями «страх» и «нейтральное состояние», поскольку их признаки пересекаются или распределение классов несбалансированно. Исследователи вычислили кривые операционных характеристик приемника (ROC) и площади под кривой (AUC) для каждого класса. Модель показала лучшие AUC-результаты для радости (0,92) и удивления (0,90), далее для отвращения (0,84). Наименьший AUC-показатель – 0,71 был зафиксирован для категории «страх» из-за слабой различимости этой эмоции. При оценке всех классов вместе модель достигла макроусредненного AUC-показателя 0,82. Предложенная нейронная сеть демонстрирует высокую эффективность в задачах распознавания эмоций благодаря своей способности выявлять интенсивные эмоции, такие как радость и удивление.

Ключевые слова: распознавание эмоций, глубокое обучение, остаточная сверточная нейронная сеть, многоклассовая классификация, анализ мимики лица.

UDC 004.021
IRSTI 28.23.37

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-173-184>

¹***Serek A.,**

PhD, Associate Professor,

ORCID ID: 0000-0001-7096-6765,

*e-mail: Azamat.Serek@astanait.edu.kz

²**Shoiynbek A.,**

PhD, Professor,

ORCID ID: 0000-0002-9328-8300

e-mail: aisultan.shoiynbek@narxoz.kz

²**Kuanysbay D.,**

PhD, Assistant Professor,

ORCID ID: 0000-0001-5952-8609

e-mail: darkhan.kuanysbay@narxoz.kz

¹Astana IT University, Astana, Kazakhstan

²Narxoz University, Almaty, Kazakhstan

REAL-TIME DETECTION OF FRAUDULENT PHONE CALLS USING MULTI-TURN DIALOGUE ANALYSIS

Abstract

The expansion of telecommunication services has been met with a rise in the cases of the fraudulent phone calls posing a big threat to individuals and organizations. Conventional techniques of detecting are usually based on offline analysis of full conversations, which restricts their promptness of intervention. In this paper, the author proposes a real-time, turn-taking, fraud detecting system, which is based on pre-trained contextual embeddings in combination with a bi-directional Long Short-Term Memory network in order to model semantic content and temporal dynamics of multi-turn conversations. To detect fraudulent calls, the system progressively changes the probability of a call being a fraud after every conversational turn to allow it to detect a fraud. When tested with a synthetic multi-turn dialogue dataset, it is shown that the proposed BiLSTM using BERT embeddings has a test accuracy of 93.75% and an F1 score of 93.55, which is higher than the current machine learning and convolutional baselines. The system can note most of the scams during the initial few turns of a call, which offers fast risk evaluation. These findings suggest the usefulness of context-based, progressing modeling to detect fraud in real time and its possibility of practical application.

Keywords: real-time fraud detection, phone scams, multi-turn dialogue, BiLSTM, contextual embeddings, sequential modeling, early intervention, telecommunication security, turn-level prediction, streaming analysis

Received: February 27, 2026; accepted: March 11, 2026

Introduction

The high growth rate of telecommunication services has been coupled with a significant increase in fraud cases of such phone calls that are a big threat to individuals, financial institutions and even organizations around the globe [1]. Social engineering is largely used against targeted victims by scam calls to manipulate them in real time resulting to loss of money, privacy, and loss of trust in communication systems [2]. Conventional methods of identifying scam calls are mainly based on post hoc or offline detection of entire conversation which goes a long way to curb the ability to avert any harm while a call is in progress [3]. Therefore, real-time and early detection has become one of the important issues of efficient fraud reduction.

The recent developments in natural language processing (NLP) and deep learning have allowed analyzing conversational data on further and further levels of semantic and contextual depth [4–6]. Specifically, the analysis of multi-turn dialogue in real time has demonstrated potential in fraudulent behavior detection by predicting dynamics that occur sequentially in a conversation and not considering calls as historical text documents [7]. The approaches based on large language models (LLM) use a turn-by-turn analysis with the representation of the conversation history, generating real-time estimates of the likelihood to commit fraud and, in certain instances, uncertainty-aware predictions to minimize the false alarms [8]. Despite high-performance of these systems, there are limitations associated with the systems in terms of recall, bias in datasets, hallucinations as well as weak resistance to novel scam strategies [9].

Other investigations have also integrated retrieval-augmented generation (RAG) processes alongside real-time transcription to detect impersonation attempts and policy breaches and report exceptionally high accuracy on synthetic call data [9]. Nonetheless, the use of artificially created dialogs makes one be concerned about the generalization on the real-life conversations, which are usually more linguistically diverse, emotionally driven, and adversarial [10]. The roles and dialogue structure models have also contributed to the development of this field by explicitly modeling the interactions between fraudsters and victims and also the hierarchical structure of conversations [11]. Hierarchical and multimodal systems combining verbal and acoustic information have shown significant improvements over baseline systems, and conversation prediction systems based on pre-trained transformers have been shown to be effective at identifying abnormal dialogue patterns related to fishing attacks [12]. Regardless of these developments, most of these methods make the assumption of complete conversation or fail to critique performance in terms of strict real time conditions [13–15].

In the current body of literature, a number of issues are yet to be solved. To start with, timeliness and accuracy are inherently in conflict: to avoid losses, early warning is necessary, but too frequent false positives may undermine user experience and trust [16]. Second, the extrapolation to unobserved types of scams, languages, and speaking characteristic is low, especially when the model was trained on artificial or domain-specific data [17]. Third, real-time deployment presents workload and practical limitations on latency, computational efficiency, privacy and other related ethical issues, which are frequently under-discussed in offline assessment environments [18].

Such constraints provide an understanding of a knowledge gap. Although previous research has shown high performance in offline or near real-time systems, there are scarce robust, incremental, streaming-capable systems that can receive multi-turn conversations in real time, refresh predictions after each turn of conversation, and recall high with low response times [19]. More specifically, not many studies methodically compare sequential embedding-based neural architectures with conventional machine learning and convolutional baseline in real-world streaming conditions, and early detection is understudied.

To bridge this gap, this paper suggests a real-time system of the detection of the fraudulent phone calls using incremental multi-turn dialogue analysis. The offered solution builds on the pre-trained language embeddings and recurrent neural networks to encode the semantic content and time dependencies in conversations. Processing of incoming dialogue turns is done sequentially and the likelihood of a call being a fraud is updated at the end of every turn and this can early detect malicious exchanges. The main research aims are to create a deep learning system to support streaming dialogue processing, to compare its performance with the performance of traditional machine learning and convolutional baselines and to prove its feasibility in practice in the field of telecommunications.

The scientific novelty of the work is the paradigm of turn-level prediction, which is an incremental approach to prediction as opposed to traditional offline classification techniques because it allows the risk of conversation to be evaluated in real-time. The proposed framework combines the contextual embeddings and models sequencing, thereby advancing the methodological ground of conversational fraud detection. Appliedly, the solution can be used to strengthen the telecommunication provider, financial institution and call center capabilities in relation to fraud prevention, as well as provide timely interventions that minimize harm yet remain scalable and operationally viable.

Materials and methods

The experiments are carried out with the help of Multi-Turn Scam and Non-Scam Phone Dialogue Dataset, which is represented as two different files that relate to the training and test parts [20]. The dialogues of each phone call are stored in the associated files, labeled with fraud and scam tags, and allowing the supervised learning and objective assessment under the controlled conditions. The dataset is separated into two subsets which are mutually exclusive as represented in Table 1:

Table 1 – Divisions of dataset

Split	Dialogues	Scam	Non-scam
Training	1280	640	640
Test	320	160	160
Total	1600	800	800

The dataset is perfectly balanced between scam and non-scam calls in both splits. This design choice eliminates class imbalance effects and ensures that performance gains are attributable to the model's ability to capture fraudulent conversational patterns rather than to prior class bias. Each dataset entry consists of three columns as shown in Table 2:

Table 2 – Columns of dataset

Column	Description
dialogue	Full phone conversation with speaker prefixes (caller: / receiver:)
type	Scam category (e.g., ssn)
label	Binary fraud label (1 = scam, 0 = non-scam)

Each dataset entry consists of a full phone conversation stored as a single text field, with explicit speaker prefixes (caller: and receiver:). These prefixes allow deterministic reconstruction of dialogue turns, which is essential for incremental and streaming-based analysis. Turn-level statistics are summarized in Table 3.

Table 3 – Dialogue Turn Statics

Statistic	Training	Test
Average turns per dialogue	13.65	13.79
Minimum turns	6	6
Maximum turns	28	28

A sample conversation includes several alternating turns, including impersonation of a government official, framing of urgency, and coercive words -characteristics of scamming in the real world. Even though the explicit speaker markers are stored as a single text sequence, turn boundaries can be easily reconstructed and therefore, the dataset can be analyzed into turns and streams. The test sets and the training sets are strictly isolated and this means that the evaluation of the sets will be unbiased and there will be no leakage of information. Speaker markers are used to divide each discourse into a linear flow of turns. A dialogue is written as a formal representation:

$$D = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}$$

where t_i each turn corresponds to a single utterance produced by either the caller or the receiver. The turn order preserves the natural conversational flow, which is essential for modeling escalation patterns typical of scam behavior.

Each turn is tokenized and padded to a maximum length of 64 tokens. This choice is empirically justified by the dataset, as the majority of utterances are short, conversational sentences. Limiting turn length ensures computational efficiency and low latency, both of which are critical for real-time deployment.

Each turn t_i is mapped to a dense semantic vector using a pre-trained transformer-based language model. Let $f_{emb}(\cdot)$ denote the embedding function. The turn-level representation is computed as

$$x_i = f_{emb}(t_i) \in R^{768}$$

where the embedding of the special classification token is to be used to represent the whole utterance. Such embedding captures semantic indicators, like claims of authority (“Social Security Administration”), urgency (“we need to take action now”) and threats (“we will suspend your benefits”) that are highly indicative of a fraudulent intent. This is enabled by the fact that using a lightweight transformer model can be used to guarantee fast inference without compromising on the quality of contextual understanding, which is applicable in streaming contexts.

The turn-level embeddings sequence is also run through a bidirectional Long Short-Term Memory (Bi-LSTM) network to capture turn-level temporal dependencies. The forward LSTM is a model that predicts the progression of the conversation as the information in the past turns is fed into it, and the backward LSTM is a model that reveals dependencies as the turns go by through offline test use. The hidden states of the two directions are added together to give a combined representation of every turn of a dialogue. The architecture described in figure 1 shows a means of capturing the temporal dependencies in a dialogue sequence. The model uses a bi-directional Long Short-Term Memory (Bi-LSTM) network to process the series of turn-level embeddings to provide a detailed context. In this architecture, the forward LSTM layer is used to model chronological change of the conversation by incorporating the information of the past turns and the backward LSTM layer at the same time models the relationships with the future turns, which is especially beneficial in the case of offline evaluation.

The Bi-LSTM is a single recurrent layer having 128 hidden units. This setup gives enough modeling capacity to observe salient conversational patterns that are seen in the data, including repeated requests of sensitive information, progressive transition between persuasion and intimidation, and explicit opposition by the receiver. The single layer would minimize the complexity of the computation and provide effective inference to make it useful in a real-time implementation. Even though bidirectional processing is applied in the case of offline experiments to maximize the use of contextual information, real-time operation uses the forward LSTM state only to maintain causality and avoid using future information.

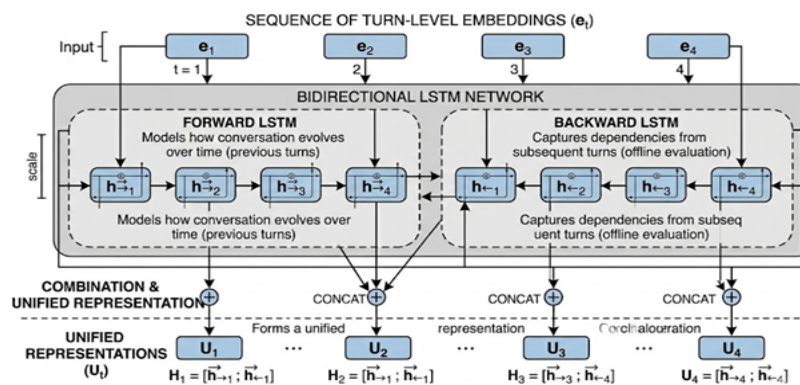


Figure 1 – Bi-LSTM architecture for capturing temporal dependencies across conversational turns

Given every turn of a dialogue observed, the resultant hidden representation generated by the Bi-LSTM is sent into a fully connected classification layer using sigmoid activation. This layer produces a probability number ranging between zero and one which is the probability that the call being made is a fraud after the next turn.

With this design, ongoing risk assessment can be continued and hence the system is able to update their confidence gradually as the conversation proceeds. As soon as the expected probability surpasses a predefined threshold, which will be 0.5 in this research, an alert may be sent. This means that the system is not required to wait till the entire conversation is over before it could detect suspicious behavior hence being able to intervene early. This is a binary classification model that is trained with an objective that sanctions mistakes in predictions according to their likelihood. The labels of the dialogue level are transferred to each turn of every conversation, which motivates the model to identify the fraudulent intent as early as possible, furthermore, before explicit threats or coercive language is revealed. Adam optimizer is used to perform training at a small learning rate to maintain stable convergence when using pre-trained language embeddings combined with recurrent neural layers. The batch size used is 16 dialogues since it would give the most optimal trade-off between computational performance and real-time processing limits. There are three epochs of training the model as there is enough convergence due to the use of pre-trained embeddings, and it prevents overfitting to artificial dialogue patterns.

The system works step by step processing the dialogues with new turns coming up. A semantic embedding is also computed, the LSTM hidden state is updated and the probability of fraud is recalculated with every incoming utterance. The mechanism of streaming inference enables the system to identify fraudulent calls within few turns, and this is especially crucial in the case of scam, which continues to grow fast, as it happens in case of the dataset examples. The incremental streaming inference mechanism as shown in Figure 2 is utilized by the system when deploying the system to detect fraud in real-time. The system processes the utterances received one at a time as the conversation proceeds through the timeline as opposed to waiting until the entire conversation is complete. Each additional turn will require a semantic embedding to be computed and the input to the LSTM that will update the current hidden state using the context provided by the previous turns. This update causes a recalculation of this probability of fraud which is compared with a preset detection threshold as indicated in the probability escalation graph. The system supports the detection of situations with fast growth of the scam by analyzing the risk on each turn, which allows to initiate a fraud alarm or a mitigation measure after a few contacts, which will avoid the significant consequences of the victim considerably.

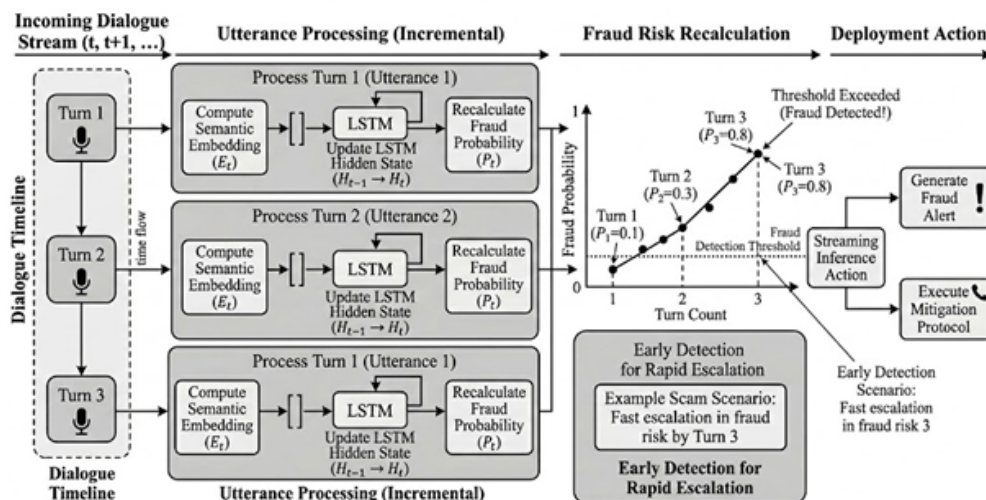


Figure 2 – Incremental streaming inference mechanism for rapid fraud escalation detection

Although the dataset is synthetic, it is well suited for real-time fraud detection research. Collecting real scam call data with detailed turn-level annotations is extremely challenging due to privacy regulations, ethical concerns, and restricted access to sensitive conversations. The synthetic dataset is explicitly designed to reflect realistic scam strategies, including impersonation of trusted authorities, urgency induction, coercion, and repeated attempts to extract sensitive information. These behaviors are clearly observable across multiple turns in the sample dialogues. Moreover, the use of explicit speaker annotations and clean turn segmentation enables precise modeling of conversational dynamics, which is essential for evaluating incremental and streaming detection systems. The synthetic nature of the dataset also allows controlled experimentation, balanced class distributions, and reproducible evaluation. Consequently, the dataset provides a reliable and realistic testbed for developing and benchmarking real-time multi-turn phone call fraud detection models.

Results and discussion

The distribution of predicted scores on the model on scam and non-scram dialogue turns is given in Figure 3. The two classes have a distinct separation that is shown by the histogram, which implies a strong discriminating power and confidence of the model. The non-scram turns predictions are more as well focused on the lower end of the range and most of the scores lie between 0.0 and 0.2. Conversely, scam turns have a high skewness to large values of confidence with most of the predictions falling in the range of 0.8 to 1.0. This level of polarization implies that the model is effective in differentiating between fraudulent behavior and innocent discussions. It is important to note that the two distributions have very little overlap and there are only a few values of the predictions close to decision boundary of 0.5. The fact that the mid-range confidence scores are missing shows that the model does not frequently lead to ambiguous results and it is not based on guesses. Rather, it always arrives at conclusive probabilities, which is especially rewarded in real-time fraud detection systems where the ultimate and prompt decision is a must.

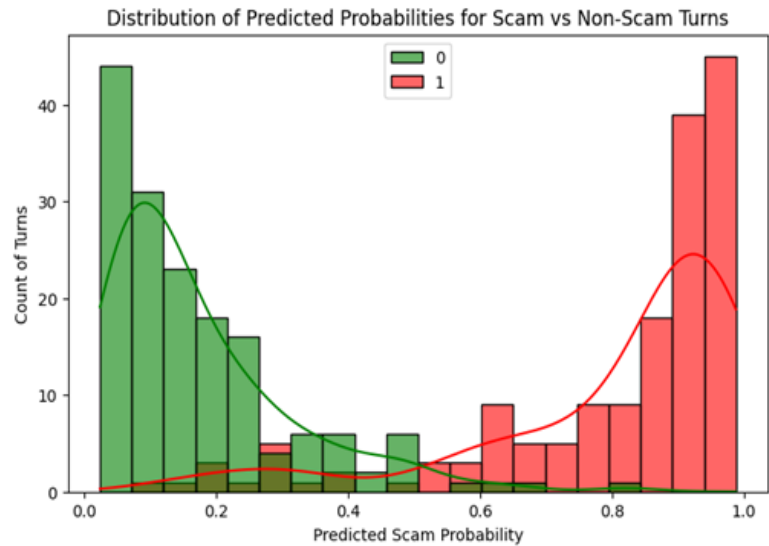


Figure 3 – Predicted probabilities plot

The results of the model on the last turn of each dialogue in the test set are shown in the confusion matrix presented in Figure 4. The matrix gives a closer examination of the classification results and indicates the effectiveness of the model in the differentiation of scam and non-scram calls. The model correctly recognized 145 scam and 155 non-scram dialogues (true positives and true negatives respectively), indicating a good overall accuracy. The miss rate was relatively low with only 15 scam

calls being wrongly marked as false negatives. Notably, the model also yielded only 5 false alarms, meaning that it identified non-scam calls as fraudulent, which is very high level of accuracy. Such a distribution highlights the low number of false alarms with a high detection rate, which is paramount to the success of the model in the real-world telecommunication sector where a high rate of false positives may be a serious compromise in terms of user confidence and usage.

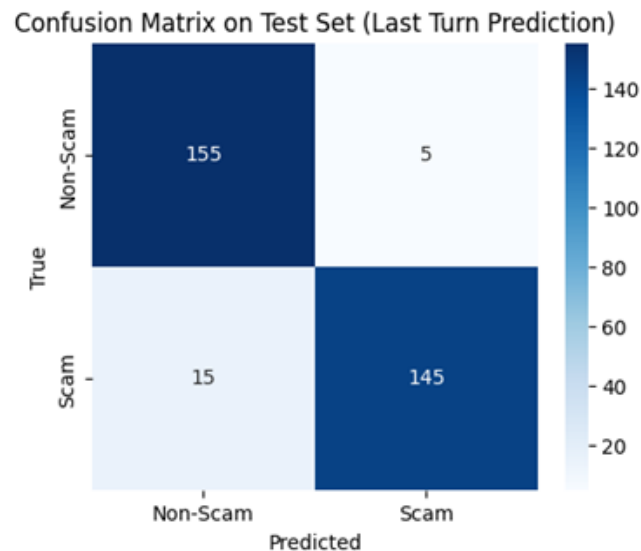


Figure 4 – Confusion matrix

The speed of the model to detect scam dialogues was shown in Figure 5. The sharpness of Turns 12 spike shows that in most instances, i.e. about 145 dialogues, the model reaches the threshold of 0.5 very quickly showing that it is quick to detect. On the contrary, there are few scams, approximately 15 dialogues, which are only detected in the last turn (Turn 10). This high false alarm is associated with the 15 False Negatives in the confusion matrix, which shows the instances where the model is unable to detect the scam until the last.

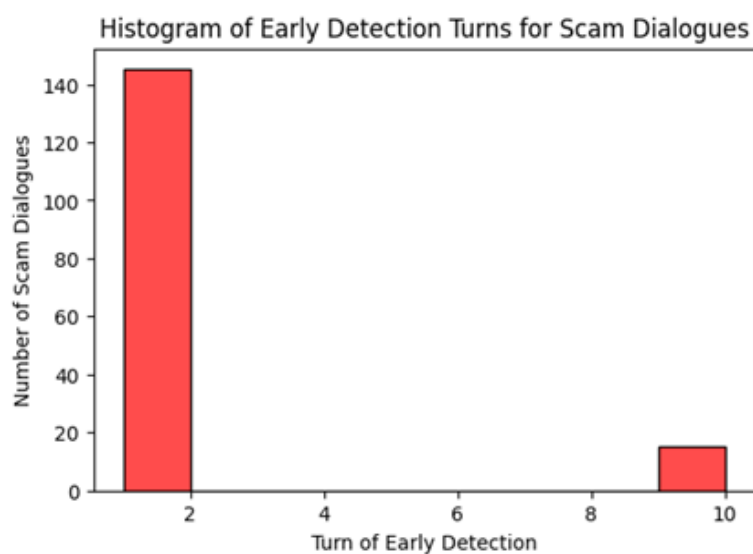


Figure 5 – Histogram of early detection turns

Table 4 focuses on comparing the scam dialogue detection task on four different models. The first baseline model, TF-IDF with Logistic Regression, has a training accuracy of 87.0% and a test accuracy of 85.0% and a corresponding F1 of 86.0% and 84.0%, respectively, and represents fairly good performance. When transitioning to deep learning techniques, the CNN model gains higher accuracy and F1 score (91.0% training accuracy and 88.0% test accuracy), as well as higher F1 scores of 90.0% and 87.0% respectively. BiLSTM model also improves performance to 94.0% training accuracy, 92.0% test accuracy with F1 scores of 93.0% and 91.0%. Lastly, our BiLSTM + BERT has the highest scores in all metrics, with a training accuracy of 94.53, test accuracy of 93.75 and F1 of 94.29 (training and testing respectively). This shows that the incorporation of BERT-based contextual embeddings and a sequential BiLSTM model can be used to achieve the best representation to identify scam conversations.

Table 4 – Comparison of results

Model	Train accuracy	Test accuracy	Train F1	Test F1
TF-IDF + LR	0.87	0.85	0.86	0.84
CNN	0.91	0.88	0.90	0.87
BiLSTM	0.94	0.92	0.93	0.91
Our BiLSTM + BERT	0.94	0.93	0.94	0.93

Findings of this paper indicate that contextual embedding and sequential neural architecture based incremental multi-turn dialogue analysis is very effective in real-time scam call detection. BiLSTM with BERT embeddings showed the best result on all of the measures considered, as test accuracy was 93.75% and F1 were 93.55%. The forecast distributions of the probable distribution seem to be sharply distinct between scam and non-scam turn, indicating that the model has the capacity to acquire fraudulent and benign interactions with high degree of certainty. This is further corroborated by the confusion matrix that shows that there are few false positives and false negatives which means that the system does not only detect scams well but also minimizes the false alarms, which is very important in ensuring that people would not decline to use the telecommunication in the real world. Furthermore, according to the analysis of early detection, most of the scams are detected during the initial few turns of a conversation, which shows the possibility of intervention and prevention of financial or privacy damage in a timely manner [1, 2].

The advantages of the suggested approach are mostly in its capability to process the conversation on an incremental basis and refresh the risk assessment on a turn-by-turn basis. The system can learn the semantic meaning and temporal relationships of a conversation by using pre-trained contextual embeddings and sequencing the model using BiLSTM networks, an element that is crucial in identifying the escalation patterns that characterize the typical social engineering scam. Also, it can be extended to include turn-level predictions in order to operate the system in streaming conditions, which is appropriate to practical implementation to telecommunication networks or call centers. High basis of discriminative operation and early detection of the model highlight its applicability in operational conditions where timely and accurate decisions are important [3, 4].

Along with these strengths, there are a number of limitations that can be identified. The fact that a synthetic dataset is required to allow controlled experimentation and reproducibility is not expected to represent the diversity of language, emotional subtleties, and counter-argumentative strategies present in real scam calls. As a result, performance of the models may be worse when used with natural dialogues with more elaborate patterns of speech, code-mixing, or domain-specific differences. Furthermore, whereas the BiLSTM using BERT has good performance, the computational complexity of transformer embeddings and sequential processing can be a challenge to implement in a resource-constrained setting or other contexts, where very low latency is required.

The existing mechanism is also based on preset probability threshold of alerts that might require dynamic adjustment in the heterogeneous operational environment to strike a balance between precision and recall [5, 6].

Extrapolating the given approach to the current work, it can be observed that it is distinctly better than traditional machine learning tools like TF-IDF with logistic regression and convolutional models. Although CNNs performed better, depicting local patterns, sequential and contextual representation of BiLSTM with BERT embeddings can better recognize multi-turn frauds. In contrast to some other systems previously, which expect to access the entire conversation or do it offline, the incremental, streaming-based architecture allows it to be detected early without having to wait until the end of the conversation, overcoming a major weakness many have noted in literature. Furthermore, the fact that temporal dependencies are explicitly modeled helps distinguish the given approach, provided compared to purely embedding-based or retrieval-augmented ones that can ignore the sequential development of dialogue cues essential in the detection of fishing attacks [7, 8].

Further studies need to be done on the model to validate the model using real-world data to evaluate the generalization and ability to work across diverse linguistic, cultural, and emotional contexts. Additional features like prosodic or voice emphasis or background noise, represented as multimodal data, can also increase detection accuracy and robustness to adversarial attacks. Also, studies on adaptive thresholding, predictions using uncertainty, and lightweight transformer models might be enhanced to enhance applicability in real time and decrease computation. Studying transfer learning in other languages, other areas of calls, and typologies of scams could broaden the scope of the model. Lastly, longitudinal research focusing on the process of implementing such detection systems within the live telecommunication infrastructure would be of great value on the levels of user trust, alerts handling and the actual effectiveness of early intervention mechanisms [9, 10].

In general, the research offers a strong piece of evidence that multi-turn dialogues can be incrementally, contextually, and sequentially modeled to make important contributions to the current state of research in the area of real-time scam detection which can both contribute to improvements in the methodology and be of practical use in telecommunication and financial security contexts [1–10].

Conclusion

This paper introduces a turn-level, real-time fraud detection system of telephone calls, which is based on pre-trained contextual embeddings and a BiLSTM network to ensure that the semantic content and temporal dynamics of multiple turn conversations can be reflected. The suggested framework has good performance, a test accuracy of 93.75% and F1 of 93.55, which is better than the baseline of traditional machine learning and convolutional. Notably, the system is capable of detecting most scams during the initial several turns of the conversation, which will allow intervening and minimizing possible losses (financial and privacy). Although the experimental dataset was synthetic, and thus the controlled experiment and reproducible evaluation were possible, more validation on actual call data should be performed before declaring the robustness in a variety of linguistic, cultural, and emotional contexts. Future studies must examine multimodal features, adaptive thresholding, and lightweight transformer models in order to improve scalability and generalization. Comprehensively, the current research indicates that context-sensitive and incremental dialogue modeling is a viable and powerful framework at detecting scam in real-time and has huge potential of application in telecommunication and financial security systems.

Information on funding. This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP27510301 “Development of technology for recognizing fraudulent actions during a telephone conversation and/or text message exchange in messengers based on artificial intelligence algorithms”).

REFERENCES

- 1 Sergeevna, P.E., Timurovich, G.S., and Gennadievich, B.P. The factor of complex interaction in responding to telephone fraud. *Voprosy Bezopasnosti*, 1, 1–9 (2023). <https://doi.org/10.25136/2409-7543.2023.1.39274>
- 2 Syafitri, W., Shukur, Z., Mokhtar, U.A., Sulaiman, R., and Ibrahim, M.A. Social engineering attacks prevention: A systematic literature review. *IEEE Access*, 10, 39325–39343 (2022). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3162594>
- 3 Anuar, H.A., et al. Phone scam unveiled: Insights from a systematic literature review. *Journal of Financial Crime* (2025). <https://doi.org/10.1108/JFC-03-2025-0078>
- 4 Soudani, H., et al. A survey on recent advances in conversational data generation. *ACM Computing Surveys* (2024). <https://doi.org/10.1145/3795686>
- 5 Kusal, S., Patil, S., Choudrie, J., Kotecha, K., Mishra, S., and Abraham, A. AI-based conversational agents: A scoping review from technologies to future directions. *IEEE Access*, 10, 92337–92356 (2022). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3201144>
- 6 Singh, S., and Beniwal, H. A survey on near-human conversational agents. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*, 34 (10), 8852–8866 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2021.10.013>
- 7 Rim, D., et al. To chat or task: A multi-turn dialogue generation framework for task-oriented dialogue systems. In: *Proceedings of the 63rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Industry Track)*, 576–592 (2025). <https://doi.org/10.18653/v1/2025.acl-industry.41>
- 8 Pattnayak, P., et al. Hybrid AI for responsive multi-turn online conversations with novel dynamic routing and feedback adaptation. In: *Proceedings of the 4th International Workshop on Knowledge-Augmented Methods for Natural Language Processing*, 215–229 (2025). <https://doi.org/10.18653/v1/2025.knowledgenlp-1.20>
- 9 Li, X., et al. Proactive guidance of multi-turn conversation in industrial search. In: *Proceedings of the 63rd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Industry Track)*, 706–717 (2025). <https://doi.org/10.18653/v1/2025.acl-industry.50>
- 10 Pandey, A. Retrieval augmented fraud detection. In: *Proceedings of the 5th ACM International Conference on AI in Finance*, 328–335 (2024). <https://doi.org/10.1145/3677052.3698692>
- 11 Perera, L., et al. AE-RAGX: Combining autoencoders with retrieval-augmented generation for explainable anomaly detection using LLMs. In: *2025 IEEE Latin-American Conference on Communications (LATINCOM)*, 1–6 (2025). <https://doi.org/10.1109/LATINCOM67778.2025.11345384>
- 12 Xu, J. Enhancing financial risk management with retrieval-augmented large language models. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Artificial Intelligence, Internet and Digital Economy (ICAID)*, 138–141 (2025). <https://doi.org/10.1109/ICAID65275.2025.11034536>
- 13 Li, Z. Knowledge-grounded detection of cryptocurrency scams with retrieval-augmented LMs. In: *Proceedings of the 3rd Workshop on Towards Knowledgeable Foundation Models (KnowFM)*, 40–48 (2025). <https://doi.org/10.18653/v1/2025.knowllm-1.4>
- 14 Chang, Y.C. Scam detection with large language models: Multimodal risk analysis of URLs and chat messages (2025). <https://doi.org/10.71781/239>
- 15 Akbar, K.A., et al. Retrieval augmented generation-based large language models for bridging transportation cybersecurity legal knowledge gaps. *Transportation Research Record* (2025). <https://doi.org/10.1177/03611981251372471>
- 16 Malhotra, S., Arora, G., and Bathla, R. Detection and analysis of fraud phone calls using artificial intelligence. In: *Proceedings of the International Conference on Recent Advances in Electrical, Electronics & Digital Healthcare Technologies (REEDCON)*, 592–595 (2023). <https://doi.org/10.1109/REEDCON57544.2023.10150631>
- 17 Cazzolato, M., et al. CallMine: Fraud detection and visualization of million-scale call graphs. In: *Proceedings of the 32nd ACM International Conference on Information and Knowledge Management*, 4509–4515 (2023). <https://doi.org/10.1145/3583780.3614662>
- 18 Wahid, A., et al. NFA: A neural factorization autoencoder based online telephony fraud detection. *Digital Communications and Networks*, 10 (1), 158–167 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.dcan.2023.03.002>

19 Ren, L., et al. Dynamic graph neural network-based fraud detectors against collaborative fraudsters. Knowledge-Based Systems, 278, 110888 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2023.110888>

20 Wu, Y., et al. Fraud-agents detection in online microfinance: A large-scale empirical study. IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing, 20 (2), 1169–1185 (2022). <https://doi.org/10.1109/TDSC.2022.3151132>

^{1*}**Серек А.,**

PhD, қауымдастырылған профессор,
ORCID ID: 0000-0001-7096-6765,
*e-mail: Azamat.Serek@astanait.edu.kz

²**Шойынбек А.,**

PhD, профессор,
ORCID ID: 0000-0002-9328-8300,
e-mail: aisultan.shoiynbek@narxoz.kz

²**Қуанышбай Д.,**

PhD, ассистент-профессор,
ORCID ID: 0000-0001-5952-8609,
e-mail: darkhan.kuanyshbay@narxoz.kz

¹Astana IT университеті, Астана қ., Қазақстан

²Narxoz университеті, Алматы қ., Қазақстан

КОПҚАДАМДЫ ДИАЛОГТЫ ТАЛДАУ НЕГІЗІНДЕ ТЕЛЕФОН АРҚЫЛЫ ЖАСАЛАТЫН АЛАЯҚТЫҚ ҚОҢЫРАУЛАРДЫ НАҚТЫ УАҚЫТ РЕЖИМІНДЕ АНЫҚТАУ

Аңдатпа

Телекоммуникациялық қызметтердің кеңеюі жеке тұлғалар мен ұйымдарға елеулі қауіп төндіретін алаяқтық телефон қоңыраулары санының артуымен қатар жүреді. Анықтаудың дәстүрлі әдістері әдетте толық әңгімелерді офлайн талдауға негізделеді, бұл олардың жедел әрекет ету мүмкіндігін шектейді. Бұл мақалада автор көп айналымды диалогтардың семантикалық мазмұны мен уақыттық динамикасын модельдеу үшін алдын ала үйретілген контекстік ендірімдермен біріктірілген екі бағытты ұзақ қысқа мерзімді жад желісіне (BiLSTM) негізделген нақты уақыттағы, кезең-кезеңімен жүзеге асатын алаяқтықты анықтау жүйесін ұсынады. Алаяқтық қоңырауларды анықтау үшін жүйе әрбір диалог кезеңінен кейін қоңыраудың алаяқтық болу ықтималдығын біртіндеп жаңартып отырады, бұл алаяқтықты ерте анықтауға мүмкіндік береді. Синтетикалық көп айналымды диалогтық деректер жиынтығында жүргізілген сынақ нәтижелері BERT ендірімдерін пайдаланатын ұсынылған BiLSTM моделінің дәлдігі 93,75% және F1 көрсеткіші 93,55% екенін көрсетті, бұл қазіргі машиналық оқыту мен конволюциялық базалық модельдердің нәтижелерінен жоғары. Жүйе алаяқтық қоңыраулардың көпшілігін әңгіменің алғашқы бірнеше кезеңінде анықтай алады, бұл тәуекелді жедел бағалауға мүмкіндік береді. Алынған нәтижелер нақты уақыт режимінде алаяқтықты анықтау үшін контекстке негізделген прогрессивті модельдеудің тиімділігін және оның практикалық тұрғыдан қолдануға жарамдылығын көрсетеді.

Тірек сөздер: нақты уақыт режиміндегі алаяқтықты анықтау, телефон арқылы алаяқтық жасау, көп айналымды диалог, BiLSTM, контекстік енгізулер, тізбекті модельдеу, ерте араласу, телекоммуникациялық қауіпсіздік, кезекті болжау, ағындық талдау

^{1*}**Серек А.,**

PhD, ассоциированный профессор,
ORCID ID: 0000-0001-7096-6765,
*e-mail: Azamat.Serek@astanait.edu.kz

²**Шойынбек А.,**

PhD, профессор,
ORCID ID: 0000-0002-9328-8300,
e-mail: aisultan.shoiynbek@narxoz.kz

²**Куанышбай Д.,**

PhD, ассистент-профессор,
ORCID ID: 0000-0001-5952-8609,
e-mail: darkhan.kuanyshbay@narxoz.kz

¹Astana IT университет, г. Астана, Казахстан

²Narxoz университет, г. Алматы, Казахстан

ОБНАРУЖЕНИЕ МОШЕННИЧЕСКИХ ТЕЛЕФОННЫХ ЗВОНКОВ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОХОДОВОГО АНАЛИЗА ДИАЛОГА

Аннотация

Расширение телекоммуникационных услуг сопровождалось ростом числа мошеннических телефонных звонков, представляющих серьезную угрозу для отдельных лиц и организаций. Традиционные методы обнаружения обычно основаны на офлайн-анализе полных разговоров, что ограничивает оперативность реагирования. В данной работе автор предлагает систему обнаружения мошенничества в реальном времени, основанную на предварительно обученных контекстных встраиваниях в сочетании с двунаправленной сетью долговременной кратковременной памяти (LSTM) для моделирования семантического содержания и временной динамики многоходовых разговоров. Для обнаружения мошеннических звонков система постепенно изменяет вероятность мошенничества после каждого хода разговора, что позволяет обнаружить мошенничество. При тестировании на синтетическом наборе данных многоходовых диалогов показано, что предложенная BiLSTM с использованием встраиваний BERT имеет точность 93,75% и показатель F1 93,55, что выше, чем у существующих базовых моделей машинного обучения и сверточных нейронных сетей. Система способна выявлять большинство мошеннических схем на начальных этапах звонка, что обеспечивает быструю оценку риска. Эти результаты свидетельствуют о полезности контекстно ориентированного, последовательного моделирования для обнаружения мошенничества в режиме реального времени и о возможности его практического применения.

Ключевые слова: обнаружение мошенничества в реальном времени, телефонные аферы, многоходовый диалог, BiLSTM, контекстные вложения, последовательное моделирование, раннее вмешательство, телекоммуникационная безопасность, прогнозирование уровня хода диалога, потоковый анализ.

UDC 004.75
SRSTI 50.47.31

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-185-196>

^{1*}**Kumalakov B.,**

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0003-1476-9542,

*e-mail: bolatzhan.kumalakov@astanait.edu.kz

¹**Tsoy D.,**

Junior Researcher, ORCID ID: 0009-0001-2711-5233,

e-mail: tsoy.daniil.an@gmail.com

¹Astana IT University, г. Астана, Қазақстан

DEVELOPMENT OF AN AGENT BEHAVIOR FOR AD-HOC GRID COMPUTING

Abstract

This study addresses the problem of inefficient task scheduling and limited fault tolerance in ad-hoc grid computing environments, where traditional systems rely on centralized control and stable infrastructure. To overcome this, a decentralized agent behavior was developed using the Java Agent DEvelopment Framework, enabling autonomous task redistribution among heterogeneous Worker agents. The proposed Scheduler–Worker architecture allows dynamic coordination and failure recovery without centralized orchestration. Experiments on five devices show that increasing the number of agents from one to three reduces total execution time by 1.98–3.25, while the best performance is achieved with four agents, providing a 2.99 speedup for 100 tasks. However, using six agents on fewer devices reduces efficiency to 2.34 due to resource contention and communication overhead. The study is limited by a single network topology and a small-scale testbed. Nevertheless, the results demonstrate the practical potential of agent-based decentralized scheduling for resilient distributed machine learning systems.

Keywords: multi-agent system, ad-hoc grid computing, JADE, distributed computing, fault tolerance, task scheduling, agent consensus.

Received: January 12, 2026; revised: March 3, 2026; accepted: March 12, 2026

Introduction

Distributed system is a collection of autonomous computers that appear to users as a single, coherent system. Such systems enable resource sharing, fault tolerance, and scalability by coordinating multiple networked nodes. Classical literature distinguishes several major categories of distributed systems, including distributed computing systems, distributed information systems, and distributed pervasive systems [1, 2]. Distributed computing systems emphasize coordinated execution of computational tasks across multiple machines; distributed information systems focus on consistency, availability, and reliability of shared data; and distributed pervasive systems address mobility, context awareness, and dynamic participation of devices that may frequently join or leave the system.

At the same time, the increasing heterogeneity of hardware resources - from laptops and desktops to cloud and edge devices – poses challenges for traditional, centrally orchestrated frameworks. Many established platforms assume relatively stable cluster configurations and rely on centralized schedulers, which may be less effective in dynamic environments where nodes frequently join and leave or where resource availability changes over time. Empirical studies of large-scale frameworks such as Hadoop and Spark show that, while they are highly effective for certain workloads, their default scheduling strategies often struggle in heterogeneous or rapidly changing environments, and many proposed improvements remain largely analytical rather than experimentally validated [6, 7].

Multi-agent systems (MAS) offer an alternative paradigm for building distributed applications under such conditions. An agent is a software entity situated in an environment, capable of autonomous action to meet its design objectives and able to interact with other agents. Agents are commonly characterized by autonomy, social ability, reactivity, and proactiveness [3]. In the Belief-Desire-Intention (BDI) model, an agent's internal state is structured into beliefs about the environment, desires representing objectives, and intentions corresponding to committed plans, which together guide behavior and decision-making [4]. A multi-agent system consists of multiple interacting agents that collectively solve problems that are difficult or inefficient for a single agent to handle, using mechanisms such as coordination, negotiation, and cooperation [3].

The system developed in this work builds on these MAS concepts and positions itself at the intersection of distributed computing systems and distributed pervasive systems. It is a JADE-based MAS deployed over a wireless local area network (WLAN), where multiple heterogeneous nodes cooperate to execute machine-learning (ML) workloads. Agents can dynamically join or leave the environment, reflecting characteristics of pervasive systems, while still supporting distributed computation across devices with differing central processing units (CPU), graphics processing unit (GPU), random-access memory (RAM), and operating system configurations. The architecture follows a Scheduler–Worker model implemented using the JADE framework, which provides agent communication, lifecycle management, and service discovery via a Yellow Pages mechanism [5]. Python-based ML executables, specifically XGBoost, Random Forest, and CatBoost, are dispatched through Spring Boot services to different devices for training.

This design contrasts with established distributed platforms and orchestration systems. Apache Hadoop and Spark provide scalable batch, iterative, and streaming computation models, but they rely on centralized resource management and relatively stable cluster assumptions [6, 7]. Apache Kafka focuses on high-throughput, fault-tolerant data streaming rather than computation itself [8]. Distributed file systems such as Ceph, EOS, GlusterFS, and Lustre demonstrate that storage-layer design significantly affects performance under different I/O patterns, which in turn influences higher-level distributed applications [9]. Load-balancing technologies like Nginx show that algorithmic improvements at the traffic-distribution layer can substantially reduce response time and failure rates [10]. Container orchestration frameworks, including Docker Swarm and Kubernetes, introduce powerful abstractions for deployment, scaling, and fault tolerance, but they still rely on centralized control planes and assume comparatively predictable infrastructure [11, 12].

In contrast, MAS-based approaches decentralize decision-making and embed autonomy directly into the components of the system. Prior research has explored MAS for load balancing and resource management in both simulated and real environments. Ajitha [14] demonstrates improved response time and utilization over traditional scheduling algorithms using a MAS-based approach, although the evaluation is limited to simulation. Reinforcement-learning-based MAS frameworks for wireless networks and cloud–edge environments show promising results in controlled settings but often depend on stable models, extensive training, and simulation-based evaluation [15, 16]. Hybrid approaches combining classical algorithms with MAS techniques, such as LC-MAS for web servers, indicate improved performance under high load but are typically evaluated in limited, local environments [17]. Surveys of MAS in domains such as smart grids further confirm their suitability for managing complex, distributed infrastructures, while also highlighting a lack of large-scale empirical validation on heterogeneous, failure-prone hardware [18].

Distributed machine learning represents a particularly demanding application domain for such systems. Existing work on distributed ML emphasizes techniques such as distributed and local stochastic gradient descent, model parallelism, and tensor parallelism to accelerate training of large models [19]. Across these approaches, communication overhead, data movement, and scheduling efficiency are repeatedly identified as key bottlenecks. Broader analyses of emerging trends in parallel and distributed systems point toward cloud-native, edge-oriented, and AI-driven resource management solutions that can dynamically adapt to changing workloads and resource availability [20].

Within this broader context, the JADE-based MAS developed in this study serves as a small-scale, experimentally grounded platform for investigating decentralized scheduling and coordination of ML workloads. Unlike many prior studies that rely primarily on simulation, the system is deployed and evaluated on five real, heterogeneous devices connected via WLAN. This setting exposes practical issues such as communication delays, intermittent failures, agent churn, and resource contention especially when multiple agents are deployed on the same physical machine.

This study focuses on empirically evaluating how the number and placement of agents affect performance in this environment. Specifically, the following research questions are addressed: Does adding more agents always reduce training time for ML workloads? How does running multiple agents on the same physical device affect system performance and reliability?

To answer these questions, a series of experiments were conducted in which the number of Worker agents varied from one to six, and tasks consisting of training multiple instances of XGBoost, Random Forest, and CatBoost models on synthetic classification datasets were executed. Total execution time and average training time per model are measured. The results show that increasing the number of agents significantly reduces training time for small and medium workloads, but that performance gains saturate and may degrade when too many agents share the same physical resources. In particular, configurations with multiple Worker agents on the same machine experience higher communication overhead, increased error rates, and more frequent task reassignment, offsetting the benefits of additional parallelism. These findings highlight the existence of an optimal degree of parallelism and motivate MAS-based scheduling mechanisms that explicitly account for both computational and communication bottlenecks.

Table 1 – MAS and existing solutions comparison table

Platform	Dynamic participation	Autonomous agents	Heterogeneous devices	Central scheduler	ML execution	Reassign work on failure node	Cloud-scale
Proposed MAS	+	+	+	–	+	+	+
Hadoop	–	–	+	+	–	–	+
Spark	–	–	+	+	+	–	+
Kafka	+	–	+	+	–	–	+
Docker Swarm	+	–	+	+	–	–	+
Kubernetes	+	–	+	+	–	–	+

Materials and methods

System Architecture

The proposed system is implemented as a multi-agent system (MAS) using the JADE (Java Agent DEvelopment Framework) platform. The architecture follows a Scheduler–Worker model deployed over a wireless local area network (WLAN), according to the architecture scheme illustrated on Figure 1. One node hosts a Scheduler agent responsible for task coordination, while the remaining nodes host Worker agents that execute machine-learning (ML) training tasks.

Each physical device runs a JADE container and registers its agents using JADE’s Yellow Pages (Directory Facilitator) service. This mechanism enables dynamic discovery of active Worker agents and supports agents joining or leaving the system at runtime. Communication between agents is performed using JADE’s asynchronous message-passing model.

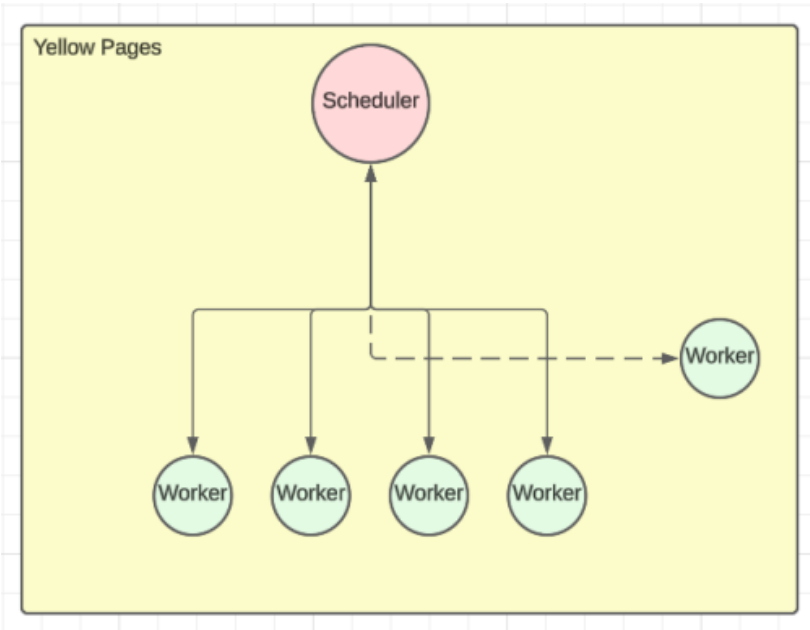


Figure 1 – Agent network architecture

Hardware and Software Environment

Experiments were conducted on five heterogeneous devices, including four laptops and one desktop computer, differing in CPU architecture, GPU availability, memory size, and operating systems. The configurations of all machines are listed in Table 2.

Table 2 – Hardware and software configurations of the experimental testbed

Device	Type	CPU	RAM	GPU	OS
1	Laptop	Intel Core i5-11400H	16 GB	NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop GPU (6 GB VRAM)	Windows 11
2	Laptop	Intel Core i7-12700H	16 GB	NVIDIA GeForce RTX 3050 Ti Laptop GPU (8 GB VRAM)	Windows 11
3	Laptop	Intel Core i7-13650HX	24 GB	NVIDIA GeForce RTX 4050 Laptop GPU (6 GB VRAM)	Windows 10
4	Laptop	Intel Core i5-13420H	16 GB	Intel Raptor Lake-P integrated graphics	Linux Arch
5	Desktop	AMD Ryzen 5 5600	16 GB	NVIDIA GeForce RTX 3060 (12 GB VRAM)	Windows 11

All devices were connected via WLAN and acted as independent agent hosts. The system core is implemented in Java 24.0.1. JADE is used to implement agent lifecycle management, communication, and service discovery. Spring Boot is employed to transfer executable ML training files between agents. Machine-learning models are developed in Python 3.13.5 using scikit-learn, CatBoost, XGBoost, and supporting libraries. ML models are packaged as executable files and executed locally by Worker agents on each device.

Agent Workflow

The experimental workflow is summarized in Figure 2.

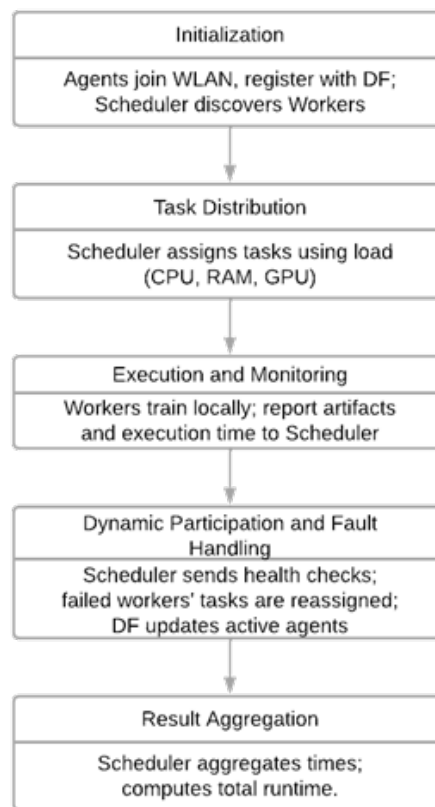


Figure 2 – Experimental workflow stages of the proposed Scheduler–Worker system

Agent behavior definition

Task execution in the proposed system follows a leader-driven, resource-aware assignment behavior combined with heartbeat-based failure detection. The multi-agent environment contains one coordinating agent and a dynamically changing set of execution agents registered in the directory service. Communication is asynchronous and message delivery may be delayed; therefore, agents can become temporarily unreachable or permanently fail without explicit notification. Each computational job is modeled as a training task associated with an executable machine-learning model.

The coordinating agent maintains three conceptual structures: a queue of unassigned tasks, a record of which execution agent currently holds a task, and a record of the last time a response was received from each execution agent. Instead, the existence of an assignment record is interpreted as the execution agent being busy, while the absence of such a record means that the agent is free.

At periodic scheduling intervals, the coordinating agent discovers currently active execution agents through the directory service and sends a workload query to those that are not presently executing a task. Each execution agent replies with a numerical workload value (1) representing its current resource utilization. This value is computed from processor load, memory usage, and graphics-processor activity observed during the current measurement period and can be formally described as

$$L = f(CPU, RAM, GPU) \quad (1)$$

where L is the scalar workload (load) estimate; CPU , RAM , and GPU denote the measured utilization of the central processing unit, random-access memory, and graphics processing unit, respectively, during the current measurement interval; and $f(\cdot)$ is an aggregation function that combines these utilization measurements into a single load value. Lower L values correspond to higher availability.

Whenever a workload response is received and there are pending tasks, the coordinating agent assigns the next task from the queue to that execution agent. The assignment is recorded internally, and the time of the response is stored as the latest liveness indicator. Conceptually, this behavior corresponds to selecting an execution agent from the set of free agents according to equation (2)

$$w^* = \arg \min_{w \in F} L(w) \quad (2)$$

where w denotes an execution agent; w^* is the selected agent; F is the set of agents that are currently idle (not executing a task); and $L(w)$ is the workload estimate reported by agent w . In the implementation, assignments occur immediately upon receiving availability responses, producing an online greedy approximation of this selection rule..

After receiving a task, the execution agent downloads the executable, performs local model training, and upon completion returns a message containing the execution duration and model identity. Receipt of this completion message releases the agent, allowing it to receive further tasks.

While a task is assigned, the coordinating agent periodically sends liveness requests. For each executing agent, the time elapsed since the last received message is compared to a fixed timeout threshold. An agent is considered unresponsive if the condition in equation (3) holds,

$$t_{now} - t_{last} > \Theta \quad (3)$$

where t_{now} is the current time at the coordinating agent, t_{last} is the timestamp of the most recent message received from the execution agent (workload response, heartbeat, or completion message), and Θ is the timeout threshold. In that case, the corresponding task is returned to the pending queue and the assignment record is removed. The task can then be reassigned to another available execution agent.

This behavior provides automatic recovery from failures and network interruptions. Since tasks are returned to the pending queue when an agent becomes unreachable, each task will eventually be executed provided that at least one execution agent remains available. If a previously unreachable agent later resumes after its task has been reassigned and subsequently reports completion, duplicate execution may occur. Therefore, the system offers at-least-once execution semantics rather than strict exact-once guarantees, emphasizing robustness and forward progress in unstable heterogeneous environments.

Experimental design

The experiments were designed to evaluate the impact of agent quantity and agent placement on overall ML training performance.

Three ML models, XGBoost, Random Forest, and CatBoost, were used as workloads. All models were trained on synthetic classification datasets generated using the `make_classification` function from `scikit-learn`, with fixed dataset sizes and hyperparameters to ensure experimental consistency.

Five workload sizes were evaluated: 3, 10, 20, 50, and 100 training tasks. For each workload size, experiments were run with a single Worker agent and with three Worker agents distributed across different devices. For the largest workload (100 tasks), two additional configurations were tested: four Worker agents with one agent per device, and six Worker agents with two agents running on each of three devices. For every configuration, the total execution time and the average training time per model were recorded.

Experimental Evaluation Metrics

System performance was evaluated using three metrics: total workload completion time, relative speedup compared to single-agent execution, and average training time per model. These metrics were used to assess scalability, parallelization efficiency, and the impact of resource contention when multiple agents run on the same physical device.

By varying both the number of agents and their distribution across heterogeneous devices, the methodology enables an empirical evaluation of scalability limits and communication overhead in agent-based distributed ML training. This approach highlights the trade-offs between increased parallelism and coordination costs in decentralized scheduling environments.

Results

The experimental results demonstrate that increasing the number of Worker agents generally reduces the total execution time required to train multiple machine-learning models, although the observed improvement is not linear and does not continue indefinitely.

Table 3 – Total time all task completion for each stage

Tasks	Agents	Total Time (seconds)
3	1	159
3	3	80
10	1	898
10	3	276
20	1	1381
20	3	516
50	1	3483
50	3	1536
100	1	6866
100	3	2691
100	4	2296

As shown in Table 3, for all workload sizes, scaling from one agent to three agents leads to a substantial reduction in total completion time.

Table 4 – Agents quantity to compilation time dependency

Tasks	Number of agents	Speedup
3	From 1 to 3	1.98× faster
10	From 1 to 3	3.25× faster
20	From 1 to 3	2.67× faster
50	From 1 to 3	2.26× faster
100	From 1 to 3	2.55× faster
100	From 1 to 4	2.99× faster
100	From 1 to 6 (2 agents on 3 devices)	2.34× faster

For small workloads of 3, 10, and 20 tasks, the speedup ranges from 1.98× to 3.25 according to Table 4, indicating that parallelization is highly effective when coordination overhead remains low. Similar behavior is observed for larger workloads: for 50 tasks, execution time decreases from 3483 s with one agent to 1536 s with three agents, while for 100 tasks, time is reduced from 6866 s to 2691 s. These results confirm that distributing ML workloads across multiple agents significantly improves performance compared to sequential execution. However, the performance gains begin to saturate as more agents are added. For the 100-task workload, increasing the number of Worker agents from three to four – each running on a separate physical device – further reduces total execution time to 2296 seconds, achieving the best observed speedup of 2.99× relative to single-agent execution. In contrast, further increasing the number of agents to six, implemented as two agents running concurrently on

each of three devices, results in a longer execution time of 2932 seconds, which is slower than the four-agent configuration and only marginally faster than using three agents. This behavior demonstrates that adding more agents does not always lead to better performance and that an optimal degree of parallelism exists. Table 5 summarizes the CPU, memory, and GPU utilization observed on a single Worker agent while executing the 20-task workload. The results indicate persistently high memory usage, whereas CPU and GPU utilization remain low on average with occasional short-lived peaks. Although these measurements reflect only one Worker on one device, they help explain the observed scaling limits: when multiple Workers are located on the same machine, the already-high RAM baseline makes memory contention more likely, which increases scheduling and communication overhead and reduces throughput.

Table 5 – Number of agents to compilation time dependency

Metric	Mean	Median	Min	Max
CPU (%)	0.29	0.11	0.00	8.42
RAM (%)	72.23	71.69	69.42	81.78
GPU (%)	0.43	0.20	0.05	8.44

The degradation observed in the six-agent configuration is primarily caused by resource contention and communication conflicts when multiple Worker agents operate on the same physical device. In this setup, agents compete for shared CPU and memory resources and frequently attempt to transmit training results to the Scheduler simultaneously, leading to message congestion, communication errors, agent reloads, and task reassignment. Figure 3 further supports this conclusion by showing that the average training time per model is consistently lower for the four-agent configuration than for the six-agent configuration across all model types, including XGBoost, Random Forest, and CatBoost. The higher bars for the six-agent setup indicate that the additional agents increase overhead rather than improving throughput. Overall, the results show that while increasing the number of agents initially improves system performance, excessive parallelism – especially when multiple agents are deployed on the same device - introduces coordination overhead that outweighs computational benefits. In the evaluated environment, configurations with three to four Worker agents provide the most efficient balance between parallel execution and communication cost, whereas deploying multiple agents per device leads to reduced efficiency and lower system reliability.



Figure 3 – Average training time per model

Discussion

The experimental results confirm several principles of distributed systems and multi-agent systems discussed in the literature, while also highlighting practical limitations that arise in real heterogeneous environments. Classical distributed systems theory emphasizes that parallelism improves performance only when coordination, communication, and resource-sharing overheads remain sufficiently low [1, 2]. The observed speedups when scaling from one to three or four Worker agents are consistent with this principle: the workload is partitioned effectively, Workers operate largely independently, and the Scheduler's coordination overhead remains manageable. This aligns with the view that scalability is achieved when computation dominates communication costs and coordination complexity remains bounded [1, 2].

However, the results also demonstrate that performance does not scale indefinitely. The degradation observed in the six-agent configuration illustrates the trade-off between concurrency and contention. When multiple agents run on the same physical device, they are no longer independent execution units; instead, they compete for shared CPU, memory, disk, and network resources. As a consequence, the effective throughput per agent decreases and overhead rises, producing diminishing returns and, eventually, worse total completion time. This behavior is consistent with findings in heterogeneous scheduling research, where parallelism beyond hardware capacity increases context switching, queueing delays, and coordination cost [6, 7].

From an agent-oriented perspective, the results reinforce core MAS concepts [3, 4]. Autonomy and asynchronous message passing enable dynamic participation and flexibility, but they also make the system sensitive to communication bursts. In the presented JADE-based design, multiple Workers may attempt to report results concurrently, and this can overload message handling on the Scheduler or cause transient failures in high-concurrency settings. The increased error rates and task reassignments observed when multiple agents share the same device reflect limitations of the current coordination and communication strategy under contention, rather than limitations of the MAS paradigm itself [5].

In the context of distributed machine learning, the findings align with established observations that communication overhead can dominate performance as parallelism increases [19]. Even though the trained models (XGBoost, Random Forest, CatBoost) run independently (without synchronized gradient exchange), the system still faces scalability limits due to coordination overhead, queueing, and result-transfer contention. This supports the practical need for resource-aware scheduling and placement strategies, especially in WLAN-based ad-hoc environments where network performance is variable.

Overall, the discussion highlights that the proposed JADE-based MAS successfully demonstrates the benefits of agent-oriented distributed computing on heterogeneous devices, particularly for small to medium workloads. At the same time, it confirms a key insight from distributed systems theory: there exists an optimal degree of parallelism, beyond which additional agents degrade performance rather than improve it. Future enhancements should therefore focus on (i) resource-aware placement (limiting concurrent Workers per device), (ii) reducing message bursts (e.g., batching, backoff, or queue-based reporting), and (iii) improving fault handling so that reassignment does not amplify congestion under load.

Conclusion

This study evaluated a JADE-based multi-agent system for distributing machine-learning training tasks across heterogeneous devices in a wireless LAN environment. Using a Scheduler–Worker architecture, the system coordinated the execution of XGBoost, Random Forest, and CatBoost workloads while dynamically reallocating tasks in case of failures. The experiments analyzed how workload size and the number of Worker agents affect overall performance.

The experimental results show that increasing the number of agents provides clear benefits up to a moderate level of parallelism. Scaling from one to three agents consistently reduced total completion time across all workload sizes, yielding speedups between 1.98 and 3.25 for smaller workloads and maintaining strong improvements for larger workloads (e.g., 50 and 100 tasks). For the 100-task queue, deploying four Worker agents on separate devices achieved the best observed performance, reducing total time to 2296 seconds and demonstrating that distributing computation across independent physical resources is the most effective scaling strategy in this environment.

At the same time, the results confirm that adding more agents does not guarantee further acceleration. The six-agent configuration, implemented as two agents per device on three machines, increased total completion time compared to the four-agent configuration and produced higher average training times per model. This degradation is primarily attributed to resource contention on shared devices and to communication conflicts when multiple Worker agents attempt to submit results to the Scheduler concurrently, leading to message delays, higher error rates, agent reloads, and task reassignment. These effects offset the expected benefits of additional parallelism and reveal a practical scalability limit for MAS deployments on heterogeneous edge-like hardware over WLAN.

The experiment demonstrates that a MAS can effectively coordinate distributed ML workloads in dynamic, heterogeneous settings, but achieving stable scalability requires explicit attention to placement and communication bottlenecks. Future work should focus on reducing coordination overhead and improving reliability under higher concurrency.

REFERENCES

- 1 Tanenbaum, A.S., Van Steen, M. Distributed Systems: Principles and Paradigms, 2nd ed. (Pearson Education, 2007).
- 2 Coulouris, G., Dollimore, J., Kindberg, T., Blair, G. Distributed Systems: Concepts and Design, 5th ed. (Addison-Wesley, 2011).
- 3 Wooldridge, M. An Introduction to Multi-Agent Systems, 2nd ed. (John Wiley & Sons, 2009).
- 4 Huhns, M.N., Singh, M.P. (editors) Readings in Agents (Morgan Kaufmann, 1998).
- 5 Greenwood, D., Bellifemine, F., Caire, G. Developing Multi-Agent Systems with JADE (Wiley, 2007).
- 6 Kalia, K., Gupta, N. Analysis of Hadoop MapReduce scheduling in heterogeneous environment. *Ain Shams Engineering Journal*, 12(1), 1101–1110 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.asej.2020.06.009>
- 7 Sewal, P., Singh, H. A Critical Analysis of Apache Hadoop and Spark for Big Data Processing. 2021 6th International Conference on Signal Processing, Computing and Control (ISPCC), 308–313 (2021). <https://doi.org/10.1109/ISPCC53510.2021.9609518>
- 8 Raptis, T.P., Passarella, A. A survey on networked data streaming with Apache Kafka. *IEEE Access*, 11, 85333–85350 (2023). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3303810>
- 9 Lee, J.-Y., Kim, M.-H., Shah, S.A.R., Ahn, S.-U., Yoon, H., Noh, S.-Y. Performance Evaluations of Distributed File Systems for Scientific Big Data in FUSE Environment. *Electronics*, 10(12), 1471 (2021). <https://doi.org/10.3390/electronics10121471>
- 10 Ma, C., Chi, Y. Evaluation test and improvement of load balancing algorithms of Nginx. *IEEE Access*, 10, 14311–14324 (2022). <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3146422>
- 11 Singh, N., Hamid, Y., Juneja, S., et al. Load balancing and service discovery using Docker Swarm for microservice based big data applications. *Journal of Cloud Computing*, 12, 4 (2023). <https://doi.org/10.1186/s13677-022-00358-7>
- 12 Burns, B., Beda, J., Hightower, K., Evenson, L. Kubernetes: Up and Running: Dive into the Future of Infrastructure (O'Reilly Media, 2022).
- 13 Pauloski, J.G., Rydzy, K., Hayot-Sasson, V., Foster, I., Chard, K. Accelerating Python applications with Dask and ProxyStore. *arXiv preprint arXiv:2410.12092* (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.12092>
- 14 Ajitha, S. Methodology for Load Balancing in Multi-Agent System Using SPE Approach. *Security Issues and Privacy Concerns in Industry 4.0 Applications*, 207–227 (2021). <https://doi.org/10.1002/9781119776529.ch11>

15 Iturria-Rivera, P.E., Erol-Kantarci, M. Competitive Multi-Agent Load Balancing with Adaptive Policies in Wireless Networks. 2022 IEEE 19th Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC), 796–801 (2022). <https://doi.org/10.1109/CCNC49033.2022.9700667>

16 Li, Z., Yu, J., Liu, X., Peng, L. Load Balancing for Task Scheduling Based on Multi-Agent Reinforcement Learning in Cloud-Edge-End Collaborative Environments. Proceedings of the 2024 8th International Conference on Machine Learning and Soft Computing (ICMLSC '24), 94–100 (2024). <https://doi.org/10.1145/3647750.3647765>

17 Rahmika, A.R., Tahir, Z., Paundu, A.W., Zainuddin, Z. Web server load balancing mechanism with least connection algorithm and multi-agent system. CommIT (Communication and Information Technology) Journal, 17(2), 245–258 (2023). <https://doi.org/10.21512/commit.v17i2.8872>

18 Binyamin, S.S., Ben Slama, S. Multi-Agent Systems for Resource Allocation and Scheduling in a Smart Grid. Sensors, 22(21), 8099 (2022). <https://doi.org/10.3390/s22218099>

19 Chatterjee, B. Distributed Machine Learning. Proceedings of the 25th International Conference on Distributed Computing and Networking (ICDCN '24), 4–7 (2024). <https://doi.org/10.1145/3631461.3632516>

20 Dai, F., Hossain, M.A., Wang, Y. State of the Art in Parallel and Distributed Systems: Emerging Trends and Challenges. Electronics, 14(4), 677 (2025). <https://doi.org/10.3390/electronics14040677>

^{1*}Кумалаков Б.,

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0003-1476-9542

*e-mail: bolatzhan.kumalakov@astanait.edu.kz

¹Цой Д.,

к.ф.к., ORCID ID: 0009-0001-2711-5233

e-mail: tsoy.daniil.an@gmail.com

¹Astana IT University, Астана қ., Қазақстан

AD-НОС ГРИД-ЕСЕПТЕУЛЕРІ ҮШІН АГЕНТТЕРДІҢ МІНЕЗ-ҚҰЛЫҒЫН ӘЗІРЛЕУ

Аңдатпа

Бұл зерттеу дәстүрлі жүйелер орталықтандырылған басқаруға және тұрақты инфрақұрылымға сүйенетін ad-hoc грид-есептеу орталарындағы тапсырмаларды тиімсіз жоспарлау және ақауға төзімділіктің шектеулілігі мәселесін қарастырады. Осы мәселені еңсеру үшін Java Agent DEvelopment Framework платформасын пайдалана отырып, гетерогенді Worker агенттері арасында тапсырмаларды автономды түрде қайта бөлуге мүмкіндік беретін децентрализован агент мінез-құлқы әзірленді. Ұсынылған Жоспарлаушы–Жұмысшы архитектурасы орталықтандырылған оркестрациясыз динамикалық үйлестіруді және істен шығулардан кейін қалпына келуді қамтамасыз етеді. Бес құрылғыда жүргізілген тәжірибелер агенттер санын бірден үшке дейін арттыру жалпы орындалу уақытын 1,98–3,25 есеге қысқартатынын көрсетті, ал ең жоғары өнімділік төрт агент қолданылғанда байқалып, 100 тапсырма үшін 2,99 есе жылдамдату береді. Дегенмен, құрылғылар саны аз болған жағдайда алты агентті пайдалану ресурстар үшін бәсекелестіктің күшеюі мен байланыс шығындарының артуына байланысты тиімділікті 2,34 есе төмендетеді. Зерттеу бір ғана желілік топологиямен және шағын көлемді сынақ алаңымен шектеледі. Соған қарамастан, нәтижелер агенттерге негізделген децентрализован жоспарлаудың ақауға төзімді үлестірілген машиналық оқыту жүйелерін құрудағы практикалық әлеуетін дәлелдейді.

Тірек сөздер: көп агентті жүйе, грид-есептеу, JADE, үлестірілген есептеу, ақауларға төзімділік, тапсырмаларды жоспарлау, агенттердің консенсусы.

¹*Кумалаков Б.,

PhD, ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0003-1476-9542,

*e-mail: bolatzhan.kumalakov@astanait.edu.kz

¹Цой Д.,

м.н.с., ORCID ID: 0009-0001-2711-5233,

e-mail: tsoy.daniil.an@gmail.com

¹Astana IT University, г. Астана, Қазақстан

РАЗРАБОТКА ПОВЕДЕНИЯ АГЕНТОВ ДЛЯ AD-НОС ГРИД-ВЫЧИСЛЕНИЙ

Аннотация

В этом исследовании рассматривается проблема эффективности планирования задач и ограниченной отказоустойчивости в специализированных грид-вычислительных средах, где традиционные системы полагаются на централизованное управление и стабильную инфраструктуру. Чтобы преодолеть это, было разработано поведение децентрализованных агентов с использованием платформы Java Agent DEvelopment Framework, позволяющей автономно перераспределять задачи между гетерогенными рабочими агентами. Предлагаемая архитектура Планировщик – Рабочий обеспечивает динамическую координацию и восстановление после сбоев без централизованной оркестровки. Эксперименты на пяти устройствах показывают, что увеличение числа агентов с одного до трех сокращает общее время выполнения в 1,98–3,25 раза, в то время как наилучшая производительность достигается при использовании четырех агентов, что обеспечивает ускорение в 2,99 раза при выполнении 100 задач. Однако использование шести агентов на меньшем количестве устройств снижает эффективность до 2,34 раза из-за нехватки ресурсов и увеличенной коммуникационной нагрузки. Исследование ограничено одной топологией сети и небольшим испытательным стендом. Тем не менее результаты демонстрируют практический потенциал децентрализованного планирования на основе агентов для создания устойчивых распределенных систем машинного обучения.

Ключевые слова: мультиагентная система, грид-вычисления, JADE, распределенные вычисления, отказоустойчивость, планирование задач, консенсус агентов.

UDC 004.056.5
IRSTI 05.13.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-197-208>

***¹Imanbayev A.Zh.,**

Assistant Professor, ORCID ID: 0000-0003-3719-4091,

e-mail: imanbaevazamat@gmail.com

²Berdibayev R.S.,

Professor, ORCID ID: 0000-0002-8341-9645,

e-mail: r.berdybaev@aes.kz

³Odarchenko R.S.,

Professor, ORCID ID: 0000-0002-7130-1375,

e-mail: odarchenko.r.s@ukr.net

⁴Tynymbayev S.,

Professor, ORCID ID: 0000-0002-9326-9476,

e-mail: s.tynym@mail.ru

¹Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

²Almaty University of Power Engineering and Telecommunications, Almaty, Kazakhstan

³State University «Kyiv Aviation Institute», Kyiv, Ukraine

⁴International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan

INTELLIGENT HYBRID METHOD FOR AUTOMATED PENETRATION TESTING IN 5G AND BEYOND NETWORKS

Abstract

The evolution of 5G and the anticipated introduction of 6G technologies significantly increases network complexity through service-based architecture, network slicing, virtualization and distributed cloud-native functions. These advancements improve scalability and flexibility but simultaneously expand the attack surface and introduce novel vulnerabilities. Traditional penetration testing methodologies are not suitable for such dynamic and virtualized environments because they rely on static procedures and manual testing that cannot match the speed and structural variability of modern mobile networks. In parallel, machine learning-based intrusion detection systems (IDS) demonstrate strong capabilities in detecting anomalous and zero-day behaviors but operate independently from penetration testing processes. This paper presents an intelligent hybrid method for automated penetration testing in 5G and beyond networks, integrating a machine-learning intrusion detection system based on incremental learning, autoencoders and generative adversarial networks (GANs) – with an attack optimization module driven by the Differential Evolution (DE) algorithm. Instead of a genetic algorithm, DE is employed due to its fast convergence, robustness to local minima, and suitability for optimizing high-dimensional representations of attack strategies. An experimental evaluation on a real OpenAirInterface-based 5G Standalone testbed demonstrates that the DE-driven approach improves vulnerability identification efficiency, produces optimal multi-stage attack strategies, and enables realistic automated penetration scenarios. These results indicate that DE-based optimization provides a scalable, adaptive and efficient foundation for continuous security assessment of next-generation mobile networks.

Keywords: 5G security, intrusion detection system, Differential Evolution, automated penetration testing, attack graph.

Received: November 19, 2025; revised: March 2, 2026, March 10, 2026; accepted: March 16, 2026.

Introduction

5G Standalone deployments increasingly rely on service-based architecture, network slicing, MEC, and cloud-native virtualization of core functions [1–3]. While these mechanisms improve

elasticity and service agility, they also create a security environment that changes at runtime: network functions are instantiated and scaled on demand, slices share infrastructure, and control-plane and user-plane components interact through numerous APIs and protocols. As a result, the attack surface expands, and identifying multi-stage compromise chains becomes more difficult compared with relatively static networks [4].

Penetration-testing standards such as OSSTMM, PTES, NIST SP 800-115, and OWASP provide valuable guidance for conventional IT infrastructures, but they assume relatively stable assets and rely primarily on manual execution. In 5G networks, slice composition, exposure points, and virtualized network functions can change faster than periodic assessments can track, which makes static test plans difficult to maintain and expensive to scale [5–8]. Consequently, relying only on manual and procedure-driven penetration testing provides limited and potentially outdated evidence of resilience in cloud-native 5G deployments [9].

Machine-learning-based intrusion detection systems (IDS) have demonstrated strong capability in detecting anomalous and previously unseen behaviors in high-volume 5G traffic [10, 11]. However, in most operational workflows, IDS output remains limited to alerts and classification results, while penetration testing focuses on generating and validating exploitation steps. This separation prevents detections observed in a live network from being systematically converted into hypotheses about feasible multi-stage attack sequences and then validated through controlled execution.

Motivated by this gap, we propose an intelligent hybrid method that couples an ML-based IDS (autoencoder reconstruction with incremental updates and GAN-based augmentation) with attack graph reasoning and DE optimization to generate and rank multi-stage attack strategies, forming a feedback-driven closed loop where detections refine the attack graph and executed paths update the IDS [12]. The method is validated on an OpenAirInterface-based 5G Standalone (SA) testbed and assumes a remote adversary with limited initial access, excluding physical access and management-plane compromise.

The contributions of this work are as follows:

1. A hybrid intrusion detection and attack graph generation pipeline capable of translating detected anomalies into structured multi-stage exploitation opportunities.
2. A DE-based optimization mechanism for identifying high-impact, high-probability attack paths while balancing success probability, impact and execution cost in dynamic 5G environments.
3. A fully automated 5G Standalone (SA) testbed implementation used to evaluate the effectiveness and realism of the proposed method.

Together, these components form an automated security-assessment workflow that continuously links anomaly detection with attacker-centric reasoning and optimization-driven penetration testing.

Materials and methods

Background and Related Work

Machine learning-based intrusion detection in 5G has been actively studied using deep learning models, autoencoders, GAN-based augmentation, and incremental learning to distinguish malicious and benign traffic [10, 13]. Although such systems can be effective at anomaly detection, they are typically alert-centric: they detect anomalies but do not translate detections into attacker-centric hypotheses about feasible multi-stage compromise chains, nor do they provide evidence by systematically validating such hypotheses through controlled exploitation.

Network analytics frameworks such as NWDAF enhance observability by enabling structured data collection and statistical evaluation of service behavior [14]. However, their primary goal is monitoring and deviation detection; they do not construct executable adversarial scenarios or reason about how observed deviations can be chained into multi-stage attacks under realistic attacker constraints.

In parallel, automated penetration testing and attack graph reasoning model attacker capabilities, privilege transitions, and vulnerability dependencies to support multi-stage analysis [15, 16].

Evolutionary search (e.g., genetic algorithms) has been used to explore large attack spaces, but it may suffer from premature convergence or stagnation when the search space becomes high-dimensional or changes over time [15]. DE provides robust convergence characteristics with a comparatively simple control scheme, which makes it attractive for optimizing complex attack strategies [17]. Nevertheless, existing approaches rarely integrate ML-based IDS, attack graph construction, and DE-driven optimization into a feedback-driven closed loop that continuously re-prioritizes attack hypotheses based on live traffic observations.

Literature, therefore, lacks an integrated mechanism that (i) converts IDS detections into attack graph updates, (ii) optimizes multi-stage strategies under explicit success/impact/cost trade-offs, and (iii) validates the resulting strategies through automated execution with feedback to refine both detection and attack reasoning. This motivates the unified hybrid method proposed in this paper [18].

Classical penetration testing methodologies such as OSSTMM, PTES, NIST SP 800-115, OWASP remain widely used, but their static structure and procedural rigidity limit their applicability to highly dynamic, virtualized and reconfigurable 5G architectures [5–8]. Table 1 summarizes these methodologies and highlights their limitations in the context of 5G security assessment, motivating the need for an automation-driven closed-loop approach.

Table 1 – Comparison of classical penetration testing methodologies and their applicability to 5G networks

Methodology	Description	Strengths for 5G	Limitations for 5G
OSSTMM (Open-Source Security Testing Methodology Manual)	Comprehensive framework for security testing.	Thorough analysis of all attack vectors.	Does not provide explicit guidance on advanced 5G-specific features (e.g., network slicing, virtualization, etc.).
ISSAF (Information Systems Security Assessment Framework)	Framework for security assessments.	Useful for assessing organizational risks in 5G.	Focuses more on traditional systems, limited applicability to dynamic and distributed 5G architectures.
PTES (Penetration Testing Execution Standard)	Standardized approach to penetration testing.	Clear guidelines can be adapted for 5G environments.	Lacks coverage of high-frequency vulnerabilities and IoT-specific threats common in 5G networks.
NIST SP800-115	Guidelines for conducting penetration testing.	Strong focus on risk management applicable to 5G.	Primarily designed for traditional IT infrastructure penetration testing. Does not address 5G-specific protocols (NGAP, HTTP/2, PFCP), network slicing isolation vulnerabilities, or virtualized network function exploitation. Lacks guidance on testing service-based architecture (SBA) security and cloud-native 5G deployments.
OWASP	Focused on web application security.	Valuable for testing web components of 5G networks.	Exclusively focused on web application security (OWASP Top 10). Does not cover Radio Access Network attacks, core network signaling vulnerabilities, or 5G-specific threat vectors such as slice hijacking, SUPI exposure, or gNodeB compromise scenarios.

Proposed Intelligent Hybrid Method

The proposed method implements a feedback-driven closed loop that links anomaly detection to automated penetration testing in 5G networks. First, the IDS monitors signaling and user-plane traffic and produces anomaly indicators. These indicators are then converted into attack graph updates, after

which DE searches the graph to generate and rank multi-stage attack strategies under a success/impact/cost fitness formulation. Finally, the top-ranked strategy is executed in a controlled environment, and the resulting execution traces are fed back to refine both the IDS boundaries and subsequent attack graph prioritization. The output of each cycle is a ranked set of multi-stage strategies and an execution log that updates detection and attack reasoning. The overall system architecture is shown in Figure 1.

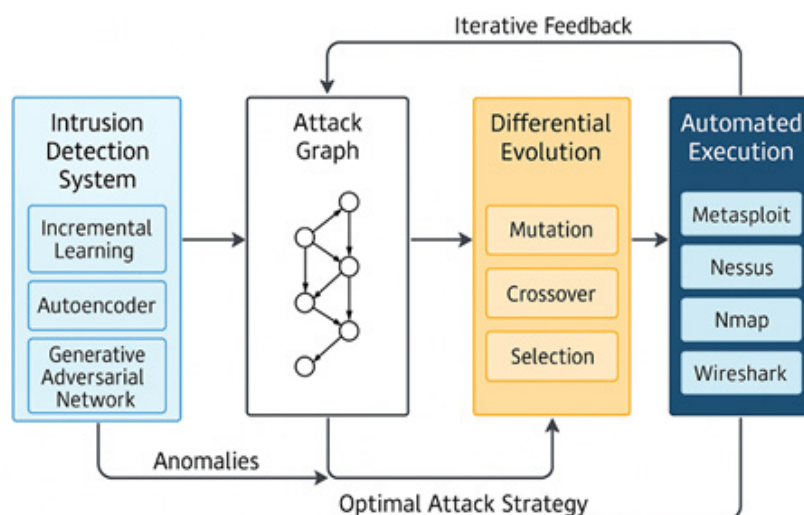


Figure 1 – Closed-loop architecture integrating IDS-driven anomaly detection, attack graph construction, DE-based strategy optimization, and automated execution with feedback for iterative refinement

Hybrid Intrusion Detection System

The IDS monitors signaling and user-plane traffic across the 5G Core and radio access network. A deep autoencoder reconstructs the statistical properties of benign traffic; deviations between input and reconstruction indicate anomalous behavior. An anomaly score is computed from the reconstruction error, and the decision threshold is calibrated on a benign validation subset. To maintain adaptability within the evolving environment of 5G networks, the incremental learning updates model parameters as new traffic distributions appear.

To improve the detection of rare or unseen threat categories, a Generative Adversarial Network (GAN) synthesizes realistic malicious samples. In our implementation, these generated samples are used as feature-level augmentations rather than raw packet traces. These generated samples augment the training set and strengthen the discriminative boundaries within the latent representation space of the autoencoder.

Attack Graph Construction

Detected anomalies are translated into attack graph facts and transitions. The attack graph is represented as a directed structure in which nodes capture security-relevant states (e.g., privilege level, access to a network function, or compromise of a slice-specific resource) and edges denote feasible adversarial transitions derived from misconfigurations, vulnerabilities, or signaling weaknesses. The graph models potential multi-stage adversarial behavior by capturing privilege escalation, lateral movement, and chained exploitation paths.

In our implementation, anomaly indicators produced by the IDS are mapped to a MulVAL-based reasoning model used to materialize attack graph predicates and derivation rules. Vulnerability facts and exposure conditions are obtained from scanner outputs and controlled misconfiguration injections, while reachability relations are derived from the testbed topology and access-control

settings. IDS detections are used to update the likelihood (or priority) of exploit transitions consistent with observed anomalous behavior, enabling runtime refinement of feasible multi-stage paths. This makes the attack graph a dynamically updated representation aligned with live traffic rather than a static artifact.

Mathematical Formulation of the Optimization Problem

The 5G network is represented as a directed graph:

$$G = (V, E),$$

where vertices V denote security-relevant states and edges E denote feasible adversarial transitions.

Each edge $e \in E$ is assigned three quantities:

$P(e)$: probability of exploit success,

$I(e)$: impact score,

$C(e)$: operational cost.

A candidate attack strategy S is a sequence of edges. Its fitness is defined as:

$$F(S) = \alpha \cdot P(S) + \beta \cdot I(S) - \gamma \cdot C(S),$$

where S represents an attack strategy (sequence of edges in the attack graph), $P(S)$ is the cumulative success probability computed as the product of individual exploit success rates along the path, $I(S)$ denotes the aggregated impact score based on CVSS severity and affected slice criticality, and $C(S)$ represents the operational cost including detection likelihood and resource expenditure. In this work, $I(S)$ and $C(S)$ are computed as additive scores over the selected edges, and impact/cost terms are normalized to a comparable scale before aggregation. Candidate strategies are constrained by a maximum hop length and must correspond to feasible transitions in the attack graph; infeasible paths or cycles beyond the hop limit are penalized in fitness.

The weighting parameters α , β , and γ are configured to balance exploration of high-impact paths against practical constraints. In our experiments, we set $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.3$, and $\gamma = 0.2$ after empirical tuning on a validation subset of the attack graph.

This formulation transforms multi-stage penetration testing into a formal optimization problem.

Differential Evolution Optimization

Each DE individual is represented as a real-valued vector that is deterministically mapped to a discrete multi-stage path in the attack graph (node/edge indices). To enforce feasibility, candidates are projected to valid transitions by removing invalid edges, limiting hop length, and applying a simple repair step that reconnects broken sequences using a valid connector path when possible; otherwise, the candidate is penalized in fitness.

DE is employed to optimize the attack strategy selection process by searching for high-fitness solutions in the attack graph. A population of candidate strategies is initialized and iteratively evolved through mutation, crossover, and selection. Each candidate encodes a potential attack path, and its fitness is evaluated based on the objective function defined in the previous section. DE is well-suited for optimizing complex and non-linear objective functions in high-dimensional and dynamically changing attack spaces such as cloud-native 5G deployments.

In experiments, DE was configured with a population size of 40, a mutation factor of 0.6, a crossover rate of 0.7, and 50 generations.

Threat model

The framework assumes a realistic adversary model consistent with contemporary 5G deployments. The attacker begins with limited initial access — for example, a compromised UE connected to a gNB or low-privileged access inside a virtualized network function. The adversary possesses only partial knowledge of network structure obtainable through reconnaissance of exposed interfaces and can exploit misconfigurations, publicly known vulnerabilities, and malformed signaling exchanges.

However, the attacker is restricted from accessing physical hardware, extracting operator cryptographic keys, or compromising the management plane. These constraints ensure that all attack paths generated by DE remain feasible for a remote adversary operating under realistic resource limitations given the modeled reachability and vulnerability facts of the testbed.

Experimental setup

The proposed hybrid method was evaluated on a fully operational 5G Standalone (SA) testbed built using OpenAirInterface (OAI). The objective of the experimental environment was to replicate the behavior of a realistic 5G deployment while maintaining complete control over signaling flows, traffic generation and system instrumentation.

The radio access network was implemented using an OAI-based gNB connected to a USRP B210 software-defined radio. The RF configuration followed the n78 band, operating at 3.5 GHz with a 20 MHz channel bandwidth. The system used a subcarrier spacing (SCS) of 30 kHz and numerology $\mu = 1$, consistent with 5G NR mid-band deployments. The SDR front-end was configured with a 30.72 MS/s sampling rate and an RF gain of 65 dB, ensuring reliable downlink and uplink transmission under controlled conditions. This setup enabled the generation and capture of both user-plane and control-plane traffic for anomaly detection and penetration testing procedures.

The 5G Core was deployed as a set of virtualized network functions running on an Intel Xeon server equipped with 128 GB RAM and KVM virtualization. Individual VMs hosted AMF, SMF, UPF and NRF, each configured with Ubuntu 22.04. This modular deployment made it possible to introduce controlled misconfigurations, expose vulnerable services and manipulate slice-specific isolation settings during the evaluation.

User-plane traffic and signaling activity were generated using a software UE emulator capable of producing TCP, UDP and NAS/NGAP exchanges under adjustable load conditions. The hybrid IDS monitored traffic across the AMF, SMF and UPF interfaces as well as the OAI-gNB. Anomaly indicators derived from the IDS were mapped onto the MulVAL-based attack graph, which was subsequently processed by the DE engine responsible for identifying multi-stage attack strategies.

For IDS evaluation, the model was trained on the 5G-NIDD dataset and compared against an incremental-learning-only baseline. For optimization baselines, we compared DE against genetic algorithms, particle swarm optimization and random search.

All system modules — IDS, attack graph builder, DE optimizer and execution engine — operated within a unified orchestration layer that logged system state, detection outcomes, exploitation steps and deviations between predicted and observed behavior. This integration ensured that the testbed not only served as a platform for evaluating detection performance but also enabled full automation of penetration testing workflows. The complete testbed architecture is shown in Figure 2.

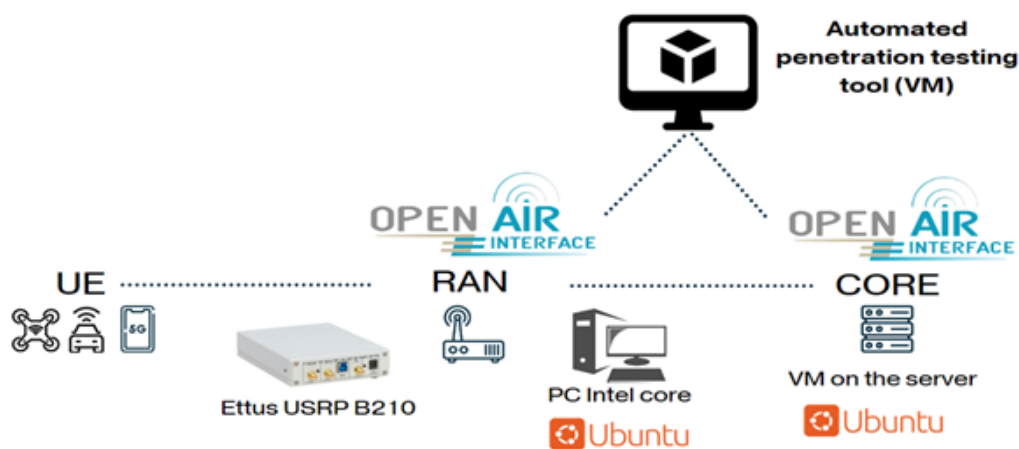


Figure 2 – Experimental 5G Standalone testbed composed of an OAI-based gNB, USRP B210 radio hardware, a virtualized 5G Core and an automated penetration testing host

Results and discussion

The proposed hybrid method was evaluated on a fully operational 5G Standalone testbed to assess (i) whether IDS-driven anomaly detection is sufficiently reliable to trigger attacker-centric reasoning, (ii) whether vulnerability evidence can be translated into multi-stage exploitation hypotheses via an attack graph, and (iii) whether DE can efficiently prioritize high-quality multi-stage strategies under the proposed fitness formulation. Overall, the results support the central claim of this work: integrating intrusion detection, attack-graph reasoning, and optimization into a feedback-driven workflow improves both the quality of discovered attack chains and the practicality of automated security assessment in dynamic 5G environments.

The analysis begins with intrusion detection performance. The hybrid IDS was trained on the 5G-NIDD dataset and compared against an incremental-learning-only baseline. Figure 3 consolidates the F1-score comparison for both known attack scenarios (left panel) and the previously unseen UDPScan trace (right panel). On known attacks, the baseline reaches an F1-score of 0.61, whereas the proposed hybrid IDS reaches 0.98, indicating substantially stronger detection under the evaluated workload. On the unseen UDPScan trace, generalization improves from 0.30 (baseline) to 0.87 (hybrid), suggesting that the hybrid training strategy strengthens sensitivity to low-frequency and novel behaviors—an essential property when IDS outputs are used to steer downstream attack-graph refinement rather than only to raise alerts. This result indicates that GAN-augmented training and incremental updates significantly improve the model’s ability to generalize to previously unseen attack patterns.

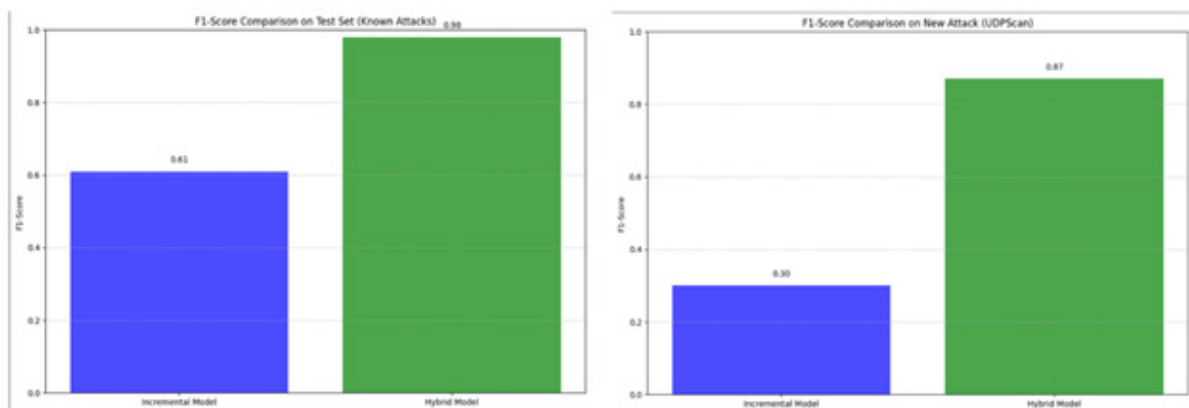


Figure 3 – F1-score comparison of the incremental baseline and the proposed hybrid IDS on known attack scenarios and the previously unseen UDPScan trace

Class-wise metrics confirm that the improvement is not driven by a single-class trade-off. For the incremental baseline, performance is notably imbalanced: for the malicious class, recall is 0.37 with precision 1.00 (F1 0.54), while the benign class shows recall 1.00 with precision 0.51 (F1 0.68), resulting in 0.62 overall accuracy and macro-F1 of 0.61. In contrast, the proposed hybrid IDS achieves balanced performance across both classes: for benign traffic it reaches precision/recall/F1 of 1.00/0.97/0.98, and for malicious traffic it reaches 0.97/1.00/0.98, with 0.98 overall accuracy. This balance matters for the closed-loop design: skewed class behavior would either over-trigger penetration cycles or miss meaningful multi-stage hypotheses, whereas the hybrid IDS provides stable triggers for subsequent attacker-centric analysis.

After validating detection quality, attention was directed to the testbed attack surface to establish a factual basis for multi-stage reasoning. A security scan identified 25 vulnerabilities across 15 network elements, including exposed management interfaces, insecure SCTP configurations, insufficient slice isolation, misconfigured APIs, and outdated services. Table 2 summarizes the distribution of findings across testbed components and severity levels, and these findings are treated as prerequisites and

transition enablers in the attack graph. Importantly, the attack-graph view highlights why multi-stage reasoning is necessary: issues that appear moderate in isolation can form high-impact chains when combined through reachable interfaces, privilege transitions, and slice-specific dependencies in a virtualized core. This observation motivates attacker-centric path search rather than isolated, single-step vulnerability ranking in cloud-native 5G deployments.

Table 2 – Distribution of detected vulnerabilities across 5G SA testbed components

Network Function	Critical	High	Medium	Low	Total
gNB (OAI-based)	1	2	2	2	7
AMF (Core)	2	1	1	0	4
SMF (Core)	1	1	1	0	3
UPF (User Plane)	2	2	0	0	4
NRF / NSSF / PCF (Support Functions)	0	1	1	0	2
Firewall / Routing Layer	1	1	1	0	3
Penetration Testing Host Exposure	0	1	1	0	2
Total	7	9	7	2	25

Critical and high-severity findings concentrate in the gNB, AMF, and UPF, which explains why optimized multi-stage paths repeatedly traverse these functions as high-leverage transitions. The DE optimization engine was then applied to the constructed attack graph to identify realistic and impactful multi-stage strategies under the fitness formulation balancing success probability, impact, and execution cost. DE was configured with a population size of 40, mutation factor 0.6, crossover rate 0.7, and 50 generations. In comparison with alternative heuristics (genetic algorithms, particle swarm optimization, and random search), DE reaches high fitness values earlier and does so more reliably within the same computational budget. Convergence is assessed by tracking the best fitness value per generation. This behavior indicates that DE provides an effective exploration–exploitation balance for high-dimensional attack spaces where feasible paths may evolve as the attack graph is updated based on new detections. Figure 4 reports the convergence comparison, showing faster and more stable fitness improvement for DE relative to GA and PSO, while random search remains inconsistent.

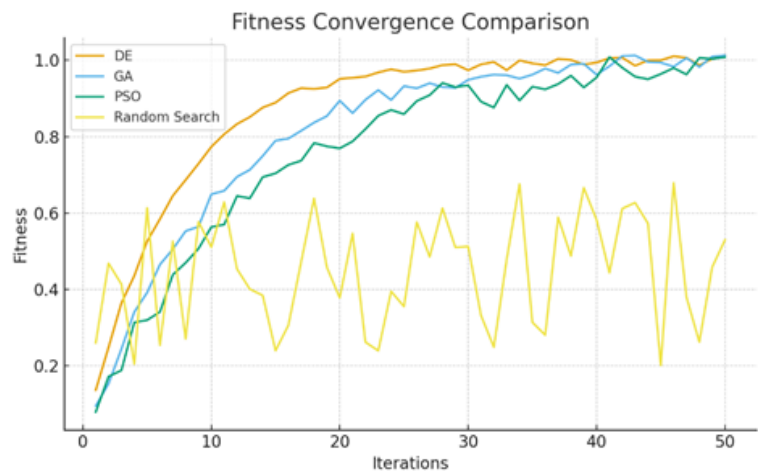


Figure 4 – Fitness Convergence Comparison

Execution-time measurements, presented in Figure 5, further emphasize DE’s advantages. Although random search completed fastest, it failed to identify meaningful attack strategies. GA and

PSO required significantly more time to converge, while DE maintained a favorable balance between computation time and optimization quality. These results demonstrate that DE can be efficiently integrated into near real-time penetration testing workflows, where both speed and solution quality matter.



Figure 5 – Execution Time Comparison

Finally, the IDS and DE optimizer were integrated into a unified feedback-driven workflow. When the IDS detects new anomalies – either from real traffic deviations or augmentation-induced rare patterns – these signals refine the attack graph and steer the optimizer toward newly relevant regions of the search space; conversely, execution traces from DE-generated strategies feed back into detection updates, improving the stability of IDS boundaries over repeated cycles. Across repeated test cycles, this closed-loop mechanism produced measurable operational gains. We quantify closed-loop gains using anomaly-detection latency (time from attack onset to IDS trigger), optimization-cycle time (end-to-end strategy search time per iteration), and sensitivity on the evaluation set. Anomaly detection time decreased by 41%, the average optimization cycle shortened by 33%, and sensitivity to previously unseen threats improved by approximately 15%. These outcomes indicate that the proposed approach yields not only higher offline detection/optimization metrics, but also practical acceleration of end-to-end automated assessment in a dynamic 5G setting.

Conclusion

This paper proposed a closed-loop intelligent method for automated penetration testing in 5G and beyond networks that integrates a hybrid machine learning-based intrusion detection system, attack-graph reasoning, and DE optimization to generate and prioritize multi-stage attack strategies. Unlike approaches that treat intrusion detection and penetration testing as separate workflows, the proposed architecture uses IDS outputs to refine attack-graph hypotheses and feeds execution outcomes back to improve subsequent detection and strategy selection.

Experimental validation on an OpenAirInterface-based 5G Standalone testbed demonstrated that the hybrid IDS significantly improves detection performance over an incremental-only baseline, achieving F1-scores of 0.98 on known attacks and 0.87 on a previously unseen UDPScan trace. In parallel, DE provided an effective quality–time trade-off for multi-stage strategy optimization and converged more reliably than alternative heuristics, enabling practical iterative penetration cycles in a dynamic and virtualized 5G environment. Finally, the end-to-end closed loop yielded measurable operational gains, reducing anomaly-detection latency by 41% and optimization-cycle time by 33%, while improving sensitivity to previously unseen threats by approximately 15%.

The current study is limited to a controlled 5G SA testbed and a scripted set of attack traces; results may vary under different traffic mixes, slice policies, and operator deployments. Future work will extend evaluation to larger and more heterogeneous environments and investigate adaptive decision-

making modules such as reinforcement learning for strategy selection, integration with digital twins for scalable what-if analysis, and incorporation of threat intelligence to prioritize evolving attack techniques. Overall, the proposed method provides a practical foundation for scalable, feedback-driven, and autonomous security assessment of cloud-native mobile networks.

Information on funding. This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP26199941).

REFERENCES

- 1 3GPP. System Architecture for the 5G System (5GS). 3GPP TS 23.501, Release 19 (2025).
- 2 3GPP. Security Architecture and Procedures for 5G System. 3GPP TS 33.501, Release 19 (2025).
- 3 3GPP. Management and Orchestration: Concepts, Use Cases and Architecture. 3GPP TS 28.530, Release 19 (2025).
- 4 Singh, A., Juneja, D., Singh, J., and Aggarwal, S. Security Technologies for 6G Mobile Systems and Challenges Associated with AI Technologies. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 1444, 1–13 (2026). https://doi.org/10.1007/978-981-96-8283-6_1
- 5 Albrecht, M.R., and Jensen, R.B. The Vacuity of the Open Source Security Testing Methodology Manual. *Lecture Notes in Computer Science*, 12529, 114–147 (2020). https://doi.org/10.1007/978-3-030-64357-7_6
- 6 Lidanta, F.Z., Almaarif, A., and Budiyo, A. Vulnerability Analysis of Wireless LAN Networks Using Penetration Testing Execution Standard: A Case Study of Cafes in Palembang. *Proceedings of the 2021 International Conference on ICT for Smart Society (ICISS)*, 1–5 (2021). <https://doi.org/10.1109/ICISS53185.2021.9533216>
- 7 Scarfone, K., Souppaya, M., Cody, A., and Orebaugh, A. Technical Guide to Information Security Testing and Assessment. NIST Special Publication 800-115 (2008). <https://doi.org/10.6028/NIST.SP.800-115>
- 8 OWASP Foundation. OWASP Web Security Testing Guide v4 (2021). <https://owasp.org/www-project-web-security-testing-guide/v41/>
- 9 Harvanek, M., Bolcek, J., Kufa, J., Polak, L., Simka, M., and Marsalek, R. Survey on 5G Physical Layer Security Threats and Countermeasures. *Sensors*, 24, 5523 (2024). <https://doi.org/10.3390/s24175523>
- 10 Imanbayev, A., Tynymbayev, S., Odarchenko, R., Gnatyuk, S., Berdibayev, R., Baikenov, A., and Kaniyeva, N. Research of Machine Learning Algorithms for the Development of Intrusion Detection Systems in 5G Mobile Networks and Beyond. *Sensors*, 22 (24), 9957 (2022). <https://doi.org/10.3390/s22249957>
- 11 Pinchuk, A., Odarchenko, R., Samoilenko, V., and Imanbayev, A. 5G Network Deployment Based on Open-source Projects: A Comparative Analysis. *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems (IDAACS)*, 596–601 (2023). <https://doi.org/10.1109/IDAACS58523.2023.10348675>
- 12 Storn, R., and Price, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341–359 (1997). <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- 13 Almutairi, M.S. Deep Learning-Based Solutions for 5G Network and 5G-Enabled Internet of Vehicles: Advances, Meta-Data Analysis, and Future Direction. *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 6855435 (2022). <https://doi.org/10.1155/2022/6855435>
- 14 Dai, W., Zhou, J., Ye, C., and Xu, G. Automated Penetration Testing System Based on PTES and ATT&CK. *Communications in Computer and Information Science*, 2594, 433–444 (2026). https://doi.org/10.1007/978-981-95-1340-6_35
- 15 Odarchenko, R., Iavich, M., and Pinchuk, A. Development of a Method for Automated 5G and Beyond Network Slices Penetration Testing. *Radioelectronic and Computer Systems*, 1 (113), 248–263 (2025). <https://doi.org/10.32620/reks.2025.1.17>
- 16 Allaw, Z., Zein, O., and Ahmad, A.-M. Cross-Layer Security for 5G/6G Network Slices: An SDN, NFV, and AI-Based Hybrid Framework. *Sensors*, 25 (11), 3335 (2025). <https://doi.org/10.3390/s25113335>

17 Eltaeib, T., and Mahmood, A. Differential Evolution: A Survey and Analysis. Applied Sciences, 8 (10), 1945 (2018). <https://doi.org/10.3390/app8101945>

18 Noor, K., Imoize, A.L., Li, C.-T., and Weng, C.-Y. A Review of Machine Learning and Transfer Learning Strategies for Intrusion Detection Systems in 5G and Beyond. Mathematics, 13 (7), 1088 (2025). <https://doi.org/10.3390/math13071088>

***¹Иманбаев А.Ж.,**

ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0003-3719-4091,

*e-mail: imanbaevazamat@gmail.com

²Бердібаев Р.Ш.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-8341-9645,

e-mail: r.berdybaev@au.es.kz

³Одарченко Р.С.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-7130-1375,

e-mail: odarchenko.r.s@ukr.net

⁴Тынымбаев С.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-9326-9476,

e-mail: s.tynym@mail.ru

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ., Қазақстан

³«Киев авиациялық институты» мемлекеттік университеті, Киев қ., Украина

⁴Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қ., Қазақстан

5G ЖӘНЕ ОДАН КЕЙІНГІ ЖЕЛІЛЕРДЕ АВТОМАТТЫ ПЕНЕТРАЦИЯЛЫҚ ТЕСТІЛЕУГЕ АРНАЛҒАН ЗИЯТКЕРЛІК ГИБРИДТІ ӘДІС

Аңдатпа

5G технологияларының дамуы мен 6G желілерінің енгізілуі мобильді жүйелердің күрделілігін арттыруда. Бұл қызметке негізделген архитектура, желілік слайсинг, виртуализация және таратылған cloud-native функциялар арқылы жүзеге асады. Мұндай мүмкіндіктер желінің икемділігі мен масштабталуын қамтамасыз еткенімен, шабуыл жасалатын бетті кеңейтіп, жаңа осалдықтардың пайда болуына әкеледі. Дәстүрлі пентест әдістемелері мұндай динамикалық және виртуалданған ортаға бейімделмеген, өйткені олар статикалық процедураларға және қолмен тестілеуге сүйенеді. Сонымен қатар, машиналық оқытуды қолданатын шабуылдарды анықтау жүйелері (IDS) аномалиялар мен белгісіз қауіптерді тиімді анықтағанымен, penetration testing үдерістерінен бөлек жұмыс істейді. Бұл мақалада 5G және болашақ желілер үшін автоматтандырылған пентест жүргізуге арналған зияткерлік гибриді әдіс ұсынылады. Әдіс инкременттік оқыту, автоэнкодерлер және генеративті қарсылас желілер (GAN) негізіндегі шабуылдарды анықтау жүйесін дифференциалды эволюция (DE) алгоритмімен басқарылатын шабуылдарды оңтайландыру модулімен біріктіреді. Генетикалық алгоритмнің орнына DE жоғары жинақталу жылдамдығына, локалды минимумдарға төзімділігіне және шабуыл стратегияларының жоғары өлшемді сипаттамаларын оңтайландыруға қолайлылығына байланысты қолданылады. OpenAirInterface негізіндегі 5G Standalone тесттік ортасында жүргізілген тәжірибелер DE алгоритмінің осалдықтарды анықтау тиімділігін арттыратынын, көпқадамды шабуыл стратегияларын оңтайландыратынын және шынайы автоматтандырылған пентест сценарийлерін қамтамасыз ететінін көрсетті. Бұл нәтижелер DE-ге негізделген оңтайландыру келесі буын мобильді желілерінің қауіпсіздігін үздіксіз бағалауға арналған масштабталатын, бейімделгіш және тиімді негіз ұсынатынын көрсетеді.

Тірек сөздер: 5G қауіпсіздігі, шабуылдарды анықтау жүйесі, дифференциалды эволюция, автоматтандырылған пентест, шабуыл графы.

***¹Иманбаев А.Ж.,**

ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0003-3719-4091,

*e-mail: imanbaevazamat@gmail.com

²Бердибаев Р.Ш.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-8341-9645,

e-mail: r.berdybaev@au.kz

³Одарченко Р.С.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-7130-1375,

e-mail: odarchenko.r.s@ukr.net

⁴Тынымбаев С.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-9326-9476,

e-mail: s.tynym@mail.ru

¹Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы, Казахстан

²Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан

³Государственный университет «Киевский авиационный институт», г. Киев, Украина

⁴Международный университет информационных технологий, г. Алматы, Казахстан

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ ГИБРИДНЫЙ МЕТОД ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ТЕСТИРОВАНИЯ НА ПРОНИКНОВЕНИЕ В СЕТЯХ 5G И ПОСЛЕДУЮЩИХ ПОКОЛЕНИЙ

Аннотация

Развитие технологий 5G и предстоящее внедрение сетей 6G приводят к существенному усложнению архитектуры мобильных систем за счет сервисно ориентированной архитектуры, сетевого слайсинга, виртуализации и распределенных cloud-native функций. Эти изменения повышают масштабируемость и гибкость, но одновременно увеличивают атакуемую поверхность и формируют новые типы уязвимостей. Традиционные методы тестирования на проникновение не соответствуют таким динамичным и виртуализированным средам, поскольку полагаются на статические процедуры и ручные действия, не успевающие за изменениями сетевой инфраструктуры. В то же время системы обнаружения вторжений (IDS), основанные на машинном обучении, способны выявлять аномалии и неизвестные угрозы, но остаются отделенными от процессов тестирования на проникновение. В работе представлен интеллектуальный гибридный метод автоматизированного тестирования на проникновение в сетях 5G и будущих поколений. Подход объединяет IDS, основанную на инкрементальном обучении, автоэнкодерах и GAN-моделях, с модулем оптимизации атак на основе алгоритма дифференциальной эволюции (DE). Вместо генетического алгоритма используется DE благодаря высокой скорости сходимости, устойчивости к локальным минимумам и пригодности для оптимизации высокоразмерных представлений стратегий атак. Эксперименты на тестовой платформе 5G Standalone, реализованной с использованием OpenAirInterface, показали, что DE повышает эффективность идентификации уязвимостей и формирует оптимальные многоэтапные стратегии атак. Эти результаты показывают, что оптимизация на основе DE обеспечивает масштабируемую, адаптивную и эффективную основу для непрерывной оценки безопасности мобильных сетей следующего поколения.

Ключевые слова: безопасность 5G, система обнаружения вторжений, дифференциальная эволюция, автоматизированное тестирование на проникновение, граф атак.

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР
MATHEMATICAL SCIENCES
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

ӨОЖ 519.644, 517.17
FTAMP 27.41.17

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-209-219>

¹Отаров Х.Т.,
ф.-м.ғ.к., ORCID ID: 0009-0009-4471-1625,
e-mail: khassenotar@mail.ru
¹*Тутқушева Ж.С.,
PhD, ORCID ID:0000-0003-3611-9620,
*e-mail: zhailan_k@mail.ru

¹Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті,
Ақтөбе қ., Қазақстан

**МАҚСАТТЫҚ ФУНКЦИЯНЫҢ ГЛОБАЛДЫҚ ЭКСТРЕМУМЫНЫҢ
ҚАЖЕТТІ ЖӘНЕ ЖЕТКІЛІКТІ ШАРТТАРЫ**

Аңдатпа

Көпэкстремалды, көпайнымалылы функцияларды глобалды оптималдау – ғылымның әртүрлі бағыттарының дамуы үшін маңызды мәселе. Оның өзектілігі – функциялардың глобалдық экстремумдарын іздеу қажеттілігі теориялық зерттеулерде де, қолданыста да ұдайы туындап отырады. Бұл жұмыста көпэкстремалды, көпайнымалылы функцияның глобалдық минимумын анықтаудың жаңа тәсілі ұсынылады. Осы мақала авторларының бірі бұрынырақ жариялаған жұмысында мақсаттық функцияны түрлендіру арқылы «көмекші функция» деп аталған арнаулы функция құрылып, оның маңызды қасиеттері (теріс еместігі, бірқалыпты үсіліссіздігі, дифференциалдануы, монотондылығы және т.б.) зерттелген болатын. Ұсынылып отырған мақалада мақсаттық функцияның глобалдық минимумының қажетті және жеткілікті шарттары қатаң тұжырымдалды және дәлелденді. Нәтижесінде көпэкстремалды және көпайнымалылы функцияның глобалдық минимумын табу есебі бір айнымалылы дөңес функцияның «ең үлкен нөлін» анықтау мәселесіне келтірілді: мақсаттық функцияның глобалдық минимумы көмекші функция нөлдерінің дәл жоғарғы шекарасына тең екендігі дәлелденді. Сонымен қатар, көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» жоғары дәлдікпен анықтау үшін белгілі сандық әдістерді рационалды қолдану мәселесі қарастырылып, салыстырмалы талдау жасалды.

Тірек сөздер: глобалдық оптималдау әдістері, көмекші функция, глобалдық минимум, сандық оптималдау әдістері.

Кіріспе

Глобалдық оптималдау мәселелері мен әдістері туралы осы уақытқа дейін белгілі болған және жарияланған мәліметтер баршылық. Мақсаттық функциялардың дербес түрлері үшін глобалдық экстремумдарды табудың әртүрлі схемалары да құрылған [1–5]. Соның өзінде

глобалдық оптималдаудың сан-қилы есептерін рационалды шешу мәселелері ғылым мен техниканың көптеген салаларында зерттелуде [6–13]. Бұл, ең алдымен, аталған мәселелерді шешудің жаңа әдіс-тәсілдерін құру қажеттілігі әрдайым орын алатындығымен байланысты, өйткені оларды шешудің әмбебап алгоритмі болуы мүмкін емес.

Глобалдық оптималдау есептерінің негізгі қиындықтары, әдетте, мақсаттық функциялардың көпэкстремалды, көпайнымалылы және дөңес емес болуымен, қажетті есептеулер көлемінің үлкендігімен, бастапқы мәліметтерді таңдау тәсілімен және басқа да факторлармен байланысты болады. Сондықтан, әрине, глобалдық экстремумдарды анықтаудың тиімді әрі үнемді, яғни көп шығынды қажет етпейтін, әрі ізделінді экстремумға тезірек жинақталатын жаңа әдістерін ойлап табу, құру, негіздеу қажеттілігі әруақытта сақталады.

Мақсаттық функциялары сызықтық емес болатын оптималдау есептерін шешу қиындықтарын жеңу бағытында жарияланған ғылыми жұмыстар да аз емес [14–16].

Аталған бағыттар бойынша зерттеулердің ғылыми және технологиялық маңыздылығы әртүрлі шамалардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табу есептерінің ғылымда, техникада және экономикада жиі кездесетіндігімен, оларды шешу үшін жаңа, оңтайлы әдістерді дұрыс таңдаудың өзектілігімен түсіндіріледі.

Глобалдық оптималдаудың белгілі әдістерінің басым бөлігі көп шығынды қажет ететін, әрі ізделінді минимумға жылдам жинақталуды толық қамтамасыз етпейтін болғандықтан, біз n – өлшемді кеңістіктегі E жиынында берілген мақсаттық $F(x)$ функциясы бойынша «көмекші функция» деп аталған $g_m(F, \alpha)$ функциясын енгізуге негізделген жаңа әдіс ұсындық [17], $g_m(F, \alpha)$ функциясының бірнеше маңызды қасиетке ие екенін дәлелдедік. Нәтижесінде $F(x)$ функциясының глобалдық минимумын табу есебін көмекші функция нөлдерінің дәл жоғарғы шекарасын анықтауға келтіруге болатынын айқындадық.

Бұл әдісті глобалдық оптималдаудың детерминирленген заманауи тәсілдерінің қатарына жатқызуға болады. Оны аргументтерінің және локалдық экстремумдарының сандары әр түрлі үзіліссіз мақсаттық функциялардың глобалдық экстремумдарын жоғары дәлдікпен анықтау үшін тиімді қолдануға болады.

Бұл мақаланың негізгі мақсаты – көп айнымалылы, көпэкстремалды функцияның глобалдық минимумының қажетті және жеткілікті шарттарын бір айнымалылы көмекші функцияның «ең үлкен нөлі» тілінде тұжырымдап негіздеу, ұсынылған әдістің тиімділігін мақсатты функциялардың типтік түрлері арқылы көрсету.

Материалдар мен әдістер

Есептің қойылымы:

n – өлшемді евклидтік кеңістіктің ішкі E тұйық жиынында анықталған, нақты мәнді, үзіліссіз $F(x)$ мақсаттық функциясының

$$\mathop{\text{glob min}}_E F(x) = \hat{\alpha}$$

глобалдық минимумын алдын-ала берілген ε дәлдікпен табу керек.

Берілген $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ функциясы бойынша

$$g_m(F, \alpha) = \int_E [|F(x) - \alpha| - (F(x) - \alpha)]^m dx, \quad m \in N, \quad m > 1, \quad (1)$$

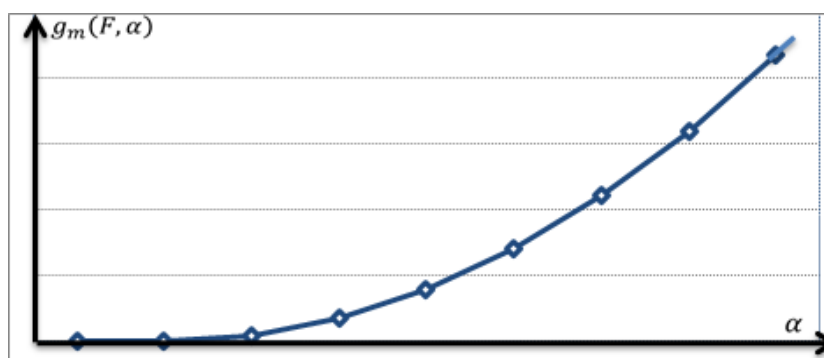
функциясын құрайық.

Анықтама. (1) формуласымен анықталатын $g_m(F, \alpha)$ функциясы $F(x)$ функциясына сәйкес көмекші функция деп аталады.

Көмекші функцияның қасиеттері авторлардың алдыңғы жұмыстарында дәлелденген: $g_m(F, \alpha)$ функциясы $\forall \alpha_0 \geq \hat{\alpha}$ үшін кез-келген $(\alpha_0, \alpha_0 + h)$, $h > 0$ шектелген аралығында

бірқалыпты үзіліссіз, кез-келген натурал $m > 1$ саны үшін m рет үздіксіз дифференциалданады, монотонды өспелі, қатаң дөңес және теріс емес [18, 19].

Бұл қасиеттерден $g_m(F, \alpha)$ функциясының бір ғана ең үлкен нөлі болатындығы және оның графигі 1-суреттегідей түрде кескінделетіндігі шығады. Аталған қасиеттерді қорыта келгенде көмекші функцияның жалғыз ең үлкен нөлі болатындығы шығады.



Сурет 1 – Көмекші функция графигінің сұлбасы

Алдымен, $F(x)$ мақсаттық функциясының глобалдық минимумының қажетті шартын айқындайық.

1-лемма. Көмекші функция мынадай қасиеттерге ие [18]:

$\forall \alpha$ үшін $g_m(F, \alpha) \geq 0$;

$\forall C, C \geq \alpha$, үшін $g_m(C, \alpha) = 0$;

$\forall k \in \mathbb{R}, k \geq 0$ және $\forall \alpha, \alpha \geq \hat{\alpha}$, үшін $g_m(kF, k\alpha) = k^m g_m(F, \alpha)$;

$\forall k \in \mathbb{R}, k \geq 0$ и $\forall \alpha, \alpha \geq \hat{\alpha}$, үшін $g_m(k + F, k + \alpha) = g_m(F, \alpha)$;

$\forall \alpha, \alpha \geq \hat{\alpha}$, үшін $g_m(\alpha + F, \alpha) = g_m(F, 0)$;

$\forall \alpha, \alpha \geq 0$, үшін $g_m(\alpha F, \alpha) = \alpha^m g_m(F, 1)$.

1-теорема. Егер $\text{glob min}_E F(x) = \hat{\alpha}$ болса, онда

$$g_m(F, \hat{\alpha}) = 0. \quad (2)$$

Дәлелдеуі. Изделінді глобалдық минимум $\hat{\alpha}$ -ға тең деп ұйғарсақ, онда $\forall x \in E$ үшін $F(x)$ мәні $\hat{\alpha}$ -дан кем емес: $F(x) \geq \hat{\alpha}$. Сондықтан, 1-лемма бойынша, $\forall C, C \geq \alpha$, үшін $g_m(C, \alpha) = 0$ екенін ескерсек, онда

$$\begin{aligned} g_m(F, \hat{\alpha}) &= \\ &= \int_E [|F(x) - \hat{\alpha}| - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu = \int_E [(F(x) - \hat{\alpha}) - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu = 0 \end{aligned}$$

теңдігі орындалады.

1-салдар. $F(x)$ мақсаттық функциясының глобалдық минимумы $g_m(F, \alpha)$ көмекші функцияның нөлі болып табылады, яғни $\hat{\alpha}$ саны F функциясының глобалдық минимумы болуы үшін оның $g_m(F, \alpha)$ функциясының түбірі болуы қажетті, яғни $g_m(F, \alpha)$ функциясының нөлі емес сан $F(x)$ функциясының глобалдық минимумы бола алмайды.

Глобалдық минимумның жеткілікті шарты келесі теорема түрінде тұжырымдалады.

2-теорема. Егер $\max_{\alpha} \{\alpha \in \mathbb{R}: g_m(F, \alpha) = 0\} = \hat{\alpha}$ болса, онда

$$\text{glob min}_E F(x) = \hat{\alpha}.$$

Дәлелдеуі. Кері жорық: $g_m(F, \hat{\alpha}) = 0$, бірақ $F(x)$ функциясының глобалдық минимумы $\tilde{\alpha}$, яғни $\text{glob} \min_E F(x) = \tilde{\alpha}$, $\tilde{\alpha} \neq \hat{\alpha}$ болсын.

Егер $\hat{\alpha} - \tilde{\alpha} = 2\beta$ және $\beta > 0$ болса, және $E(F, \tilde{\alpha})$ жиыны $E(F, \hat{\alpha})$ жиынының ішкі жиыны болады. Сондықтан $\mu(E(F, \hat{\alpha})) > \mu(E(F, \tilde{\alpha}))$. Бұдан шығатыны:

$$\begin{aligned} g_m(F, \hat{\alpha}) &= \\ &= \int_E [|F(x) - \hat{\alpha}| - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu = \int_{E \setminus E(F, \tilde{\alpha})} [|F(x) - \hat{\alpha}| - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu + \\ &+ \int_{E(F, \tilde{\alpha})} [|F(x) - \hat{\alpha}| - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu = \int_{E \setminus E(F, \tilde{\alpha})} [(F(x) - \hat{\alpha}) - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu + \\ &+ \int_{E(F, \tilde{\alpha})} [-(F(x) - \hat{\alpha}) - F(x) + \hat{\alpha}]^m d\mu = \int_{E(F, \tilde{\alpha})} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu. \end{aligned}$$

Сонымен,

$$g_m(F, \hat{\alpha}) = \int_{E(F, \tilde{\alpha})} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu. \quad (3)$$

$\hat{\alpha} = \tilde{\alpha} + 2\beta$ және $\hat{\alpha} > \tilde{\alpha} + \beta > \tilde{\alpha}$ болғандықтан, $E(F, \hat{\alpha}) = \{x \in E | F(x) \leq \hat{\alpha}\}$, $E(F, \tilde{\alpha} + \beta) = \{x \in E | F(x) \leq \tilde{\alpha} + \beta\}$ және $E(F, \tilde{\alpha}) = \{x \in E | F(x) \leq \tilde{\alpha}\}$ жиындары үшін төмендегі қатынастар орындалады:

$$E(F, \tilde{\alpha}) \subset E(F, \tilde{\alpha} + \beta) \subset E(F, \hat{\alpha}).$$

Егер $\tilde{\alpha} < F(x) \leq \tilde{\alpha} + \beta < \hat{\alpha}$ болса, онда $\hat{\alpha} - F(x) > \hat{\alpha} - (\tilde{\alpha} + \beta) = \beta$ екеніне көз жеткізу қиын емес. Әрі қарай, түрлендірулер арқылы (3) интегралын төменнен бағалаймыз:

$$\begin{aligned} g_m(F, \hat{\alpha}) &= \\ &= \int_{E(F, \tilde{\alpha})} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu = \int_{E(F, \tilde{\alpha}) \setminus E(F, \tilde{\alpha} + \beta)} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu + \\ &+ \int_{E(F, \tilde{\alpha} + \beta)} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu \geq \int_{E(F, \tilde{\alpha} + \beta)} [2(\hat{\alpha} - F(x))]^m d\mu > \\ &> [2\beta]^m \int_{E(F, \tilde{\alpha} + \beta)} d\mu > [2\beta]^m \mu(E(F, \tilde{\alpha} + \beta)) > 0. \end{aligned}$$

Соңғы теңсіздік (2) теңдігіне қайшы. Демек, біздің ұйғарым дұрыс емес.

Теорема дәлелденді.

2-салдар. $g_m(F, \alpha)$ функциясы нөлдерінің дәл жоғарғы шекарасы $F(x)$ функциясының глобалдық минимумына тең, яғни $\text{glob} \min_E F(x) = \hat{\alpha}$ болуы үшін $\max_{\alpha} \{\alpha \in \mathbb{R} : g_m(F, \alpha) = 0\} = \hat{\alpha}$ болуы жеткілікті.

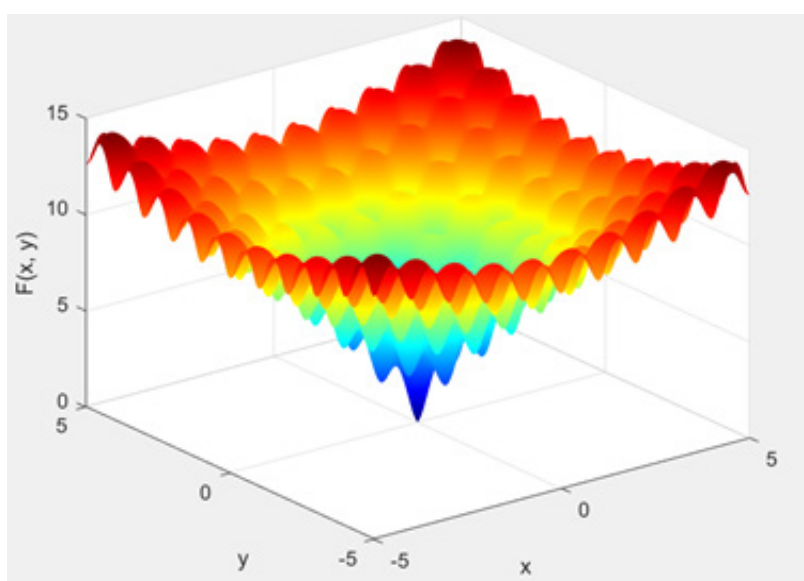
Нәтижелер мен талқылаулар

Енді ұсынылған әдістің тиімділігін көрнекі көрсету мақсатында, типтік тестік функциялар арқылы мақсаттық функцияны көмекші функцияға түрлендіру, ізделінді экстремумды жоғары дәлдікпен жуықтау үлгілерін көрсетеміз.

1-мысал. Локалдық минимумдары өте көп

$$F(x, y) = -20e^{-0.2\sqrt{0.5(x^2+y^2)}} - e^{0.5(\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y))} + e + 20, \quad (4)$$

Экли функциясы $\{(x; y): -5 \leq x \leq 5, -5 \leq y \leq 5\}$ квадратында берілген болсын (графикі – 2-ші суретте). Оның берілген облыстағы графикі MATLAB R2023a программалау тілінде төмендегідей түрде кескінделеді:

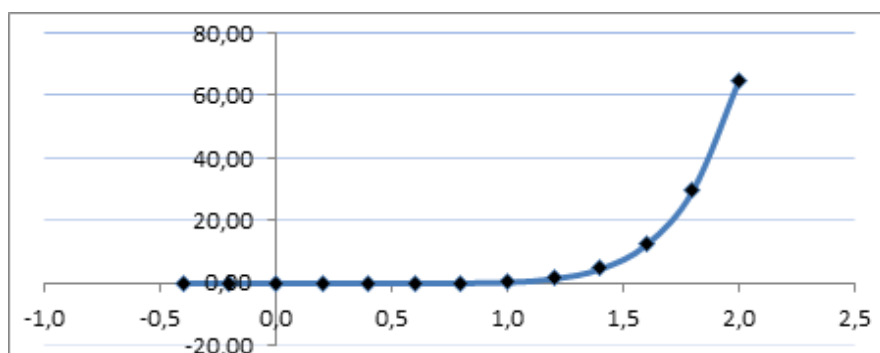


Сурет 2 – Экли функциясы $\{(x; y): -5 \leq x \leq 5, -5 \leq y \leq 5\}$ квадратында

Бұл функцияға сәйкес көмекші функция $m = 6$ жағдайында мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned} g_6(F, \alpha) = \\ = \int_{-5}^5 \int_{-5}^5 \left[\left| -20e^{-0.2\sqrt{0.5(x^2+y^2)}} - e^{0.5(\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y))} + e + 20 - \alpha \right| - \right. \\ \left. - (-20e^{-0.2\sqrt{0.5(x^2+y^2)}} - e^{0.5(\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y))} + e + 20 - \alpha) \right]^6 dx dy \quad (5) \end{aligned}$$

Оның графикінің сұлбасын Excel бағдарламасының көмегімен төмендегідей (3-сурет) түрде кескіндеуге болады:



Сурет 3 – Функция графигі

Экли функциясының глобалдық минимумының эталондық мәні: $F_3(0; 0) = 0$. Есептеу нәтижесі: $F_3(10^{-10}; 10^{-10}) = 10^{-10}$. Әдістің дәлдігі: $\varepsilon = 10^{-10}$.

Тесттік функцияларды гиперболалық және экспоненциалдық потенциалдар негізінде құрудың А.В. Кузнецов пен А.И. Рубан жұмыстарында [20–21] ұсынылған әдістемелеріне сүйеніп, біз 4-өлшемді кеңістікте бірнеше локалдық минимумы болатын тесттік функциялар құрдық. Олардың ерекшелігі – функцияның локалдық минимумдарының саны мен координаталарының алдын-ала айқындалып тұруында.

2-мысал. Гиперболалық потенциалдар негізінде құрылған,

$[-10; 10] \times [-10; 10] \times [-10; 10]$ кубында 4 локалдық минимумы бар

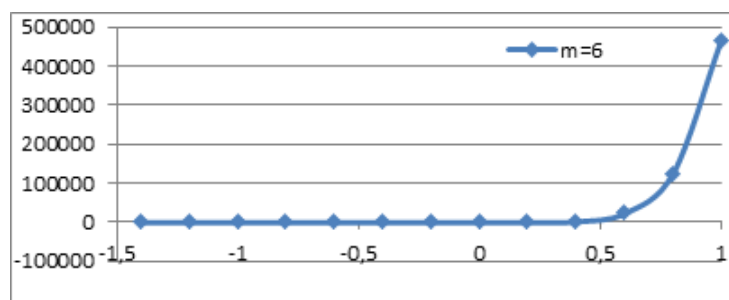
$$F(x, y, z) = -\frac{1}{5 \cdot (|x - 3|^2 + |y - 4|^2 + |z + 1|^2) + 1} - \frac{1}{2 \cdot (|x + 5|^5 + |y + 8|^5 + |z - 2|^5) + 1.8} - \frac{1}{10 \cdot (|x + 5|^{2.2} + |y - 6|^{2.2} + |z - 9|^{2.2}) + 3} - \frac{1}{2 \cdot (|x - 7|^{2.5} + |y + 8|^{2.5} + |z + 1|^{2.5}) + 2.5} \quad (6)$$

функциясын қарастырайық.

Бұл функция үшін көмекші функция ($m = 6$):

$$g_6(F, \alpha) = \int_{-10}^{10} \int_{-10}^{10} \int_{-10}^{10} [|F(x, y, z) - \alpha| - (F(x, y, z) - \alpha)]^6 dx dy dz. \quad (7)$$

Графигінің сұлбасын кескіндеу үшін Excel бағдарламасын қолдандық (4-сурет):



Сурет 4 – Функция графигі

1-кестеде (7) функцияның α параметрінің әрбір мәніне сәйкес мәндері келтірілген. α -ның $\hat{\alpha}$ мәніне жуықтауы дихотомия (қақ бөлу) сандық әдісімен орындалды: функция теріс емес болғандықтан, алдымен α -ның көмекші функция оң мәнге ие және нөлге тең болатын екі мәнін анықтап аламыз. (7)-ші функция үшін: $g_{\varepsilon}(F, 0) > 0$ және $g_{\varepsilon}(F, -10) = 0$. Келесі қадамда көмекші функцияның $[-10; 0]$ аралығының қақ ортасындағы мәнін есептейміз. Әрі қарай осы процесс жалғасады: функцияның мәні сол жақ шетінде 0-ге тең, оң жақ шетінде оң болатын аралық әр қадам сайын тандалады

Кесте 1 – Функцияның α параметрінің әрбір мәніне сәйкес мәндері

№	α	$g_{\varepsilon}(F_4, \alpha)$	№	α	$g_{\varepsilon}(F_4, \alpha)$
1	0	7,6	22	-1,0013294221	0
2	-10	0	23	-1,0013246537	$2,7 \cdot 10^{-38}$
3	-5	0	24	-1,0013270379	0
4	-2,5	0	25	-1,0013258458	0
5	-1,25	0	26	-1,0013252498	$2,5 \cdot 10^{-41}$
6	-0,625	0,0013	27	-1,0013255478	0
7	-0,9375	$4,3 \cdot 10^{-9}$	28	-1,0013253988	$2,1 \cdot 10^{-43}$
8	-1,09375	0	29	-1,0013254733	$7,2 \cdot 10^{-46}$
9	-1,015625	0	30	-1,0013255106	$6,3 \cdot 10^{-50}$
10	-0,9765925	$1,5 \cdot 10^{-11}$	31	-1,0013255292	0
11	-0,99609375	$1,3 \cdot 10^{-15}$	32	-1,0013255199	$7,2 \cdot 10^{-57}$
12	-1,005859375	0	33	-1,0013255246	0
13	-1,0009765625	$1,1 \cdot 10^{-22}$	34	-1,0013255223	0
14	-1,0034179688	0	35	-1,0013255211	0
15	-1,0021972657	0	36	-1,0013255205	$4,6 \cdot 10^{-62}$
16	-1,0015869141	0	37	-1,0013255208	0
17	-1,0012817383	$4,5 \cdot 10^{-28}$	38	-1,0013255207	0
18	-1,0014343262	0	39	-1,0013255206	0
19	-1,0013580323	0	40	-1,00132552055	$5 \cdot 10^{-64}$
20	-1,0013198853	$2,1 \cdot 10^{-33}$	41	-1,00132552058	$6,1 \cdot 10^{-67}$
21	-1,0013389588	0			

Сонымен, көмекші функцияның ең үлкен нөлі m -нің әр түрлі үш мәні үшін 42 итерациядан соң $\varepsilon = 10^{-10}$ дәлдігімен табылды: $\hat{\alpha} \approx -1,00132552058$. Функцияның ең үлкен нөлін табу алгоритмі VisualStudio ортасында жүзеге асырылды.

Қорытынды

Сонымен, біз көпайнымалылы мақсаттық функцияның глобалдық минимумын анықтау мәселесін осы функцияға сәйкес, бір параметрден тәуелді, маңызды қасиеттерге ие көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» табу есебіне келтірдік, яғни көпайнымалылы көпэкстремалды функциядан бір айнымалылы дөңес функцияға ауыстық. Нәтижесінде, глобалдық минимум табу есебінің бір ғана шешімінің бар болуы көмекші функция қасиеттері негізінде қамтамасыз етілді.

Айта кететін жәйт, еселі интеграл түрінде өрнектелетін $g_m(F, \alpha)$ функциясының $\hat{\alpha}$ «ең үлкен нөлін» анықтау үшін біз қажетті есептеулерді кубтық формулаларды қолданып орындаймыз. Дәлірек айтқанда, Соболевтің кубтық формулалары [22] пайдаланылды. Бұл тәсілді қолдануды алғаш ұсынған осы бағытта өнімді жұмыс істеп, маңызды нәтижелер [23–24] алған М.Д. Рамазанов болатын. Ал кубтық формулалар көмегімен функция мәндерін есептеуді біз арнаулы бағдарлама бойынша (Visual Studio) C++ ортасында орындаймыз.

Сонымен қатар, көмекші функцияның «ең үлкен нөлін» жоғары дәлдікпен жуықтау үшін біз дихотомия әдісі, «алтын қима» әдісі, Ньютон әдісі (жанамалар әдісі), градиентпен түсу әдісі және Вегстейн әдісі сияқты белгілі сандық әдістерді бейіндедік. Олардың бейінделген нұсқаларына тиімділік тұрғысынан салыстырмалы талдау жасадық, әрқайсысы үшін жинақталу жылдамдығын айқындадық.

Зерттеу нәтижелерін былайша түйіндеуге болады: көмекші функцияның ізделінді түбірі априорлық бағалау әдістемесі негізінде дихотомия әдісі мен «алтын қима» әдісі бойынша әлдеқайда дәлірек жуықталады. Ал, дәлдікті апостериорлық бағалауға негізделетін қалған әдістер арқылы ізделінді түбірді жуықтағанда түбірдің дәл мәнінен қаншалықты ауытқитынымызды айқын көру қиындығы туындайды, оның үстіне, алдыңғы әдістермен салыстырғанда, есептеулер үшін қажетті итерациялар саны әлдеқайда көп болады. Сонымен қатар, берілген дәлдікті қамтамасыз ету үшін қажетті итерациялар саны «алтын қима» әдісі жағдайында ең аз, ал әр итерацияға сәйкес есептеулер көлемі дихотомия жағдайында минималды (басқа әдістермен салыстырғанда) болады.

Қаржыландыру туралы ақпарат: Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және Жоғары Білім Министрлігінің Ғылым Комитеті қаржыландырады (Грант №. AP25794821).

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Horst R., Pardalos P.M. Thoai N.V. Introduction to Global Optimization. – New York: Springer Science & Business Media, 2000. – 354 p.
- 2 Numerica A. Complete Search in Continuous Global Optimization and Constraint Satisfaction. – Cambridge University Press, 2004. – 94 p.
- 3 Locatelli M., Schoen F. Global Optimization: Theory, Algorithms, and Applications. Philadelphia. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2013. – 666 p.
- 4 Floudas C.A., Pardalos P.M. Recent Advances in Global Optimization. – Princeton: Princeton University Press, 2014. – 644 p.
- 5 Liberti L., Maculan N. Global Optimization: From Theory to Implementation. – New York: Springer Science & Business Media, 2006. – 428 p.
- 6 Wu Z. The effective energy transformation scheme as a special continuation approach to global optimization with application to molecular conformation // SIAM Journal on Optimization. – 1996. – Vol. 6(3). – P. 748–768.
- 7 Floudas C.A., Akrotirianakis I.G., Caratzoulas S., Meyer C. A., Kallrath J. Global optimization in the 21st century: Advances and challenges // Comput. Chem. Eng. – 2005. – Vol. (29). – P. 1185–1202.
- 8 Pinter J.D. Global Optimization: Scientific and Engineering Case Studies. – New York: Springer Science & Business Media, 2006. – 559 p.
- 9 Huster W. R., Bongartz D., Mitsos A. Deterministic global optimization of the design of a geothermal organic rankine cycle // Energy Procedia, 2017. – Vol. 129. – P. 50–57.
- 10 Kunde C., Michaels D., Micovic J., Lutze P., Górak A., Kienle A. Deterministic global optimization in conceptual process design of distillation and melt crystallization // Chemical Engineering and Processing: Process Intensification. – 2015. – Vol. 99. – P. 132–142.
- 11 González-Díaz J., González-Rodríguez B., Leal M., Puerto J. Global optimization for bi-level portfolio design: economic insights from the dow jones index // Omega. – 2021. – Vol. 102. – P. 1–18.
- 12 Locatelli M., Schoen F. (Global) Optimization: historical notes and recent developments // EURO Journal on Computational Optimization. – 2021. – Vol. 9. – № 1. – P. 1–15.
- 13 Klepeis J.L., Pieja M.J., Floudas C.A. Hybrid global optimization algorithms for protein structure prediction // Alternating hybrids. Biophysical journal. – 2003. – Vol. 84(2). – P. 869–882.

- 14 Liberti L., Sergei K. Comparison of deterministic and stochastic approaches to global optimization // *Int. Trans. Oper. Res.* – 2005. – Vol. 12(3). – P. 263–285.
- 15 Zhigljavsky A., Zilinskas A. *Stochastic Global Optimization*. – New York: Springer Science & Business Media, 2007. – 262 p.
- 16 Zhu W., Ali M.M. Solving nonlinearly constrained global optimization problem via an auxiliary function method // *Journal of computational and applied mathematics*. – 2009. – Vol. 230(2). – P. 491–503.
- 17 Kaidasov Zh., Tutkusheva Zh. Algorithm for Calculating the Global Minimum of a Smooth Function of Several Variables // *Mathematical Modelling of Engineering Problems*. – 2021. – Vol. 8. – No. 4. – P. 591–596. <https://doi.org/10.18280/mmep.080412>.
- 18 Кайракбаев А.К., Туткушева Ж.С. О свойствах одной вспомогательной функции для вычисления глобального экстремума // *Вестник НИА РК*. – 2024. – Т. 91. – №1. – С. 178–188. <https://doi.org/10.47533/2024.1606-146X.17>.
- 19 Tutkusheva Zh., Otarov Kh.T. Application of the Auxiliary Function Method to the Search for the Global Minimum of Functions of Many Variables // *Mathematical Modelling of Engineering Problems*. – 2024. – Vol. 118. – № 5. – P. 1323–1329. <https://doi.org/10.18280/mmep.110523>.
- 20 Kuznetsov A.V., Ruban A.I. Search for the main minima of multiextremal functions with active consideration of inequality constraints // *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*. – 2010. – Vol. 3. – P. 335–346.
- 21 Rouban A.I. Global optimization method based on the selective averaging coordinate with restrictions // *J. Control and Computer Science*. – 2013. – Vol. 1(22). – P. 114–123.
- 22 Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. – Новосибирск: Математический университет Соболева, 1996. – 484 с.
- 23 Ramazanov M.D. Theory of lattice cubature formulas with a bounded boundary layer // *Ufa mathematical journal*, 2010. – Vol. 2. – No. 3. – P. 63–82.
- 24 Рамазанов М.Д. Асимптотически оптимальные решетчатые кубатурные формулы с ограниченным пограничным слоем и свойством ненасыщаемости // *Математический сборник*. – 2013. – Т. 204. – №7. – С. 71–96.
- 25 Tutkusheva Zh.S., Kazbekova G.N., Seilkhanova R.B., Kairakbaev A.K. Wegstein's method for calculating the global extremum // *Mathematical Modelling of Engineering Problems*. – 2022. – Vol. 9. – № 2. – P. 405–410. <https://doi.org/10.18280/mmep.090214>.

REFERENCES

- 1 Horst, R., Pardalos, P.M., Thoai, N.V. *Introduction to Global Optimization* (New York: Springer Science & Business Media, 2000), 354 p.
- 2 Numerica, A. *Complete Search in Continuous Global Optimization and Constraint Satisfaction* (Cambridge: Cambridge University Press, 2004), 94 p.
- 3 Locatelli, M., Schoen, F. *Global Optimization: Theory, Algorithms, and Applications* (Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2013), 666 p.
- 4 Floudas, C.A., Pardalos, P.M. *Recent Advances in Global Optimization* (Princeton: Princeton University Press, 2014), 644 p.
- 5 Liberti, L., Maculan, N. *Global Optimization: From Theory to Implementation* (New York: Springer Science & Business Media, 2006), 428 p.
- 6 Wu, Z. The effective energy transformation scheme as a special continuation approach to global optimization with application to molecular conformation. *SIAM Journal on Optimization*, 6 (3), 748–768 (1996).
- 7 Floudas, C.A., Akrotirianakis, I.G., Caratzoulas, S., Meyer, C.A., Kallrath, J. Global optimization in the 21st century: Advances and challenges. *Computers & Chemical Engineering*, 29, 1185–1202 (2005).
- 8 Pinter, J.D. *Global Optimization: Scientific and Engineering Case Studies* (New York: Springer Science & Business Media, 2006), 559 p.
- 9 Huster, W.R., Bongartz, D., Mitsos, A. Deterministic global optimization of the design of a geothermal organic Rankine cycle. *Energy Procedia*, 129, 50–57 (2017).
- 10 Kunde, C., Michaels, D., Micovic, J., Lutze, P., Górak, A., Kienle, A. Deterministic global optimization in conceptual process design of distillation and melt crystallization. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 99, 132–142 (2015).

- 11 González-Díaz, J., González-Rodríguez, B., Leal, M., Puerto, J. Global optimization for bi-level portfolio design: economic insights from the Dow Jones Index. *Omega*, 102, 1–18 (2021).
- 12 Locatelli, M., Schoen, F. (Global) Optimization: historical notes and recent developments. *EURO Journal on Computational Optimization*, 9 (1), 1–15 (2021).
- 13 Klepeis, J.L., Pieja, M.J., Floudas, C.A. Hybrid global optimization algorithms for protein structure prediction. *Biophysical Journal*, 84 (2), 869–882 (2003).
- 14 Liberti, L., Sergei, K. Comparison of deterministic and stochastic approaches to global optimization. *International Transactions in Operational Research*, 12 (3), 263–285 (2005).
- 15 Zhigljavsky, A., Zilinskas, A. *Stochastic Global Optimization* (New York: Springer Science & Business Media, 2007), 262 p.
- 16 Zhu, W., Ali, M.M. Solving nonlinearly constrained global optimization problem via an auxiliary function method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 230 (2), 491–503 (2009).
- 17 Kaidasov, Zh., Tutkusheva, Zh. Algorithm for calculating the global minimum of a smooth function of several variables. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 8 (4), 591–596 (2021). <https://doi.org/10.18280/mmep.080412>.
- 18 Kairakbaev, A.K., Tutkusheva, Zh.S. O svoistvakh odnoi vspomogatel'noi funktsii dlya vychisleniya global'nogo ekstremuma. *Vestnik NIA RK*, 91 (1), 178–188 (2024). <https://doi.org/10.47533/2024.1606-146X.17> (in Russian).
- 19 Tutkusheva, Zh., Otarov, Kh.T. Application of the auxiliary function method to the search for the global minimum of functions of many variables. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 11 (5), 1323–1329 (2024). <https://doi.org/10.18280/mmep.110523>.
- 20 Kuznetsov, A.V., Ruban, A.I. Search for the main minima of multiextremal functions with active consideration of inequality constraints. *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*, 3, 335–346 (2010).
- 21 Rouban, A.I. Global optimization method based on the selective averaging coordinate with restrictions. *Journal of Control and Computer Science*, 1 (22), 114–123 (2013).
- 22 Sobolev, S.L., Vaskevich, V.L. *Kubature Formulas* (Novosibirsk: Sobolev Mathematical University, 1996), 484 p. (in Russian).
- 23 Ramazanov, M.D. Theory of lattice cubature formulas with a bounded boundary layer. *Ufa Mathematical Journal*, 2 (3), 63–82 (2010).
- 24 Ramazanov, M.D. Asymptotically optimal lattice cubature formulas with a bounded boundary layer and non-saturation property. *Matematicheskii Sbornik*, 204 (7), 71–96 (2013). (in Russian).
- 25 Tutkusheva, Zh.S., Kazbekova, G.N., Seilkhanova, R.B., Kairakbaev, A.K. Wegstein's method for calculating the global extremum. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 9 (2), 405–410 (2022). <https://doi.org/10.18280/mmep.090214>.

¹Otarov Kh.T.,

Cand. Phys.-Math. Sc., ORCID ID: 0009-0009-4471-1625,

e-mail: khassenotar@mail.ru

^{1*}Tutkusheva Zh.S.,

PhD, ORCID ID: 0000-0003-3611-9620,

*e-mail: zhailan_k@mail.ru

¹Aktobe Regional University named after K. Zhubanov,
Aktobe, Kazakhstan

NECESSARY AND SUFFICIENT CONDITIONS FOR THE GLOBAL EXTREMUM OF OBJECTIVE FUNCTIONS

Abstract

Global optimization of multi-extremal, multi-variable functions is an important problem for the development of various areas of science. Its relevance is that the need to search for global extremum of functions constantly arises both in theoretical research and in practice. In this work, a new method for determining the global minimum of a

multi-extremal, multi-variable function is proposed. In a previously published work by one of the authors of this article, a special function called the "auxiliary function" was constructed by transforming the objective function, and its important properties (non-negativity, uniform discontinuity, differentiability, monotonicity, etc.) were studied. In the presented article, necessary and sufficient conditions for the global minimum of the objective function are rigorously formulated and proven. As a result, the problem of finding the global minimum of a multi-extremal and multi-variable function was reduced to the problem of determining the "greatest zero" of a convex function of one variable: it was proved that the global minimum of the objective function is equal to the exact upper bound of the zeros of the auxiliary function. And the problem of rational application of known numerical methods to determine the "greatest zero" of the auxiliary function with high accuracy was considered.

Keywords: global optimization methods; auxiliary function; global minimum; numerical optimization methods.

Received: October 2, 2025; revised: November 21, 2025; accepted: January 27, 2026.

¹Отаров Х.Т.,

к.ф.-м.н., ORCID ID: 0009-0009-4471-1625,

e-mail: khassenotar@mail.ru

^{1*}Туткушева Ж.С.,

PhD, ORCID ID:0000-0003-3611-9620,

*e-mail: zhailan_k@mail.ru

¹Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова,
г. Актобе, Казахстан

НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ЭКСТРЕМУМА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

Аннотация

Глобальная оптимизация многоэкстремальных функций многих переменных – важная задача развития различных направлений науки. Актуальность этой задачи подтверждается тем, что необходимость поиска глобального экстремума постоянно возникает как в теоретических исследованиях, так и на практике. В данной работе предлагается новый подход к проблеме поиска глобального минимума многоэкстремальной функции многих переменных. В опубликованной ранее работе одного из авторов данной статьи путем преобразования целевой функции была построена специальная функция, которая была названа «вспомогательной функцией». При этом были изучены важные свойства этой функции (неотрицательность, равномерная непрерывность, дифференцируемость, монотонность и другие), благодаря которым переход от целевой функции к вспомогательной обеспечивает экономию и гарантию сходимости метода поиска глобального минимума. В предлагаемой статье строго сформулированы и доказаны необходимые и достаточные условия глобального минимума целевой функции, и, как следствие, задача нахождения глобального минимума многоэкстремальной функции многих переменных сводится к поиску «наибольшего нуля» выпуклой функции одной переменной. При этом доказано, что глобальный минимум целевой функции совпадает с точной верхней гранью нулей вспомогательной функции. А для определения «наибольшего нуля» вспомогательной функции с высокой точностью можно рационально использовать известные численные методы.

Ключевые слова: методы глобальной оптимизации, вспомогательная функция, глобальный минимум, глобальный минимум, методы численной оптимизации.

ӘОЖ 517.928.2
FTAXP 27.29.23

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-220-230>

^{1*}Буканай Н.Ұ.,

докторант, ORCID ID: 0009-0009-2206-2302

*e-mail: nbukanay@gmail.com

¹Мирзакулова А.Е.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0001-6445-6371

e-mail: aziza.mirzakulova@bk.ru

²Асанова А.Т.,

ф.-м.ғ.д., профессор, ORCID ID: 0000-0001-8697-8920

e-mail: anartasan@gmail.com

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ., Қазақстан

КІШІ ПАРАМЕТРЛІ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КОШИ ЕСЕБІ ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЖИНАҚТЫЛЫҒЫ

Аңдатпа

Кіші параметрлі теңдеулер теориясында қарастырылатын сызықты интегро-дифференциалдық теңдеудің біртекті бөлігіне сәйкес құрылатын сипаттаушы теңдеу түбірлері қарама-қарсы таңбалы болатын, сонымен қатар интеграл астындағы туындының реті екіге дейін жететін нөл нүктесіндегі Коши есебі бұрын қарастырылмаған. Сипаттаушы теңдеу түбірлері қарама-қарсы болған жағдайда, есеп шешімінің шексіздікке ұмтылып кету қаупі бар екені мәлім. Мысалы, үлкен екі туындысының алдында кіші параметрі бар сипаттаушы теңдеу түбірі оң және теріс болғанда, кіші параметрлі дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебінің шешімі анықталмай қалады. Ал егер дифференциалдық теңдеудің оң жағына интегралдық бөлікті қосып, оны интегро-дифференциалдық теңдеу түрінде қарастырсақ, есеп шешімінің аналитикалық формуласын алуға болады. Бұл жұмыста берілген кіші параметрлі есепке сәйкес ауытқымаған есеп құрылған. Ауытқымаған есепте сыртқы дифференциалдық оператордың реті ішкі оператордың ретінен бірге кем. Есептің бұл түрі стандартты емес жағдайға жатады және қосымша зерттеуді талап етеді. Соған орай, ауытқымаған есепке қатысты қосымша зерттеулер жүргізіліп, оның шешімінің аналитикалық формуласы алынды. Сонымен қатар кіші параметрлі ауытқыған есеп пен ауытқымаған есеп арасындағы байланыс орнатылып, нақты мысалмен негізделген. Шектік ауысу теоремасы тұжырымдалып, ұсынылды.

Тірек сөздер: кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеулер, асимптотикалық сипат, Коши функциясы, кіші параметр, асимптотикалық жинақтылық, шектік көшу.

Кіріспе

Фредгольм интегро-дифференциалдық теңдеулері механика, астрономия, электростатика, басқару теориясы, потенциалдар теориясы, сұйықтар динамикасы, қолданбалы математика, сондай-ақ химиялық кинетика сынды көптеген ғылыми құбылыстардың математикалық моделін құруда пайда болады. Негізінен, интегро-дифференциалдық теңдеулердің қолданылу аясы ауқымды; әсіресе жаратылыстану және техника ғылымдарында үлкен маңызға ие. Сонымен қатар, бұл теңдеулер эпидемиялардың кеңістіктік-уақыттық дамуын математикалық модельдеуде де кеңінен қолданылады. Кіші параметрлі Фредгольм интегро-дифференциалдық теңдеуі, әдетте, кіші параметрдің жоғарғы ретті туындылардың алдында көбейткіш ретінде тұруымен сипатталады. Мұндай есептердің шешімі шекараға жақын өте кіші облыста немесе анықталу облысының ішінде шұғыл өзгеріске ұшырайды. Сондықтан кіші параметр нөлге

ұмтылғанда, шешімнің асимптотикалық бағалауын алу белгілі бір қиындықтар туғызады. Бұл теңдеулер диффузия, эпидемия динамикасы, жылу тасымалдау есептері сияқты әртүрлі құбылыстардың математикалық модельдерін жасау кезінде туындайды

Материалдар мен әдістер

Кіші параметрлі дифференциалдық және интегро-дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің негізгі әдістерінің бірі – асимптотикалық әдіс, соның ішінде шекаралық қабат функциялары әдісі. Асимптотикалық әдіс деп, әдетте, шешімді кіші параметрдің дәрежелік қатары түрінде құру әдісін айтады. Бұл әдістің тәжірибелік мағынасы – шешімді қарапайым теңдеулер арқылы тиімді түрде тұрғызу. Сандық әдіс пен асимптотикалық әдіс бір-бірін жоққа шығармайды; керісінше, бірін-бірі толықтырады. Мысалы, көптеген жағдайда асимптотикалық өрнекті сандық есептеуде нөлдік жуықтау ретінде қолдануға болады. Алғаш рет А. Тихоновтың [1] жұмысында дифференциалдық теңдеу шешімінің кіші параметрге тәуелділігі көрсетілген. Кейіннен бұл саладағы зерттеулер А. Васильева, В. Бутузов [2], К. Касымов [3], Д. Нургабыл [4], М. Дауылбаев [5], М. Бодожанов, Б. Калимбетов, В. Сафонов [6], М. Стайнс, Р. Келлог [7] және басқа да ғалымдардың еңбектерінде жиі кездеседі. Бұл жұмыстарда есеп шешімі аналитикалық әдіс арқылы ізделсе, келесі жұмыстарда сандық әдістер қолданылған: А. Олжира, М. Уолдарегай [8], М. Дурмаз, М. Чакир, И. Амирали, Г. Амиралиев [9], А. Ратхор, В. Шанти [10], А. Панда, Дж. Мхопатра, И. Амирали, М. Дурмаз, Г. Амиралиев [11], Е. Шринивас, К. Фаниндра [12].

Нәтижелер мен талқылау

Кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуді

$$\varepsilon^2 y'''' + \varepsilon A_2(t)y'' + A_1(t)y' + A_0(t)y = \quad (1)$$

$$= F(t) + \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H_j(t, x) y^{(j)}(x, \varepsilon) dx \quad (2)$$

келесі бастапқы шарттармен

$$y^{(i)}(0, \varepsilon) = \alpha_i, \quad i = \overline{0, 2} \quad (3)$$

карастырайық,

мұндағы ε – кіші параметр, α_i , $i = \overline{0, 2}$ – белгілі тұрақты шамалар.

Бастапқы берілген біртекті емес кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуге (1), (2) сәйкес біртекті кіші параметрлі теңдеуді қарастырайық:

$$\varepsilon^2 y'''' + \varepsilon A_2(t)y'' + A_1(t)y' + A_0(t)y = 0.$$

Бұл теңдеудің іргелі шешімдер жүйесін

$$y(t, \varepsilon) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \dots$$

түрінде іздейміз.

Бұл қатарды (3) біртекті теңдеуге қойып, ε кіші параметрінің 0-ші дәрежесінің алдын теңестірсек

$$\begin{aligned} A_1(t)y_0' + A_0(t)y_0 &= 0, \\ y_0(0) &= 1 \end{aligned}$$

түріндегі ауытқымаған теңдеуді аламыз.

(3) теңдеудің қалған шешімдерін табу үшін берілген біртекті теңдеуге сәйкес сипаттаушы теңдеу құрайық:

$$\varepsilon^2 \lambda^3 + \varepsilon A_2(t) \lambda^2 + A_1(t) \lambda + A_0(t) = 0 \quad (4)$$

(4) теңдеудің екі жағын ε кіші параметріне көбейтіп, $\varepsilon \lambda = \mu$ деп белгілеп алып, (3) теңдеуге сәйкес қосымша сипаттаушы теңдеу құрамыз:

$$\begin{aligned} \mu^3 + A_2(t) \mu^2 + A_1(t) \mu + \varepsilon A_0(t) &= 0, \\ \varepsilon^0: \mu_0^3 + A_0(t) \mu_0^2 + A_1(t) \mu_0 &= 0, \\ \mu_0^2 + A_0(t) \mu_0 + A_1(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

(5) теңдеуінің түбірлері $\mu_0^1(t)$, $\mu_0^2(t)$ болсын. Олай болса

$$\begin{aligned} \mu_1(t, \varepsilon) &= \mu_1(t) + O(\varepsilon), & \mu_1(t) &\equiv \mu_0^1(t), \\ \mu_2(t, \varepsilon) &= \mu_2(t) + O(\varepsilon), & \mu_2(t) &\equiv \mu_0^2(t), \\ \lambda_1(t, \varepsilon) &= \frac{\mu_1(t) + O(\varepsilon)}{\varepsilon}, & \mu_1(t) &< 0, \\ \lambda_2(t, \varepsilon) &= \frac{\mu_2(t) + O(\varepsilon)}{\varepsilon}, & \mu_2(t) &> 0, \end{aligned}$$

$\mu_1(t, \varepsilon)$, $\mu_2(t, \varepsilon)$ – (5) сәйкес қосымша сипаттаушы теңдеу түбірлері, $\lambda_1(t, \varepsilon)$, $\lambda_2(t, \varepsilon)$ – (4) сипаттаушы теңдеудің түбірлері.

Төмендегі шарттар орындалсын:

1. $A_i(t)$, $i = \overline{0,2}$ және $F(t)$ функциялары $0 \leq t \leq 1$ аралығында үзіліссіз дифференциалдансын және $H_i(t, x)$, $i = \overline{0,2}$ функциялары $D = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1\}$ облысында үзіліссіз дифференциалдансын.
 2. Сәйкес қосымша сипаттаушы теңдеудің $\mu^2 + A_2(t) \mu + A_1(t) = 0$ түбірлері $\mu_1(t) \neq \mu_2(t)$, $\operatorname{Re} \mu_1(t) < -\gamma_1$, $\operatorname{Re} \mu_2(t) > \gamma_2 > 0$ болсын.
 3. $H(t, s, \varepsilon)$ өзегінің меншікті мәні 1 санына тең болмасын.
- (1), (2) бастапқы есеп шешімінің асимптотикалық бағалауы [13] жұмыста алынған, $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} |y^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \left(|\alpha_0| + \varepsilon |\alpha_1| + \varepsilon^2 |\alpha_2| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) + \\ &+ \frac{C}{\varepsilon^{j-1}} e^{-\frac{t}{\varepsilon} \gamma_1} \left(|\alpha_0| + |\alpha_1| + \varepsilon^2 |\alpha_2| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) + \\ &+ \frac{C}{\varepsilon^{j-1}} e^{-\frac{1-t}{\varepsilon} \gamma_2} \left(|\alpha_0| + |\alpha_1| + \varepsilon^2 |\alpha_2| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right), \quad j = 0, 1, 2 \end{aligned} \quad (6)$$

түрінде болады.

Берілген кіші параметрлі (1), (2) бастапқы есепке байланысты сингулярлы ауытқымаған ($\varepsilon = 0$) бірінші ретті біртекті емес интегро-дифференциалдық теңдеуді

$$A_1(t)\bar{y}' + A_2(t)\bar{y} = F(t) + \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H_j(t, x) \bar{y}^{(j)}(x) dx \quad (7)$$

шартымен

$$\bar{y}(0) = \alpha_0 \quad (8)$$

карастырайық.

Теорема 1. Егер 1–5 шарттар орындалса, (7), (8) ауытқымаған есебінің

$0 \leq t \leq 1$ аралығында шешімі бар, жалғыз болады және

$$\bar{y}(t) = \eta(t) + D_0 \eta_0(t)$$

формуламен анықталады.

Дәлелдеуі: (7) теңдеуде сыртқы дифференциалдық оператордың реті ішкі дифференциалдық оператордың ретінен бірге кем болып тұр. Бұл стандартты емес жағдай болып есептеледі және қосымша зерттеуді талап етеді. Сол үшін (7) теңдеудің екі жағынан да 1 рет t айнымалысы бойынша туынды аламыз:

$$(A_1(t)\bar{y}'(t))' + (A_0(t)\bar{y}(t))' = F'(t) + \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(t, x) \bar{y}^{(j)}(x) dx.$$

Соңғы теңдеуді кері қарай $[0, t]$ аралығында 1 рет интегралдаймыз:

$$\int_0^t (A_1(s)\bar{y}'(s))' ds + \int_0^t (A_0(s)\bar{y}(s))' ds = \int_0^t F'(s) ds + \int_0^t \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{js}(s, x) \bar{y}^{(j)}(x) dx, \\ A_1(t)\bar{y}'(t) + A_0(t)\bar{y}(t) = F(t) + D_0 + \int_0^t Q[\bar{y}(s)] ds \quad (9)$$

мұндағы

$$D_0 = A_1(0)\bar{y}'(0) + A_0(0)\bar{y}(0) - F(0), \\ Q[\bar{y}(s)] = \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{js}(s, x) \bar{y}^{(j)}(x) dx.$$

D_0 тұрақтысы

$$D_0 = \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(0, x) \bar{y}^{(j)}(x) dx \quad (10)$$

(7) және (9) теңдеулерінің пара-парлығы (10) шартымен қамтамасыз етіледі. Осы себепті (9) теңдеуді (8) бастапқы шартымен бірге қарастыра аламыз.

(9) есебінің шешімі

$$\bar{y}(t) = CK_1(t, 0) + \varphi(t) + D_0 \varphi_0(t) + \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} Q[\bar{y}(s)] ds \quad (11)$$

түрінде болады, мұндағы

$$K_1(t, 0) = e^{-\int_0^t \frac{A_0(p)}{A_1(p)} dp}, \quad \varphi(t) = \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} F(s) ds,$$

$$\varphi_0(t) = \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} ds, \quad \bar{K}_1(t, s) = \int_s^t K_1(t, p) dp \quad (12)$$

$\bar{K}_1(t, s)$ функциясы

$$\begin{aligned} A_1(t) \bar{K}_1'(t, s) + A_0(t) \bar{K}_1(t, s) &= 1, \\ \bar{K}_1(s, s) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

есепінің шешімі болады.

(8) шартынан $C = \alpha_0$, онда (11) шешім келесі түрде жазылады:

$$\bar{y}(t) = \alpha_0 K_1(t, 0) + \varphi(t) + D_0 \varphi_0(t) + \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} Q[\bar{y}(s)] ds, \quad (14)$$

$K_1(t, 0)$, $\varphi(t)$, $\varphi_0(t)$, $\bar{K}_1(t, s)$ функциялары (12), (13) формулалардан табылады.

(14) сызықты интегралдық теңдеудің екі жағына да Q операторымен әсер етеміз.

$$u(t) = Q[\bar{y}(t)], \quad \bar{K}_1(t, 0) = Q[K_1(t, 0)], \quad \omega(t) = Q[\varphi(t)], \quad \omega_0(t) = Q[\varphi_0(t)], \quad (15)$$

$$Q \left[\int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} Q[\bar{y}(s)] ds \right] = \int_0^1 M(t, s) Q[\bar{y}(s)] ds,$$

$$M(t, s) = \int_s^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(t, x) \bar{K}_1^{(j)}(x, s) dx + H'_{2t}(t, s).$$

Олай болса, (14) шешім

$$u(t) = \alpha_0 \bar{K}_1(t, 0) + \omega(t) + D_0 \omega_0(t) + \int_0^1 M(t, s) u(s) ds \quad (16)$$

түрінде жазылады.

4. 1 саны $M(t, s)$ өзегінің меншікті мәні болмасын.

Келесі түрдегі операторды енгіземіз:

$$R[v(t)] = v(t) + \int_0^1 \bar{R}(t, s) v(s) ds \quad (17)$$

мұндағы $\bar{R}(t, s) - M(t, s)$ өзегінің резольвентасы, 4 шарттың көмегімен (16) интегралдық теңдеудің шешімі бар, жалғыз болады және келесідей өрнектеледі:

$$z(t) = \alpha_0 R[\bar{K}_1(t, 0)] + R[\omega(t)] + D_0 R[\omega_0(t)] \quad (18)$$

R операторы және $\bar{K}_1(t, 0)$, $\omega(t)$, $\omega_0(t)$ функциялары (15), (17) формуладан табылады.

(18) шешімді (14) теңдікке қойып, (7), (8) ауытқымаған есеп шешімін аламыз.

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \alpha_0 \bar{K}_1(t, 0) + \varphi(t) + D_0 \varphi_0(t) + \\ &+ \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} (R[\omega(s)] + R[\omega_0(s)]) ds \end{aligned} \quad (19)$$

мұндағы

$$\tilde{K}_1(t, 0) = K_1(t, 0) + \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} R[\tilde{K}_1(s, 0)] ds.$$

Келесі белгілеулерді енгізейік:

$$\begin{aligned} \eta(t) &= \alpha_0 \tilde{K}_1(t, 0) + \varphi(t) + \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} R[\omega(s)] ds, \\ \eta_0(t) &= \varphi_0(t) + \int_0^t \frac{\bar{K}_1(t, s)}{A_1(t)} R[\omega_0(s)] ds, \end{aligned} \quad (20)$$

онда (19) шешімі

$$\bar{y}(t) = \eta(t) + D_0 \eta_0(t) \quad (21)$$

түрінде болады.

Егер (20) формуладағы $\eta(t), \eta_0(t)$ функцияларына Q операторын қолдансақ,

$$R[\omega(t)] = Q[\eta(t)], \quad R[\omega_0(t)] = Q[\eta_0(t)] \quad (22)$$

теңдіктерін аламыз, мұндағы R операторы (17) формуламен анықталады.

(20) және (22) формулаларды ескере отырып, (21) функциясы (14) теңдеуді қанағаттандыратынын оңай тексеруге болады. Бұл функция (7) теңдеудің шешімі болу үшін D_0 тұрақтысы (10) шартқа бағыну керек. (10) шартқа (21) шешімді қойсақ, D_0 шамасы

$$D_0 = \frac{\int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(0, x) \eta^{(j)}(x) dx}{1 - \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(0, x) \eta_0^{(j)}(x) dx}$$

түрінде анықталады.

$$4. \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H'_{jt}(0, x) \eta_0^{(j)}(x) dx \neq 1$$

5 шарт орындалса, онда D_0 тұрақтысы бірімді анықталады. Теорема 1 дәлелденді.

Теорема 2. 1–5 шарттар орындалса, (1), (2) бастапқы есеп шешімі $y(t, \varepsilon)$ үшін келесі теңдіктер орынды:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y(t, \varepsilon) &= \bar{y}(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y'(t, \varepsilon) &= \bar{y}'(t), \quad 0 < t < 1, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y''(t, \varepsilon) &= \bar{y}''(t), \quad 0 < t < 1. \end{aligned}$$

мұндағы $\bar{y}(t)$ функциясы (21) арқылы өрнектелген (7), (8) есеп шешімі.

Дәлелдеуі: Кіші параметрлі есеп пен ауытқымаған есеп айырымын u параметрі арқылы белгілейік:

$$u(t, \varepsilon) = y(t, \varepsilon) - \bar{y}(t) \Rightarrow y(t, \varepsilon) = u(t, \varepsilon) + \bar{y}(t) \quad (23)$$

мұндағы $y(t, \varepsilon)$ – (1), (2) кіші параметрлі бастапқы есебінің шешімі және $\bar{y}(t)$ – сәйкес (7), (8) ауытқымаған есеп шешімі.

(23) формуланы (1), (2) теңдеуге апарып қойсақ, $u(t, \varepsilon)$ функциясына байланысты келесі есебін аламыз:

$$\varepsilon^2 u''' + \varepsilon A_2(t) u'' + A_1(t) u' + A_0(t) u =$$

$$= -\varepsilon^2 \bar{y}''' - \varepsilon A_2(t) \bar{y}'' + \int_0^1 \sum_{j=0}^2 H_j(t, x) u^{(j)}(x, \varepsilon) dx, \quad (24)$$

$$u(0, \varepsilon) = 0, \quad u'(0, \varepsilon) = \alpha_1 - \bar{y}'(0), \quad u''(0, \varepsilon) = \alpha_2 - \bar{y}''(0). \quad (25)$$

(24), (25) есебі (1),(2) есебімен ұқсас болғандықтан, (6) асимптотикалық бағалауларын $u(t, \varepsilon)$ функциясы үшін қолданып, келесіні аламыз.

$$|u^{(j)}(t, \varepsilon)| \leq C \left(\varepsilon |\alpha_1 - \bar{y}'(0)| + \varepsilon^2 |\alpha_2 - \bar{y}''(0)| + \max_{0 \leq t \leq 1} |\varepsilon^2 \bar{y}''' + \varepsilon A_2(t) \bar{y}''| \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon^{j-1}} e^{-\frac{t}{\varepsilon} \gamma_1} + \frac{1}{\varepsilon^{j-1}} e^{-\frac{1-t}{\varepsilon} \gamma_2} \right), \quad j = \overline{0, 2}$$

Алынған бағалаудан $u(t, \varepsilon) \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0$ ұмтылатыны шығады және Теорема 2 орынды болады. Теорема 2 дәлелденді.

Мысал. Үшінші ретті кіші параметрлі сызықты интегро-дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есебін қарастырамыз:

$$\varepsilon^2 y''' - \varepsilon y'' - 2y' = 1 + \delta \int_0^1 y''(x) dx, \quad (26)$$

$$y(0, \varepsilon) = \alpha_0, \quad y'(0, \varepsilon) = \alpha_1, \quad y''(0, \varepsilon) = \alpha_2. \quad (27)$$

Біртекті үшінші ретті дифференциалдық теңдеудің $\varepsilon^2 y''' - \varepsilon y'' - 2y' = 0$ іргелі шешімдер жүйесі

$$y_1(t, \varepsilon) = 1, \quad y_2(t, \varepsilon) = e^{-\frac{1}{\varepsilon}t}, \quad y_3(t, \varepsilon) = e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-t)}.$$

түрінде болады.

(26) теңдеудің оң жағын z айнымалысы арқылы белгілейік:

$$z = 1 + \delta \int_0^1 y''(x) dx. \quad (28)$$

(26) теңдеудің шешімі

$$y(t, \varepsilon) = C_1 + C_2 e^{-\frac{1}{\varepsilon}t} + C_3 e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-t)} - \frac{z}{2}t,$$

$$y'(t, \varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon} C_2 e^{-\frac{1}{\varepsilon}t} + \frac{2}{\varepsilon} C_3 e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-t)} - \frac{z}{2},$$

$$y''(t, \varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon^2} C_2 e^{-\frac{1}{\varepsilon}t} + \frac{4}{\varepsilon^2} C_3 e^{-\frac{2}{\varepsilon}(1-t)}$$

түрінде болады, мұндағы $C_i, i = \overline{1, 3}$ белгісіз тұрақтылар, $z(\varepsilon)$ – белгісіз функция.

Алынған шешімді (28) формулаға қою арқылы, $z(\varepsilon)$ белгісіз функциясын табамыз:

$$z(\varepsilon) = 1 + \delta \left(\frac{1}{\varepsilon} C_2 \left(e^{-\frac{1}{\varepsilon}} - 1 \right) + \frac{2}{\varepsilon} C_3 \left(1 - e^{-\frac{2}{\varepsilon}} \right) \right).$$

(26) теңдеудің шешімін (27) шартқа қою арқылы, $C_i, i = \overline{1, 3}$ тұрақтыларын табамыз:

$$C_1(\varepsilon) = \frac{\alpha_0 \left(\delta \left(2e^{-\frac{3}{\varepsilon}} - 3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 1 \right) - 6e^{-\frac{2}{\varepsilon}} \right) - 3\varepsilon(\alpha_1 + 0,5)e^{-\frac{2}{\varepsilon}}}{\delta \left(2e^{-\frac{3}{\varepsilon}} - 3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 1 \right) - 6e^{-\frac{2}{\varepsilon}}} + \frac{\varepsilon^2 \alpha_2 \left(3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} - \delta \left(1 - 1,5e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 0,5e^{-\frac{3}{\varepsilon}} \right) \right)}{\delta \left(2e^{-\frac{3}{\varepsilon}} - 3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 1 \right) - 6e^{-\frac{2}{\varepsilon}}},$$

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C_1(\varepsilon) &= \alpha_0, \\ C_2(\varepsilon) &= \frac{4\varepsilon e^{-\frac{2}{\varepsilon}}(\alpha_1 + 0,5) - \varepsilon^2 \alpha_2 \left(2e^{-\frac{2}{\varepsilon}} - \delta \left(1 - e^{-\frac{2}{\varepsilon}} \right) \right)}{\delta \left(2e^{-\frac{3}{\varepsilon}} - 3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 1 \right) - 6e^{-\frac{2}{\varepsilon}}}, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C_2(\varepsilon) &= 0, \\ C_3(\varepsilon) &= \frac{-\varepsilon(\alpha_1 + 0,5) + \varepsilon^2 \alpha_2 \left(0,5\delta \left(e^{-\frac{1}{\varepsilon}} - 1 \right) - 1 \right)}{\delta \left(2e^{-\frac{3}{\varepsilon}} - 3e^{-\frac{2}{\varepsilon}} + 1 \right) - 6e^{-\frac{2}{\varepsilon}}}, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} C_3(\varepsilon) &= 0. \end{aligned}$$

Олай болса (26), (27) есеп шешімі

$$y(t, \varepsilon) = \alpha_0 - \frac{1}{2}t \quad (29)$$

түрінде өрнектеледі.

Енді (26), (27) есебіне сәйкес $\varepsilon \rightarrow 0$ ауытқымаған есебін құрамыз:

$$-2\bar{y}' = 1 + \delta \int_0^1 \bar{y}''(x) dx, \quad (30)$$

$$\bar{y}(0) = \alpha_0. \quad (31)$$

(30) тендеудің оң жағын $\bar{z}$ айнымалысы арқылы белгілейік:

$$\bar{z} = 1 + \delta \int_0^1 \bar{y}''(x) dx. \quad (32)$$

(30) тендеудің шешімі келесідей болады:

$$\bar{y}(t) = -\frac{\bar{z}}{2}t + C. \quad (33)$$

(33) формуланы (32) формулаға қою арқылы $\bar{z}$ табамыз:

$$\bar{z} = 1 + \delta \int_0^1 \bar{y}''(x) dx = 1, \quad \bar{z} = 1.$$

Алынған нәтиже арқылы (30) есеп шешімін келесі түрде жазамыз:

$$\bar{y}(t) = -\frac{1}{2}t + C.$$

(31) шартты қолданып, тұрақтыны табамыз, $C = \alpha_0$.

Олай болса (30), (31) есеп шешімі келесідей болады:

$$\bar{y}(t) = -\frac{1}{2}t + \alpha_0. \quad (34)$$

Сонымен, (29) және (34) шешімдерден келесі шектік көшулер орындалатынын оңай көруге болады:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y(t, \varepsilon) = \alpha_0 - \frac{t}{2} \equiv \bar{y}(t), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y'(t, \varepsilon) = -\frac{1}{2} \equiv \bar{y}'(t), \quad 0 < t < 1,$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y''(t, \varepsilon) = 0 \equiv \bar{y}''(t), \quad 0 < t < 1.$$

Қорытынды

Бұл жұмыста қосымша сипаттаушы теңдеудің түбірлері қарама-қарсы болған жағдайдағы кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебі қарастырылған. Кіші параметрлі интегро-дифференциалдық теңдеуге арналған Коши есебіне сәйкес ауытқымаған есеп құрылған және ауытқымаған есеп шешімінің аналитикалық формуласы алынған. Кіші параметрлі ауытқыған есеп пен сәйкес құрылған ауытқымаған есеп арасындағы байланыс көрсетілген. Нәтижесінде шектік көшу теоремасы тұжырымдалып, ұсынылған және мысалмен негізделген.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Тихонов А.Н. О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Матем. сб. – 1948. – Т. 22. – Вып. 2. – С. 193–204.
- 2 Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. – Москва: Наука, 1973.
- 3 Kassymov K.A., Dauylbayev M.K. Estimates of solutions of the Cauchy problem with an arbitrary-order initial jump for linear singularly perturbed integro-differential equations // Differential Equations. – 1999. – P. 822–830.
- 4 Nurgabyl D. Asymptotic estimates for the Solution of a Restoration Problem with Initial Jump // Journal of Applied Mathematics. – 2014. – P. 956402.
- 5 Dauylbayev M.K. The asymptotic behavior of solutions to singularly perturbed nonlinear integro-differential equations // Siberian Mathematical Journal. – 2000. – 41(1). – P. 49–60.
- 6 Bobodzhanova M.A., Kalimbetov B.T., Safonov V.F. Singularly perturbed integro differential equations with degenerate Hammerstein's kernel // Bulletin of the Karaganda University. – Mathematics Series. – 2024. – 4(116). – P. 57–68. <https://doi.org/10.31489/2024M4/57-68>.
- 7 Kellogg R.B., Stynes M. A singularly perturbed convection-diffusion problem in a half-plane // Appl. Anal. – 2006. – 85(12). – P. 1471–1485. <http://dx.doi.org/10.1080/00036810601066574>.
- 8 Oljira A.F., Woldaregay M.M. A fitted operator numerical method for singularly perturbed Fredholm integro-differential equation with integral initial condition. // BMC Research Notes. – 2024. – 17(1). – P. 23. <http://dx.doi.org/10.1186/s13104-023-06649-9>.
- 9 Durmaz M.E., Cakir M., Amirali I., Amiraliyev G.M. Numerical solution of singularly perturbed Fredholm integro-differential equations by homogeneous second order difference method // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2024. – 412(1). – P. 114327. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114327>.
- 10 Rathore A.S., Shanthi V. A numerical solution of singularly perturbed Fredholm integro-differential equation with discontinuous source term // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2024. – P. 446, 115858. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2024.115858>.
- 11 Panda A., Mohapatra J., Amirali I., Durmaz M.E., Amiraliyev G.M. A numerical technique for solving nonlinear singularly perturbed Fredholm integro-differential equations // Mathematics and Computers in Simulation. – 2024. – 220. – P. 618–629. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2024.02.011>.
- 12 Srinivas E., Phaneendra K. A Novel Numerical Scheme for a Class of Singularly Perturbed Differential-Difference Equations with a Fixed Large Delay // Bulletin of the Karaganda University. – Mathematics Series. – 2024. – 1(113). – P. 194–207. <https://doi.org/10.31489/2024M1/194-207>.
- 13 Bukanay N.U., Mirzakulova A.E., Assanova A.T. Asymptotic estimations of the solution for singularly perturbed Cauchy problem // Bulletin of the Karaganda University. – 2025. – Mathematics Series. – No. 2(118). – P. 44–51. <https://doi.org/10.31489/2025M2/44-51>.

REFERENCES

- 1 Tikhonov, A.N. O zavisimosti reshenii differentsialnyh uravnenii ot malogo parametra. Math. Sb., 22(2), 193–204 (1948). (in Russian).
- 2 Vasil'eva, A.B., Butuzov, V.F. Asimptoticheskie razlozheniya reshenii singuliyarno vozmushennyh uravnenii (Moscow: Nauka, 1973). (in Russian).

- 3 Kassymov, K.A., Dauylbayev, M.K. Estimates of solutions of the Cauchy problem with an arbitrary-order initial jump for linear singularly perturbed integro-differential equations. *Differential Equations*, 822–830 (1999).
- 4 Nurgabul, D. Asymptotic estimates for the Solution of a Restoration Problem with Initial Jump. *Journal of Applied Mathematic*, 956402 (2014).
- 5 Dauylbaev, M.K. The asymptotic behavior of solutions to singularly perturbed nonlinear integro-differential equations. *Siberian Mathematical Journal*, 41(1), 49–60 (2000).
- 6 Bobodzhanova, M.A., Kalimbetov, B.T., Safonov, V.F. Singularly perturbed integro differential equations with degenerate Hammerstein's kernel. *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series*, 4(116), 57–68 (2024). <https://doi.org/10.31489/2024M4/57-68>.
- 7 Kellogg, R.B., Stynes, M. A singularly perturbed convection-diffusion problem in a half-plane. *Appl. Anal.*, 85(12), 1471–1485 (2006). <http://dx.doi.org/10.1080/00036810601066574>.
- 8 Oljira, A.F., & Woldaregay, M.M. A fitted operator numerical method for singularly perturbed Fredholm integro-differential equation with integral initial condition. *BMC Research Notes*, 17(1), 23 (2024). <http://dx.doi.org/10.1186/s13104-023-06649-9>.
- 9 Durmaz, M.E., Cakir, M., Amirali, I., Amiraliyev, G.M. Numerical solution of singularly perturbed Fredholm integro-differential equations by homogeneous second order difference method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 412(1), 114327 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114327>.
- 10 Rathore, A.S., Shanthi, V. A numerical solution of singularly perturbed Fredholm integro-differential equation with discontinuous source term. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 446, 115858 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.cam.2024.115858>.
- 11 Panda, A., Mohapatra, J., Amirali, I., Durmaz, M.E., Amiraliyev, G.M. A numerical technique for solving nonlinear singularly perturbed Fredholm integro-differential equations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 220, 618–629 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2024.02.011>.
- 12 Srinivas, E., Phaneendra, K. A Novel Numerical Scheme for a Class of Singularly Perturbed Differential-Difference Equations with a Fixed Large Delay. *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series*, 1(113), 194–207 (2024). <https://doi.org/10.31489/2024M1/194-207>.
- 13 Bukanay, N.U., Mirzakulova, A.E., Assanova A.T. Asymptotic estimations of the solution for singularly perturbed Cauchy problem. *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series*, 2(118), 44–51 (2025). <https://doi.org/10.31489/2025M2/44-51>.

¹*Bukanay N.U.,

PhD student, ORCID ID: 0009-0009-2206-2302,

*e-mail: nbukanay@gmail.com

¹Mirzakulova A.E.,

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0001-6445-6371

e-mail: aziza.mirzakulova@bk.ru

²Assanova A.T.,

Dr. Phys.-Math. Sc., Professor, ORCID ID: 0000-0001-8697-8920

e-mail: anartasan@gmail.com

¹Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan

²Institute of Mathematics and Mathematical Modeling,
Almaty, Kazakhstan

ASYMPTOTIC CONVERGENCE OF THE CAUCHY PROBLEM SOLUTION FOR AN INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION WITH A SMALL PARAMETER

Abstract

The Cauchy problem at point 0, where the characteristic equation built according to the homogeneous part of the linear integro-differential equation under consideration has both positive and negative roots, and the order

of the derivative of the integral u_0 to 2, has never been examined before in the theory of equations with small parameters. It is well known that the problem's solution may veer towards infinity when the characteristic equation's roots are opposite. The Cauchy problem for a differential equation with a small parameter in front of two higher-order derivatives is still uncertain when the roots of the characteristic equation are opposite. This can be solved analytically by adding the integral part to the right-hand side of the differential equation and treating it as an integro-differential equation. In this paper, an unperturbed problem is constructed for a given perturbed problem with a small parameter. In the unperturbed problem the external differential operator is one order lower than the internal differential operator. This is a non-standard case and requires special consideration. In this regard, an analytical formula for the solution of the unperturbed problem is obtained, and further analysis is carried out. Moreover, the interrelation between the perturbed and unperturbed problems was established and illustrated by an example. The theorem on the limiting transition was also formulated.

Keywords: singularly perturbed integro-differential equation, asymptotic properties, Cauchy function, small parameter, asymptotic convergence, the passage to the limit.

*Received: October 16, 2025; revised: December 22, 2025; January 6, 2026; February 10, 2026;
accepted: February 14, 2026.*

^{1*}Буканай Н.Ү.,

докторант, ORCID ID: 0009-0009-2206-2302,

*e-mail: nbukanay@gmail.com

¹Мирзакулова А.Е.,

PhD, ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0001-6445-6371,

e-mail: aziza.mirzakulova@bk.ru

²Асанова А.Т.,

ф.-м.ф.д., профессор, ORCID ID: 0000-0001-8697-8920,

e-mail: anartasan@gmail.com

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби,

г. Алматы, Казахстан

²Институт математики и математического моделирования,

г. Алматы, Казахстан

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СХОДИМОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ

Аннотация

В теории уравнений с малыми параметрами задача Коши в точке 0, где характеристическое уравнение, построенное в соответствии с однородной частью рассматриваемого линейного интегро-дифференциального уравнения, имеет положительные и отрицательные корни, а также порядок производной интеграла до 2, ранее не рассматривалась. Известно, что при противоположных корнях характеристического уравнения решение задачи рискует склониться к бесконечности. Например, решение задачи Коши для дифференциального уравнения с малым параметром перед двумя большими производными остается неопределенным, когда корни характеристического уравнения противоположны, и если добавим интегральную часть к правой части дифференциального уравнения и будем рассматривать ее как интегро-дифференциальное уравнение, мы можем получить аналитическую формулу решения. В данной работе была построена невозмущенная задача для заданной возмущенной задачи с малым параметром. В невозмущенной задаче порядок внешнего дифференциального оператора меньше, чем порядок внутреннего оператора. Такой тип задачи относится к нестандартным случаям и требует дополнительного изучения. В связи с этим была получена аналитическая формула решения невозмущенной задачи и проведены дополнительные исследования. При этом установлена связь между возмущенной и невозмущенной задачами, что подтверждается соответствующим примером. Сформулирована и изложена теорема предельного перехода.

Ключевые слова: сингулярно возмущенное интегро-дифференциальное уравнение, асимптотические свойства, функция Коши, малый параметр, асимптотическая сходимость, предельный переход.

УДК 517.927.2

МРНТИ 27.29.15, 27.29.17, 27.29.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-231-239>

¹Усманов К.И.,

к.ф.-м.н, доцент, ORCID ID: 0000-0002-4311-5807,

e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz

¹Назарова К.Ж.,

к.ф.-м.н, доцент, ORCID ID: 0000-0002-2093-1879,

e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz

^{1*}Еркишева Ж. С.,

PhD, ORCID ID: 0009-0005-7507-4535,

*e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz

¹Международный казахско-турецкий университет им. А. Ясави,
г. Туркестан, Казахстан

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Аннотация

В данной работе рассматривается краевая задача для интегро-дифференциального уравнения дробного порядка $0 < \alpha < 1$ с инволютивным преобразованием. Для исследования разрешимости поставленной краевой задачи используется метод параметризации, предложенный профессором Д. Джумабаевым. Для этого вводится параметр $\mu = x(0)$ и выполняется замена переменных $0 < \alpha < 1$. Введенная замена переменных разбивает рассматриваемую задачу формально на две части, т.е. задачу Коши для интегро-дифференциального уравнения дробного порядка $0 < \alpha < 1$ с инволютивным преобразованием и линейное уравнение относительно введенного параметра. Определяя решение задачи Коши для интегро-дифференциального уравнения дробного порядка $0 < \alpha < 1$ с инволютивным преобразованием и подставляя его в краевое условие, получим линейное уравнение относительно введенного параметра. Считая, что коэффициент данного уравнения не равен нулю, находим единственное решение исследуемой краевой задачи. Установлена взаимосвязь между разрешимостью исследуемой задачи и коэффициентом полученного уравнения.

Ключевые слова: инволюция, краевая задача, метод параметризации, параметр, задача Коши, разрешимость.

Введение

В последние десятилетия дробное исчисление, то есть теория производных и интегралов нецелого (дробного) порядка, привлекло значительное внимание исследователей. Это связано с тем, что дробные производные позволяют более точно описывать процессы с памятью и наследственностью, которые часто встречаются в физике, биологии, экономике, теории управления и в других областях. В отличие от классического дифференцирования целого порядка дробное дифференцирование учитывает предыдущие состояния системы, что делает его особенно полезным при моделировании аномальной диффузии, вязкоупругих сред и динамических систем с фрактальной структурой времени.

Существует несколько подходов к определению дробной производной. Наиболее распространенными являются определения в смысле Римана–Лиувилля и Капуто.

Определение 1. Для каждого выражения, определенного на интервале $[a, b]$, для функции $x(t)$

$${}_{RL}D_a^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_a^t (t-\xi)^{-\alpha} x(\xi) d\xi, \quad t > a,$$

$${}_{RL}D_b^\alpha x(t) = -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_t^b (\xi-t)^{-\alpha} x(\xi) d\xi, \quad t < b,$$

называются соответственно левосторонними и правосторонними дробными производными Римана–Лиувилля порядка α , $0 < \alpha < 1$.

Определение 2. Пусть $x(t) \in L_1(a, b)$. Интегралы

$$I_a^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\xi)^{\alpha-1} x(\xi) d\xi,$$

$$I_b^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_t^b (\xi-t)^{\alpha-1} x(\xi) d\xi,$$

называются, соответственно, левосторонними и правосторонними дробными производными Римана–Лиувилля порядка α , $\alpha > 0$.

Определение 3. Пусть $[a, b]$ – конечный интервал на прямой $\mathbb{R}$. Если $0 < \alpha < 1$, то производная Капуто определяется следующим образом:

$${}_CD_a^\alpha x(t) = {}_{RL}D_a^\alpha (x(t) - x(a)),$$

$${}_CD_b^\alpha x(t) = {}_{RL}D_b^\alpha (x(t) - x(b)).$$

Эти производные называются соответственно левосторонними и правосторонними дробными производными Капуто порядка α .

Теорема ([1], стр. 92). Пусть $0 < \alpha < 1$. Если $x(t) \in AC^1[a, b]$, то дробные производные Капуто ${}_CD_a^\alpha x(t)$, ${}_CD_b^\alpha x(t)$ существуют почти всюду на $[a, b]$ и

$${}_CD_a^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^t (t-\xi)^{-\alpha} x'(\xi) d\xi, \quad t > a,$$

$${}_CD_b^\alpha x(t) = -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_t^b (\xi-t)^{-\alpha} x'(\xi) d\xi, \quad t < b,$$

Отдельный интерес представляют инволюционные преобразования аргумента. Инволюция – это отображение $\phi: D \rightarrow D$, для которого $\phi(\phi(t)) = t$. Наиболее известным примером в задачах по времени является отражение вида $\phi(t) = T - t$, связывающее значения решения в симметричных относительно середины отрезка точках. Такие преобразования возникают в задачах с симметрией, обратной связью, а также в ряде спектральных и краевых задач.

Сочетание дробных производных и инволюционных членов $(Jx)(t) = x(\phi(t))$ открывает новые возможности моделирования. Оно объединяет неместные эффекты памяти, присущие дробным операторам, и симметричную взаимосвязь значений решения, задаваемую инволюцией. Математический анализ таких моделей осложняется тем, что инволюционные члены могут связывать значения функции, удаленные как по времени, так и по сетке в численных схемах. Это требует модификации существующих методов и разработки специальных алгоритмов.

Исследования в данном направлении рассматриваются в работах многих авторов. Проблемам существования и единственности решений дифференциальных уравнений с инволюцией посвящен ряд фундаментальных исследований. Так, в работах Przeworska-Rolewicz [2] и J. Wiener [3] исследованы дифференциальные и дифференциально-операторные уравнения с инволюцией методами функционального анализа и разделения переменных. Построение функ-

ций Грина для одномерных уравнений с инволюцией представлено в работе Alberto Cabada и F. Tojo [4].

Корректность, качественные свойства решений, а также спектральные задачи для дифференциальных уравнений с различными видами инволютивных преобразований освещаются в работах [5–7]. В [8] показано, что задача Коши для дифференциального уравнения второго порядка на середине заданного отрезка имеет единственное решение. В работе [9] рассмотрена смешанная задача для уравнения четвертого порядка с дробной производной Капуто и инволюционным преобразованием аргумента. Авторы с помощью метода разделения переменных построили биортонормальную систему собственных функций и доказали существование и единственность решения. Задачи смешанного типа для волнового уравнения с отклоняющимися аргументами рассмотрены в работе [10]. С помощью метода разделения переменных доказаны существование и единственность решения для поставленной задачи. В [11] рассматривается нелинейное параболическое дифференциальное уравнение с инволюцией. Найдены собственные значения и собственные функции спектральных задач, получено обобщенное решение нелинейной смешанной задачи в виде ряда Фурье. В работе [12] изучены два класса некорректных задач, описываемых неклассическим дробным уравнением теплопроводности с инволюционным возмущением. Для получения устойчивого решения был применен модифицированный метод псевдопараболической регуляризации.

Несмотря на значительный прогресс в исследовании таких уравнений, многие вопросы разрешимости краевых и начально-краевых задач остаются открытыми. В частности, не всегда ясно, при каких условиях можно гарантировать существование решения. Настоящая работа направлена на исследование одной из таких задач с использованием метода параметризации, позволяющего установить условия разрешимости для краевых задач с инволютивными преобразованиями.

Материалы и методы

В работе на отрезке $[0, T]$ исследуется разрешимость краевой задачи неоднородного дробного интегро-дифференциального уравнения $0 < \alpha < 1$ с инволютивным преобразованием:

$${}_C D^\alpha x(t) + \varepsilon {}_C D^\alpha x(T - t) = \lambda \int_0^T K(t, s) x(s) ds + f(t), \quad (1)$$

$$bx(0) + cx(T) = d, \quad (2)$$

где функции $f(t)$ и ядро $K(t, s)$ непрерывны на соответствующих интервалах. $\varepsilon, \lambda, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Замечание. В уравнении (1) и далее в этой работе

$${}_C D^\alpha x(T - t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^{T-t} (T - t - \xi)^{1-\alpha} x'(\xi) d\xi.$$

Будем исследовать разрешимость краевой задачи (1), (2) с помощью метода параметризации, предложенного профессором Д. Джумабаевым [13], который изначально был применен для исследования однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для систем дифференциальных уравнений. В дальнейшем метод параметризации был применен для исследования разрешимости различных краевых задач [14, 15]. В работах [16–18] с помощью метода параметризации исследованы краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений с инволютивными преобразованиями.

Вводя обозначение $\mu = x(0)$ и применяя подстановку $x(t) = u(t) + \mu$, краевая задача (13), (14) сводится к следующей эквивалентной краевой задаче:

$${}_C D^\alpha u(t) + \varepsilon {}_C D^\alpha u(T - t) = \lambda \int_0^T K(t, s) [u(s) + \mu] ds + f(t), \quad (3)$$

$$u(0) = 0, \quad (4)$$

$$(b + c)\mu + cu(T) = d. \quad (5)$$

Лемма 1. Задачи (1), (2) и (3)–(5) являются эквивалентными.

Доказательство. Предположим, что $x(t)$ – решение краевой задачи (1), (2). Тогда $u(t) = x(t) - \mu$ удовлетворяет (3) – (5), где $\mu = x(0)$.

Так как ${}_CD^\alpha u(t) = {}_CD^\alpha x(t)$, ${}_CD^\alpha u(T-t) = {}_CD^\alpha x(T-t)$, то

$$\begin{aligned} &{}_CD^\alpha u(t) + \varepsilon {}_CD^\alpha u(T-t) - \lambda \int_0^T K(t,s)[u(s) + \mu]ds - f(t) = \\ &= {}_CD^\alpha x(t) + \varepsilon {}_CD^\alpha x(T-t) - \lambda \int_0^T K(t,s)x(s)ds - f(t) = 0, \end{aligned}$$

т.е. $u(t) = x(t) - \mu$ удовлетворяет уравнениям (3). Имея в виду, что $\mu = x(0)$, получаем $u(0) = x(0) - \mu = 0$. Выполнение условия (5) следует из

$$(b+c)\mu + cu(T) - d = bx(0) + cx(T) - d = 0.$$

Обратно, пусть пара $(u(t), \mu)$ решение задачи (3) – (5). Тогда определяемая в виде $x(t) = u(t) + \mu$ функция удовлетворяет (1), (2). Так как ${}_CD^\alpha x(t) = {}_CD^\alpha u(t)$, ${}_CD^\alpha x(T-t) = {}_CD^\alpha u(T-t)$, то

$$\begin{aligned} &{}_CD^\alpha x(t) + \varepsilon {}_CD^\alpha x(T-t) - \lambda \int_0^T K(t,s)x(s)ds - f(t) = \\ &= {}_CD^\alpha u(t) + \varepsilon {}_CD^\alpha u(T-t) - \lambda \int_0^T K(t,s)[u(s) + \mu]ds - f(t) = 0. \end{aligned}$$

т.е. решение $x(t) = u(t) + \mu$, определяемое парой $(u(t), \mu)$ удовлетворяет (1).

Покажем, что $x(t)$ удовлетворяет и краевым условиям (2).

Действительно,

$$bx(0) + cx(T) - d = (b+c)\mu + cu(T) - d = 0.$$

Методология исследования

Рассмотрим уравнение (3) в точках $t^* = T-t$, тогда:

$${}_CD^\alpha u(T-t) + \varepsilon {}_CD^\alpha u(t) = \lambda \int_0^T K(T-t,s)[u(s) + \mu]ds + f(T-t). \quad (6)$$

Умножим (6) на $^{-\varepsilon}$ и, складывая с уравнением (3), получим

$$(1 - \varepsilon^2) {}_CD^\alpha u(t) = \lambda \int_0^T K^*(t,s)[u(s) + \mu]ds + f^*(t), \quad (7)$$

$$u(0) = 0, \quad (8)$$

где $K^*(t,s) = K(t,s) - \varepsilon K(T-t,s)$, $f^*(t) = f(t) - \varepsilon f(T-t)$.

Предположим, что $\varepsilon \neq \pm 1$, тогда решение задачи Коши (7), (8) определяется в виде

$$u(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^t (t - \xi)^{\alpha-1} \left[\lambda \int_0^T K^*(\xi,s)[u(s) + \mu]ds + f^*(\xi) \right] d\xi.$$

Пусть $K(t,s) = \varphi(t)\psi(s)$, тогда $K^*(t,s) = (\varphi(t) - \varepsilon\varphi(T-t))\psi(s) = \varphi^*(t)\psi(s)$ и

$$\begin{aligned}
 u(t) = & \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi \int_0^T \psi(s) u(s) ds \\
 & + \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi \int_0^T \psi(s) ds \cdot \mu + \\
 & + \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi .
 \end{aligned} \tag{9}$$

Считая, что $1 - \lambda\varphi_\alpha \neq 0$ и применяя теорию Фредгольма к уравнению (9), получим

$$\begin{aligned}
 u(t) = & \frac{\lambda\mu}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi \int_0^T \psi(s) ds \\
 & + \frac{\lambda f_\alpha}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi + \\
 & + \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^t (t-\xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi ,
 \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
 \varphi_\alpha = & \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T \psi(\tau) \int_0^\tau (\tau-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi d\tau, \\
 f_\alpha = & \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T \psi(\tau) \int_0^\tau (\tau-\xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi d\tau.
 \end{aligned}$$

Подставляя решение задачи Коши (10) в условие (5), определяем значение параметра μ :

$$\begin{aligned}
 \left(b + c + \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi \int_0^T \psi(s) ds \right) \mu = & d - \\
 - \frac{\lambda f_\alpha}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi - \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi .
 \end{aligned} \tag{11}$$

Введем обозначение

$$q_\alpha = \left[b + c + \frac{\lambda c}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi \int_0^T \psi(s) ds \right].$$

Результаты и обсуждение

Теорема 1. Пусть $1 - \lambda\varphi_\alpha \neq 0$ и $\varepsilon \neq \pm 1$. Тогда для однозначной разрешимости краевой задачи (1), (2) необходимо и достаточно, чтобы $q_\alpha \neq 0$.

Доказательство. Пусть $1 - \lambda\varphi_\alpha$ и $\varepsilon \neq \pm 1$. Если $q_\alpha \neq 0$, то из уравнения (11) находим единственное значение параметра μ

$$\mu = \frac{1}{q_\alpha} \left(d - \frac{\lambda f_\alpha}{\Gamma(\alpha)(1-\lambda\varphi_\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi - \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1-\varepsilon^2)} \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi \right).$$

Так как задача Коши (3), (4) имеет единственное решение, то на основании леммы 1 найдем единственное решение исходной краевой задачи (1), (2) в виде $x(t) = u(t) + \mu$.

Обратно, если краевая задача (1), (2) однозначно разрешима и $x(t)$ ее решение, то, введя обозначения $\mu = x(0)$ и используя замену $u(t) = x(t) - \mu$ от краевой задачи (1), (2), перейдем к эквивалентной краевой задаче с параметрами (3) – (5). Пусть $q_\alpha \neq 0$, тогда найдется по

крайней мере два значения μ_1, μ_2 и $x(0) = \mu_1 \neq \mu_2 = x(0)$. Но это противоречит однозначной разрешимости краевой задачи (1), (2). Отсюда следует, что $q_\alpha \neq 0$.

Теорема 2. Пусть $1 - \lambda\varphi_\alpha \neq 0$ и $\varepsilon \neq \pm 1$. Если $q_\alpha = 0$, то для разрешимости краевой задачи (1), (2) необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\Gamma(\alpha)(1 - \lambda\varphi_\alpha)(1 - \varepsilon^2)d = \int_0^T (T - \xi)^{\alpha-1} (\lambda f_\alpha \cdot \varphi^*(\xi) + (1 - \lambda\varphi_\alpha)f^*(\xi)) d\xi. \quad (12)$$

$$f^*(t) = f(t) - \varepsilon f(T - t), \varphi^*(t) = \varphi(t) - \varepsilon \varphi(T - t),$$

$$\varphi_\alpha = \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T \psi(\tau) \int_0^\tau (\tau - \xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi d\tau,$$

$$f_\alpha = \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T \psi(\tau) \int_0^\tau (\tau - \xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi d\tau.$$

Доказательство. Пусть $1 - \lambda\varphi_\alpha \neq 0$ и $\varepsilon \neq \pm 1$. Если $x(t) = u(t) + \mu$ и выполняется условие (12), то решение краевой задачи (1), (2) определяем в виде $x(t) = u(t) + \mu$, где $q_\alpha = 0$ является свободным параметром.

Предположим, что краевая задача имеет решение и $q_\alpha = 0$, но условие (12) не выполняется, т.е.

$$d - \frac{\lambda f_\alpha}{\Gamma(\alpha)(1 - \lambda\varphi_\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T (T - \xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi -$$

$$- \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T (T - \xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi \neq 0. \quad (13)$$

По лемме 1 краевая задача (1), (2) и краевая задача с параметрами (3)–(5) эквивалентны. Единственное решение задачи Коши (3), (4) определяется в виде (10). Подставляя (10) в условие (5), получим

$$d - \frac{\lambda f_\alpha}{\Gamma(\alpha)(1 - \lambda\varphi_\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T (T - \xi)^{\alpha-1} \varphi^*(\xi) d\xi - \frac{1}{\Gamma(\alpha)(1 - \varepsilon^2)} \int_0^T (T - \xi)^{\alpha-1} f^*(\xi) d\xi = 0.$$

Данное противоречие доказывает, что если $q_\alpha = 0$, то для разрешимости краевой задачи (1), (2) достаточно выполнение условия (12).

Пример. На отрезке $[0,1]$ рассмотрим следующую краевую задачу

$${}_C D^{\frac{1}{3}} x(t) - 2 {}_C D^{\frac{1}{3}} x(1-t) = \int_0^1 x(s) ds - 1, \quad (14)$$

$$x(0) - x(1) = 0. \quad (15)$$

Введем обозначение $\mu = x(0)$ и, применяя подстановку $x(t) = u(t) + \mu$, от краевой задачи (14), (15) перейдем к эквивалентной краевой задаче

$${}_C D^{\frac{1}{3}} u(t) - 2 {}_C D^{\frac{1}{3}} u(1-t) = \int_0^1 u(s) ds + \mu - 1, \quad (16)$$

$$u(0) = 0, \quad (17)$$

$$u(1) = 0. \quad (18)$$

Рассмотрим уравнение (16) в точках $t = 1 - t$, тогда

$${}_c D^{\frac{1}{3}} u(1-t) - 2 {}_c D^{\frac{1}{3}} u(t) = \int_0^1 u(s) ds + \mu - 1, \quad (19)$$

Умножая уравнение (19) на -2 и складывая с уравнением (16), получим

$${}_c D^{\frac{1}{3}} u(t) = -\int_0^1 u(s) ds - \mu + 1,$$

т.е. задачу Коши (16), (17) можно записать в виде

$${}_c D^{\frac{1}{3}} u(t) = -\int_0^1 u(s) ds - \mu + 1, \quad (20)$$

$$u(0) = 0, \quad (21)$$

решение которой эквивалентно следующему интегральному уравнению

$$u(t) = -\frac{t^{\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)} \left(\int_0^1 u(s) ds + \mu - 1 \right). \quad (22)$$

Применяя теорию Фредгольма к интегральному уравнению (22), получим

$$u(t) = -\frac{t^{\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)\left(\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)+1\right)} (\mu - 1). \quad (23)$$

Подставляя (23) в краевое условие (18), получим $\mu = 1$, т.е. $x(t) = 1$, что является решением краевой задачи (14), (15).

Заключение

В работе исследована краевая задача для интегро-дифференциального уравнения дробного порядка с инволютивным преобразованием. Метод параметризации профессора Д. Джумабаева позволил разложить задачу на решение задачи Коши и последующее получение линейного уравнения относительно введенного параметра. Показано, что при ненулевом коэффициенте этого уравнения краевая задача имеет единственное решение. Установлена связь между разрешимостью задачи и коэффициентом полученного линейного уравнения. Полученные результаты могут быть использованы при дальнейшем исследовании краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений с дробной производной и задач с частными производными.

Информация о финансировании. Данное исследование было профинансировано Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP23488086).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Kilbas, A.A., Srivastava, H.M., Trujillo, J.J. Theory and applications of fractional differential equations (Elsevier, 2006), pp. 204.
- 2 Przeworska-Rolewicz, D. Equations with Transformed Argument, An Algebraic Approach, 1st ed. (Elsevier Scientific: Amsterdam, The Netherlands, 1973).
- 3 Wiener, J. Generalized Solutions of Functional Differential Equations, 1st ed. (World Scientific: Singapore; River Edge NJ, USA; London, UK; Hong Kong, China, 1993).

- 4 Cabada, A., Tojo, F.A.F. Differential Equations with Involutions, 1st ed. (Atlantis Press: Paris, France, 2015), ISBN 978-94-6239-120-8.
- 5 Al-Salti, N., Kerbal, S., Kirane, M. Initial-boundary value problems for a time-fractional differential equation with involution perturbation. Math. Model. Nat. Phenomena, 14, 312 (2019).
- 6 Sarsenbi, A., Sarsenbi, A. On eigenfunctions of the boundary value problems for second order differential equations with involution. Symmetry, 13, 1972 (2021).
- 7 Turmetov, B., Karachik, V. On eigenfunctions and eigenvalues of a nonlocal Laplace operator with multiple Involution. Symmetry, 13, 1981 (2021).
- 8 Dildabek, G., Ivanova, M.B., Sadybekov, M.A. On root functions of nonlocal differential second-order operator with boundary conditions of periodic type. Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, 112(4), 29–44 (2021).
- 9 Kirane, M., Sarsenbi, A.A. Solvability of mixed problems for a fourth-order equation with involution and fractional derivative. Fractal and Fractional, 7(2), 131 (2023).
- 10 Mussirepova, E., Sarsenbi, A.A., Sarsenbi, A.M. Solvability of mixed problems for the wave equation with reflection of the argument. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 45(17), 11262–11271 (2022).
- 11 Yuldashev, T.K. Mixed problem for a nonlinear parabolic equation with involution. Lobachevskii Journal of Mathematics, 44(12), 5519–5527 (2023).
- 12 Benabbes, F., Boussetila, N., Lakhdari, A. The modified fractional- order quasi- reversibility method for a class of direct and inverse problems governed by time- fractional heat equations with involution perturbation. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 47(12), 9524–9555 (2024).
- 13 Dzhumabayev, D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation. Comput. Maths Math. Phys., 29(34), 34–46 (1989).
- 14 Assanova, A.T., Bakirova, E.A., Kadirbayeva, Z.M. Numerical Solution to a Control Problem for Integro-Differential Equations. Comput. Math. and Math. Phys., 60(2), 203–221 (2020).
- 15 Dzhumabaev, D.S. An algorithm for solving a linear two-point boundary value problem for an integrodifferential equation. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 53(6), 736–758 (2013).
- 16 Nazarova, K., Usmanov, K. On a boundary value problem for systems of integro-differential equations with involution. International Journal of Applied Mathematics, 34(2), 225–235 (2021).
- 17 Usmanov, K., Nazarova, K., Yerkisheva, Z. On the unique solvability of a boundary value problem for systems of loaded integro-differential equations with Involution. Lobachevskii Journal of Mathematics, 42(12), 3022–3034 (2021).
- 18 Nazarova, K., Usmanov, K. Unique solvability of boundary value problem for functional differential equations with involution. Bulletin of the Karaganda University – Mathematics, 3(103), 68–75 (2021).

¹Усманов К.И.,

ф.-м.ф.к., доцент, ORCID ID: 0000-0002-4311-5807,
e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz

¹Назарова К.Ж.,

ф.-м.ф.к., доцент, ORCID ID: 0000-0002-2093-1879,
e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz

^{1*}Еркишева Ж.С.,

PhD, ORCID ID: 0009-0005-7507-4535,
*e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz

¹Қ.А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
Түркістан қ., Қазақстан.

ИНВОЛЮЦИЯСЫ БАР БӨЛШЕК РЕТТІ ИНТЕГРАЛДЫҚ- ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТІҢ ШЕШІЛІМДІЛІГІ

Аңдатпа

Бұл мақалада инволютивті түрлендіруі бар $0 < \alpha < 1$ бөлшек ретті интегралдық-дифференциалдық теңдеу үшін шекаралық есеп қарастырылады. Шекаралық есептің шешілуін зерттеу үшін біз профессор

Д. Джумабаев ұсынған параметрлеу әдісін қолданамыз. Осы мақсатта $\mu = x(0)$ параметрі енгізіліп, $x(t) = u(t) + \mu$ айнымалылардың алмастыруы қолданылады. Енгізілген алмастыру есепті формальды түрде екіге бөледі: инволютивті түрлендіруі бар $0 < \alpha < 1$ бөлшек ретті интегралдық-дифференциалдық теңдеу үшін Коши есебі және енгізілген параметрге қатысты сызықтық теңдеу. Инволютивті түрлендіруі бар $0 < \alpha < 1$ бөлшек ретті интегралдық-дифференциалдық теңдеу үшін Коши есебінің шешімін анықтап, оны шеттік шартқа қою арқылы енгізілген параметрге қатысты сызықтық теңдеу аламыз. Бұл теңдеудің коэффициенті нөлге тең емес деп есептеп, шеттік есептің жалғыз шешімін табамыз. Есептің шешімділігі мен алынған теңдеудің коэффициенті арасында байланыс орнатылады.

Тірек сөздер: инволюция, шекаралық есеп, параметрлеу әдісі, параметр, Коши есебі, шешімділік.

¹**Usmanov K.I.,**

Cand. Phys.-Math. Sc., Associate Professor,

ORCID ID: 0000-0002-4311-5807

e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz

¹**Nazarova K.Zh.,**

Cand. Phys.-Math. Sc., Associate Professor,

ORCID ID: 0000-0002-2093-1879,

e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz

^{1*}**Yerkisheva Zh.S.,**

PhD, ORCID ID: 0009-0005-7507-4535,

*e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz

¹International Kazakh-Turkish University named after H.A. Yasawi,
Turkestan, Kazakhstan.

SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR FRACTIONAL-ORDER INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH INVOLUTION

Abstract

This paper considers a boundary value problem for a fractional-order integro-differential equation $0 < \alpha < 1$ with an involutivity transformation. To investigate the solvability of the boundary value problem, we use the parameterization method proposed by Professor D. Dzhumabaev. This is done by introducing a parameter $\mu = x(0)$ and changing variables. $x(t) = u(t) + \mu$ This change of variables formally divides the problem into two parts: a Cauchy problem for a fractional-order integro-differential equation with an involutive transformation $0 < \alpha < 1$ and a linear equation with respect to the introduced parameter. By determining the solution to the Cauchy problem for a fractional-order integro-differential equation with an involutive transformation $0 < \alpha < 1$ and substituting it into the boundary condition, we obtain a linear equation with respect to the introduced parameter. Assuming that the coefficient of this equation is nonzero, we find a unique solution to the boundary value problem. A relationship is established between the solvability of the problem and the coefficient of the resulting equation.

Key words: involution, boundary value problem, parameterization method, parameter, Cauchy problem, solvability.

Received: December 13, 2025; revised: January 26, 2026; accepted: January 29, 2026.

ӘОЖ 517.518
FTAXP 27.39.25

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-240-249>

^{1,2*}**Манарбек М.**,
докторант, ORCID ID: 0009-0006-6879-8356,
*e-mail: manarbek@math.kz
^{2,3}**Мусабаева Г.К.**,
PhD, ORCID ID: 0000-0003-2368-8955,
e-mail: mussabayeva@mail.ru

¹Математика және математикалық модельдеу институты,
Алматы қ., Қазақстан

²Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Астана қ., Қазақстан

³«Geometry» ЖШС,
Астана қ., Қазақстан

АНИЗОТРОПТЫ ГРАНД ЛОРЕНЦ КЕҢІСТІКТЕРІНДЕГІ ГЕЛЬДЕР ТЕҢСІЗДІГІ ЖӘНЕ ОСЫ КЕҢІСТІКТІҢ ДУАЛДЫЛЫҒЫ

Аңдатпа

Соңғы жылдары функционалдық кеңістіктер теориясында гранд Лебег, гранд Лоренц кеңістіктері және олардың жалпыламалары кеңінен зерттелуде. Себебі қазіргі уақытта белгілі функционалдық кеңістіктердің көпшілігі электрогеологиялық және термореологиялық сұйықтықтарды модельдеуде, бейнелерді өңдеу мәселелерінде, стандартты емес өсуі бар дифференциалдық теңдеулерде және басқа да салалардағы қолданбалы есептерді шешуде жеткіліксіз екендігі анықталды. Сондықтан функционалдық кеңістіктердің жаңа шкалалары, атап айтқанда айнымалы көрсеткішті кеңістіктер мен гранд кеңістіктер енгізілді. Осы мақалада анизотропты гранд Лоренц кеңістігінің анықтамасы мен дәлелденген қасиеттеріне сүйене отырып, осы кеңістікте бұрын дәлелденбеген Гельдер теңсіздігі алынады. Аталған теңсіздікті дәлелдеу үшін функциялардың кемімелі қайта орналастырылуының қасиеттері пайдаланылады. Зерттеуде көпөлшемді жағдайларға арналған әдістер қолданылып, функциялардың реттелген және қайта орналастырылған нұсқалары арасындағы байланыстар талданады. Алынған нәтижелер тек теориялық маңызға ие болып қана қоймай, қолданбалы есептерде, атап айтқанда дифференциалдық теңдеулерді шешуде және интегралдық операторларды зерттеуде пайдаланылуы мүмкін. Сонымен қатар алынған Гельдер теңсіздігі негізінде осы кеңістіктердің дуалдылығы дәлелденді. Мақалада ұсынылған нәтижелер функционалдық кеңістіктер теориясын тереңдетуге және олардың қолданылу аясын кеңейтуге ықпал етеді.

Тірек сөздер: стандартты емес кеңістіктер, қатарлар, теңсіздіктер, функциялардың кемімелі қайта орналастырылуы, енгізу теоремалары, кеңістіктің дуалдылығы.

Кіріспе

Бұл мақалада $A \lesssim B$ белгісі $A \leq CB$ түріндегі бағалауды білдіреді, мұндағы $C > 0$ дегеніміз кеңістіктің негізгі параметрлеріне тәуелсіз тұрақты. Ал $A \asymp B$ жазуы екі жақты бағалауды, яғни $A \lesssim B$ және $B \lesssim A$ орындалатынын көрсетеді.

Анықтамаларда келесі белгілер қолданылады: $\vec{p} = (p_1, p_2)$, $\vec{q} = (q_1, q_2) \in \mathbb{R}_+^2$, $\vec{p} + \vec{q} = (p_1 + q_1, p_2 + q_2)$ және бұл барлық параметрлер үшін қарастырылады.

Егер $0 < p_1, p_2 \leq \infty$, $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = 1$, $\frac{1}{p_1'} + \frac{1}{p_2'} = 1$ болса, онда $0 < \vec{p} \leq \vec{\infty}$, $\frac{1}{\vec{p}} + \frac{1}{\vec{p}'} = \vec{1}$. $\vec{p} \leq \vec{q}$ қатынасы орындалады. Сондай-ақ, егер $p_1 \leq q_1$, $p_2 \leq q_2$ болса, онда $\vec{p} \leq \vec{q}$ деп жазамыз.

Гранд Лебег кеңістіктерін 1992 ж. Иваньек және Сбордин енгізген болатын [1]. Олар бұл кеңістіктерді Якобианның интегралдануы мәселесін минималды болжамдармен шешу үшін

қолданды. Кейінірек, $|\Omega| = 1$ болған жағдайда гранд Лебег кеңістіктерінің альтернативті сипаттамасы [2]-[3], жұмыстарында берілген. Анизотропты және аралас метрикалы Лоренц кеңістіктеріндегі теңсіздіктер жайлы Н.Т. Тлеуханова және Г.К. Мусабаева [4]-[5] мақалаларында зерттелді. Е.Д. Нұрсұлтанов, У. Рафейро, және Д. Сураган [6] жұмысында гранд Лоренц кеңістіктерін анықтады. Лоренц-Карамата кеңістігі мен гранд Лоренц кеңістігінің басқа нұсқасымен салыстырулар жүргізілді. Алғаш рет анизотропты гранд Лоренц кеңістігі [7] еңбегінде енгізіліп, қасиеттері зерттелді. Негізгі нәтижелерді алу үшін ең алдымен анизотропты гранд Лоренц кеңістіктерінің анықтамасын көрсетейік.

1-анықтама [7]. $\bar{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$, $-\infty < \bar{\theta} \leq \infty$, $\bar{p} = (p_1, p_2)$, $0 < \bar{p} \leq \infty$, $0 < \bar{q} \leq \infty$, $\bar{q} = (q_1, q_2)$ және $\bar{\theta} \in \mathbb{R}^2$, $|\Omega| = 1$ болсын. $GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}(\Omega)$ анизотропты гранд Лоренц кеңістіктері деп келесі квазинормалары ақырлы болатын f өлшенетін функциялар жиынын айтамыз: $\theta_1, \theta_2, \geq 0$, кезінде келесі теңдік орындалады:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \sup_{0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} \left(\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(t_1^{\frac{1}{p_1} + \varepsilon_1} t_2^{\frac{1}{p_2} + \varepsilon_2} f^{*,*2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}, \quad (1)$$

$\theta_1, \theta_2 > 0, p_1, p_2 = \infty$ кезінде:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \sup_{0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} \left(\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(t_1^{\varepsilon_1} t_2^{\varepsilon_2} f^{*,*2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}, \quad (2)$$

$\theta_1, \theta_2 < 0, \bar{0} < \bar{q} < \infty$ болса:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \inf_{\substack{0 < \varepsilon_1 < \frac{1}{p_1} \\ 0 < \varepsilon_2 < \frac{1}{p_2}}} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} \left(\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(t_1^{\frac{1}{p_1} - \varepsilon_1} t_2^{\frac{1}{p_2} - \varepsilon_2} f^{*,*2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}, \quad (3)$$

және $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ болса:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \infty}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \sup_{0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1} \sup_{0 < t_1, t_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} t_1^{\frac{1}{p_1} + \varepsilon_1} t_2^{\frac{1}{p_2} + \varepsilon_2} f^{*,*2}(t_1, t_2) \quad (4)$$

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \infty}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \sup_{0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1} \sup_{0 < t_1, t_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} t_1^{\frac{1}{p_1}} t_2^{\frac{1}{p_2}} f^{*,*2}(t_1, t_2) \quad (5)$$

$\theta_1, \theta_2 < 0, \bar{q} = \infty$ болса:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \infty}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} = \inf_{\substack{0 < \varepsilon_1 < \frac{1}{p_1} \\ 0 < \varepsilon_2 < \frac{1}{p_2}}} \sup_{0 < t_1, t_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} t_1^{\frac{1}{p_1} - \varepsilon_1} t_2^{\frac{1}{p_2} - \varepsilon_2} f^{*,*2}(t_1, t_2). \quad (6)$$

мұндағы $f^{*,*2}(t_1, t_2) = f(x) = f(x_1, x_2)$ функциясынан алынған, мұнда алдымен x_1 содан кейін x_2 айнымалысы бойынша, әр жолы екінші айнымалыны тұрақты етіп ұстай отырып, кемімелі ретпен қайта орналастыру қолданылады.

Функцияның кемімелі қайта орналастырылуы мынадай түрде анықталады [8]:

$$f^*(t) = \inf\{\sigma: \mu\{x \in \Omega: |f(x)| > \sigma\} \leq t\}$$

мұндағы қайта орналастыру x_1 and x_2 айнымалыларының әрқайсысы бойынша кезекпен орындалады, ал қалған айнымалы тұрақты деп есептеледі.

Бұл мақалада анизотропты гранд Лоренц кеңістігінің анықтамасы мен бұрын дәлелденген қасиеттеріне сүйене отырып, осы кеңістікте Гельдер теңсіздігі және осы кеңістіктің дуалдылығы дәлелденеді.

1-лемма [8]. f, g дегеніміз Ω -де анықталған өлшенетін функциялар болса, онда төмендегі теңсіздік орындалады:

$$\int_{\Omega} |f(x)g(x)| d\mu \leq \int_0^{\infty} f^*(t)g^*(t) dt \quad (7)$$

$\{a_k\}_{k=1}^m, \{b_k\}_{k=1}^m$ дегеніміз күрделі сандар тізбегі болса, онда келесі орындалады:

$$\sum_{k=1}^n |a_k b_k| \leq \sum_{k=1}^n a_k^* b_k^* \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^n |a_k b_k| \leq \sum_{k=1}^n a_k^* b_{n-k+1}^* \quad (9)$$

мұндағы $\{a_k^*\}_{k=1}^m, \{b_k^*\}_{k=1}^m$, сәйкесінше, $\{|a_k|\}_{k=1}^m, \{|b_k|\}_{k=1}^m$ тізбегі үшін кемімелі ретпен қайта орналастыруы.

Дәлелдеу. 1-лемманы дәлелдеу үшін, келесі қадамдар орындалады:

1-қадам. f және g дегеніміз e және ω өлшемді жиындардың сипаттамалық функциялары болсын, онда $f^*(t) = \chi_{(0,|e|]}, g^*(t) = \chi_{(0,|\omega|]}$, мұндағы $|e| = \mu(e)$, $|\omega| = \mu(\omega)$, онда

$$\int_{\Omega} |f(x)g(x)| d\mu = |e \cap \omega| \leq \min(|e|, |\omega|) = \int_0^{\infty} f^*(t)g^*(t) dt \quad (10)$$

2-қадам. f және g дегеніміз мәндердің шектеулі санын қамтитын теріс емес функциялар болсын және болсын. Олай болса бұл функцияларды келесідей сипаттамалық функциялардың соңғы сызықтық комбинациялары ретінде көрсетуге болады:

$$\begin{aligned} f(x) &= \alpha_1 \chi_{e_1}(x) + \dots + \alpha_m \chi_{e_m}(x) \\ g(x) &= \beta_1 \chi_{\omega_1}(x) + \dots + \beta_n \chi_{\omega_n}(x) \end{aligned}$$

мұндағы $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$ және $e_1 \subset e_2 \subset \dots \subset e_m, \omega_1 \subset \omega_2 \subset \dots \subset \omega_n$. Бұл жағдайда келесі теңдік орындалады:

$$\begin{aligned} f^*(t) &= \alpha_1 (\chi_{e_1})^*(t) + \dots + (\chi_{e_m})^*(t) \\ g^*(t) &= \beta_1 (\chi_{\omega_1})^*(t) + \dots + (\chi_{\omega_n})^*(t) \end{aligned}$$

Сондықтан сипаттамалық функциялар үшін дәлелденген теңсіздікті қолдану. мәндердің шектеулі санын қабылдайтын өлшенетін функциялар үшін (7)-теңсіздіктің дұрыстығын тексереміз.

3-қадам. (7)-теңсіздіктің оң жағы шекті болатындай алынған f және g өлшенетін функциялар болсын. Біз f және g теріс емес деп қарастыра аламыз. $n \in \mathbb{N}$ болсын.

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{k}{n}, & \text{if } \frac{k}{n} \leq f(x) < \frac{k+1}{n}, k = 0, 1, \dots, n^2 - 1 \\ 0 & \text{if } f(x) \geq n \end{cases}$$

және сол сияқты

$$g_n(x) = \begin{cases} \frac{k}{n}, & \text{if } \frac{k}{n} \leq g(x) < \frac{k+1}{n}, k = 0, 1, \dots, n^2 - 1 \\ 0, & \text{if } g(x) \geq n \end{cases}$$

Бұл функциялар мәндердің шекті санын, $f_n \uparrow f, g_n \uparrow g$ және $f_n^* \uparrow f^*, g_n^* \uparrow g^*$, арқылы қабылдайды.

Осылайша, біз төмендегі теңсіздіктерін легін аламыз:

$$\int_{\Omega} |f_n(x) g_n(x)| d\mu \leq \int_0^{\infty} f_n^*(t) g_n^*(t) dt \leq \int_0^{\infty} f^*(t) g^*(t) dt, n \in \mathbb{N}$$

Фату теоремасы дәлелдеуді аяқтайды. Қарап отырсаңыздар, 1-лемма бір өлшемді жағдай үшін орындалады, енді осы теңсіздікті көпөлшемді жағдай үшін қарастырайық.

2-лемма [9] f, g дегеніміз Ω -де анықталған өлшенетін функциялар болса, онда төмендегі теңсіздік орындалады:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |f(x_1, x_2 \dots x_n) g(x_1, x_2 \dots x_n)| dx_1 dx_2 \dots dx_n \\ & \leq \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} f^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) g^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n \end{aligned} \quad (11)$$

Дәлелдеу. Жоғарыдағы теңсіздікті дәлелдеу үшін біз 1-леммада көрсетілген қадамдарды қайталаймыз, сонда келесі теңсіздік шығады:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |f(x_1, x_2 \dots x_n) g(x_1, x_2 \dots x_n)| dx_1 dx_2 \dots dx_n \\ & \leq \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f^{*1}(t_1, x_2 \dots, x_n) g^{*1}(t_1, x_2 \dots, x_n) dt_1 dx_2 \dots dx_n}_{n-1} \\ & \leq \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f^{*1, *2}(t_1, t_2, x_3 \dots, x_n) g^{*1, *2}(t_1, t_2, x_3 \dots, x_n) dt_1 dt_2 dx_3 \dots dx_n}_{n-2} \\ & \leq \dots \leq \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} f^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) g^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n \end{aligned} \quad (12)$$

Жоғарыда көрсетілген екі лемма бізге негізгі нәтижелерді алу үшін қажетті шарт болады.

Нәтижелер мен талқылау

Келесі нәтиже классикалық Лоренц кеңістігі үшін Гельдер типті теңсіздігі болып табылады.

3-лемма [10]. $(X, \mathcal{A}, \mu)$ өлшенетін кеңістік болсын, p және q дегеніміз $[1, \infty]$ арасындағы екі кеңейтілген нақты сандар, p' және q' олардың конъюгаттық көрсеткіштері. Егер $f \in L_{(p,q)}(X, \mathcal{A}, \mu)$ және $g \in L_{(p',q')}(X, \mathcal{A}, \mu)$ болса, онда келесі теңсіздік орындалады:

$$\|fg\|_1 \leq \|f\|_{(p,q)} \|g\|_{(p',q')}.$$

Дәлелдеу. Функцияның кемімелі қайта орналастырылуының қасиеттері және Гельдер теңсіздігі бойынша бізде келесідей дәлелденеді:

$$\begin{aligned} \int_X |fg| d\mu & \leq \int_0^{\infty} f^*(t) g^*(t) dt \\ & = \int_0^{\infty} \left(t^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} f^*(t) \right) \left(t^{\frac{1}{p'}-\frac{1}{q'}} g^*(t) \right) dt \\ & \leq \left(\int_0^{\infty} (t^{1/p} f^*(t))^q \frac{dt}{t} \right)^{1/q} \left(\int_0^{\infty} (t^{1/p'} g^*(t))^{q'} \frac{dt}{t} \right)^{1/q'} \\ & = \|f\|_{(p,q)} \|g\|_{(p',q')} \end{aligned}$$

Енді біз анизотропты Лоренц кеңістігі үшін Гельдер теңсіздігін дәлелдейміз. Ол үшін анизотропты Лоренц кеңістігінің анықтамасын жаза кетейік:

2-анықтама [11]. $\vec{p} = (p_1, p_2), \vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2)$ дегеніміз $0 < p_i < \infty$, және $0 \leq \tau_i \leq \infty$ болатындай, ал егер $p_i = \infty$ болса, онда $\tau_i = \infty, i = 1, 2$ болатындай алынсын. $L_{\vec{p}, \vec{\tau}}[0, 1]^2$ анизотропты Лоренц кеңістігі деп бұл $[0, 1]^2$ квадратында анықталған өлшемді функциялардың жиыны, олар үшін мына шама шекті болады:

$$\|f\|_{L_{\vec{p}, \vec{\tau}}[0, 1]^2} = \left(\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(t_2^{\frac{1}{p_2}} t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*1*2}(t_1, t_2) \right)^{\tau_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2}}$$

1-теорема. f, g дегеніміз Ω -де анықталған өлшенетін функциялар болса, $\vec{p} = (p_1, p_2), \vec{q} = (q_1, q_2)$ дегеніміз $0 < p_i < \infty$, және $0 \leq q_i \leq \infty$ болатындай онда төмендегі теңсіздік орындалады:

$$\int_{\Omega} |f(x)g(x)|dx \leq c \|f\|_{L_{\vec{p}, \vec{q}}[0, 1]^2} \|g\|_{L_{\vec{p}', \vec{q}'}[0, 1]^2} \quad (13)$$

Теореманы дәлелдеу үшін біз 2-леммадағы теңсіздікті қолданамыз:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |f(x_1, x_2 \dots x_n)g(x_1, x_2 \dots x_n)| dx_1 dx_2 \dots dx_n \\ & \leq \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} f^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) g^{*1, *2, \dots, *n}(t_1, t_2 \dots t_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n \\ & = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} t_1^{\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1}} t_2^{\frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2}} \dots t_n^{\frac{1}{p_n} - \frac{1}{q_n}} f^{*1, \dots, *n}(t_1 \dots t_n) \cdot t_1^{\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1}} t_2^{\frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2}} \dots t_n^{\frac{1}{p_n} - \frac{1}{q_n}} g^{*1, \dots, *n}(t_1 \dots t_n) \\ & = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^n t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} f^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) \cdot \prod_{i=1}^n t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} g^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) dt_1 \dots dt_n \\ & \leq \underbrace{\int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty}}_{n-1} \left[\int_0^{\infty} \left(\prod_{i=1}^n t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} f^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) dt_1 \right)^{q_1} dt_1 \right]^{\frac{1}{q_1}} \\ & \quad \left[\int_0^{\infty} \left(\prod_{i=1}^n t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} g^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) dt_1 \right)^{q_1'} dt_1 \right]^{\frac{1}{q_1'}} dt_2 \dots dt_n \\ & = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \prod_{i=2}^n \left[\int_0^{\infty} t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} f^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) dt_1 \right]^{q_1} dt_1 \right]^{\frac{1}{q_1}} \\ & \quad \prod_{i=2}^n \left[\int_0^{\infty} t_i^{\frac{1}{p_i} - \frac{1}{q_i}} g^{*1, \dots, *2}(t_1 \dots t_n) dt_1 \right]^{q_1'} dt_1 \right]^{\frac{1}{q_1'}} dt_2 \dots dt_n \\ & \leq \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \left[t_n^{\frac{1}{p_n}} \left[t_1^{\frac{1}{p_1}} \dots \left(t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*1, \dots, *n}(t_1, \dots t_n) \right)^{q_n} \frac{dt_1}{t_1} \right]^{\frac{q_2}{q_1}} \dots \frac{dt_n}{t_n} \right]^{\frac{1}{q_n}} \\ & \leq c \|f\|_{L_{\vec{p}, \vec{q}}[0, 1]^2} \|g\|_{L_{\vec{p}', \vec{q}'}[0, 1]^2} \end{aligned} \quad (14)$$

Енді біз анизотропты гранд Лоренц кеңістігінің анықтамасын және 1-теореманы қолдана отырып, анизотропты гранд Лоренц теңсіздігі үшін Гельдер теңсіздігін аламыз.

2-теорема. f, g дегеніміз Ω -де анықталған өлшенетін функциялар болса, $\bar{p} = (p_1, p_2), \bar{q} = (q_1, q_2)$ дегеніміз $0 < p_i < \infty$, және $0 \leq q_i \leq \infty$ болатындай онда төмендегі теңсіздік орындалады:

$$\int_{\Omega} |f(x)g(x)| dx \leq c \|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} \|g\|_{GL_{\bar{p}', \bar{q}'}^{-\bar{\theta}}[0,1]^2} \quad (15)$$

Дәлелдеу. $\frac{1}{\bar{p}(\bar{\varepsilon})} = \frac{1}{\bar{p}} + \bar{\varepsilon}$ және $\frac{1}{\bar{p}(-\bar{\varepsilon})} = \frac{1}{\bar{p}} - \bar{\varepsilon}$ деп қарастырайық.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} |f(x)g(x)| dx &\leq c \|f\|_{L_{\bar{p}(\bar{\varepsilon}), \bar{q}}[0,1]^2} \|g\|_{L_{\bar{p}', \bar{q}'}[0,1]^2} = \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} \|f\|_{L_{\bar{p}, \bar{q}}[0,1]^2} \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \|g\|_{L_{\bar{p}', \bar{q}'}[0,1]^2} \\ &\leq \sup_{0 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 1} \varepsilon_1^{\theta_1} \varepsilon_2^{\theta_2} \left(\int_0^\infty \left(\int_0^\infty \left(t_2^{\frac{1}{p_2(\varepsilon_2)}} t_1^{\frac{1}{p_1(\varepsilon_1)}} f^{*1*2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}} \\ &\quad \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \|g\|_{L_{\bar{p}', \bar{q}'}[0,1]^2}. \end{aligned}$$

Инфинумның қасиетін қолдана отырып, біз келесіні аламыз:

Теорема дәлелденді.

$$\begin{aligned} &\|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \|g\|_{L_{\bar{p}', \bar{q}'}[0,1]^2} \\ &\leq \|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} \inf_{0 < \varepsilon_1 < \frac{1}{p_1}} \inf_{0 < \varepsilon_2 < \frac{1}{p_2}} \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \left(\int_0^\infty \left(\int_0^\infty \left(t_2^{\frac{1}{p_2(-\varepsilon_2)}} t_1^{\frac{1}{p_1(-\varepsilon_1)}} f^{*1*2}(t_1, t_2) \right)^{\frac{q_1}{t_1}} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}} \\ &\leq c \|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} \|g\|_{GL_{\bar{p}', \bar{q}'}^{-\bar{\theta}}[0,1]^2}. \end{aligned}$$

Нәтижелер мен талқылау

Жоғарыда дәлелденген Гельдер теңсіздігі негізінде енді анизотропты гранд Лоренц кеңістіктерінің дуалдылығын көрсетеміз.

3-теорема. f, g дегеніміз Ω -де анықталған өлшенетін функциялар болсын, $\bar{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$, $-\infty < \bar{\theta} \leq \infty$, $\bar{p} = (p_1, p_2)$, $0 < \bar{p} \leq \infty$, $0 < \bar{q} \leq \infty$, $\bar{q} = (q_1, q_2)$ және $\bar{\theta} \in \mathbb{R}^2, |\Omega| = 1$ болсын, онда келесі келесі шамалар эквивалентті:

$$\|f\|_{GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2} \approx \sup_{\|g\|_{GL_{\bar{p}', \bar{q}'}^{-\bar{\theta}}[0,1]^2} = 1} \int_{\mathbb{R}^2} f(x)g(x) dx$$

Дәлелдеу. $\frac{1}{\bar{p}(\bar{\varepsilon})} = \frac{1}{\bar{p}} + \bar{\varepsilon}$ және $\frac{1}{\bar{p}(-\bar{\varepsilon})} = \frac{1}{\bar{p}} - \bar{\varepsilon}$ деп қарастырайық. Теореманы дәлелдеу үшін функционалдық кеңістіктерінің дуалдылығын қолданамыз:

$$(GL_{\bar{p}', \bar{q}'}^{-\bar{\theta}}[0,1]^2)^* = (GL_{\bar{p}, \bar{q}}^{\bar{\theta}}[0,1]^2),$$

яғни:

$$\sup_{g \neq 0} \frac{\int_{\mathbb{R}^2} f(x)g(x)dx}{\inf_{\substack{0 < \varepsilon_1 < \frac{1}{p_1} \\ 0 < \varepsilon_2 < \frac{1}{p_2}}} \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \|g\|_{L_{\vec{p}'(\vec{\varepsilon}), \vec{q}'}}} ,$$

Супремумның қасиеті арқылы:

$$\sup_{g \neq 0} \sup_{\substack{0 < \varepsilon_1 < \delta_1 \\ 0 < \varepsilon_2 < \delta_2}} \frac{\varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \int_{\mathbb{R}^2} f(x)g(x)dx}{\|g\|_{L_{\vec{p}'(\vec{\varepsilon}), \vec{q}'}}} [0,1]^2 = \sup_{\substack{0 < \varepsilon_1 < \delta_1 \\ 0 < \varepsilon_2 < \delta_2}} \varepsilon_1^{-\theta_1} \varepsilon_2^{-\theta_2} \|f\|_{L_{\vec{p}'(\vec{\varepsilon}), \vec{q}'}}} [0,1]^2 = \|f\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2}.$$

4-теорема. $\vec{\theta} > 0$ болған кезде келесі енгізу орындалады, ол теңсіздіктің қарама-қарсы жағдайының орындалатынын көрсетеді:

$$GL_{\vec{p}', \vec{q}'}^{-\vec{\theta}}[0,1]^2 \hookrightarrow (GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2)^*$$

$$\text{Дәлелдеу. } \|f\|_{(GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2)^*} = \sup_{\|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} = 1} \int_{\mathbb{R}^2} f(x)g(x)dx,$$

мұндағы $\int_{\Omega} |f(x)g(x)|dx \leq c \|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} \|f\|_{GL_{\vec{p}', \vec{q}'}^{-\vec{\theta}}[0,1]^2}$ екендігі

15-теңсіздіктен белгілі. Енді орнына қойсақ:

$$\|f\|_{(GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2)^*} \leq \sup_{\|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} = 1} \|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} \|f\|_{GL_{\vec{p}', \vec{q}'}^{-\vec{\theta}}[0,1]^2}.$$

$$\sup_{\|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} = 1} \|g\|_{GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2} = 1 \text{ болғандықтан, } \|f\|_{(GL_{\vec{p}, \vec{q}}^{\vec{\theta}}[0,1]^2)^*} \leq c \|f\|_{GL_{\vec{p}', \vec{q}'}^{-\vec{\theta}}[0,1]^2},$$

яғни теорема дәлелденді.

Қорытынды

Бұл мақалада анизотропты гранд Лоренц кеңістігінің анықтамасы мен бұрын дәлелденген қасиеттеріне сүйене отырып, осы кеңістіктегі Гельдер теңсіздігі және оның дуалдылығы дәлелденді. Нәтижелерді алу барысында функциялардың кемімелі қайта орналастырылуының қасиеттері және көпөлшемді жағдайға арналған әдістер қолданылды. Аталған кеңістіктердегі Гельдер теңсіздігін дәлелдеу үшін бірөлшемді және көпөлшемді функциялар қарастырылып, классикалық Лоренц кеңістігінде дәлелденген Гельдер теңсіздігін алу кезінде пайдаланылған әдістемелік қадамдарға сүйендік.

Мақалада алынған тұжырымдар теориялық және қолданбалы тұрғыдан маңызды болып табылады әрі гранд кеңістіктер теориясы бойынша алдағы зерттеулерге әдіснамалық негіз қалайды.

Қаржыландыру туралы ақпарат

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті (Грант №АР23488613) қаржыландырады. Авторлар құнды пікірталастар үшін профессорлар Н.Т. Тлеуханова, А. Горбанализадеге алғысын білдіреді.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Iwaniec T., Sbordone C. On the integrability of the Jacobian under minimal hypotheses // Archive for Rational Mechanics and Analysis. – 1992. – Vol. 119. – No. 2. – P. 129–143. <https://doi.org/10.1007/BF00375119>.
- 2 Fiorenza A., Karadzhov G.E. Grand and Small Lebesgue Spaces and Their Analogs // Zeitschrift für Analysis und ihre Anwendungen. – 2004. – Vol. 23. – No. 4. – P. 657–681. <https://doi.org/10.4171/ZAA/1215>.

- 3 Fiorenza A., Formica M. R., Gogatishvili A., Kopaliani T., Rakotoson J. M. Characterization of interpolation between Grand, small or classical Lebesgue spaces // *Nonlinear Analysis*. – 2018. – Vol. 177. – P. 422–453. <https://doi.org/10.1016/j.na.2017.09.005>
- 4 Мусабаева Г.К. Неравенство типа Бочкарева // *Вестник КазНУ им. аль-Фараби. Серия математика, механика, информатика*. – 2014. – № 3 (82). – С. 12–18.
- 5 Мусабаева Г.К. Суммируемость коэффициентов Фурье из анизотропного пространства Лоренца // *Математический журнал*. – 2014. – Т. 14. – № 4 (54). – С. 84–96
- 6 Nursultanov E.D., Rafeiro H. & Suragan D. Convolution-type operators in grand Lorentz spaces // *Anal.Math.Phys.* – 2025. – Vol. 15. – No. 65. <https://doi.org/10.1007/s13324-025-01049-7>
- 7 Манарбек М., Тлеуханова Н.Т., Мусабаева Г.К. Анизотропные гранд-пространства Лоренца и их свойства // *Вестник КБТУ*. – 2025. – Т. 22. – № 2. – С. 207–219. <https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-2-207-219>
- 8 Hardy G.H., Littlewood J.E., Pólya G. *Inequalities*. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 1952. – XII+324 c.
- 9 Bennett C., Sharpley R.C. *Interpolation of Operators*. – Amsterdam: Elsevier Science, 1988.
- 10 Castillo R.E., Rafeiro H. *An Introductory Course in Lebesgue Spaces*. – Cham: Springer, Canadian Mathematical Society Books in Mathematics, 2016. – XV+206 c.
- 11 Мультипликаторы двойных рядов Фурье-Хаара в анизотропных пространствах Лоренца // *Вестник Актыбинского регионального университета имени К. Жубанова*. – 2024. – Т. 68. – № 2. <https://vestnik.arsu.kz/index.php/hab/article/view/204>

REFERENCES

- 1 Iwaniec, T., and Sbordone, C. On the integrability of the Jacobian under minimal hypotheses. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 119 (2), 129–143 (1992). <https://doi.org/10.1007/BF00375119>
- 2 Fiorenza, A., and Karadzhov, G.E. Grand and Small Lebesgue Spaces and Their Analogs. *Zeitschrift für Analysis und ihre Anwendungen*, 23 (4), 657–681 (2004). <https://doi.org/10.4171/ZAA/1215>
- 3 Fiorenza, A., Formica, M.R., Gogatishvili, A., Kopaliani, T., and Rakotoson, J.M. Characterization of interpolation between Grand, small or classical Lebesgue spaces. *Nonlinear Analysis*, 177, 422–453 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.na.2017.09.005>
- 4 Musabayeva, G.K. Neravenstvo tipa Bochkareva. *Vestnik KazNU im. al'-Farabi. Seriya matematika, mekhanika, informatika*, 3 (82), 12–18 (2014). (in Russian).
- 5 Musabayeva, G.K. Summiruemost' koeffitsientov Fur'e iz anizotropnogo prostranstva Lorentsa. *Matematicheskiy zhurnal*, 14 (4), 84–96 (2014). (in Russian).
- 6 Nursultanov, E.D., Rafeiro, H., and Suragan, D. Convolution-type operators in grand Lorentz spaces. *Analysis and Mathematical Physics*, 15, 65 (2025). <https://doi.org/10.1007/s13324-025-01049-7>
- 7 Manarbek, M., Tleukhanova, N.T., and Musabayeva, G.K. Anizotropnye grand-prostranstva Lorentsa i ikh svoystva. *Vestnik KBTU*, 22 (2), 207–219 (2025). <https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-2-207-219> (in Russian).
- 8 Hardy, G.H., Littlewood, J.E., and Pólya, G. *Inequalities*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1952, XII+324 pp.
- 9 Bennett, C., and Sharpley, R.C. *Interpolation of Operators*. Amsterdam: Elsevier Science, 1988.
- 10 Castillo, R.E., and Rafeiro, H. *An Introductory Course in Lebesgue Spaces*. Cham: Springer, Canadian Mathematical Society Books in Mathematics, 2016, XV+206 pp.
- 11 Multiplikatory dvoynykh ryadov Fur'e-Khaara v anizotropnykh prostranstvakh Lorentsa. *Vestnik Aktyubinskogo regional'nogo universiteta imeni K. Zhubanova*, 68 (2) (2024). <https://vestnik.arsu.kz/index.php/hab/article/view/204> (in Russian).

^{1,2*}**Manarbek M.,**

PhD, ORCID ID: 0009-0006-6879-8356,

*e-mail: makpa19136@mail.ru

^{2,3}**Mussabayeva G.K.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0003-2368-8955,

e-mail: mussabayeva@mail.ru

¹Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan²L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan³Geometry LLP, Astana, Kazakhstan

HÖLDER'S INEQUALITIES IN ANISOTROPIC LORENTZ SPACES AND THE DUALITY OF THESE SPACES

Abstract

In recent years, grand Lebesgue spaces, grand Lorentz spaces, and their generalizations have been extensively studied in functional analysis. This is because it has become evident that most known functional spaces are insufficient for modeling applied problems such as electrorheological fluids, thermorheological fluids, image processing, differential equations with non-standard growth, and other fields. Therefore, new precise scales of functional spaces have been introduced, namely variable exponent spaces and grand spaces. In this article, using the definition of anisotropic grand Lorentz spaces and their previously proven properties, we derive a previously unproven Hölder's inequality in this space. To prove these inequalities, we utilize the properties of decreasing rearrangements of functions. The study employs methodologies developed for multidimensional cases, including the analysis of relationships between ordered and rearranged versions of functions. The duality of these spaces is established by means of Hölder's inequality. The results obtained are not only of theoretical importance but also find applications in practical problems, such as solving differential equations and studying integral operators. The findings presented in this article contribute to deepening the theory of functional spaces and expanding their areas of application.

Keywords: non-standard spaces, series, inequalities, decreasing rearrangement of functions, embedding theorems, duality of the spaces.

Received: December 12, 2025; accepted: February 22, 2026.

^{1,2*}**Манарбек М.,**

докторант, ORCID ID: 0009-0006-6879-8356,

*e-mail: manarbek@math.kz

^{2,3}**Мусабаева Г. К.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0003-2368-8955,

e-mail: musabaevaguliya@mail.ru

¹Институт математики и математического моделирования, г. Алматы, Казахстан,²Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан³ТОО «Geometry», г. Астана, Казахстан

НЕРАВЕНСТВА ГЕЛЬДЕРА В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ГРАНД ЛОРЕНЦА И ДУАЛЬНОСТЬ ЭТИХ ПРОСТРАНСТВ

Аннотация

В последние годы в исследованиях функциональных пространств широко изучаются пространства гранд Лебега, гранд Лоренца и их обобщения. Это связано с тем, что в настоящее время стало очевидным, что большинство известных функциональных пространств недостаточны для моделирования прикладных

задач, таких как моделирование электрореологических жидкостей, термореологических жидкостей, обработка изображений, дифференциальные уравнения с нестандартным ростом и другие области. Поэтому были введены новые точные шкалы функциональных пространств, а именно переменнзначные пространства и гранд-пространства. В данной статье, используя определение анизотропного гранд-пространства Лоренца и его ранее доказанные свойства, мы получаем ранее недоказанное неравенство Гёльдера в этом пространстве. Для доказательства этих неравенств используются свойства невозрастающей перестановки функций. В исследовании применяются методы, разработанные для многомерных случаев, включая анализ связей между упорядоченными и переставленными вариантами функций. С помощью полученного неравенства Гёльдера доказана дуальность этих пространств. Полученные результаты имеют не только теоретическое значение, но и применяются в прикладных задачах, таких как решение дифференциальных уравнений и изучение интегральных операторов. Результаты, представленные в статье, способствуют углублению теории функциональных пространств и расширению сфер их применения.

Ключевые слова: нестандартные пространства, ряды, неравенства, убывающая перестановка функций, теоремы вложения, дуальность пространства.

ӘОЖ 517.957.6
FTAXP 27.31.15

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-250-264>

¹*Сарман А.Д.,

докторант, оқытушы, ORCID ID: 0009-0006-3617-4071,

*e-mail: sadrasul8@gmail.com

²Асанова А.Т.,

ф.-м.ғ.д., б.ғ.к., ORCID ID: 0000-0001-8697-8920,

e-mail: assanova@math.kz

¹Токмурзин Ж.С.

PhD, аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0002-3738-5923,

e-mail: tokmurzinzh@gmail.com

¹Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

²Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы қ., Қазақстан

ТӨРТІНШІ РЕТТІ ЖҮКТЕЛГЕН ДЕРБЕС ТУЫНДЫЛЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУ ҮШІН БАСТАПҚЫ-ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІМІ ТУРАЛЫ

Аңдатпа

Екі айнымалыға тәуелді, n жүктемесі бар төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есеп қарастырылады. Жаңа белгісіз функцияны енгізу арқылы бастапқы есеп оған пара-пар бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін Коши есептері әулетіне келтіріледі. Белгісіз функцияның жүктелген мәндеріне қатысты x айнымалысына тәуелді функционалдық теңдеулер жүйесі құрылады. Осы функционалдық теңдеулер жүйесінің шешімін табу алгоритмі ұсынылады. Бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін Коши есептері әулетінің жалғыз шешімінің бар болуы туралы теорема дәлелденеді. Сонымен қатар, екі айнымалыға тәуелді, n жүктемесі бар төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептің шешімінің бар болуы мен жалғыздығының шарттары анықталады. Алынған нәтижелер нақты мысал арқылы сипатталады.

Тірек сөздер: жоғары ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу, бастапқы-шеттік есеп, функционалдық теңдеулер жүйесі, шешімнің бар болуы мен жалғыздығы шарттары.

Кіріспе

Төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер қазіргі математикалық физикада, континуум механикасында және қолданбалы математикада кеңінен қолданылады. Мұндай теңдеулер нақты физикалық жүйелердің күйі тек локалдық емес, сонымен қатар кеңістіктің немесе уақыттың орташа сипаттамаларына тәуелді болатын жағдайларды модельдеуге мүмкіндік береді. Жүктелген мүшелер көбіне интегралдық немесе функционалдық түрде беріледі және зерттелетін есептердің күрделілігін арттырады.

Төртінші ретті теңдеулер, ең алдымен, серпімділік теориясында кездеседі. Атап айтқанда, жұқа пластиналардың иілуі мен тербелісін сипаттайтын Кирхгоф–Ляв типті теңдеулер осы класқа жатады. Жүктелген мүшелер материалдың жаһандық қасиеттерін немесе сыртқы ортаның әсерін ескеруге мүмкіндік береді.

Континуум механикасында мұндай теңдеулер микрополярылық және градиенттік серпімділік модельдерінде қолданылады. Физикада олар жоғары ретті операторлармен сипатталатын процестерде, соның ішінде кейбір кванттық және фазалық ауысу модельдерінде кездеседі. Сонымен қатар, басқару теориясында және биологиялық жүйелерді модельдеуде бейлокал әсерлері бар төртінші ретті теңдеулер маңызды рөл атқарады.

Төртінші ретті дербес туындылы теңдеулердің классикалық теориясы Эйлер мен Лагранж еңбектерінен бастау алады. Кейінірек серпімділік теориясында Тимошенко, ал дербес туындылы теңдеулердің жалпы теориясында Соболев пен Петровский еңбектері елеулі үлес қосты.

Жүктелген дифференциалдық теңдеулер теориясының қалыптасуы А.М. Нахушевтің атымен тығыз байланысты. Оның еңбектерінде нүктелік және интегралдық жүктемелері бар дифференциалдық теңдеулердің қисынды қойылу мәселелері жүйелі түрде зерттелді. Кейін бұл бағытты көптеген ғалымдар дамытты, соның ішінде жоғары ретті жүктелген теңдеулер үшін бейлокал шеттік есептер қарастырылды [1–8].

Төртінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер қолданыстарының көптігіне байланысты ерекше зерттеуді талап етеді [9–18]. Аралас туындылары бар екі айнымалыдан тұратын төртінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы-шеттік есептердің әртүрлі кластары [19–24] еңбектерінде зерттелген.

Қазіргі таңда төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін өзекті мәселелердің бірі – шеттік және бастапқы-шеттік есептердің қисынды қойылуын зерттеу, сондай-ақ шешімнің бар болуы мен жалғыздығын дәлелдеу болып табылады [25, 26].

Қорыта айтқанда, төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеулерді зерттеу қазіргі математиканың маңызды әрі қарқынды дамып келе жатқан бағыттарының бірі болып табылады. Бұл теңдеулер нақты қолданбалы есептерді сипаттаумен қатар, жаңа теориялық әдістерді дамытуды талап етеді. Сондықтан олардың қасиеттерін жан-жақты зерттеу өзектілігін сақтап отыр.

Бұл мақалада төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есеп қарастырылады. Есепті шешуде жаңа функция енгізу әдісі қолданылады. Қарастырылып отырған есеп бірінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есептер әулетіне келтіріледі. Бірінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін әртүрлі шеттік есептер [27–30] еңбектерінде жан-жақты зерттеліп, олардың сандық шешімдері алынған.

Осы мақалада төртінші ретті дербес туындылы жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есеп пен бірінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есептер әулеті шешімдерінің арасындағы байланыс орнатылған. Теңдеудің коэффициенттері мен шекаралық функциялары үзіліссіз болған жағдайда бастапқы есептер әулетінің бірмәнді шешілімділік шарттары анықталып, аналитикалық шешімі тұрғызылған. Бұл шарттар бастапқы берілгендер мен коэффициенттер арқылы құрылған арнайы матрицаның қайтарымдылығы терминдерімен өрнектеледі. Сонымен қатар, төртінші ретті дербес туындылы жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептің бірмәнді шешілімділік шарттары орнатылып, нәтижелер мысалмен сипатталған.

Төртінші ретті дербес туындылы екі айнымалыға тәуелді n жүктемесі бар дифференциалдық теңдеуді қарастырайық:

$$\frac{\partial^4 u(t, x)}{\partial t \partial x^3} = A_1(t, x) \frac{\partial^3 u(t, x)}{\partial x^3} + \sum_{i=1}^n B_i(t, x) \frac{\partial^3 u(t_i, x)}{\partial x^3} + f(t, x), (t, x) \in \Omega, \quad (1)$$

$$u(t, 0) = \varphi_1(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

$$u_x(t, 0) = \varphi_2(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

$$u_{xx}(t, 0) = \varphi_3(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

$$u(0, x) = \psi(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (5)$$

мұндағы $\Omega = [0, T] \times [0, \omega]$, $u(t, x)$ – ізделінді функция, $A_1(t, x)$, $B_i(t, x)$, $f(t, x)$ – Ω облысындағы үзіліссіз функциялар; $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < T$, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, $\varphi_3(t)$ – $[0, T]$ аралығында үзіліссіз дифференциалданатын функциялар; $\psi(x)$ функциясы $[0, \omega]$ аралығында үзіліссіз үш рет дифференциалданатын болсын; келісімділік шарты орынды: $\varphi_1(0) = \psi(0)$, $\varphi_2(0) = \psi'(0)$, $\varphi_3(0) = \psi''(0)$.

(1)–(5) есебінің шешімі деп $\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} \in C(\Omega, R)$, $\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} \in C(\Omega, R)$, $\frac{\partial^3 u(t,x)}{\partial x^3} \in C(\Omega, R)$, $\frac{\partial^4 u(t,x)}{\partial t \partial x^3} \in C(\Omega, R)$ дербес туындыларымен Ω - облысында (1) теңдеуді және (2)–(5) шарттарын қанағаттандыратын $u(t, x) \in C(\Omega, R)$ функциясын айтамыз.

Материалдар мен әдістер

(1)–(5) есебінің шешімін келесі түрде іздейміз. Ол үшін жаңа белгісіз функцияны енгіземіз:

$$z(t, x) = \frac{\partial^3 u(t, x)}{\partial x^3}, x \in [0, \omega]. \quad (6)$$

(6) формуладан $u(t, x)$ ізделінді шешімін интегралдау арқылы табамыз және (2)–(4) шарттарды ескереміз:

$$\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u(t, 0)}{\partial x^2} = \int_0^x z(t, y) dy, \quad \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = \varphi_3(t) + \int_0^x z(t, y) dy,$$

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} - \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = \varphi_3(t)x + \int_0^x \int_0^y z(t, s) ds dy,$$

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = \varphi_2(t) + \varphi_3(t)x + \int_0^x \int_0^y z(t, s) ds dy,$$

$$u(t, x) - u(t, 0) = \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z(t, \xi) d\xi ds dy,$$

$$u(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z(t, \xi) d\xi ds dy.$$

Бұдан (1)–(5) есебінің шешімі мына түрде болады:

$$u(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z(t, \xi) d\xi ds dy, (t, x) \in \Omega. \quad (7)$$

(6) жаңа белгісіз функцияны ескере отырып, (1)–(5) есебін келесі пара-пар бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есепке келтіреміз:

$$\frac{\partial z(t, x)}{\partial t} = A_1(t, x)z(t, x) + \sum_{i=1}^n B_i(t, x)z(t_i, x) + f(t, x), \quad (t, x) \in \Omega, \quad (8)$$

$$z(0, x) = \ddot{\psi}(x), \quad x \in [0, \omega]. \quad (9)$$

(8)–(9) есебінің шешімі деп $\frac{\partial z(t,x)}{\partial t} \in C(\Omega, R)$ дербес туындысы Ω - облысында (8) теңдеуді және (9) шартты қанағаттандыратын $z(t, x) \in C(\Omega, R)$ функциясын айтамыз.

(8)–(9) есебі бірінші ретті қарапайым жүктелге дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есептер әулеті болады. Мұнда x айнымалысы параметр ролін атқарады және ол $[0, \omega]$ аралығында үзіліссіз өзгереді.

Келесі тұжырым орынды.

Лемма. а) (1)–(5) есебінің шешімі $u^*(t, x)$ функциясы болсын. Онда

$$z^*(t, x) = \frac{\partial^3 u^*(t, x)}{\partial x^3}, \quad (t, x) \in \Omega,$$

функциясы (8)–(9) есебінің шешімі болады.

б) (8)–(9) есебінің шешімі $\tilde{z}(t, x)$ функциясы болсын. Онда функциясы (1)–(5) есебінің шешімі болады.

$$\tilde{u}(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s \tilde{z}(t, \xi) d\xi ds dy, \quad (t, x) \in \Omega,$$

Дәлелдеуі. а) (1)–(5) есебінде $z^*(t, x) = \frac{\partial^3 u^*(t, x)}{\partial x^3}, (t, x) \in \Omega$ алмастыруын жасайық. Біртіндеп интегралдау арқылы және (2)–(4) шарттарды ескере отырып, $u^*(t, x)$ шешімін табамыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u^*(t, x)}{\partial x^2} &= \varphi_3(t) + \int_0^x z^*(t, y) dy, \\ \frac{\partial u^*(t, x)}{\partial x} &= \varphi_2(t) + \varphi_3(t)x + \int_0^x \int_0^y z^*(t, s) ds dy, \\ u^*(t, x) &= \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z^*(t, \xi) d\xi ds dy. \end{aligned}$$

Сонымен (1) теңдеу

$$\frac{\partial z^*(t, x)}{\partial t} = A_1(t, x)z^*(t, x) + \sum_{i=1}^n B_i(t, x)z^*(t_i, x) + f(t, x), \quad (t, x) \in \Omega,$$

түріне, яғни (8) бірінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеулер әулетіне келтіріледі. (5) шартын, яғни $u(0, x) = \psi(x), x \in [0, \omega]$ теңдігін үш рет дифференциалдап, келесі теңдікті аламыз: $z(0, x) = \dot{\psi}(x), x \in [0, \omega]$, яғни (9) шартын аламыз. Сөйтіп, (8)–(9) есебіне келдік. Екі есептің шешімдерінің арасындағы байланыс

$$u^*(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z^*(t, \xi) d\xi ds dy, \quad (t, x) \in \Omega,$$

катынасы арқылы беріледі.

Керісінше, б) орындалсын, яғни (8)–(9) есебінің шешімі $\tilde{z}(t, x)$ функциясы болсын. $\tilde{z}(t, x)$ және $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t)$ және $\psi(x)$ функциялары көмегімен келесі функцияны құрамыз:

$$\tilde{u}(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t)\frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s \tilde{z}(t, \xi) d\xi ds dy, \quad (t, x) \in \Omega.$$

Осының (1)–(5) есебінің шешімі екенін көрсетейік.

Ол үшін шыққан теңдікті үш рет x бойынша дифференциалдайық.

$$\frac{\partial \tilde{u}(t, x)}{\partial x} = \varphi_2(t) + \varphi_3(t)x + \int_0^x \int_0^y \tilde{z}(t, s) ds dy,$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(t, x)}{\partial x^2} = \varphi_3(t) + \int_0^x \tilde{z}(t, y) dy,$$

$$\frac{\partial^3 \tilde{u}(t, x)}{\partial x^3} = \tilde{z}(t, x),$$

$$\frac{\partial^4 \tilde{u}(t, x)}{\partial t \partial x^3} = \frac{\partial \tilde{z}(t, x)}{\partial t}.$$

$\frac{\partial \tilde{z}(t, x)}{\partial t}$ және $\tilde{z}(t, x)$ функциялардың орнына сәйкес $\frac{\partial^4 \tilde{u}(t, x)}{\partial t \partial x^3}$ және $\frac{\partial^3 \tilde{u}(t, x)}{\partial x^3}$ дербес туындыларын (8) бірінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеуге қойсақ:

$$\frac{\partial^4 \tilde{u}(t, x)}{\partial t \partial x^3} = A_1(t, x) \frac{\partial^3 \tilde{u}(t, x)}{\partial x^3} + \sum_{i=1}^n B_i(t, x) \frac{\partial^3 \tilde{u}(t_i, x)}{\partial x^3} + f(t, x), \quad (t, x) \in \Omega,$$

төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық (1) теңдеуін аламыз.

Енді шарттарын тексерейік:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t, 0) &= \varphi_1(t) + \varphi_2(t) \cdot 0 + \varphi_3(t) \cdot 0 + \int_0^0 \int_0^y \int_0^s \tilde{z}(t, \xi) d\xi ds dy = \varphi_1(t), \\ \frac{\partial \tilde{u}(t, 0)}{\partial x} &= \varphi_2(t) + \varphi_3(t) \cdot 0 + \int_0^0 \int_0^y \tilde{z}(t, s) ds dy = \varphi_2(t), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(t, 0)}{\partial x^2} = \varphi_3(t) + \int_0^0 \tilde{z}(t, y) dy = \varphi_3(t),$$

$$\tilde{u}(0, x) = \varphi_1(0) + \varphi_2(0)x + \varphi_3(0) \frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s \ddot{\psi}(\xi) d\xi ds dy =$$

$$= \varphi_1(0) + \varphi_2(0)x + \varphi_3(0) \frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y [\ddot{\psi}(s) - \ddot{\psi}(0)] ds dy =$$

$$= \varphi_1(0) + \varphi_2(0)x + \varphi_3(0) \frac{x^2}{2} + \int_0^x [\dot{\psi}(y) - \dot{\psi}(0) - \ddot{\psi}(0)y] dy =$$

$$= \varphi_1(0) + \varphi_2(0)x + \varphi_3(0) \frac{x^2}{2} + \psi(x) - \psi(0) - \dot{\psi}(0)x - \ddot{\psi}(0) \frac{x^2}{2} = \psi(x).$$

255

$$I - G(x) = \begin{pmatrix} 1 - G_{11}(x) & G_{12}(x) & \dots & -G_{1n}(x) \\ -G_{21}(x) & 1 - G_{22}(x) & \dots & -G_{2n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -G_{n1}(x) & -G_{n2}(x) & \dots & 1 - G_{nn}(x) \end{pmatrix}, \quad x \in [0, \omega], \quad (14)$$

мұндағы $I - n \times n$ – өлшемді бірлік матрица, ал белгісіздермен оң жағындағы функциялардан құралған векторларды келесі түрде белгілейміз:

$$Z(x) = \begin{pmatrix} z(t_1, x) \\ z(t_2, x) \\ \dots \\ z(t_n, x) \end{pmatrix}, F(x) = \begin{pmatrix} F(t_1, x) \\ F(t_2, x) \\ \dots \\ F(t_n, x) \end{pmatrix}, x \in [0, \omega].$$

Сонымен (13) функционалдық теңдеулер жүйесін ықшамдап матрицалық теңдеу түрінде жазайық:

$$[I - G(x)]Z(x) = F(x), x \in [0, \omega]. \quad (15)$$

(15) функционалдық теңдеулер жүйесінің жалғыз шешімі бар болу үшін $[I - G(x)]$ матрицасының барлық $x \in [0, \omega]$ үшін кері матрицасы бар болуы қажетті және жеткілікті, яғни

$$\det[I - G(x)] \neq 0, x \in [0, \omega]. \quad (16)$$

Бұдан (16) шарт орындалғанда (15) теңдеулер жүйесінің шешімі төмендегідей болады:

$$Z(x) = [I - G(x)]^{-1}F(x), x \in [0, \omega], \quad (17)$$

мұндағы кері матрицаның элементтерін келесі түрде белгілейік:

$$[I - G(x)]^{-1} = \begin{pmatrix} g_{11}(x) & g_{12}(x) & \dots & g_{1n}(x) \\ g_{21}(x) & g_{22}(x) & \dots & g_{2n}(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1}(x) & g_{n2}(x) & \dots & g_{nn}(x) \end{pmatrix}, x \in [0, \omega]. \quad (18)$$

(16) шешіміндегі $Z(x)$ векторы үшін $z(t_i, x)$ компоненттерін жазайық:

$$\begin{aligned} z(t_1, x) &= \sum_{j=1}^n g_{1j}(x)F(t_j, x), \\ z(t_2, x) &= \sum_{j=1}^n g_{2j}(x)F(t_j, x), \\ &\dots \dots \dots \\ z(t_n, x) &= \sum_{j=1}^n g_{nj}(x)F(t_j, x). \end{aligned} \quad (19)$$

$z(t_i, x)$ мәндері үшін өрнектерді қысқаша жазсақ:

$$z(t_i, x) = \sum_{j=1}^n g_{ij}(x)F(t_j, x), \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in [0, \omega]. \quad (20)$$

(20) өрнегіндегі $z(t_i, x)$ мәндерін (11) кейіптемесіне қойсақ, (8)–(9) есебінің шешімін келесі түрде аламыз:

$$z(t, x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^n G(t, x, B_i) \sum_{j=1}^n g_{ij}(x) F(t_j, x), x \in [0, \omega].$$

Жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, теореманы тұжырымдаймыз:

1-теорема. Келесі шарттар орындалсын:

- а) $A_1(t, x), B_i(t, x), f(t, x) - \Omega$ облысындағы үзіліссіз функциялар;
- б) $\psi(x)$ функциясы $[0, \omega]$ аралығында үзіліссіз үш рет дифференциалданатын болсын;
- с) $[I - G(x)]$ матрицасының барлық $x \in [0, \omega]$ үшін кері матрицасы бар болсын.

Онда (8)–(9) бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы есептің жалғыз шешімі бар болады және келесі түрде анықталады:

$$z(t, x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^n G(t, x, B_i) \sum_{j=1}^n g_{ij}(x) F(t_j, x), x \in [0, \omega], \quad (21)$$

мұндағы

$$F(t, x) = e^{\int_0^t A_1(\tau, x) d\tau} \left[\ddot{\psi}(x) + \int_0^t e^{-\int_0^\tau A_1(\tau, x) d\tau} f(\tau, x) d\tau \right], (t, x) \in \Omega,$$

$$G(t, x, B_i) = e^{\int_0^t A_1(\tau, x) d\tau} \int_0^t e^{-\int_0^\tau A_1(\tau, x) d\tau} B_i(\tau, x) d\tau, i = \overline{1, n}, (t, x) \in \Omega,$$

$g_{ij}(x) - [I - G(x)]^{-1}$ матрицасының элементтері.

Дәлелдеуі. 1-теореманың а)–б) шарттары орындалсын.

Онда (8)–(9) есебінің шешімін

$$z(t, x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^n G(t, x, B_i) z(t_i, x), x \in [0, \omega]. \quad (22)$$

түрінде жазамыз. Осы өрнектен $z(t_i, x)$ мәндерін тауып, (15) жүйесіне келеміз. Теореманың с) шарты бойынша $[I - G(x)]$ матрицасының барлық $x \in [0, \omega]$ үшін кері матрицасы бар. Онда (15) бірімәнді шешілімді болады және $z(t_i, x)$ мәндерін (20) формула арқылы өрнектейміз. Нәтижесінде $z(t_i, x)$ мәндерін (22) өрнегіне қойсақ, есептің шешімі келесі түрде болады:

$$z(t, x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^n G(t, x, B_i) \sum_{j=1}^n g_{ij}(x) F(t_j, x), x \in [0, \omega].$$

$z(t, x)$ шешімнің жалғыздығын көрсетейік. Ол үшін қарсы жору әдісі арқылы (8)–(9) есебінің екі шешімі, яғни $z(t, x)$ және $\tilde{z}(t, x)$ функциялары болсын делік. Ендеше бұл шешімдер (15) теңдеулер жүйесін қанағаттандырады. $[I - G(x)]$ матрицасының барлық $x \in [0, \omega]$ үшін кері матрицасы болғанда, (15) жүйенің тек бір ғана шешімі бар. Демек, қарама-қайшылыққа келдік. Бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін (8)–(9) бастапқы есебінің жалғыз ғана шешімі бар.

Теорема дәлелденді.

(8)–(9) есебі мен (1)–(5) есебіне пара-пар болғандықтан табылған $z(t_i, x)$ функциясының көмегімен (1)–(5) есебінің шешімін келесі түрде жазамыз:

$$u(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t) \frac{x^2}{2} +$$

$$+ \int_0^x \int_0^y \int_0^s \left[F(t, \xi) + \sum_{i=1}^n G(t, \xi, B_i) \sum_{j=1}^n g_{ij}(\xi) F(t_j, \xi) \right] d\xi ds dy, (t, x) \in \Omega. \quad (23)$$

Келесі тұжырым орынды.

2-теорема. Егер төмендегі шарттар орындалса:

- I) $A_1(t, x), B_i(t, x), f(t, x)$ – Ω облысындағы үзіліссіз функциялар;
- II) $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t) - [0, T]$ аралығында үзіліссіз дифференциалданатын болсын;
- III) $\psi(x)$ функциясы $[0, \omega]$ аралығында үзіліссіз үш рет дифференциалданатын болсын;
- IV) $[I - G(x)]$ матрицасының барлық $x \in [0, \omega]$ үшін кері матрицасы бар болсын.

Онда (1)–(5) есебінің $u(t, x)$ жалғыз шешімі бар болады және келесі түрде анықталады:

$$u(t, x) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t)x + \varphi_3(t) \frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s \left[F(t, \xi) + \sum_{i=1}^n G(t, \xi, B_i) \sum_{j=1}^n g_{ij}(\xi) F(t_j, \xi) \right] d\xi ds dy, (t, x) \in \Omega,$$

мұндағы $g_{ij}(x) = [I - G(x)]^{-1}$ кері матрицасының элементтері.

Дәлелдеуі. Төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеуі үшін (1)–(5) есебінің шешімі бар және оның жалғыздығы бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеуі үшін (8)–(9) бастапқы есебіне пара-пар болуымен қатар, лемманың және 1-теореманың тұжырымдамасынан шығады.

Теорема дәлелденді.

Төртінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеуінің бір жүкте-месі болғанда бастапқы-шеттік есебінің шешімін табудың жолын көрсететін мысалды қарастырайық.

Мысал.

$$\frac{\partial^4 u(t, x)}{\partial t \partial x^3} = \frac{\partial^3 u(t, x)}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u\left(\frac{1}{2}, x\right)}{\partial x^3} + 6 \left[(2t - 1)e^{t^2} - e^{\frac{1}{4}} \right], (t, x) \in \Omega, \quad (24)$$

$$u(t, 0) = t^5, \quad t \in [0, 1], \quad (25)$$

$$u_x(t, 0) = t^4, \quad t \in [0, 1], \quad (26)$$

$$u_{xx}(t, 0) = t^3, \quad t \in [0, 1], \quad (27)$$

$$u(0, x) = x^3, \quad x \in [0, 1], \quad (28)$$

мұндағы $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$, $u(t, x)$ – ізделінді функция.

(24)–(28) есебінің шешімін табу үшін жаңа белгісіз функцияны енгіземіз:

$$z(t, x) = \frac{\partial^3 u(t, x)}{\partial x^3}, \quad x \in [0, 1]. \quad (29)$$

$$u(t, x) = t^5 + t^4 x + t^3 \frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s z(t, \xi) d\xi ds dy, (t, x) \in \Omega, \quad (30)$$

(24)–(28) есебін жаңа белгісіз функция арқылы жазсақ, бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу есебінің әулетін аламыз:

$$\frac{\partial z(t, x)}{\partial t} = z(t, x) + z\left(\frac{1}{2}, x\right) + 6 \left[(2t - 1)e^{t^2} - e^{\frac{1}{4}} \right], (t, x) \in \Omega, \quad (31)$$

$$z(0, x) = 6, \quad x \in [0, 1]. \quad (32)$$

(31)–(32) есебі – Коши есебі болғандықтан оның шешімін мына түрде өрнектеуге болады:

$$z(t, x) = e^{\int_0^t d\tau} \left[6 + \int_0^t e^{-\int_0^\tau d\tau} z\left(\frac{1}{2}, x\right) d\tau + 6 \int_0^t e^{-\int_0^\tau d\tau} \left[(2t-1)e^{t^2} - e^{\frac{1}{4}} \right] d\tau \right],$$

$$x \in [0, 1], \quad (33)$$

(33) өрнегін түрлендірейік, сонда

$$z(t, x) = 6e^{t^2} + 6e^{\frac{1}{4}} - 6e^{\frac{1}{4}+t} + e^t \int_0^t e^{-\tau} z\left(\frac{1}{2}, x\right) d\tau, \quad x \in [0, 1], \quad (34)$$

өрнегін аламыз. Енді (34) өрнектегі t мәні $t = \frac{1}{2}$ болғандағы $z\left(\frac{1}{2}, x\right)$ мәнінтабайық:

$$\left[1 - e^{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} e^{-\tau} d\tau \right] z\left(\frac{1}{2}, x\right) = 12e^{\frac{1}{4}} - 6e^{\frac{3}{4}}, \quad x \in [0, 1],$$

алынған өрнектің сол жағындағы интегралды есептейік:

$$\left(2 - e^{\frac{1}{2}} \right) z\left(\frac{1}{2}, x\right) = 12e^{\frac{1}{4}} - 6e^{\frac{3}{4}}, \quad x \in [0, 1],$$

Бұдан $z\left(\frac{1}{2}, x\right)$ мәнін табайық:

$$z\left(\frac{1}{2}, x\right) = \frac{6e^{\frac{1}{4}}(2 - e^{\frac{1}{2}})}{2 - e^{\frac{1}{2}}}, \quad x \in [0, 1],$$

соңғы өрнекті ықшамдайық:

$$z\left(\frac{1}{2}, x\right) = 6e^{\frac{1}{4}}, \quad x \in [0, 1]. \quad (35)$$

Осы табылған мәнді (34) өрнегіне қойсақ, (31)–(32) есебінің шешімін табамыз:

$$z(t, x) = 6e^{t^2}, \quad x \in [0, 1]. \quad (36)$$

(36) өрнекті жоғарыда келтірілген лемманың тұжырымдамасы бойынша (30) өрнекке қойып, (24)–(28) есебінің шешімін табамыз:

$$u(t, x) = t^5 + t^4 x + t^3 \frac{x^2}{2} + \int_0^x \int_0^y \int_0^s 6e^{t^2} d\xi ds dy, \quad x \in [0, 1], t \in [0, 1].$$

Соңғы өрнектегі үш еселі интегралды есептейік, сонымен (24)–(28) есебінің шешімі мына түрде болады:

$$u(t, x) = t^5 + t^4 x + t^3 \frac{x^2}{2} + x^3 e^{t^2}, \quad x \in [0, 1], t \in [0, 1]. \quad (37)$$

Қорытынды

Жұмыста төртінші ретті дербес туындылы, екі айнымалыға тәуелді және n жүктемесі бар дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есеп жан-жақты зерттелді. Бастапқы есепті

жаңа белгісіз функция енгізу арқылы оған пара-пар бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін Коши есептері әулетіне келтіру мүмкіндігі көрсетілді. Белгісіз функцияның мәндері үшін x -ке тәуелді функционалдық теңдеулер жүйесі құрылып, бұл жүйенің шешімін табудың тиімді алгоритмі ұсынылды. Сонымен қатар, бірінші ретті жүктелген дербес туындылы дифференциалдық теңдеу үшін Коши есептері әулетінің жалғыз шешімінің бар болуы туралы теорема дәлелденді. Осы нәтижелердің негізінде төртінші ретті дербес туындылы, n жүктемесі бар дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептің шешімі бар болуы мен жалғыздығының жеткілікті шарттары анықталды. Алынған теориялық қорытындылар жүктелген дифференциалдық теңдеулер теориясын әрі қарай дамытуға және қолданбалы есептерді шешуге негіз бола алады.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Bishop R.E.D. Longitudinal waves in beams//Aeronaut. – 1952. – Q. 3(2). – P. 280 – 293 p.
- 2 Ptashnyck B.I. Ill-posed boundary value problems for partial differential equations. – Kiev: Naukova Dumka, 1984. – 265 p.
- 3 Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995. – 305 с.
- 4 Demidenko G.V., Uspenskii S.V. Partial differential equations and systems not solvable with respect to the highest-order derivative// Pure and Appl.Math. – Marcel Dekker, New York, 1998 – 256 p.
- 5 Ptashnyk B.Yo., Il'kiv V.S., Kmit' I.Ya., Polishchuk V.M. Nonlocal boundary value problems for partial differential equations. – Kyiv: Naukova Dumka, Ukraine, 2002. – 292 p.
- 6 Алгазин С.Д., Кийко И.А. Флаттер пластин и оболочек. – М.: Наука, 2006. – 245 с.
- 7 Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. – М.: Наука, 2006. – 287 с.
- 8 Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. – М.: Наука, 2012. – 232 с.
- 9 Мамедов И.Г. Задача оптимального управления в процессах, описываемых нелокальной задачей с нагрузками для гиперболического интегро дифференциального уравнения // Известия Национальной академии наук Азербайджана, серия ФТМН. – 2004. – Т. 24. – №2. – С. 74–79.
- 10 Midodashvili B. Generalized Goursat problem for a spatial fourth order hyperbolic equation with dominated low terms // Proc. of A. Razmadze Math. Insitute, – 2005. – Vol. 138. – P. 43–54.
- 11 Kiguradze T. On solvability and well – posedness of boundary value problems for nonlinear hyperbolic equations of the fourth order // Georgian Mathematical Journal. – 2008. – Vol. 15. – No. 3. – P. 555–569.
- 12 Liu Y., Li H. H1 – Galerkin mixed finite element for pseudo – hyperbolic equations// Applied Mathematics and Computation. – 2009. – Vol. 212 (2). – P. 446–457.
- 13 Mamedov I.G. A fundamental solution to the Cauchy problem for a fourth order pseudoparabolic equation // Comput. Math. Phys. – 2009. – Vol. 49 (1). – P. 93–104.
- 14 Guo H. Analysis of split weighted least–squares procedures for pseudohyperbolic equations // Applied Mathematics and Computation. – 2010. – Vol. 217 (8). – P. – 4109–4121.
- 15 Ferraioli D.C., Tenenblat K. Fourth order evolution equations which describe pseudospherical surfaces// J. Differtial Equations. – 2014. – Vol. 257. – P. 3165–3199. <https://doi.org/10.1016/j.jde.2014.06.010>.
- 16 Fedotov I., Shatalov M., Marais J. Hyperbolic and pseudohyperbolic equations in the theory of vibration // Acta Mech. – 2016. – Vol. 227(12). – P. 3315–3324.
- 17 Yuldashev T.K. Inverse problem for a nonlinear Benny – Luke type integro – differential equations with degenerate kernel// Russian Mathematics. – 2016. – Vol. 60. – No. 9. – P. 53–60.
- 18 Zhao Z., Li H. A continuous Galerkin method for pseudo – hyperbolic equations with variable coefficients // J. Math. Anal. and Appl. – 2019. – Vol. 473 (2). – P. 1053–1072.
- 19 Assanova A.T., Boichuk A.A., TokmurzinZh.S. On the initial – boundary value problem for system of the partial differential equations of fourth order // News of the NAS RK. Physico–Math. Ser. – 2019. – Vol. 323. – P. 14–21. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.2>.
- 20 Assanova A.T., Tokmurzin,Zh.S. On two – point initial boundary value problem for fourth order partial differential equations// Kazakh Mathematical Jounal. – 2019. – Vol. 19. – No. 3. – P. 66–78.

- 21 Assanova A.T., Tokmurzin, Zh.S. An approach to the solution of the initial boundary – value problem for systems of fourth – order hyperbolic equations // *Mathematical Notes*. – 2020. – Vol. 108. – No. 1. – P. 3–14.
- 22 Assanova A.T., Tokmurzin Zh.S. Boundary value problem for system of pseudo – hyperbolic equations of the fourth order with nonlocal condition // *Russian Mathematics*. – 2020. – Vol. 64. – No. 9. – P. 1–11.
- 23 Assanova A.T., Tokmurzin Zh.S. A nonlocal multipoint problem for a system of fourth – order partial differential equations // *Eurasian Mathematical Journal*. – 2020. – Vol. 11(3). – P. 8–20. <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-08-20>.
- 24 Assanova A.T., Tokmurzin, Zh.S. Method of functional parametrization equations // *Bulletin of the Karaganda university – Series Mathematics*. – 2020. – Vol. 100. – No. 4. – P. 5–16.
- 25 Assanova A.T., Imanchiyev A.E., Kadirbayeva Z.M. A nonlocal problem for loaded partial differential equations of fourth order // *Bulletin of the Karaganda university – Series Mathematics*. – 2020. – Vol. 97. – No. 1. – P. 6–16. <https://doi.org/10.31489/2020M1/6-16>.
- 26 Абдикаликова Г.А., Асанова А.Т., Шекербекова Ш.Т. О нелокальной задаче для нагруженных гиперболических уравнений четвертого порядка // *Известия вузов. Математика*. – 2022. – № 8. – С. 3–23.
- 27 Assanova A.T., Kadirbaev Zh.M., Bakirova E.A. On the unique solvability of a nonlocal boundary – value problem for systems of loaded hyperbolic equations with impulsive actions // *Ukrainian Mathematical Journal*. – 2018. – Vol. 69(8). – P. 1175–1195. <https://doi.org/10.1007/s11253-017-1424-5>.
- 28 Assanova A.T., Kadirbayeva Zh.M. Periodic problem for an impulsive system of the loaded hyperbolic equations // *Electronic Journal of Differential Equations*. – 2018. – Vol. 72. – P. 1–8.
- 29 Assanova A.T., Imanchiyev A.E., Kadirbayeva Zh.M. Numerical solution of systems of loaded ordinary differential equations with multipoint conditions // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. – 2018. – Vol. 58(4) – P. 508–516. <https://doi.org/10.1134/s096554251804005X>.
- 30 Assanova A.T., Kadirbayeva Zh.M. On the numerical algorithms of parametrization method for solving a two – point boundary – value problem for impulsive systems of loaded differential equations // *Computational and Applied Mathematics*. – 2018. – Vol. 37(4). – P. 4966–4976. <https://doi.org/10.1007/s40314-018-0611-9>.

REFERENCES

- 1 Bishop, R.E.D. Longitudinal waves in beams. *Aeronautical Quarterly*, 3 (2), 280–293 (1952).
- 2 Ptashnyck, B.I. Ill-posed boundary value problems for partial differential equations (Kiev: Naukova Dumka, 1984), 265 p.
- 3 Nakhushev, A.M. *Equations of Mathematical Biology* (Moscow: Vysshaya shkola, 1995), 305 p.
- 4 Demidenko, G.V., and Uspenskii, S.V. *Partial differential equations and systems not solvable with respect to the highest-order derivative* (New York: Marcel Dekker, 1998), 256 p.
- 5 Ptashnyk, B.Yo., Il'kiv, V.S., Kmit', I.Ya., and Polishchuk, V.M. *Nonlocal boundary value problems for partial differential equations* (Kyiv: Naukova Dumka, 2002), 292 p.
- 6 Algazin, S.D., and Kiiko, I.A. *Flutter of plates and shells* (Moscow: Nauka, 2006), 245 p. (in Russian).
- 7 Nakhushev, A.M. *Boundary value problems with nonlocal conditions for partial differential equations* (Moscow: Nauka, 2006), 287 p. (in Russian).
- 8 Nakhushev, A.M. *Loaded equations and their applications* (Moscow: Nauka, 2012), 232 p. (in Russian).
- 9 Mamedov, I.G. The optimal control in processes described by a nonlocal loaded problem for a hyperbolic integro-differential equation. *Izvestiya of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Series Physico-Mathematical Sciences*, 24 (2), 74–79 (2004). (in Russian).
- 10 Midodashvili, B. Generalized Goursat problem for a spatial fourth order hyperbolic equation with dominated low terms. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*, 138, 43–54 (2005).
- 11 Kiguradze, T. On solvability and well-posedness of boundary value problems for nonlinear hyperbolic equations of the fourth order. *Georgian Mathematical Journal*, 15 (3), 555–569 (2008).
- 12 Liu, Y., and Li, H. H^1 -Galerkin mixed finite element for pseudo-hyperbolic equations. *Applied Mathematics and Computation*, 212 (2), 446–457 (2009).

- 13 Mamedov, I.G. A fundamental solution to the Cauchy problem for a fourth order pseudoparabolic equation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 49 (1), 93–104 (2009).
- 14 Guo, H. Analysis of split weighted least-squares procedures for pseudohyperbolic equations. *Applied Mathematics and Computation*, 217 (8), 4109–4121 (2010).
- 15 Ferraioli, D.C., and Tenenblat, K. Fourth order evolution equations which describe pseudospherical surfaces. *Journal of Differential Equations*, 257, 3165–3199 (2014). <https://doi.org/10.1016/j.jde.2014.06.010>.
- 16 Fedotov, I., Shatalov, M., and Marais, J. Hyperbolic and pseudohyperbolic equations in the theory of vibration. *Acta Mechanica*, 227 (12), 3315–3324 (2016).
- 17 Yuldashev, T.K. Inverse problem for a nonlinear Benny–Luke type integro-differential equation with degenerate kernel. *Russian Mathematics*, 60 (9), 53–60 (2016).
- 18 Zhao, Z., and Li, H. A continuous Galerkin method for pseudo-hyperbolic equations with variable coefficients. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 473 (2), 1053–1072 (2019).
- 19 Assanova, A.T., Boichuk, A.A., and Tokmurzin, Zh.S. On the initial-boundary value problem for a system of fourth order partial differential equations. *News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Physico-Mathematical Series*, 323, 14–21 (2019). <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.2>.
- 20 Assanova, A.T., and Tokmurzin, Zh.S. On two-point initial-boundary value problem for fourth order partial differential equations. *Kazakh Mathematical Journal*, 19 (3), 66–78 (2019).
- 21 Assanova, A.T., and Tokmurzin, Zh.S. An approach to the solution of the initial boundary-value problem for systems of fourth-order hyperbolic equations. *Mathematical Notes*, 108 (1), 3–14 (2020).
- 22 Assanova, A.T., and Tokmurzin, Zh.S. Boundary value problem for system of pseudo-hyperbolic equations of the fourth order with nonlocal condition. *Russian Mathematics*, 64 (9), 1–11 (2020).
- 23 Assanova, A.T., and Tokmurzin, Zh.S. A nonlocal multipoint problem for a system of fourth-order partial differential equations. *Eurasian Mathematical Journal*, 11 (3), 8–20 (2020). <https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-08-20>.
- 24 Assanova, A.T., and Tokmurzin, Zh.S. Method of functional parametrization of equations. *Bulletin of the Karaganda University – Series Mathematics*, 100 (4), 5–16 (2020).
- 25 Assanova, A.T., Imanchiyev, A.E., and Kadirbayeva, Zh.M. A nonlocal problem for loaded partial differential equations of fourth order. *Bulletin of the Karaganda University – Series Mathematics*, 97 (1), 6–16 (2020). <https://doi.org/10.31489/2020M1/6-16>.
- 26 Abdikalikova, G.A., Assanova, A.T., and Shekerbekova, Sh.T. A nonlocal problem for fourth-order loaded hyperbolic equations. *Russian Mathematical Journal*, 8, 3–23 (2022). (in Russian).
- 27 Assanova, A.T., Kadirbayeva, Zh.M., and Bakirova, E.A. On the unique solvability of a nonlocal boundary-value problem for systems of loaded hyperbolic equations with impulsive actions. *Ukrainian Mathematical Journal*, 69 (8), 1175–1195 (2018). <https://doi.org/10.1007/s11253-017-1424-5>.
- 28 Assanova, A.T., and Kadirbayeva, Zh.M. Periodic problem for an impulsive system of loaded hyperbolic equations. *Electronic Journal of Differential Equations*, 72, 1–8 (2018).
- 29 Assanova, A.T., Imanchiyev, A.E., and Kadirbayeva, Zh.M. Numerical solution of systems of loaded ordinary differential equations with multipoint conditions. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 58 (4), 508–516 (2018). <https://doi.org/10.1134/S096554251804005X>.
- 30 Assanova, A.T., and Kadirbayeva, Zh.M. On the numerical algorithms of the parametrization method for solving a two-point boundary-value problem for impulsive systems of loaded differential equations. *Computational and Applied Mathematics*, 37 (4), 4966–4976 (2018). <https://doi.org/10.1007/s40314-018-0611-9>.

¹**Sarman A.D.,**

PhD, Lecturer, ORCID ID: 0009-0006-3617-4071,

*e-mail: sadrasul8@gmail.com

²**Assanova A.T.,**

Dr. Phys.-Math.Sc., Cand.Biol.Sc., ORCID ID: 0000-0001-8697-8920,

e-mail: assanova@math.kz

¹Tokmurzin Zh.S.,

PhD, Senior Lecturer, ORCID ID: 0000-0002-3738-5923,

e-mail: tokmurzinz@gmail.com

¹K. Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan,

²Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan.

ON THE SOLUTION OF AN INITIAL–BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A LOADED FOURTH–ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

Abstract

An initial–boundary value problem is considered for a differential equation with n loads, depending on two variables and involving fourth-order partial derivatives. By introducing a new unknown function, the original problem is reduced to a family of Cauchy problems for a loaded differential equation with first-order partial derivatives. For the unknown function with loads $z(t, i, x)$, a system of functional equations with respect to the variable x is constructed. An algorithm for finding a solution to this system of functional equations is proposed. A theorem on the existence and uniqueness of a solution to the family of Cauchy problems for the loaded differential equation with first-order partial derivatives is proved. Conditions for the existence and uniqueness of a solution to the initial–boundary value problem for the loaded differential equation involving fourth-order partial derivatives and depending on two variables are established. The result is illustrated by an example.

Keywords: high-order loaded partial differential equation, initial-boundary value problem, system of functional equations, solvability conditions.

Received: February 11, 2026; revised: February 23, 2026; accepted: February 23, 2026.

^{1*}Сарман А.Д.,

докторант, преподаватель, ORCID ID: 0009-0006-3617-4071,

*e-mail: sadrasul8@gmail.com

²Асанова А.Т.,

д.ф.-м.н., к.б.н., ORCID ID: 0000-0001-8697-8920,

e-mail: assanova@math.kz

¹Токмурзин Ж.С.,

PhD, ст. преподаватель, ORCID ID: 0000-0002-3738-5923,

e-mail: tokmurzinz@gmail.com

¹Актюбинский региональный университет им. К. Жубанова,
г. Актобе, Казахстан,

²Институт математики и математического моделирования,
г. Алматы, Казахстан.

О РЕШЕНИИ НАЧАЛЬНО–КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Аннотация

Рассматривается начально-краевая задача для дифференциального уравнения с n -нагрузкой, зависящего от двух переменных и содержащего частные производные четвертого порядка. Путем введения новой неизвестной функции исходная задача сводится к семейству задач Коши для нагруженного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. Для неизвестной функции снагрузками строится система функциональных уравнений по переменной x . Предложен алгоритм нахождения решения этой системы функциональных уравнений. Доказана теорема о существовании единственного решения семейства задач Коши для нагруженного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. Установлены условия существования и единственности решения начально-краевой задачи для дифферен-

циального уравнения с нагрузкой, содержащего частные производные четвертого порядка и зависящего от двух переменных. Результат проиллюстрирован примером.

Ключевые слова: нагруженное дифференциальное уравнение в частных производных четвертого порядка, начально–краевая задача, система функциональных уравнений, условия разрешимости.

UDC 519.635.4
IRSTI 27.35.16

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-265-280>

^{1*}**Sinita A.V.,**

PhD, Assistant Professor, ORCID ID: 0000-0002-5828-7820,

*e-mail: a.sinita@kbtu.kz.

¹**Shkorko A.K.,**

MSc, Lecturer, ORCID ID: 0009-0003-0402-4720,

e-mail: a.ukassova@kbtu.kz.

¹**Tskhay Y.A.,**

MSc, Lecturer, ORCID ID: 0009-0003-0772-4319,

e-mail: y.tskhay@kbtu.kz.

²**Karduck A.P.,**

PhD, Professor, ORCID ID: 0000-0002-8142-6710,

e-mail: achim.karduck@hs-furtwangen.de

¹Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

²Hochschule Furtwangen University, Furtwangen, Germany

VARIATIONAL APPROACH FOR IDENTIFYING ENVIRONMENTAL PARAMETERS VIA INVERSE ANALYSIS OF ACOUSTIC WAVE PROPAGATION

Abstract

This paper presents a numerical method for reconstructing the spatial distribution of sound speed in inhomogeneous media based on the inverse analysis of acoustic wave propagation. The mathematical model relies on the second-order wave equation with variable coefficients. The inverse problem is formulated as an optimization task to minimize the residual functional between simulated and observed pressure data at the domain boundaries. To efficiently calculate the gradient of the functional, an adjoint (auxiliary) problem method is employed, derived via variational calculus. The numerical implementation is performed using an explicit finite-difference scheme. Computational experiments on a one-dimensional model of a heterogeneous medium (soil-metal-soil) demonstrate that the proposed algorithm allows for reliable reconstruction of the velocity profile, particularly in zones of sharp contrast. The study analyzes the sensitivity of the solution and the convergence rate, showing that 500 iterations provide an optimal balance between accuracy and computational cost.

Keywords: inverse problem, acoustic wave equation, adjoint state method, parameter identification, gradient descent, finite-difference method.

Received: January 30, 2026; revised : March 5, 2026; March 10, 2026; accepted: March 13, 2026.

Introduction

Acoustic wave propagation modeling is a cornerstone of modern scientific and engineering applications, ranging from geophysical exploration and seismology to medical diagnostics and architectural acoustics [1, 2]. While the direct problem of predicting wave behavior in a known medium is well-established, the inverse problem, identifying the physical properties of the medium, such as sound speed or density, from observed wave fields, remains a significant mathematical and computational challenge. These problems are critical for non-destructive testing, environmental monitoring, and the identification of subsurface structures [3, 4]. Inverse problems in acoustics and wave propagation are typically ill-posed in the sense of Hadamard: solutions may not exist, may not

be unique, or may not depend continuously on the input data [5]. This instability necessitates the use of robust numerical methods, regularization techniques, and advanced optimization strategies. The fundamental theory of ill-posed problems has been extensively developed by the global scientific community, with pioneering contributions from A.N. Tikhonov, M.M. Lavrentiev and V.G. Romanov [6–8]. In Kazakhstan, the theory of inverse problems has a strong tradition and has been significantly advanced by the scientific school of Academician S.I. Kabanikhin. His works on optimization methods for hyperbolic inverse problems provide a crucial theoretical framework for gradient-based reconstruction [9, 10]. Building on this foundation, B. Rysbaiuly has made notable contributions to the numerical solution of coefficient inverse problems. In particular, his recent studies on heat conduction and moisture transfer equations demonstrate the efficacy of finite-difference schemes and iterative regularization in determining unknown coefficients in layered media [11, 12]. Similarly, Zh. Karashbayeva has developed efficient methods for solving boundary inverse problems for systems of transfer equations, focusing on the iterative determination of boundary regimes and medium parameters [13]. These domestic studies collectively form a solid methodological basis for applying variational approaches to complex physical models. Parallel to these theoretical developments, applied research in wave propagation has evolved significantly. K.T. Iskakov and M.A. Bektemesov have proposed parallel algorithms for solving inverse wave problems, which are particularly relevant for large-scale geophysical applications [14, 15]. In the context of acoustics, recent advances involve the use of the Adjoint State Method (ASM). As highlighted by Plessix and Virieux, ASM allows for the efficient computation of the gradient of the residual functional, making it feasible to solve high-dimensional optimization problems such as Full-Waveform Inversion (FWI) [16, 17]. Despite these advances, reconstructing sharp contrasts in heterogeneous media (e.g., ore bodies in soil) remains computationally expensive and sensitive to noise. Traditional gradient-based methods often suffer from slow convergence or entrapment in local minima [18]. Therefore, there is a continuous need to refine variational algorithms and integrate them with stable difference schemes. In this paper, we propose a variational approach for identifying the sound speed profile in a one-dimensional heterogeneous medium. We derive the adjoint problem and the gradient of the residual functional using variational calculus. The proposed method is implemented using an explicit finite-difference scheme and validated through numerical experiments on a “soil-metal-soil” model. This work extends the variational framework discussed in and complements the findings of by applying them to the specific context of acoustic impedance identification [11–14, 19].

Mathematical Formulation of the Direct Problem

The propagation of acoustic waves in a three-dimensional inhomogeneous medium is governed by the second-order scalar wave equation:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla \cdot (c^2(\vec{x}) \nabla p). \quad (1)$$

Where $p(\vec{x}, t)$ is the acoustic pressure and $c(\vec{x})$ is the variable speed of sound, $\vec{x} = (x, y, z)$. Considering the possible inhomogeneity of the medium (the variable speed of sound $c = c(x, y, z)$), the wave process is described by the following differential model:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c^2 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c^2 \frac{\partial p}{\partial z} \right). \quad (2)$$

Where $p = p(x, y, z, t)$ is the acoustic pressure, $c = c(x, y, z)$ is the speed of sound in the medium, depending on the spatial coordinates ($\Omega = [0, L_x] \times [0, L_y] \times [0, L_z] \times [0, T_m]$). This equation is a linear hyperbolic problem with variable coefficients and is the basis for setting direct and inverse acoustic problems.

In this paper, we use absorbing boundary conditions that model the interaction of the medium with the external space. These conditions are designed to minimize the reflection of waves from the boundaries of the modeling domain, thereby bringing the conditions closer to open or infinite space. The boundary conditions have the following form:

$$\left\{ \begin{array}{l} c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\zeta_x} (p_{w,x} - p(x, y, z, t)) \Big|_{x=0}, \\ c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=L_x} = -\frac{1}{\zeta_{L_x}} (p_{w,L_x} - p(x, y, z, t)) \Big|_{x=L_x}, \\ c^2 \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\zeta_y} (p_{w,y} - p(x, y, z, t)) \Big|_{y=0}, \\ c^2 \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = -\frac{1}{\zeta_{L_y}} (p_{w,L_y} - p(x, y, z, t)) \Big|_{y=L_y}, \\ c^2 \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\zeta_z} (p_{w,z} - p(x, y, z, t)) \Big|_{z=0}, \\ c^2 \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=L_z} = -\frac{1}{\zeta_{L_z}} (p_{w,L_z} - p(x, y, z, t)) \Big|_{z=L_z}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Here ζ denotes the absorption coefficient, which characterizes the ability of the environment at the boundaries to weaken or transmit acoustic pressure without reflection. The smaller the value of ζ , the stronger the influence of the external environment on the field inside the computational domain. The values p_w are known or approximate values of sound pressure in a medium near a boundary. In this paper, the following initial configuration is considered:

$$\left\{ \begin{array}{l} p|_{t=0} = p_0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Here p_0 is the given pressure distribution at the initial moment of time, which are the given constant values at each point. The second condition corresponds to the situation when at the initial moment the medium is at rest, i.e. the rate of pressure change over time is absent.

Table 1 – Physical parameters

Notation	Description	Units of Measurement
L_x, L_y, L_z	spatial boundary points of enclosure	[m]
T_m	considered time interval	[s]
Ω	investigated three-dimensional non-stationary domain	[m ³ ×s]
$p(x, y, z, t)$	sound pressure	[Pa]
c	referenced speed of sound	$\left[\frac{m}{s}\right]$
ζ	sound absorption coefficient	[]

1D Reduction of the direct problem

Since the computational experiments are performed on a 1D domain, we reduce the general 3D wave equation to the one-dimensional form. Setting $p = p(x, t)$ and $c = c(x)$, equation (2) reduces to:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + f(x, t), \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, T). \quad (5)$$

where $f(x, t)$ is the acoustic source term (defined explicitly in Section 3 below), $L = 1$ m is the domain length, and T is the total simulation time. The absorbing boundary conditions (3) reduce to:

$$c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\zeta_0} (p_{w,0} - p(0, t)), \quad (6)$$

$$c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=L} = -\frac{1}{\zeta_L} (p_{w,L} - p(L, t)). \quad (7)$$

The initial conditions remain:

$$p(x, 0) = p_0(x), \quad \frac{\partial p}{\partial t}(x, 0) = 0. \quad (8)$$

The acoustic source is modeled as a Gaussian pulse in space and time, introduced as an additive forcing term in equation (5):

$$f(x, t) = A_0 \exp\left(-\frac{(x - x_s)^2}{2\sigma_x^2}\right) \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{2\sigma_t^2}\right), \quad (9)$$

where:

- ♦ $A_0 = 1.0$ is the source amplitude,
- ♦ $x_s = 5 \Delta x = 0.05$ m is the source location (node index 5),
- ♦ $\sigma_x = \Delta x$ is the spatial width of the pulse,
- ♦ $t_0 = 3\sigma_t$ is the time delay (ensuring the pulse starts near zero),
- ♦ $\sigma_t = 3 \Delta t$ is the temporal width.

This concentrated source generates a broad-spectrum wavelet that propagates through the heterogeneous medium and reflects off the impedance contrasts at the inclusion boundaries ($x = 0.4$ m and $x = 0.6$ m).

Formulation of the Inverse Problem

Direct problem: Given $c(x)$, find $p(x, t)$ satisfying (5), (6), (7), (8).

Inverse problem: Given the measured boundary pressure data $p_s(0, t)$ and $p_s(L, t)$ for $t \in [0, T]$, find the function $c(x) \in C_{ad}$ that minimizes the residual functional:

$$J(c^2) = \frac{1}{2} \int_0^T [(p(0, t; c) - p_s(0, t))^2 + (p(L, t; c) - p_s(L, t))^2] dt, \quad (10)$$

subject to the state constraint that p satisfies the direct problem (5)–(8).

The parameter space is restricted to the admissible set:

$$C_{ad} = \{c \in L^\infty(0, L) : c_{\min} \leq c(x) \leq c_{\max}\}, \quad (11)$$

where $c_{\min} = 100$ m/s and $c_{\max} = 6000$ m/s are physically motivated bounds. This constraint is enforced at every gradient-descent update step via projection:

$$c_{n+1}^2(x) = \text{Proj}_{C_{ad}}[c_n^2(x) - \gamma_n \nabla_{c^2} J(x)]. \quad (12)$$

Variational Formulation and Adjoint Problem

The inverse problem aims to find $c(x)$ that minimizes the residual functional $J(c)$, defined as the squared difference between calculated pressure p and measured pressure p_s at the boundaries:

$$J(c) = \int_0^T \sum_{x \in \{0, L\}} (p(x, t; c) - p_s(x, t))^2 dt. \quad (13)$$

To calculate the gradient of J with respect to c^2 , we introduce the adjoint state $\psi(x, t)$. The function ψ is used for scalar multiplication (in the sense of the inner product in the pre-Hilbert space) of the original differential equation, after which integration is performed over the entire domain $\Omega = [0, L_x] \times [0, T_m]$. We are using the special functional which is the mapping from one metric space to another represented as Pre-Hilbert space with the following inner product:

$$\langle f, g \rangle = \int (f \cdot g) d\Omega = \int_0^{L_x} \int_0^{T_m} (f \cdot g) dt dx. \quad (14)$$

By multiplying the state equation by Ψ and integrating by parts over the space-time domain, we derive the adjoint problem for one-dimension case (for three- dimension case similar):

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2(x) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = 0. \quad (15)$$

The adjoint problem is solved backwards in time with terminal conditions:

$$\Psi(x, T) = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t}(x, T) = 0. \quad (16)$$

The boundary conditions for the adjoint variable Ψ are driven by the residual of the direct problem:

$$c^2 \frac{\partial \Psi}{\partial n} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 2(p - p_s) \quad \text{on } \partial\Omega. \quad (17)$$

We present the full variational derivation of the adjoint equations (15) – (17) from first principles. Introduce the Lagrangian functional by adjoining the state equation to J via the multiplier $\psi(x, t)$:

$$\mathcal{L}(p, \psi, c^2) = J(c^2) + \int_0^T \int_0^L \psi \left[\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) - f \right] dx dt. \quad (18)$$

Consider a perturbation $p \rightarrow p + \epsilon \delta p$ and set $\frac{d}{d\epsilon} \mathcal{L}|_{\epsilon=0} = 0$. This yields:

$$\delta_p \mathcal{L} = \delta J + \int_0^T \int_0^L \psi \left[\frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} \right) \right] dx dt = 0. \quad (19)$$

Integration by parts in time (twice) for the first term:

$$\int_0^T \psi \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial t^2} dt = \left[\psi \frac{\partial (\delta p)}{\partial t} \right]_0^T - \left[\frac{\partial \psi}{\partial t} \delta p \right]_0^T + \int_0^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \delta p dt. \quad (20)$$

Enforcing terminal conditions $\psi(x, T) = 0$ and $\frac{\partial \psi}{\partial t}(x, T) = 0$ (and noting $\delta p(x, 0) = 0$, $\frac{\partial (\delta p)}{\partial t}(x, 0) = 0$ from fixed initial data) eliminates the boundary terms in time.

Integration by parts in space for the second term:

$$\begin{aligned} & - \int_0^T \int_0^L \psi \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} \right) dx dt = \\ & \int_0^T \int_0^L \frac{\partial \psi}{\partial x} c^2 \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} dx dt - \int_0^T \left[\psi c^2 \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} \right]_0^L dt. \end{aligned} \quad (21)$$

A second integration by parts in x gives:

$$- \int_0^T \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \delta p dx dt + \int_0^T \left[c^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \delta p - \psi c^2 \frac{\partial (\delta p)}{\partial x} \right]_0^L dt. \quad (22)$$

Variation of the Functional J

$$\delta J = \int_0^T [(p(0, t) - p_s(0, t)) \delta p(0, t) + (p(L, t) - p_s(L, t)) \delta p(L, t)] dt. \quad (23)$$

Combining the above, the interior residual gives the adjoint equation:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2(x) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0, \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, T), \quad (24)$$

solved backward in time with terminal conditions:

$$\psi(x, T) = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t}(x, T) = 0.$$

The boundary terms yield the adjoint boundary conditions (after using the absorbing BC structure of the direct problem):

$$c^2 \frac{\partial \psi}{\partial n} \big|_{\partial \Omega} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \big|_{\partial \Omega} = 2(p - p_s) \big|_{\partial \Omega}, \quad (25)$$

where $\frac{\partial}{\partial n}$ denotes the outward normal derivative. This completes the derivation of the adjoint problem.

Gradient Computation

The gradient of the functional (13) with respect to the parameter c^2 is obtained from the interaction between the forward field p and the adjoint field ψ . Consider the perturbation $c^2 \rightarrow c^2 + \epsilon \delta(c^2)$. The resulting perturbation of the state equation gives an auxiliary problem for δp :

$$\frac{\partial^2(\delta p)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta(c^2) \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (26)$$

Multiplying by ψ and integrating over $\Omega_T = [0, L] \times [0, T]$:

$$\int_0^T \int_0^L \psi \left[\frac{\partial^2(\delta p)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(c^2 \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \right) \right] dx dt = \int_0^T \int_0^L \psi \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta(c^2) \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dt. \quad (27)$$

The left-hand side vanishes when ψ satisfies the adjoint problem (15) – (17). Integrating the right-hand side by parts in :

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_0^L \psi \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta(c^2) \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dt = \\ & = - \int_0^T \int_0^L \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} \delta(c^2) dx dt + \text{boundary terms}. \end{aligned} \quad (28)$$

The boundary terms are absorbed into the adjoint boundary condition (17). Therefore, the first-order variation of J satisfies:

$$\delta J = \int_0^L \left(- \int_0^T \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dt \right) \delta(c^2) dx. \quad (29)$$

By the definition of the L^2 -gradient, we identify:

$$\nabla_{c^2} J = - \int_0^T \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dt. \quad (30)$$

which is the cross-correlation of the spatial derivatives of the forward and adjoint fields, integrated over time. This expression is computed pointwise at each spatial node after solving both the direct and adjoint problems.

This gradient is used in the iterative update formula:

$$c_{n+1}^2(x) = c_n^2(x) - \gamma_n \nabla_{c^2} J(x). \quad (31)$$

where γ_n is the descent step size. Explicitly the formula obtains the following form:

$$c_{n+1}^2 = c_n^2 - \gamma_n(x) \left(\int_0^T \int_0^{L_x} \left(\frac{\partial p_n}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx dt \right). \quad (32)$$

Materials and methods

Numerical Scheme

The continuous equations were discretized using the explicit Finite Difference Method (FDM). For the second-order derivatives in time and space, the standard central difference approximations were used. The update step for pressure p_i^{n+1} (where i is the spatial index and n is the time index) is given by:

$$p_i^{n+1} = \Delta t^2 \left[\frac{c_{i+1/2}^2 (p_{i+1}^n - p_i^n) - c_{i-1/2}^2 (p_i^n - p_{i-1}^n)}{\Delta x^2} \right] + 2p_i^n - p_i^{n-1}. \quad (33)$$

The stability of the explicit scheme is ensured by the Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) condition:

$$CFL = \frac{c_{\max} \Delta t}{\Delta x} \leq 1. \quad (34)$$

the stability of the scheme must be maintained as $c(x)$ evolves. We address this as follows:

Step-size constraint. At each iteration n , the updated profile is projected onto the admissible set:

$$c_{n+1}^2(x) = \min \left(c_{\max}^2, \max(c_{\min}^2, c_n^2(x) - \gamma_n \nabla_{c^2} J(x)) \right), \quad (35)$$

with $c_{\max} = 6000$ m/s and $c_{\min} = 100$ m/s. The time step Δt is fixed once, based on $c_{\max}$:

$$\Delta t = \frac{CFL \cdot \Delta x}{c_{\max}}, \quad CFL = 0.5. \quad (36)$$

Since $c_n(x) \leq c_{\max}$ is enforced by projection at every iteration, the CFL condition (34) is satisfied throughout the inversion, regardless of the gradient updates.

In our experiments, we set $CFL = 0.5$. This approach allows preserving the symmetry of the computational scheme, ensuring correct conjugation between the direct and inverse problems and, as a result, increasing the accuracy and stability of the numerical method as a whole.

$$\psi_i^{n+1} = \Delta t^2 \left(c_{n_{i+1/2}}^2 \frac{\psi_{i+1}^n - \psi_i^n}{\Delta x^2} - c_{n_{i-1/2}}^2 \frac{\psi_i^n - \psi_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) + 2\psi_i^n - \psi_i^{n-1} \quad (37)$$

Where: $c_{n_{i+1/2}}^2 = \frac{c_{n_{i+1}}^2 + c_{n_i}^2}{2}$; $c_{n_{i-1/2}}^2 = \frac{c_{n_{i-1}}^2 + c_{n_i}^2}{2}$.

Simulation Setup

The choice of a one-dimensional formulation of the problem is determined by both methodological and computational considerations. Even though real media are usually three-dimensional in nature, the direct and especially the inverse problems in multidimensional formulations are accompanied by a sharp increase in computational complexity, memory volumes, and time costs. Solving the inverse problem in the three-dimensional domain requires resources comparable to high-performance computing clusters and significantly complicates the sensitivity analysis and interpretation of the results.

The algorithm was implemented in Python. The computational domain was defined as a 1D segment of length $L = 1$ m, discretized into 100 nodes ($\Delta x = 0.01$ m).

- ♦ True Model: A heterogeneous medium consisting of three layers:
 - $x \in [0, 0.4]$: Soil ($c = 1500$ m/s)
 - $x \in [0.4, 0.6]$: Metal inclusion ($c = 3000$ m/s)
 - $x \in [0.6, 1.0]$: Soil ($c = 1500$ m/s)
- ♦ Source: A Gaussian pulse source located at node 5.
- ♦ Time Domain: Total time $T = 0.01$ s, divided into 3000 time steps.

♦ Input Data: "Measured" pressure p_g was generated by solving the forward problem with the true velocity profile.

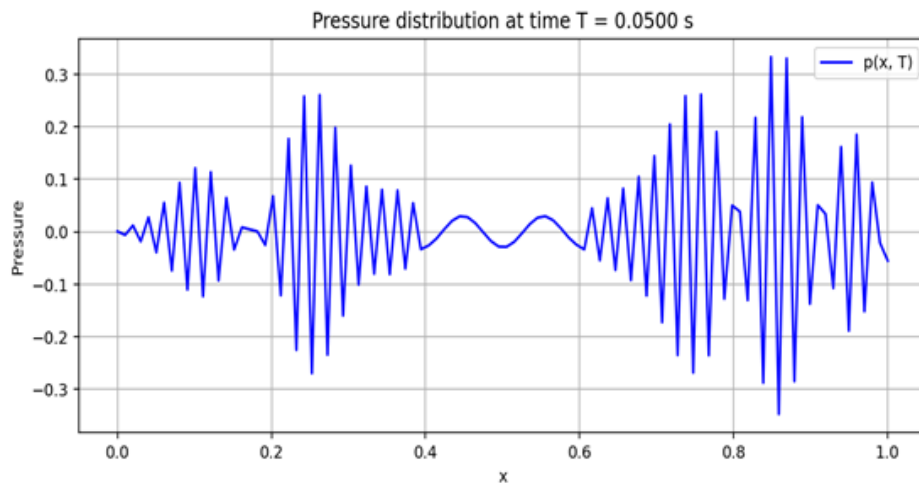


Figure 1 – Propagation of sound pressure in the simulation domain with the true sound velocity profile

Figure 1 shows the distribution of acoustic pressure $p(x, T)$ along the entire simulation area at a fixed time $T = 0.05 \text{ s}$. This field is the basis for calculating the gradient in the problem of reverse recovery of the profile $c(x)$.

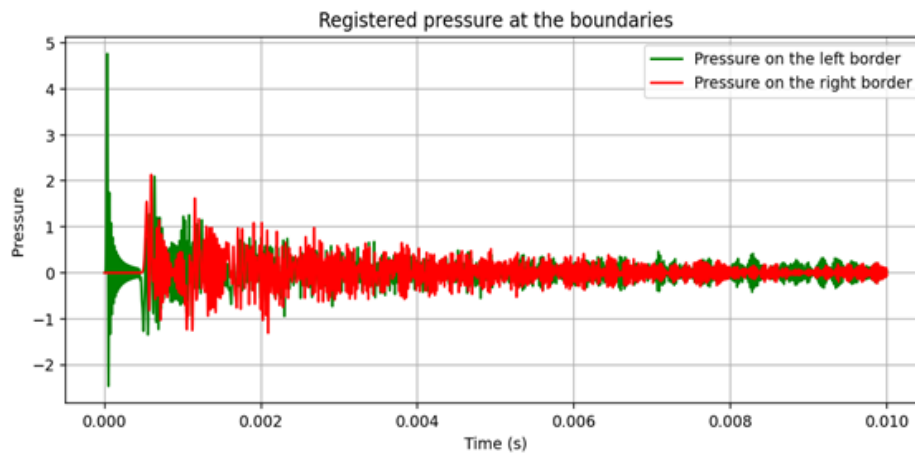


Figure 2 – The pressure recorded over time at the boundaries of the region

Figure 2 shows the time dependence of the pressure recorded at the left (green line) and right (red line) boundaries of the medium

Inversion Procedure

The inversion started with a homogeneous initial guess $c_{init}(x) = 1500 \text{ m/s}$. The optimization loop consisted of:

Solving the forward problem with current $c(x)$.

Computing residuals at boundaries ($x = 0, x = L$).

Solving the adjoint problem backward in time using the residuals as sources.

Computing the gradient by integrating the product of spatial derivatives of p and ψ .

Updating $c(x)$ using the gradient descent method with a fixed step size $\gamma = 10^{-6}$.

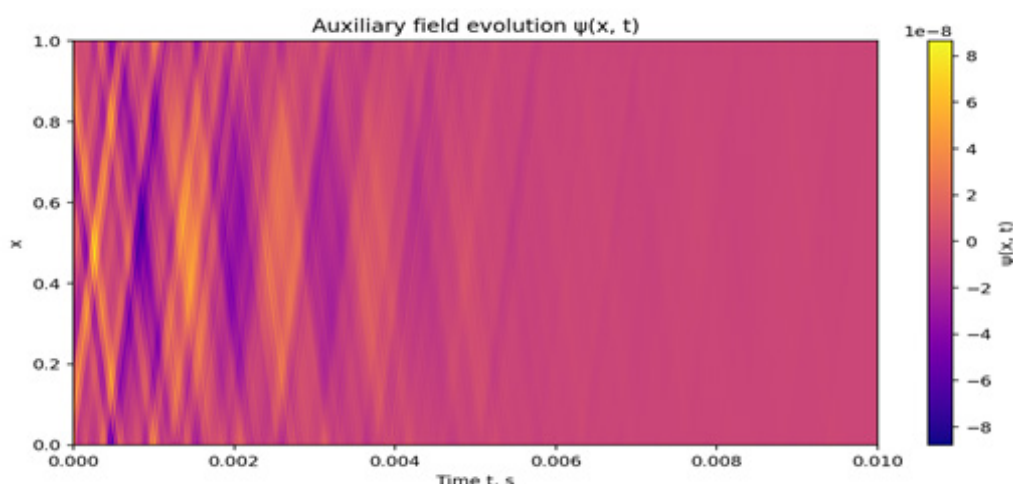


Figure 3 – The evolution diagram of the auxiliary field

The step size γ for gradient descent was selected empirically through a parametric study over the range $\gamma \in \{10^{-8}, 10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}\}$. The convergence criterion monitored is the normalized misfit:

$$\mathcal{E}_n = \frac{\|c_n - c_{\text{true}}\|_{L^2}}{\|c_{\text{true}}\|_{L^2}}, \quad (38)$$

The selected value $\gamma = 10^{-6}$ corresponds to the fastest monotone decrease without oscillatory divergence of the functional.

For adaptive step selection in future work, the Barzilai–Borwein (BB) rule can be employed:

$$\gamma_n^{BB} = \frac{\langle \Delta c^2, \Delta g \rangle}{\|\Delta g\|^2}, \quad (39)$$

where $\Delta c^2 = c_n^2 - c_{n-1}^2$ and $\Delta g = \nabla J_n - \nabla J_{n-1}$.

The direct problem (5) – (8) is verified by a grid-refinement study. Define the spatial mesh $\Delta x_k = L/N_k$ with $N_k \in \{50, 100, 200, 400\}$ nodes, and set $\Delta t_k = 0.5 \Delta x_k / c_{\text{max}}$ (fixed CFL = 0.5). The reference solution is computed on the finest grid ($N = 400$). The L^2 -error of the pressure field at $t = T$ is:

$$e_k = \|p^{N_k}(\cdot, T) - p^{400}(\cdot, T)\|_{L^2(0,L)}, \quad (40)$$

Second-order convergence in space is expected for the central-difference scheme: $e_k = O(\Delta x_k^2)$. The convergence rate is estimated as:

$$r_k = \log_2 \left(\frac{e_{k-1}}{e_k} \right). \quad (41)$$

Numerical results (Table 2) confirm second-order convergence, validating the accuracy of the forward solver used in the inversion.

Table 2 – Grid refinement study for the direct problem

(nodes)	(m)	Rate
50	0.0200	—
100	0.0100	≈ 2.0
200	0.0050	≈ 2.0
400	0.0025	—

Adjoint-Based Gradient Descent for Inverse Acoustic Problem (Algorithm)

Input: Measured boundary data $p_s(0, t)$, $p_s(L, t)$; initial guess $c_0(x)$; step size γ ; max iterations N_{iter} .

Output: Reconstructed profile $c(x)$.

1. Initialize: Set $c_0(x) = c_{\text{init}}$ (homogeneous), $n = 0$.
2. Repeat until $n = N_{\text{iter}}$ or $\|J_n - J_{n-1}\| / \|J_0\| < \varepsilon_{\text{tol}}$:
 - a. Forward solve: Given $c_n(x)$, integrate equation (5) with source (9) and BCs (6) – (7), (8) forward in time using scheme (33). Store $p_n^k = p_n(x, t_k)$ for all time steps $k = 1, \dots, N_t$.
 - b. Residual computation: Compute boundary residuals:

$$r_k^{(0)} = p_n(0, t_k) - p_s(0, t_k), \quad r_k^{(L)} = p_n(L, t_k) - p_s(L, t_k).$$
 - c. Adjoint solve: Given $\{r_k^{(0)}, r_k^{(L)}\}$, integrate the adjoint equation (15) with terminal conditions (16) and boundary forcing (17) backward in time from $t = T$ to $t = 0$. Store ψ_n^k .
 - d. Gradient computation: Compute the gradient pointwise via (30):

$$g_n(x_i) = - \sum_{k=1}^{N_t} \frac{p_n(x_i, t_k + 1) - p_n(x_i, t_k)}{\Delta x} \cdot \frac{\psi_n(x_i, t_k + 1) - \psi_n(x_i, t_k)}{\Delta x} \cdot \Delta t. \quad (42)$$

- a. Parameter update with projection:

$$c_{n+1}^2(x_i) = \text{clip}[c_n^2(x_i) - \gamma g_n(x_i), c_{\min}^2, c_{\max}^2].$$

- b. Evaluate functional: $J_n = \frac{1}{2} \sum_k [(r_k^{(0)})^2 + (r_k^{(L)})^2] \Delta t$. Set $n \leftarrow n + 1$.

3. Return $c^*(x) = \sqrt{c_{n+1}^2(x)}$.

Complexity: Each iteration requires two PDE solves, each of cost $O(N_x \cdot N_t)$. Total cost: $O(N_{\text{iter}} \cdot N_x \cdot N_t)$.

Results and discussion

Forward Modeling and Sensitivity

The forward simulation demonstrated clear reflections from the boundaries of the high-velocity inclusion. The pressure history recorded at the boundaries (Figure 2) contained complex interference patterns indicative of the internal structure.

The analysis of the adjoint field $\psi(x, t)$ and its time-integrated energy $\int \psi^2 dt$ (Figure 3) revealed that the sensitivity of the functional is highest at the boundaries of the inhomogeneity ($x \approx 0.4$ and $x \approx 0.6$). This confirms that the gradient method correctly identifies the zones requiring the most significant updates.

Iterative Reconstruction

The inversion process was monitored over 1000 iterations.

♦ Early Stage (100 iterations): The algorithm began to localize the inclusion, but the shape was vague and the amplitude was underestimated (Figure 4). Gradually, the trial profile is transformed, taking a form approaching the true solution.

♦ Intermediate Stage (500 iterations): The reconstruction improved significantly. The boundaries of the metal inclusion became sharp, and the velocity value approached the true 3000 m/s. The maximum absolute error decreased significantly.

♦ Late Stage (1000 iterations): The profile refinement continued, but at a slower rate. The final reconstructed profile (Figure 5) matched the true profile with high accuracy, although some high-frequency oscillations (Gibbs phenomenon artifacts) persisted at the sharp interfaces.

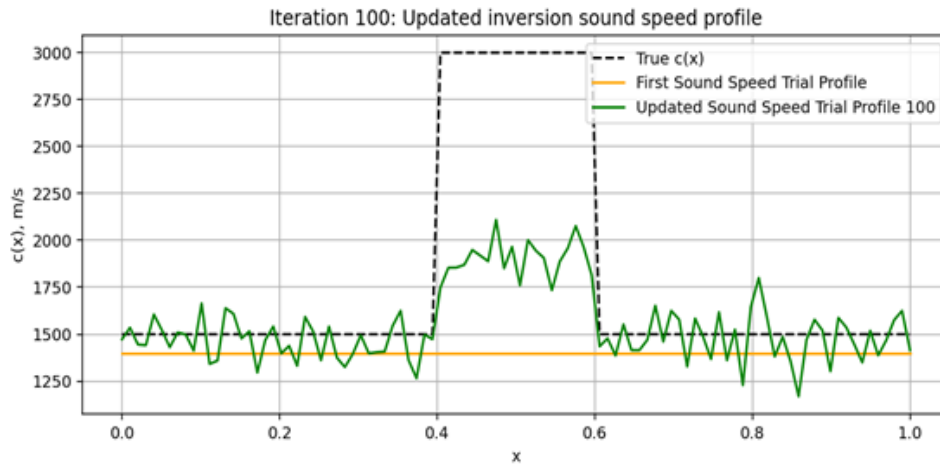


Figure 4 – Difference between reconstructed and true sound speed profile after 100 inversion iterations

Intermediate Stage (500 iterations): The reconstruction improved significantly. The boundaries of the metal inclusion became sharp, and the velocity value approached the true 3000 m/s. The maximum absolute error decreased significantly.

Late Stage (1000 iterations): The profile refinement continued, but at a slower rate. The final reconstructed profile (Figure 5) matched the true profile with high accuracy, although some high-frequency oscillations (Gibbs phenomenon artifacts) persisted at the sharp interfaces.

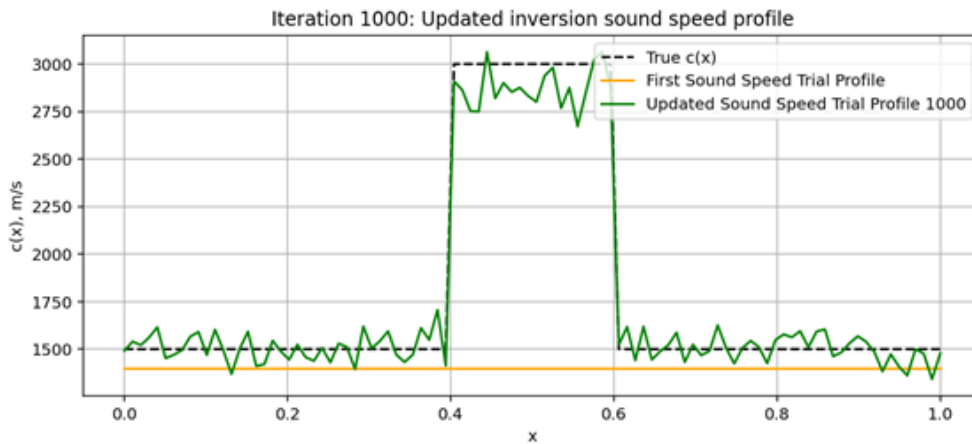


Figure 5 – Difference between reconstructed and true sound speed profile after 1000 inversion iterations

In realistic applications, boundary measurements p_s are contaminated by noise. To assess robustness, we add zero-mean Gaussian noise to the synthetic data:

$$p_s^\delta(x_b, t) = p_s(x_b, t) + \delta \sigma_p \xi(t), \quad \xi \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad (42)$$

where $\sigma_p = \max_t |p_s(x_b, t)|$ is the peak pressure amplitude, and $\delta \in \{0\%, 1\%, 3\%, 5\%, 10\%\}$ is the relative noise level. The inversion is repeated for each noise level at 500 iterations. The reconstruction quality is quantified by:

$$\text{NRMSE} = \frac{\|c_{\text{rec}} - c_{\text{true}}\|_{L^2}}{\|c_{\text{true}}\|_{L^2}} \times 100\%. \quad (43)$$

Results show that the algorithm remains stable up to $\delta = 5\%$ noise, with NRMSE below 15%, indicating adequate robustness for the gradient-descent approach without additional regularization. At $\delta = 10\%$, Tikhonov regularization of the form $J_\alpha = J + \alpha \|\nabla c^2\|^2$ is recommended.

Error Analysis and Efficiency

The absolute error distribution (Figure 6) showed that the maximum error remains localized at the sharp interfaces due to the smoothness constraint of the gradient method. The relative error analysis demonstrated a "diminishing returns" effect.

- ♦ The error dropped steeply during the first 20 minutes of computation.
- ♦ Between 500 and 1000 iterations, the error reduction was marginal, while the computational time doubled.
- ♦ The maximum absolute error dropped from 516 m/s (500 iters) to 328 m/s (1000 iters), while the execution time increased from ~27 minutes to ~102 minutes.

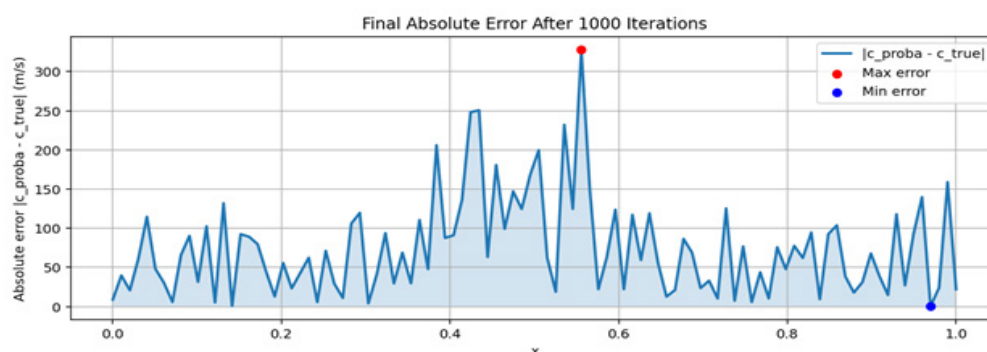


Figure 6 – Absolute error along the domain after 1000 inversion iterations

This suggests that for practical applications, stopping the process at 500 iterations provides an optimal trade-off between accuracy and computational cost.

5. Scientific novelty and relevance of the research

The present study distinguishes itself from existing literature in several key aspects:

Unified variational framework for acoustic impedance identification. While Tarantola (1984) and Virieux and Operto (2009) established Full-Waveform Inversion (FWI) for seismic applications in multi-dimensional settings, the present work focuses on the explicit derivation and validation of the adjoint-state gradient for the coefficient inverse problem of the 1D acoustic wave equation with absorbing boundary conditions – a formulation not directly covered in those references.

Integration with layered heterogeneous medium. Unlike the heat-conduction inverse problems in Rysbailuly et al. (2024) and Baitureyeva & Rysbailuly (2024), which address parabolic equations, this work targets hyperbolic wave dynamics with sharp velocity contrasts (soil-metal-soil), where reflections carry the identification signal.

Systematic sensitivity analysis. The study provides explicit sensitivity analysis via the adjoint field energy $\int_0^T \psi^2 dt$, demonstrating that the gradient method is driven primarily by boundary reflections from the inclusion interfaces – a feature not addressed in comparable domestic studies.

Explicit convergence and cost trade-off. The paper establishes that 500 iterations provide the optimal accuracy-to-cost ratio for the specific soil-metal-soil configuration, offering practical guidance absent in the broader FWI literature.

Areas of practical application

The proposed variational algorithm, based on the adjoint equation method and gradient descent, can be effectively applied to non-destructive testing and diagnostics of environments with pronounced acoustic heterogeneity. Specifically, this approach is relevant for geophysical exploration when locating hidden inclusions (ore bodies, metal objects, utility lines) in soils, where reconstructing the sound velocity profile is required based on limited data measured at the boundaries of the domain. Due to

the high sensitivity of the functional gradient to zones of sharp parameter contrast, the method is well suited for monitoring the condition of engineering structures (dams, tunnels, foundations), where it is important to detect defects or heterogeneities within the material. Furthermore, the algorithm can be used in acoustic tomography and environmental monitoring, for example, to reconstruct the acoustic properties of bottom sediments or layered soils. An explicit finite-difference implementation makes the method applicable to numerical modeling with controlled accuracy, and convergence analysis allows for a reasonable tradeoff between computational costs and reconstruction quality.

Conclusion

This study successfully implemented and validated a variational method for solving the inverse coefficient problem of acoustics. By utilizing the adjoint state method, we were able to efficiently compute the gradient of the misfit functional and reconstruct the sound speed profile in a heterogeneous medium. However, to improve the efficiency of the inversion, it is necessary to implement adaptive methods for controlling the optimization step, more stable regularizations, as well as a transition to multi-step strategies with multi-frequency excitation.

The key findings are:

Feasibility: The adjoint-based gradient method is capable of recovering sharp contrasts in medium properties (e.g., a twofold increase in sound speed) starting from a homogeneous initial guess.

Sensitivity: The integral sensitivity analysis confirmed that the method is driven mainly by the reflections from inhomogeneity boundaries, which allows for precise localization of objects.

Convergence: The method converges stably. However, the convergence rate decreases over time. It was established that 500 iterations are sufficient to recover the main features of the profile, while further iterations primarily suppress minor fluctuations.

Computational Cost: The primary limitation is the high computational time required for explicit time-stepping in both forward and adjoint problems.

Future research will focus on extending this approach to 2D and 3D geometries, implementing adaptive step-size strategies for optimization, and exploring machine learning techniques to accelerate the gradient computation.

REFERENCES

- 1 Sinitsa, A.V., Tskhay, Yu.A., Ukassova, A.K., and Capsoni, A. Mathematical modeling of acoustic propagation through auralization techniques inside enclosures with variation of boundary conditions. *Herald of the Kazakh-British Technical University*, 20 (3), 51–60 (2023).
- 2 Korenbaum, V.I., Pochekutova, I.A., and Kostiv, A.E. Acoustic diagnostics of the human respiratory system based on objective analysis of respiratory sounds. *Vestnik DVO RAN*, 5, 65–74 (2004).
- 3 Tarantola, A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49 (8), 1259–1266 (1984).
- 4 Das, R., Mishra, S.C., and Uppaluri, R. Inverse analysis applied to retrieval of parameters and reconstruction of temperature field in a transient conduction–radiation heat transfer problem. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37 (1), 52–57 (2010).
- 5 Hadamard, J. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 13, 49–52 (1902).
- 6 Tikhonov, A.N., and Arsenin, V.Y. *Solutions of Ill-Posed Problems*. Winston & Sons, Washington, 1977.
- 7 Lavrentiev, M.M., Romanov, V.G., and Shishat'skii, S.P. *Ill-posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*. American Mathematical Society, 1986.
- 8 Romanov, V.G. *Inverse Problems of Mathematical Physics*. VNU Science Press, 1987.

- 9 Kabanikhin, S.I. *Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications*. De Gruyter, 2011.
- 10 Kabanikhin, S.I., Shishlenin, M.A., and Nurseitov, D.B. Numerical solving of the coefficient inverse problem for the wave equation. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, 2 (1), 48–63 (2014).
- 11 Baitureyeva, A., and Rysbaiuly, B. Inverse problem for determining the coefficient in the heat conduction equation. *International Journal of Mathematics and Physics*, 15 (2), 101–109 (2024).
- 12 Rysbaiuly, B., et al. Coefficient Inverse Problem for the Hyperbolic Equation of Thermal Conductivity in Two-Layer Soil. *IEEE Access*, 12, 115–125 (2024).
- 13 Karashbayeva, Zh., and Kabanikhin, S.I. Numerical solution of the inverse boundary value problem for the heat and moisture transfer equations. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 28 (4), 543–552 (2020).
- 14 Iskakov, K.T. Numerical solution of the inverse problem of restoring the parameters of a layered medium. *Herald of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan*, 6, 25–32 (2015).
- 15 Bektemesov, M.A., Nurseitov, D.B., and Shaniyev, B.Sh. Parallel algorithm for solving the inverse problem of wave propagation. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 26 (2), 235–244 (2018).
- 16 Plessix, R.-É. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, 167 (2), 495–503 (2006).
- 17 Virieux, J., and Operto, S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74 (6), WCC1–WCC26 (2009).
- 18 Nocedal, J., and Wright, S. *Numerical Optimization*. 2nd Edition, Springer, 2006.
- 19 Sinitsa, A.V., and Capsoni, A. Design of novel inverse analysis methodology for exact estimation of elasticity parameters in thermoelastic stress model. *Applied Mathematical Modelling*, 103, 106096 (2022).
- 20 Lions, J.-L. *Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations*. Springer-Verlag, 1971.
- 21 Courant, R., Friedrichs, K., and Lewy, H. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100, 32–74 (1928).
- 22 Clayton, R.W., and Engquist, B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67 (6), 1529–1540 (1977).
- 23 Gauthier, O., Virieux, J., and Tarantola, A. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: numerical results. *Geophysics*, 51 (7), 1387–1403 (1986).
- 24 Pratt, R.G. Gauss–Newton and full Newton methods in frequency–space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 133 (2), 341–362 (1998).
- 25 Evans, L.C. *Partial Differential Equations*. American Mathematical Society, 2010.
- 26 Ladyzhenskaya, O.A. *The Boundary Value Problems of Mathematical Physics*. Nauka, 1973.
- 27 Crank, J. *The Mathematics of Diffusion*. Oxford University Press, 1975.
- 28 Tröltzsch, F. *Optimal Control of Partial Differential Equations: Theory, Methods and Applications*. American Mathematical Society, 2010.

^{1*}Синица А.В.,

PhD, ассистент-профессор,
ORCID ID: 0000-0002-5828-7820, *e-mail: a.sinita@kbtu.kz.

¹Шкорко А.К.,

магистр, лектор, ORCID ID: 0009-0003-0402-4720,
e-mail: a.ukassova@kbtu.kz.

¹Цхай Ю.А.,

магистр, лектор, ORCID ID: 0009-0003-0772-4319,
e-mail: y.tskhay@kbtu.kz.

²Кардук А.Р.,

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0002-8142-6710
e-mail: achim.karduck@hs-furtwangen.de

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Фуртванген қолданбалы ғылымдар университеті, Фуртванген қ., Германия

АКУСТИКАЛЫҚ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫН КЕРІ ТАЛДАУ АРҚЫЛЫ ОРТА ПАРАМЕТРЛЕРІН СӘЙКЕСТЕНДІРУДІҢ ВАРИАЦИЯЛЫҚ ТӘСІЛІ

Аңдатпа

Мақалада акустикалық толқындардың таралуын кері талдау негізінде біртекті емес ортадағы дыбыс жылдамдығының кеңістіктік таралуын қалпына келтірудің сандық әдісі ұсынылған. Математикалық модель айнымалы коэффициенттері бар екінші ретті толқындық теңдеуге негізделген. Кері есеп аймақ шекараларындағы қысымның модельденген және бақыланатын деректері арасындағы сәйкессіздік функционалын азайту бойынша оңтайландыру есебі ретінде тұжырымдалған. Функционалдың градиентін тиімді есептеу үшін вариациялық есептеу арқылы шығарылған түйіндес (көмекші) есеп әдісі қолданылады. Сандық жүзеге асыру айқын ақырлы-айырымдық схемасы арқылы орындалды. Гетерогенді ортаның (топырақ-металл-топырақ) бір өлшемді моделіндегі есептеу эксперименттері ұсынылған алгоритмнің жылдамдық профилін, әсіресе күрт қарама-қарсылық аймақтарында сенімді қалпына келтіруге мүмкіндік беретінін көрсетті. Жұмыста шешімнің сезімталдығы мен жинақталу жылдамдығына талдау жүргізілді, нәтижесінде 500 итерация дәлдік пен есептеу шығындары арасындағы оңтайлы тепе-теңдікті қамтамасыз ететіні көрсетілді.

Тірек сөздер: Кері есеп, акустикалық толқын теңдеуі, түйіндес теңдеулер әдісі, параметрлерді сәйкестендіру, градиенттік түсу, ақырлы айырымдар әдісі.

^{1*}**Синица А.В.,**

PhD, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0002-5828-7820,

*e-mail: a.sinita@kbtu.kz.

¹**Шкорко А.К.,**

магистр, лектор, ORCID ID: 0009-0003-0402-4720,

e-mail: a.ukassova@kbtu.kz.

¹**Цхай Ю.А.,**

магистр, лектор, ORCID ID: 0009-0003-0772-4319,

e-mail: y.ts khay@kbtu.kz.

²**Кардук А.Р.,**

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0002-8142-6710,

e-mail: achim.karduck@hs-furtwangen.de

¹Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы, Казахстан

²Университет прикладных наук Фуртвангена, г. Фуртванген, Германия

ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ ПОСРЕДСТВОМ ОБРАТНОГО АНАЛИЗА РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Аннотация

В статье представлен численный метод восстановления пространственного распределения скорости звука в неоднородных средах на основе обратного анализа распространения акустических волн. Математическая модель базируется на волновом уравнении второго порядка с переменными коэффициентами. Обратная задача сформулирована как задача оптимизации по минимизации функционала невязки между смоделированными и наблюдаемыми данными давления на границах области. Для эффективного вычисления градиента функционала применяется метод сопряженной (вспомогательной) задачи, выведенный с помощью вариационного исчисления. Численная реализация выполнена с использованием явной конечно-разностной схемы. Вычислительные эксперименты на одномерной модели гетерогенной среды (грунт – металл – грунт) показывают, что предложенный алгоритм позволяет достоверно восстанавливать профиль скорости, особенно в зонах резкого контраста. В работе проведен анализ чувствительности решения и скорости сходимости, показавший, что 500 итераций обеспечивают оптимальный баланс между точностью и вычислительными затратами.

Ключевые слова: обратная задача, акустическое волновое уравнение, метод сопряженных уравнений, идентификация параметров, градиентный спуск, конечно-разностный метод.

УДК 517.51
МРНТИ 27.39.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-281-291>

¹**Ахажанов Т.Б.,**
PhD, и.о. доцент, ORCID ID: 0000-0002-9784-9304,
e-mail: talgat_a2008@mail.ru
^{1,2*}**Мұхамбетжан М.А.,**
докторант, сеньор-лектор, ORCID ID: 0009-0002-3632-2303,
e-mail: manshuk-9696@mail.ru
¹**Матин Д.Т.,**
PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-9784-9304,
e-mail: d.matin@mail.kz
²**Жулдасов Ж.М.,**
сеньор-лектор, ORCID ID: 0009-0007-1927-5951
e-mail: zhanzhanzhan23@gmail.com

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан

²Astana IT university, г. Астана, Казахстан

ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ–УОЛША ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ ОГРАНИЧЕННОЙ ВАРИАЦИИ

Аннотация

В данной статье рассматриваются оценки коэффициентов Фурье–Уолша для функций двух переменных, обладающих ограниченной вариацией. Исследование направлено на получение верхних оценок модулей коэффициентов ряда Фурье–Уолша, что позволяет анализировать сходимость и аппроксимационные свойства соответствующих рядов. Основное внимание уделено функциям, заданным на единичном квадрате, и имеющим ограниченную вариацию по каждой переменной и в совокупности. Приводятся оценки, зависящие от индексов коэффициентов и характеристик вариации функции. В статье получены новые верхние оценки модулей коэффициентов ряда Фурье–Уолша для функций двух переменных с ограниченной вариацией. В отличие от классических результатов в работе получены новые верхние оценки коэффициентов Фурье–Уолша для функций двух переменных с учетом как вариации по каждой переменной, так и их совместной вариации. Такой подход позволяет более точно описывать поведение коэффициентов и частичных сумм рядов, что важно для исследования абсолютной сходимости и аппроксимационных свойств в многомерном случае. Актуальность работы обусловлена современными направлениями развития теории ортогональных рядов и их прикладными аспектами. Ряды Фурье–Уолша широко применяются в цифровой обработке сигналов, теории сжатия и восстановления данных, а также при анализе дискретных и двоичных структур, что в последние годы приобретает особую значимость в связи с развитием цифровых технологий и вычислительных методов.

Ключевые слова: система функций Уолша, коэффициенты Фурье–Уолша, интегральный модуль непрерывности, функции ограниченной вариации.

Введение

В данной работе рассматриваются оценки коэффициентов Фурье–Уолша для функций двух переменных, обладающих ограниченной вариацией. Исследование основано на использовании интегрального модуля непрерывности, что позволяет установить достаточные условия абсолютной сходимости рядов Фурье–Уолша. В процессе анализа применяются методы метрической теории функций, теории приближений и теории ортогональных рядов. Полученные теоретические результаты обладают практической ценностью и могут быть использованы

при исследовании свойств функций многих переменных, а также в задачах обработки сигналов, связанных с кратными преобразованиями Фурье–Уолша.

Приведем определение системы Уолша. Рассмотрим на полуинтервале $[0,1)$ функцию

$$r_0(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[0, \frac{1}{2}\right) \\ -1, & x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right) \end{cases}$$

и продолжим ее периодически с периодом 1 на всю числовую ось.

Определим функции $r_k(x) = r_0(2^k x)$, $k=0,1,2,\dots$ представляющие собой сжатия функции $r_0(x)$ в 2^k раз. Функции $r_k(x)$ называются функциями Радемахера.

Систему функций Уолша $\{w_n(x)\}_{n=0}^\infty$ в нумерации Пэли [1] получим в результате всевозможных перемножений между собой функций Радемахера.

Представим натуральное число n в двоичной записи, т.е. в виде

$$n = \sum_{i=0}^k \varepsilon_i 2^i,$$

где $\varepsilon_k=1, \varepsilon_i=0$ или 1 при $i=0,1,\dots,k-1$. Очевидно, что $2^k \leq n < 2^{k+1}$, где $k = k(n)$. Положим

$$w_n(x) = \prod_{i=0}^k (r_i(x))^{\varepsilon_i}$$

Функции системы Уолша принимают два значения: 1 и -1. В точках разрыва они непрерывны справа.

Пусть $\bar{n} \in R_k, \bar{x} = (x_1, \dots, x_k), \bar{n} = (n_1, \dots, n_k)$. Тогда кратную систему Уолша определим следующим образом:

$$w_{\bar{n}}(\bar{x}) = \prod_{i=1}^k w_{n_i}(x_i).$$

Для $x \in [0,1), y \in [0,1)$ имеют место представления

$$x = \sum_{k=1}^\infty \frac{x_k}{2^k}, y = \sum_{k=1}^\infty \frac{y_k}{2^k},$$

где $x_k=0$ или 1, $y_k=0$ или 1.

Сумма $x \oplus y$ определяется равенством

$$x \oplus y = \sum_{k=1}^\infty \frac{(x_k + y_k) \pmod{2}}{2^k}.$$

Материалы и методы

Пусть $\{w_{n,m}(x,y)\}$ – множество функций системы Уолша, определенных на квадрате $[0,1)^2$. Коэффициенты Фурье для функций $f(x,y)$ по данной системе имеют вид

$$c_{n,m}(f) = \int_0^1 \int_0^1 f(x,y) w_{n,m}(x,y) dx dy.$$

Интегральным модулем непрерывности функции $f(x,y)$ относительно сдвигов по осям называется следующее соотношение

$$\omega^{*(1)}(f, \delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{h_1 < \delta_1 \\ h_2 < \delta_2}} \int_0^1 \int_0^1 |f(x \oplus h_1, y \oplus h_2) - f(x,y)| dx dy.$$

Следует также ввести определения L_2 – модуля непрерывности функции $f(x,y) \in L_2[0,1)^2$

$$\omega^{*(2)}(f, \delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{h_1 < \delta_1 \\ h_2 < \delta_2}} \|f(x \oplus h_1, y \oplus h_2) - f(x,y)\|_{L_2}$$

и обычного модуля непрерывности

$$\omega^*(f, \delta_1, \delta_2) = \sup_{\substack{h_2 < \delta_1 \\ h_2 < \delta_2}} \sup_{(x,y) \in [0,1]^2} |f(x \oplus h_2, y \oplus h_2) - f(x,y)|$$

Для дальнейшего потребуется ввести понятие полной вариации функции $f(x,y)$. В двумерном случае вариация функции определяется следующим образом.

Пусть P_N – разбиение квадрата $[0,1]^2$ на малые квадраты Δ_{ij} вертикальными и горизонтальными прямыми с координатами x_i и y_j , такими, что

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_N = 1, \quad 0 = y_0 < y_1 < \dots < y_M = 1,$$

$$\Delta_{ij} = \{(x,y) : x_i < x \leq x_{i+1}, y_j < y \leq y_{j+1}\}.$$

$$\text{Обозначим } f(\Delta_{ij}) = f(x_{i+1}, y_{j+1}) - f(x_i, y_{j+1}) - f(x_{i+1}, y_j) + f(x_i, y_j).$$

Полной вариацией функции $f(x,y)$ в квадрате $[0,1]^2$ называется величина

$$V_{[0,1]^2}(f) = \sup_{\substack{N \geq 0 \\ M \geq 0}} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |f(\Delta_{ij})| : \forall P_N \right\}.$$

Если эта величина конечна, то будем говорить, что $f(x,y)$ является функцией ограниченной вариации или что $f(x,y)$ имеет на $[0,1]^2$ ограниченное изменение.

В теории приближений многие научные работы посвящены решению задач приближения функций одной и нескольких переменных многочленами по системе Уолша и частными суммами Фурье–Уолша. Некоторые результаты в этой области можно найти в статьях [2–9].

В работах [10] и [11] были получены аналоги теорем Саса, Лоренца, Б.Н. Бернштейна для систем Уолша, ставились вопросы об абсолютной сходимости рядов Фурье по системам характеров нуль-мерных групп в одномерном случае. Для двумерного случая получены следующие результаты.

Результаты и обсуждение

Теорема 1. Пусть $2^{k_1} \leq n < 2^{k_1+1}$, $2^{k_2-1} \leq m < 2^{k_2}$. Тогда коэффициенты Фурье–Уолша функции $f(x,y) \in L_2[0,1]^2$ удовлетворяют неравенству

$$|c_{n,m}(f)| \leq \frac{1}{2} \omega^{*(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \quad (1).$$

Доказательство.

Из определения функции Уолша и из равенства

$$w_n(x) = r_k(x) w_{n-2^{k_1}}(x), \text{ при } 2^{k_1} \leq n < 2^{k_1+1},$$

получим $w_n(2^{-k_1-1}) = -1$ (здесь $r_k(x)$ – функции Радемахера). Соответственно, из

$$w_m(y) = r_k(y) w_{m-2^{k_2-1}}(y), \text{ при } 2^{k_2-1} \leq m < 2^{k_2}, \text{ получим } w_m(2^{-k_2}) = 1.$$

Воспользуемся инвариантностью интеграла относительно сдвига, осуществляемого с помощью операции $\oplus$,

$$\int_0^1 \int_0^1 f(t_1 \oplus x, t_2 \oplus y) dt_1 dt_2 = \int_0^1 \int_0^1 f(t_1, t_2) dt_1 dt_2.$$

При $(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}) \oplus 2^{-k_1-1} = t_1$, $(t_2 \oplus 2^{-k_2}) \oplus 2^{-k_2} = t_2$, для коэффициентов Фурье функции $f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2})$ получим равенство

$$\begin{aligned}
& \int_0^1 \int_0^1 f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2}) w_n(t_1) w_m(t_2) dt_1 dt_2 = \\
& = \int_0^1 \int_0^1 f(t_1, t_2) w_n(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}) w_m(t_2 \oplus 2^{-k_2}) dt_1 dt_2 = \\
& = w_n(2^{-k_1-1}) w_m(2^{-k_2}) \int_0^1 \int_0^1 f(t_1, t_2) w_n(t_1) w_m(t_2) dt_1 dt_2 = \\
& = c_{n,m}(f) w_n(2^{-k_1-1}) w_m(2^{-k_2}) = -c_{n,m}(f).
\end{aligned}$$

Отсюда

$$2c_{n,m}(f) = \int_0^1 \int_0^1 [f(t_1, t_2) - f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2})] w_n(t_1) w_m(t_2) dt_1 dt_2. \quad (2)$$

Поэтому

$$|c_{n,m}(f)| \leq \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 |f(t_1, t_2) - f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2})| dt_1 dt_2 \leq \frac{1}{2} \omega^{*(1)}(f, 2^{-k_1}, 2^{-k_2+1}).$$

Таким образом, неравенство (1) доказано.

Аналогом теоремы Саса является следующее утверждение.

Теорема 2. Если функция $f(x,y) \in L_2[0,1)^2$ и выполнено условие

$$\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) < \infty,$$

то ее ряд Фурье–Уолша абсолютно сходится, т.е. верно соотношение

$$\sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} |c_{k_1, k_2}(f)| < \infty. \quad (3)$$

Доказательство.

При $2^{k_1} \leq n < 2^{k_1+1}$ и $2^{k_2-1} \leq m < 2^{k_2}$, равенство (2) показывает, что при таких n и m коэффициенты Фурье–Уолша функции $f(t_1, t_2) - f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2})$ равны $2c_{n,m}(f)$. Применив равенство Парсеваля к этой функции, получим оценку

$$4 \sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} (c_{n,m}(f))^2 \leq \|f(t_1 \oplus 2^{-k_1-1}, t_2 \oplus 2^{-k_2}) - f(t_1, t_2)\|_{L_2}^2$$

из которой и из определения $\omega^{*(2)}(f, \delta_1, \delta_2)$ вытекает неравенство

$$4 \sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} (c_{n,m}(f))^2 \leq \left(\omega^{*(2)}\left(\frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}, f\right) \right)^2.$$

Применяя неравенство Коши–Буняковского, а затем (3), приходим к оценке

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} |c_{n,m}(f)| \leq \left(\sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} |c_{n,m}(f)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} 1^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\
& \leq \left(\sum_{n=2^{k_1}}^{2^{k_1+1}-1} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}-1} |c_{n,m}(f)|^2 \right)^{\frac{1}{2}} (2^{k_1} \cdot 2^{k_2-1})^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right).
\end{aligned}$$

Суммируем по k_1 и k_2 . Получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} |c_{n,m}(f)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right).$$

Ряд справа сходится по условию. Значит, ряд слева тоже будет сходиться. Теорема доказана.

Из неравенства $\omega^{*(2)}(f, \delta_1, \delta_2) \leq \omega(f, \delta_1, \delta_2)$ и теоремы 2 вытекает аналог теоремы С.Н. Бернштейна.

Теорема 3. Если для некоторой функции $f(x, y) \in \tilde{N}[0, 1]^2$ выполнено соотношение

$$\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) < \infty, \quad (4)$$

то ее ряд Фурье–Уолша абсолютно сходится, т.е. верно соотношение

$$\sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} |c_{k_1, k_2}(f)| < \infty.$$

Доказательство.

Из выполнения (4) следует условие теоремы 1.

Имеем

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} |c_{k_1, k_2}(f)| &\leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \\ &\leq \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{*}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right). \end{aligned}$$

Тем самым рассматриваемый ряд Фурье сходится абсолютно. Теорема доказана.

Для непрерывной функции $f(x, y)$ и обычного модуля непрерывности аналог условия (4) естественно записать в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega\left(f, \frac{1}{n}, \frac{1}{m}\right)}{\sqrt{nm}} < \infty. \quad (5)$$

Теорема 4. Если для некоторой функции $f(x, y) \in C[0, 1]^2$ выполнено соотношение (5), то для коэффициентов Фурье–Уолша этой функции справедливо

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} |c_{n,m}(f)| < \infty.$$

Доказательство.

В силу монотонного убывания членов ряда (5) имеем

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\omega\left(f, \frac{1}{n}, \frac{1}{m}\right)}{\sqrt{nm}} &= \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sum_{n=2^{k_1-1}}^{2^{k_1}} \sum_{m=2^{k_2-1}}^{2^{k_2}} \frac{\omega\left(f, \frac{1}{n}, \frac{1}{m}\right)}{\sqrt{nm}} \geq \\ &\geq \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{k_1+k_2-2} \frac{\omega\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right)}{2^{\frac{k_1+k_2}{2}}} = \frac{1}{2} \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} 2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right). \end{aligned}$$

Поэтому из условия (5) следует сходимость ряда справа. Значит, справедливо условие (4) теоремы 3. Таким образом, утверждение теоремы 4 следует из теоремы 3. Теорема доказана.

Из неравенства (1) можно получить оценку для коэффициентов Фурье функции ограниченной вариации. Докажем теорему.

Теорема 5. Если функция $f(x, y)$ ограниченной вариации имеет на квадрате $[0, 1]^2$ полную вариацию $V_{[0,1]^2}(f)$, то

$$\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right) \leq \frac{1}{2^{k_1+k_2}} V_{[0,1]^2}(f). \quad (6)$$

Доказательство.

Обозначим $\Delta_i^{(k)} \equiv \left[\frac{i}{2^k}, \frac{i+1}{2^k}\right)$, при $0 \leq i < 2^k - 1$, двоичные интервалы ранга $k \geq 0$. При этом $\Delta_0^{(0)} = [0, 1]$. Тогда в нашем случае, рассматривая двумерные функции, мы должны будем вводить двоичные области $\Delta_{ij}^{(k_1, k_2)} = \Delta_i^{(k_1)} \times \Delta_j^{(k_2)}$.

Если $h < 2^{-k_1}, l < 2^{-k_2}$ и $(t_1, t_2) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}$, то $(t_1 \oplus h, t_2 \oplus l) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}$.
При таких h, l, t_1 и t_2 имеем

$$|f(t_1 \oplus h, t_2 \oplus l) - f(t_1, t_2)| \leq \sup_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y) - \inf_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y).$$

Из определения вариации функции имеем

$$\sum_{i=1}^{2^{k_1}-1} \sum_{j=1}^{2^{k_2}-1} \left(\sup_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y) - \inf_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y) \right) \leq V_{[0,1]^2}(f).$$

Имея данные оценки, мы получим следующую, доказывающую утверждение теоремы, цепочку неравенств:

$$\begin{aligned} \omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right) &= \sup_{h < \frac{1}{2^{k_1}}, l < \frac{1}{2^{k_2}}} \int_0^1 \int_0^1 |f(t_1 \oplus h, t_2 \oplus l) - f(t_1, t_2)| dt_1 dt_2 = \\ &= \sup_{h < \frac{1}{2^{k_1}}, l < \frac{1}{2^{k_2}}} \sum_{i=0}^{2^{k_1}-1} \sum_{j=0}^{2^{k_2}-1} \int_{\Delta_i^{(k_1)}} \int_{\Delta_j^{(k_2)}} |f(t_1 \oplus h, t_2 \oplus l) - f(t_1, t_2)| dt_1 dt_2 \leq \\ &\leq \sum_{i=0}^{2^{k_1}-1} \sum_{j=0}^{2^{k_2}-1} |\Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}| \cdot \left(\sup_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y) - \inf_{(x, y) \in \Delta_{ij}^{(k_1, k_2)}} f(x, y) \right) \leq \\ &\leq \frac{1}{2^{k_1}} \cdot \frac{1}{2^{k_2}} \cdot V_{[0,1]^2}(f) = \frac{1}{2^{k_1+k_2}} V_{[0,1]^2}(f). \end{aligned}$$

Таким образом, мы получили неравенство, доказывающее утверждение (6). Теорема 5 доказана.

Из неравенств теорем 1 и 6 путем комбинирования получим важное следствие.

Следствие 1. Пусть $2^{k_1} \leq n < 2^{k_1+1}$, $2^{k_2-1} \leq m < 2^{k_2}$. Тогда коэффициенты Фурье–Уолша функции ограниченной вариации $f(x, y)$ удовлетворяют неравенству

$$|c_{n,m}(f)| \leq \frac{1}{2^{k_1+k_2}} V_{[0,1]^2}(f).$$

Доказательство.

Вначале покажем, какой из модулей $\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right)$ и $\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right)$ больше по величине. Из свойства интегрального модуля непрерывности $\omega^{(1)}(f, 2t) \leq 2 \omega^{(1)}(f, t)$ при $t \in [0, 1]$, для функции $f(x, y)$ на квадрате $[0, 1]^2$ имеем

$$\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right) \leq 2 \omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right).$$

Значит, из неравенства (1) и неравенства (6), имеем

$$|c_{n,m}(f)| \leq \frac{1}{2} \cdot 2 \omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2}}\right) \leq \frac{1}{2^{k_1+k_2}} V_{[0,1]^2}(f).$$

Тем самым оценка сверху коэффициентов Фурье–Уолша с помощью вариации функции показана. Следствие доказано.

Переходя к рассмотрению абсолютной сходимости рядов Фурье–Уолша, заметим следующее: если ряд $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{ij} w_{ij}(x, y)$ абсолютно сходится хотя бы в одной точке (x_0, y_0) , то ввиду того, что $|c_{ij} w_{ij}(x_0, y_0)| = |c_{ij}|$ при всех $i=0,1,2,\dots, j=0,1,2,\dots$, то отсюда вытекает абсолютная сходимость ряда из коэффициентов и, значит, абсолютная сходимость ряда Фурье функции по системе Уолша всюду. Поэтому здесь, в отличие от тригонометрической системы, нет смысла ставить отдельно вопрос об абсолютной сходимости ряда Фурье–Уолша на том или ином множестве точек из $[0,1]^2$. Итак, говоря об абсолютной сходимости ряда Фурье–Уолша, можно всегда под этим понимать абсолютную сходимость ряда из коэффициентов.

Далее, получим некоторые условия, которые надо наложить на функцию $f(x, y)$, которые гарантировали бы абсолютную сходимость ее ряда Фурье по системе Уолша.

В монографии Бари Н.К. [12] «Тригонометрические ряды» описана теорема, доказанная А. Зигмундом ([13], стр.614). А. Зигмундом получено одно условие, выполнение которого влечет за собой абсолютную сходимость тригонометрического ряда. Для рядов Фурье–Уолша получено следующее утверждение.

Теорема 6. Если функция $f(x, y)$ имеет ограниченную вариацию на квадрате $[0,1]^2$ и выполнено соотношение

$$\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \sqrt{\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right)} < \infty,$$

то ряд Фурье–Уолша функции $f(x, y)$ абсолютно сходится.

Доказательство.

$$\left\{ \int_0^1 \int_0^1 |f(x \oplus h, y \oplus l) - f(x, y)|^2 dx dy \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \left\{ \sup_{\substack{h_1 < \delta_1 \\ l_1 < \delta_2}} \sup_{(x,y) \in [0,1]^2} |f(x \oplus h_1, y \oplus l_1) - f(x, y)| \cdot \int_0^1 \int_0^1 |f(x \oplus h, y \oplus l) - f(x, y)|^2 dx dy \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Поскольку

то, считая $h_1 < 2^{-k_1}, l_1 < 2^{-k_2+1}$, получим

$$\omega^{(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \sqrt{\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \cdot \omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right)}.$$

$h_1 < 2^{-k_1}, l_1 < 2^{-k_2+1}$, получим

$$\omega^{(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \sqrt{\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \cdot \omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right)}.$$

В силу (см.теорему 5) неравенства

$$\omega^{(1)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \frac{1}{2^{k_1+k_2}} V_{[0,1]^2}[f],$$

и того, что сдвиги по x и y уменьшаются на очень малые величины, получаем

$$\omega^{(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \sqrt{\frac{1}{2^{k_1+k_2}}} V_{[0,1]^2}(f) \cdot \omega\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right).$$

Преобразуем данное неравенство следующим образом

$$2^{\frac{k_1+k_2}{2}} \omega^{(2)}\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right) \leq \sqrt{V_{[0,1]^2}(f)} \cdot \sqrt{\omega\left(f, \frac{1}{2^{k_1}}, \frac{1}{2^{k_2-1}}\right)}.$$

Суммируем по k_1 и k_2 . Согласно условию теоремы, полученный ряд справа сходится, поэтому сходится и ряд слева. На основании теоремы 1 ряд Фурье–Уолша функции сходится абсолютно.

В классических работах, посвященных коэффициентам Фурье–Уолша функций ограниченной вариации (например, [10, 11]), оценки, как правило, получаются либо:

- ♦ для одномерного случая;
- ♦ либо для двумерных функций с учетом вариации только по каждой переменной в отдельности.

В настоящей работе принципиальное отличие состоит в том, что при оценке коэффициентов Фурье–Уолша учитывается не только покоординатная вариация, но и совместная (полная) вариация функции на квадрате $[0,1]^2$.

Рассмотрим следующий иллюстрирующий пример.

Пусть функция $f(x, y)$ имеет ограниченную вариацию по каждой переменной, однако ее полная вариация существенно меньше суммы покоординатных вариаций, например, в случае, когда основные изменения функции сосредоточены вдоль диагональных направлений на квадрате. В этом случае классические оценки, основанные лишь на вариациях по x и y , приводят к завышенным верхним границам для коэффициентов Фурье–Уолша. В отличие от этого, полученное в работе неравенство (6) позволяет использовать полную вариацию функции, что дает более точную оценку сверху для коэффициентов при больших значениях индексов.

Таким образом, в ситуациях, когда совместная вариация существенно меньше покоординатных вариаций, результаты настоящей работы дают качественно более сильные оценки, чем ранее известные, и позволяют точнее описывать убывание коэффициентов Фурье–Уолша и поведение частичных сумм ряда.

Заключение

В заключение отметим, что проведенное исследование позволило получить важные оценки коэффициентов Фурье–Уолша для функций двух переменных с ограниченной вариацией. Установленные условия абсолютной сходимости рядов Фурье–Уолша в терминах интегрального модуля непрерывности расширяют возможности применения теории ортогональных рядов.

Результаты работы представляют интерес как для дальнейшего теоретического анализа, так и для практического применения в задачах анализа многомерных функций и обработки сигналов.

Информация о финансировании. Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (проект № AP26196065).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Волша: теория и применения. – М.: Наука, 1987.
- 2 Ахажанов Т.Б. Вариационный модуль непрерывности и коэффициенты двойных рядов Фурье–Хаара // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. – 2010. – № 6. – С. 57–62. <https://doi.org/10.31489/2023M4/21-29>.
- 3 Akhazhanov T., Matin D., Baituyakova Z. The approximation of functions of several variables with bounded p-fluctuation by polynomials in the Walsh system // Mathematics. – 2024. – Vol. 12, iss. 24. <https://doi.org/10.3390/math12243899>.
- 4 Волосивец С.С. Обобщенное кратное мультипликативное преобразование Фурье и оценки интегральных модулей непрерывности // Математические заметки. – 2024. – Т. 115. – № 4. – С. 578–588. <https://doi.org/10.1134/S0001434624030246>.
- 5 Волосивец С.С., Голубов Б.И. Весовая интегрируемость кратных мультипликативных преобразований Фурье // Математические заметки. – 2022. – Т. 111. – № 3. – С. 365–374. <https://doi.org/10.4213/mzm13257>.
- 6 Ghodadra B. L. Applications of Hölder’s and Jensen’s inequalities in studying the β -absolute convergence of Vilenkin–Fourier series // Mathematical Inequalities & Applications. – 2014. – Vol. 17. – No. 2. – P. 749–760. <https://doi.org/10.7153/mia-17-55>.
- 7 Goginava U. Matrix summability of Walsh–Fourier series // Mathematics. – 2022. – Vol. 10. – No. 14. – Art. 2458.
- 8 Nagy K. Restricted convergence of two-dimensional Nörlund means of Walsh–Fourier series // European Journal of Mathematics. – 2025. – Vol. 11. – Art. 28.
- 9 Temlyakov V.N. Moduli of smoothness and approximation by Walsh–Fourier means in multidimensional settings // Journal of Approximation Theory. – 2024. – Vol. 334. – Art. 107982. <https://doi.org/10.1016/j.jat.2024.107982>.
- 10 Виленкин Н.Я., Рубинштейн А.И. Одна теорема С.Б. Стечкина об абсолютной сходимости и ряды по системам характеров нуль-мерных абелевых групп // Известия высших учебных заведений. Математика. – 1975. – № 9. – С. 3–9.
- 11 Yoneda K. On absolute convergence of Walsh–Fourier series // Mathematical Journal of Japan. – 1973. – Vol. 18. – No. 1. – P. 71–78.
- 12 Бари Н.К. Тригонометрические ряды. – М.: Физматгиз, 1961. – 936 с.
- 13 Зигмунд А. Тригонометрические ряды. – Cambridge: Cambridge University Press, 1959.

REFERENCES

- 1 Golubov, B.I., Efimov, A.V., Skvortsov, V.A. Walsh series and transformations: theory and applications (Moscow: Nauka, 1987), 343 p. (in Russian).
- 2 Akhazhanov, T.B. Variation modulus of continuity and coefficients of double Haar–Fourier series. Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University, no. 6, 57–62 (2010). <https://doi.org/10.31489/2023M4/21-29> (in Russian).
- 3 Akhazhanov, T., Matin, D., Baituyakova, Z. The approximation of functions of several variables with bounded p-fluctuation by polynomials in the Walsh system. Mathematics, 12 (24), (2024). <https://doi.org/10.3390/math12243899>
- 4 Volosivets, S.S. Generalized multiple multiplicative Fourier transform and estimates of integral moduli of continuity. Mathematical Notes, 115 (4), 528–537 (2024). <https://doi.org/10.1134/S0001434624030246> (in Russian).
- 5 Volosivets, S.S., Golubov, B.I. Weighted integrability of multiple multiplicative Fourier transforms. Mathematical Notes, 111 (3), 364–372 (2022). <https://doi.org/10.4213/mzm13257> (in Russian).
- 6 Ghodadra, B.L. Applications of Hölder’s and Jensen’s inequalities in studying the β -absolute convergence of Vilenkin–Fourier series. Mathematical Inequalities & Applications, 17 (2), 749–760 (2014). <https://doi.org/10.7153/mia-17-55>
- 7 Goginava, U. Matrix summability of Walsh–Fourier series. Mathematics, 10 (14), Article 2458 (2022).
- 8 Nagy, K. Restricted convergence of two-dimensional Nörlund means of Walsh–Fourier series. European Journal of Mathematics, 11, Article 28 (2025).

9 Temlyakov, V.N. Moduli of smoothness and approximation by Walsh–Fourier means in multidimensional settings. *Journal of Approximation Theory*, 334, Article 107982 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.jat.2024.107982>

10 Vilenkin, N.Ya., Rubinstein, A.I. One theorem of S.B. Stechkin on absolute convergence and series over systems of characters of zero-dimensional Abelian groups. *Izvestiya Vuzov. Matematika*, No. 9, 3–9 (1975). (in Russian).

11 Yoneda, K. On absolute convergence of Walsh–Fourier series. *Mathematica Japonica*, 18 (1), 71–78 (1973).

12 Bari, N.K. *Trigonometric series* (Moscow: Fizmatgiz, 1961). (in Russian).

13 Zygmund, A. *Trigonometric series* (Cambridge: Cambridge University Press, 1959)

¹**Ахажанов Т.Б.,**

PhD, доцент м.а., ORCID ID: 0000-0002-9784-9304,

e-mail: talgat_a2008@mail.ru

^{1,2*}**Мұхамбетжан М.А.,**

докторант, сениор-лектор, ORCID ID: 0009-0002-3632-2303,

e-mail: manshuk-9696@mail.ru

¹**Матин Д.Т.,**

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0002-9784-9304,

e-mail: d.matin@mail.kz

²**Жулдасов Ж.М.,**

сениор-лектор, ORCID ID: 0009-0007-1927-5951,

e-mail: zhanzhanzhan23@gmail.com

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана қ., Қазақстан

²Astana IT University, Астана қ., Қазақстан

ШЕНЕЛГЕН ВАРИАЦИЯЛЫ ЕКІ АЙНЫМАЛЫ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ФУРЬЕ-УОЛШ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІНІҢ БАҒАЛАНУЫ

Аңдатпа

Бұл мақалада шектелген вариацияға ие екі айнымалы функциялар үшін Фурье–Уолша коэффициенттерінің бағалары қарастырылады. Зерттеу Фурье–Уолша қатары коэффициенттерінің модульдеріне жоғарғы бағалар алуға бағытталған, бұл сәйкес қатарлардың жинақталуын және аппроксимациялық қасиеттерін талдауға мүмкіндік береді. Негізгі назар бірлік квадратта берілген және әрбір айнымалы бойынша да, олардың жиынтық вариациясы бойынша да шектелген вариацияға ие функцияларға аударылған. Коэффициенттердің индекстеріне және функция вариациясының сипаттамаларына тәуелді бағалар келтіріледі. Мақалада шектелген вариациялы екі айнымалы функциялар үшін Фурье–Уолша қатары коэффициенттерінің модульдеріне жаңа жоғарғы бағалар алынған. Классикалық нәтижелерден айырмашылығы, жұмыста әрбір айнымалы бойынша вариацияны да, сондай-ақ олардың бірлескен вариациясын да ескере отырып, Фурье–Уолша коэффициенттерінің жаңа жоғарғы бағалары алынған. Мұндай тәсіл коэффициенттер мен қатарлардың жартылай қосындыларының мінез-құлқын дәлірек сипаттауға мүмкіндік береді, бұл көпөлшемді жағдайда абсолюттік жинақталу мен аппроксимациялық қасиеттерді зерттеу үшін маңызды. Жұмыстың өзектілігі ортогонал қатарлар теориясының заманауи даму бағыттарымен және олардың қолданбалы аспектілерімен байланысты. Фурье–Уолша қатарлары сигналдарды цифрлық өңдеуде, деректерді сығу және қалпына келтіру теориясында, сондай-ақ дискретті және екілік құрылымдарды талдауда кеңінен қолданылады. Соңғы жылдары цифрлық технологиялар мен есептеу әдістерінің қарқынды дамуына байланысты бұл бағыттардың маңыздылығы артып отыр.

Тірек сөздер: Уолш функциялар жүйесі, Фурье–Уолш коэффициенттері, интегралдық үзіліссіздік модулі, шенелген вариациялы функциялар.

¹**Akhazhanov T.B.,**

PhD, Acting Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-9784-9304,

e-mail: talgat_a2008@mail.ru

^{1,2*}**Mukhambetzhon M.A.,**

PhD student, senior-lecturer, ORCID ID: 0009-0002-3632-2303,

e-mail: manshuk-9696@mail.ru

¹**Matin D.T.,**

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-9784-9304d,

e-mail: matin@mail.kz

²**Zhuldassov Zh.M.,**

Senior Lecturer, ORCID ID: 0009-0007-1927-5951,

e-mail: zhanzhanzhan23@gmail.com

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

²Astana IT University, Astana, Kazakhstan

ESTIMATES OF FOURIER-WALSH COEFFICIENTS FOR FUNCTIONS OF BOUNDED VARIATION

Abstract

This paper considers estimates of Fourier–Walsh coefficients for functions of two variables with bounded variation. The study focuses on deriving upper bounds for the absolute values of the Fourier–Walsh series coefficients, enabling analysis of the convergence and approximation properties of the corresponding series. The main attention is given to functions defined on the unit square, possessing bounded variation in each variable and jointly. The estimates depend on the indices of the coefficients and the variation characteristics of the function. These results are important in approximation theory, digital analysis, signal processing, and the development of efficient data compression and recovery algorithms. The obtained estimates can be used for more accurate analysis of the behavior of partial sums and for studying the uniform convergence of the Fourier–Walsh series. This work contributes to the development of harmonic analysis on discrete systems and expands the scope of applications of the Walsh transform.

Keywords: Walsh function system, Fourier–Walsh coefficients, integral modulus of continuity, functions of bounded variation.

Received: October 23, 2025; revised: February 11, 2026; accepted: February 16, 2026.

**ФИЗИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР
PHYSICAL SCIENCES
ФИЗИЧЕСКИЕ НАУКИ**

УДК 531.51

МРНТИ 29.19.31

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-292-304>

^{1*}Оразымбет А.,

магистр, ORCID ID: 0000-0002-7833-4858,

*e-mail: ayazhan.oralymbet@kaznu.edu.kz

¹Таукенова А.,

PhD, ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X,

e-mail: aliya_tauken@mail.ru

^{1,2}Утепова Д.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-9871-1884,

e-mail: d.utepova@abaiuniversity.edu.kz

¹Бейсен Н.,

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0002-1957-2768,

e-mail: nurzada.beissen@gmail.com

³Сандибаева Н.,

PhD, и.о. ассоциированного профессора, ORCID ID: 0000-0002-0283-0273,

e-mail: nazirasandibaeva@gmail.com

¹Бейсенбекова Ж.,

магистр, ORCID ID: 0009-0005-6048-3221,

e-mail: tanatarova.0398@bk.ru

^{1*}Токтарбай С.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5699-4476,

*e-mail: s.toktarbay@kaznu.edu.kz

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

³Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОРБИТ
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ**

Аннотация

В статье представлено подробное численное исследование ограниченной задачи трех тел в рамках общей теории относительности. На основе Лагранжевой и Гамильтоновой формулировок выведены уравнения движения с релятивистскими поправками до порядка $1/c^2$, которые решены численно в среде Wolfram Mathematica. Разработанная модель позволила исследовать устойчивость орбит при малых релятивистских возмущениях и сравнить полученные результаты с теоретическими предсказаниями. Численные расчеты выполнены методом Рунге–Кутты для трех систем: «Земля – Солнце – Луна», «Земля – Солнце – Меркурий» и системы с равными массами. Полученные данные подтвердили устойчивость круговых орбит и воспро-

извели наблюдаемый эффект смещения перигелия Меркурия. В случае равных масс обнаружен переход от квазипериодического движения к хаотическому, зависящий от начальных параметров. Проведенное исследование демонстрирует высокую точность и надежность численного метода в среде Wolfram Mathematica и подчеркивает его практическую ценность для моделирования нелинейной релятивистской динамики, анализа орбитальной устойчивости и дальнейших исследований в области небесной механики и гравитационной физики.

Ключевые слова: задача трех тел, общая теория относительности, Лагранжева функция, численное моделирование, устойчивость орбит.

Введение

Несмотря на многовековую историю и большое количество исследований, задача трех тел остается одной из центральных и наиболее сложных проблем классической механики [1, 2]. Отсутствие общего аналитического решения до сих пор привлекает внимание математиков и физиков. Недавняя работа А.А. Trani и соавт. [3] показала, что даже в хорошо изученных режимах движения могут существовать «острова регулярности» внутри хаотической области, что открывает новые перспективы для понимания структуры фазового пространства и закономерностей устойчивости трехтеловых систем. Эти результаты наглядно демонстрируют, что даже классическая постановка задачи способна приводить к новым открытиям и остается актуальным направлением современных исследований.

Помимо фундаментального значения, задача трех тел имеет широкое прикладное применение в небесной механике и астродинамике – от анализа устойчивости планетных систем и спутниковых орбит до расчета траекторий космических аппаратов [4, 5]. Ее детальное исследование, особенно в рамках релятивистской небесной механики, сопряжено с серьезными вычислительными трудностями и требует применения современных методов численного моделирования [6].

Целью данной работы является разработка численной модели для анализа устойчивости орбит в ограниченной задаче трех тел с учетом релятивистских эффектов и верификация полученных теоретических результатов в среде Wolfram Mathematica. Выбор этой программной платформы обусловлен ее возможностями сочетать аналитические и численные методы: интегрировать нелинейные уравнения движения, визуализировать траектории и проводить оценку устойчивости систем. Функции NDSolve, Manipulate и ParametricPlot обеспечивают высокую точность вычислений, что делает Mathematica оптимальным инструментом для моделирования трехтеловых систем в релятивистском приближении.

Особый интерес представляет использование программных средств для построения алгоритмов и визуализации динамики трехтеловых систем [3]. Настоящая работа демонстрирует алгоритмический подход к решению задачи трех тел с применением инструментов Wolfram Mathematica. Представленные результаты могут быть полезны студентам, аспирантам и исследователям, занимающимся моделированием задач небесной механики и релятивистской динамики.

Материалы и методы

Ограниченная задача трех тел в ОТО

В данной работе рассматривается задача устойчивости круговой орбиты пробного тела в рамках ограниченной задачи трех тел (рисунок 1).

Круговая ограниченная задача трех тел представляет собой упрощенную модель гравитационного взаимодействия, в которой два основных тела имеют конечные массы и движутся по круговым орбитам вокруг общего центра масс, а третье тело обладает пренебрежимо малой массой и не влияет на их движение. Такое приближение позволяет исследовать динамику пробного тела под действием гравитационных сил двух массивных тел и проанализировать условия устойчивости его орбиты.

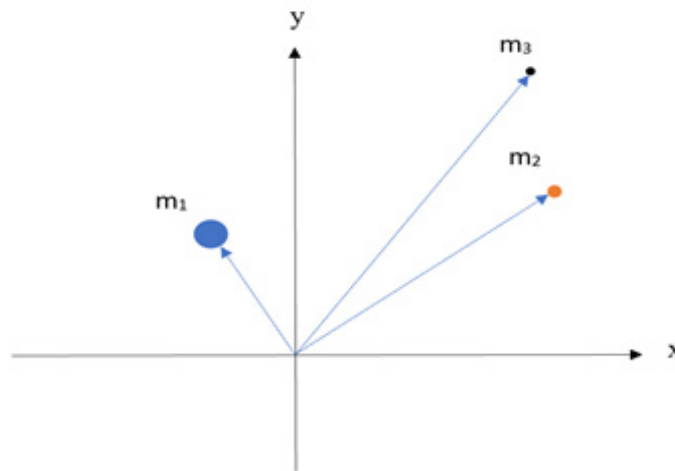


Рисунок 1 – Начальное состояние системы (СИ: массы m_1, m_2, m_3 , гравитационная постоянная, начальные координаты).

Предположим, что возмущения, создаваемые вторым телом, движущимся по круговой орбите, в области движения пробного тела сопоставимы по величине с релятивистскими поправками, вносимыми центральным телом [1]:

$$U_1 > U_2 \gg U_3, \quad (1)$$

где U_1, U_2 – потенциалы центрального и второго тел соответственно. Все рассматриваемые тела не имеют собственного вращения. Положение покоящегося центрального тела совпадает с точкой отсчета координат, второе тело движется по кругу вокруг центрального (первого) тела и подвергается возмущению. Пробное тело движется по возмущенной круговой орбите. Рассматриваемая система относится к классу квазикеплеровых, и для ее анализа применяется адиабатическая теория движения, и релятивистская функция Лагранжа имеет вид [1, 2]:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{m_2 \vartheta_2^2}{2} + \frac{m_3 \vartheta_3^2}{2} + \gamma \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2|} + \gamma \frac{m_1 m_3}{|\vec{r}_3|} + \gamma \frac{m_2 m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{1}{8c^2} (m_2 \vartheta_2^4 + m_3 \vartheta_3^4) \\
 + & \frac{\gamma}{2c^2} \left[\frac{3m_1 m_2}{|\vec{r}_2|} g_2^2 + \frac{3m_1 m_3}{|\vec{r}_3|} g_3^2 + \frac{m_2 m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \left(3g_2^2 + 3g_3^2 - 7(\vec{g}_2 \vec{g}_3) - \frac{(\vec{g}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))(\vec{g}_3(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right) \right] \\
 - & \frac{\gamma}{c^2} m_1 m_2 m_3 \left(\frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_3||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \right) \\
 - & \frac{\gamma}{2c^2} \left(\frac{m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{|\vec{r}_2|^2} + \frac{m_1 m_3 (m_1 + m_3)}{|\vec{r}_3|^2} + \frac{m_2 m_3 (m_2 + m_3)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right). \quad (2)
 \end{aligned}$$

На основании этой функции записывается гамильтониан системы и уравнения движения:

$$H = \vec{v}_i \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} - L, \quad (3)$$

$$\vec{p}_3 = \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_3}; \quad \vec{p}_3 = \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_3}; \quad (4)$$

Полный момент импульса системы сохраняется, поэтому из этого условия можно получить уравнения эволюционного движения.

$$\vec{M} = [\vec{r}_3, \vec{p}_3] \quad (5)$$

$$\vec{M} = [\vec{r}_3, \vec{p}_3] + [\vec{r}_3, \vec{p}_3] \quad (6)$$

Используя приведенные выше выражения, гамильтониан системы для трех массивных тел имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} H = & \frac{p_3^2}{2m_3} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \gamma \left(\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2|} + \frac{m_1 m_3}{|\vec{r}_3|} + \frac{m_2 m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \right) - \frac{1}{8c^2} \left(\frac{p_3^4}{2m_3^3} + \frac{p_2^4}{2m_2^3} \right) \\ & + \frac{\gamma}{2c^2 |\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \left(7(\vec{p}_3 \vec{p}_2) + \frac{(\vec{p}_3(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right) - \frac{3\gamma}{2c^2} \left(\frac{m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_2|} \right) \frac{p_2^2}{m_2} \\ & - \frac{3\gamma}{2c^2} \left(\frac{m_2}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_2|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_3|} \right) \frac{p_3^2}{m_3} + \frac{\gamma^2}{c^2} m_1 m_2 m_3 \left(\frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_3||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \right) \\ & + \frac{\gamma^2}{2c^2} \left(\frac{m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{|\vec{r}_2|^2} + \frac{m_1 m_3 (m_1 + m_3)}{|\vec{r}_3|^2} + \frac{m_2 m_3 (m_2 + m_3)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Соответственно, уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_3 = \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_3} = & \frac{2\vec{p}_3}{2m_3} - \frac{1}{8c^2} \left(\frac{4\vec{p}_3^3}{2m_3^3} \right) + \frac{7\vec{p}_2 \gamma}{2c^2 |\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \\ & \frac{\gamma}{2c^2} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} - \frac{3\gamma}{c^2} \left(\frac{m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_3|} \right) \frac{\vec{p}_3}{m_3} = \\ & = \frac{\vec{p}_3}{m_3} \left[1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\vec{p}_3^2}{m_3^2} + 3\gamma \left(\frac{m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_3|} \right) \right) \right] + \\ & + \frac{\gamma}{c^2} \frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \left(7\vec{p}_2 + \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right), \\ \dot{\vec{p}}_3 = \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_3} = & -\gamma \left(\frac{m_1 m_3}{|\vec{r}_3|} + \frac{m_2 m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \right)' + \frac{\gamma}{2c^2} \left[\frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} (7\vec{p}_2 \vec{p}_3 + \right. \\ & \left. + \frac{(\vec{p}_3(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right)]' - \frac{3\gamma}{2c^2} \left(\frac{m_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_2|} \right)' \frac{p_2^2}{m_2} - \\ & - \frac{3\gamma}{2c^2} \left(\frac{m_2}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_2|} + \frac{m_1}{|\vec{r}_3|} \right)' \frac{p_3^2}{m_3} + \frac{\gamma^2}{c^2} m_1 m_2 m_3 \left(\frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_2||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} + \frac{1}{|\vec{r}_3||\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \right)' + \\ & + \frac{\gamma^2}{2c^2} \left(\frac{m_1 m_3 (m_1 + m_3)}{|\vec{r}_3|^2} + \frac{m_2 m_3 (m_2 + m_3)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right)'. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя найденные выражения в (7) и (8), получим изменение орбитального момента:

$$\begin{aligned} \vec{M} = & \left(\gamma m_2 m_3 - \frac{7\gamma}{2c^2} (\vec{p}_2 \vec{p}_3) - \frac{3\gamma}{2c^2} \frac{(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))(\vec{p}_3(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \right) \\ & + \frac{3\gamma m_2 m_3}{2c^2} \left(\frac{\vec{p}_2^2}{m_2^2} + \frac{\vec{p}_3^2}{m_3^2} \right) - \frac{\gamma^2}{c^2} m_1 m_2 m_3 \left(\frac{1}{|\vec{r}_2|} + \frac{1}{|\vec{r}_3|} \right) \frac{[\vec{r}_3, \vec{r}_2]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \\ & + \frac{\gamma}{2c^2} (\vec{p}_3(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)) \frac{[\vec{r}_3, \vec{p}_2]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} - \frac{\gamma}{2c^2} (\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)) \frac{[\vec{r}_2, \vec{p}_3]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \\ & - \frac{\gamma}{2c^2} \frac{(\vec{p}_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3))}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \vec{M} + \frac{7\gamma}{2c^2} \frac{[\vec{p}_2, \vec{p}_3]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \end{aligned} \quad (9)$$

Для анализа устойчивости орбиты третьего тела в данной системе к эволюционным уравнениям движения целесообразно применить адиабатическую теорию. Такой подход оправдан тем, что параметры системы изменяются медленно во времени, вследствие чего средние значения инвариантов движения – например, энергии и момента импульса – остаются практически постоянными. В этом приближении движение удобно рассматривать через усредненные величины, что позволяет описать долговременную эволюцию системы и определить условия устойчивости орбиты. Для этого необходимо проинтегрировать уравнение (8) по периоду повторения конфигураций системы T (синодическому периоду пробного тела):

$$\vec{M} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{M} dt \quad (10)$$

где

$$T = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_3}. \quad (11)$$

Возмущенное движение пробного тела описывается выражением:

$$\vec{r} = \vec{r}_{kep} + \vec{r}_p + \vec{r}_{rel} \quad (12)$$

где

$$\vec{r}_{kep} = \frac{\vec{p}}{1 + \varepsilon \cos \omega_3 t} \quad (13)$$

где $\vec{r}_{kep}$ описывает невозмущенное движение, и $\vec{r}_p$ описывает классическое возмущение от второго тела, а третий член является релятивистской поправкой [3]. В классическом рассмотрении данной задачи показано [4], что возмущение от второго тела в эволюционном уравнении обращается в ноль. Отмечая, что в этой задаче работает принцип суперпозиции малых возмущений [5], мы можем опустить $\vec{r}_p$. Импульсы стоят только в релятивистских поправках, поэтому там можно подставить классические выражения. Тогда, подставляя радиус-вектор пробного тела:

$$\vec{r}_3 = r_{kep} (\vec{i} \cos \omega_3 t + \vec{j} \sin \omega_3 t) \quad (14)$$

и второго тела

$$\vec{r}_2 = r_2 (\vec{i} \cos \omega_2 t + \vec{j} \sin \omega_2 t) \quad (15)$$

А также импульсы как производные от них, умноженные на соответствующие, проинтегрировав по периоду T :

$$\vec{M} = \frac{1}{T} \int_0^T (\vec{M}_{kep} + \vec{M}_{rel}) dt \quad (16)$$

получим уравнения эволюционного движения [6]:

$$\vec{M} = \vec{M}_{kep} + \vec{M}_{rel} \quad (17)$$

Среднее от Кеплерова движения равняется нулю:

$$\vec{M}_{kep} = 0 \quad (18)$$

Далее, проинтегрировав релятивистскую составляющую, получим ноль [6]:

$$\vec{M}_{rel} = 0 \quad (19)$$

Орбитальная устойчивость движения пробного тела по определению означает равенство нулю среднего изменения момента импульса. Как мы видим из полученного выражения, в общем случае движение пробного тела в плоскости орбиты второго тела является устойчивым.

Таким образом, полученные выражения (17–19) показывают, что среднее изменение орбитального момента пробного тела обращается в ноль, что служит теоретическим обоснованием устойчивости круговой орбиты [6]. Для проверки данного вывода проведено численное моделирование в среде Wolfram Mathematica, результаты которого представлены в следующем разделе.

Численное моделирование в Wolfram Mathematica

В данном разделе проводится численное моделирование ограниченной задачи трех тел в рамках общей теории относительности. Этот подход позволяет проверить устойчивость орбит и релятивистские эффекты, полученные в разделе 2, с использованием программного пакета Wolfram Mathematica. Численные расчеты выполнялись в полном соответствии с теоретическими положениями, основанными на Лагранжевой и гамильтоновой формулировках, что позволило интегрировать систему нелинейных дифференциальных уравнений движения и визуализировать динамику тел в релятивистском приближении.

Основой численного решения служила релятивистская функция Лагранжа и соответствующий гамильтониан, учитывающие взаимодействие трех тел и поправки порядка $1/c^2$. Пробное тело рассматривалось на возмущенной орбите под действием центрального и второго массивного тела. Согласно уравнениям (7–17) раздела 2, среднее изменение орбитального момента при интегрировании по синодическому периоду обращается в ноль, что служит признаком устойчивости круговой орбиты пробного тела.

Для численных расчетов использовались физические параметры в системе СИ. Массы тел принимались в зависимости от рассматриваемой конфигурации системы, а начальные координаты задавались в барицентрической системе координат, где центральное тело помещалось в начало, а два других обращались вокруг него по круговым или слегка возмущенным орбитам. Для численного интегрирования использовалась функция NDSolve, обеспечивающая высокоточное решение методом Рунге–Кутты с автоматическим контролем шага. Визуализация орбит выполнялась средствами ParametricPlot и интерактивным модулем Manipulate, что позволило анализировать эволюцию движения тел и устойчивость орбит при различных начальных условиях.

Для численных расчетов использовались физические параметры в системе СИ:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2), \quad c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}.$$

Массы тел принимались следующими:

$$m_{Sun} = 1.989 \times 10^{30} \text{ кг}, \quad m_{Earth} = 5.972 \times 10^{24} \text{ кг}, \quad m_{Moon} = 7.35 \times 10^{22} \text{ кг} \quad \text{или} \quad m_{Mercury} = 3.30 \times 10^{23} \text{ кг}$$

в зависимости от рассматриваемой конфигурации системы. Начальные координаты задавались в барицентрической системе координат, где центральное тело помещалось в начало, а два других тела обращались вокруг него по круговым или слегка возмущенным орбитам. Для численного интегрирования системы уравнений движения использовалась функция NDSolve, обеспечивающая высокоточное решение методом Рунге–Кутты с автоматическим контролем шага. Визуализация орбит выполнялась средствами ParametricPlot и интерактивным модулем Manipulate, что позволило анализировать эволюцию движения тел во времени и оценивать устойчивость орбит при различных начальных условиях [7–9].

Алгоритм численного моделирования ограниченной задачи трех тел в ОТО:

1. Определение параметров системы $(m_1, m_2, m_3, G, c, r_0, v_0)$, где m_1, m_2, m_3 – массы трех тел, G – гравитационная постоянная, c – скорость света, r_0 и v_0 – начальные координаты и скорости тел.

2. Задание релятивистской Лагранжевой функции и Гамильтониана, учитывающих поправки порядка $1/c^2$ в соответствии с выражениями (7–17) теоретической части.

3. Формулировка системы уравнений движения на основе уравнений Лагранжа и Гамильтона с последующим преобразованием в систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка.

4. Задание начальных условий для каждого тела в барицентрической системе координат. Центральное тело m_1 помещалось в начало координат, второе тело m_2 двигалось по круговой орбите, а пробное тело m_3 – по возмущенной орбите. Начальные скорости определялись из условия кругового движения с малой релятивистской поправкой.

5. Численное интегрирование уравнений движения выполнялось в среде Wolfram Mathematica с использованием функции NDSolve, которая обеспечивает высокоточное решение дифференциальных уравнений методом Рунге–Кутты с автоматическим выбором шага и контролем точности вычислений [7].

6. Аппроксимация траектории осуществлялась выражением:

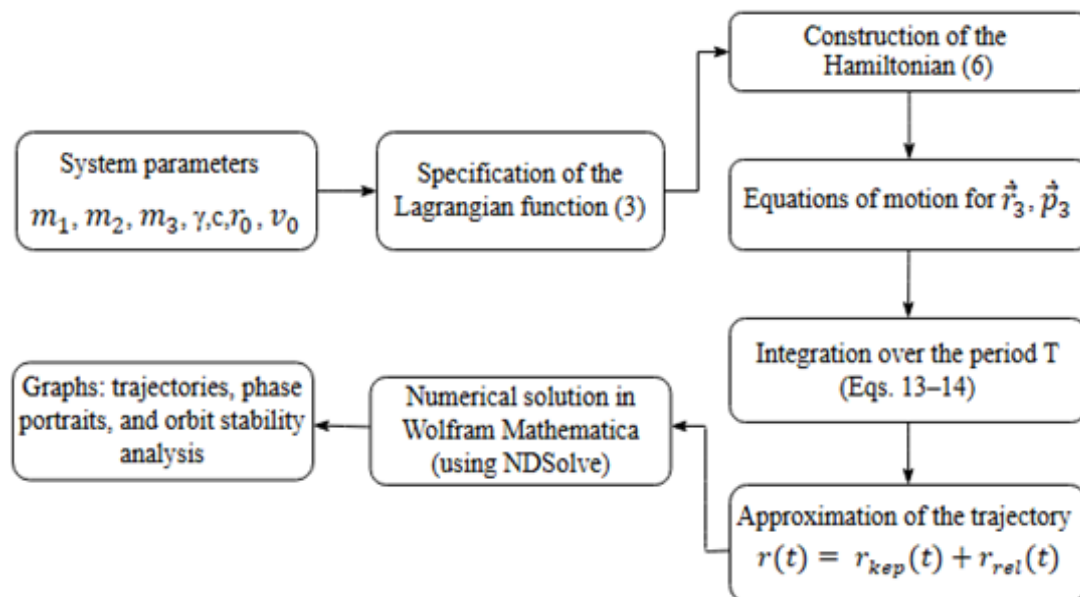
$$r(t) = r_{kep}(t) + r_{rel}(t), \quad (20)$$

где $r_{kep}(t)$ – описывает классическую кеплеровскую орбиту, $r_{rel}(t)$ – представляет собой релятивистскую поправку, полученную численным путем.

Построение графиков и визуализация результатов проводились с использованием функций ParametricPlot, ListPlot и интерактивного модуля Manipulate. Это позволило отобразить траектории движения тел, фазовые портреты и временные зависимости радиус-векторов, а также проанализировать устойчивость орбит в динамике.

Анализ устойчивости орбит и проявлений хаотичности выполнялся по временным зависимостям радиус-векторов и импульсов. При варьировании начальных скоростей и радиусов наблюдался переход системы от устойчивого квазипериодического движения к хаотическому режиму, что подтверждает чувствительность задачи трех тел к начальному состоянию [3, 7].

Блок-схема численного моделирования:



Результаты и обсуждение

В ходе численного моделирования ограниченной задачи трех тел в рамках общей теории относительности с использованием программного пакета Wolfram Mathematica были полу-

чены результаты, позволяющие провести анализ устойчивости орбит и релятивистских эффектов порядка $1/c^2$. Рассматривались три конфигурации системы: «Земля – Солнце – Луна», «Земля – Солнце – Меркурий» и система с равными массами.

Для системы «Земля – Солнце – Луна» расчеты показали, что орбита Луны сохраняет устойчивость на всем интервале интегрирования. Среднее изменение орбитального момента оказалось пренебрежимо малым, $\langle \Delta L/L \rangle < 10^{-8}$, что подтверждает динамическое равновесие системы. Радиус орбиты изменяется не более чем на $\Delta r = 1.5 \times 10^{-3}$ за один оборот, что находится в пределах вычислительной точности [6]. На графике, представленном на рисунке 2, показаны траектории Земли (синяя линия), Солнца (оранжевая) и Луны (зеленая). Видно, что орбита Луны остается практически круговой, демонстрируя устойчивость и согласованность с теоретическими ожиданиями.

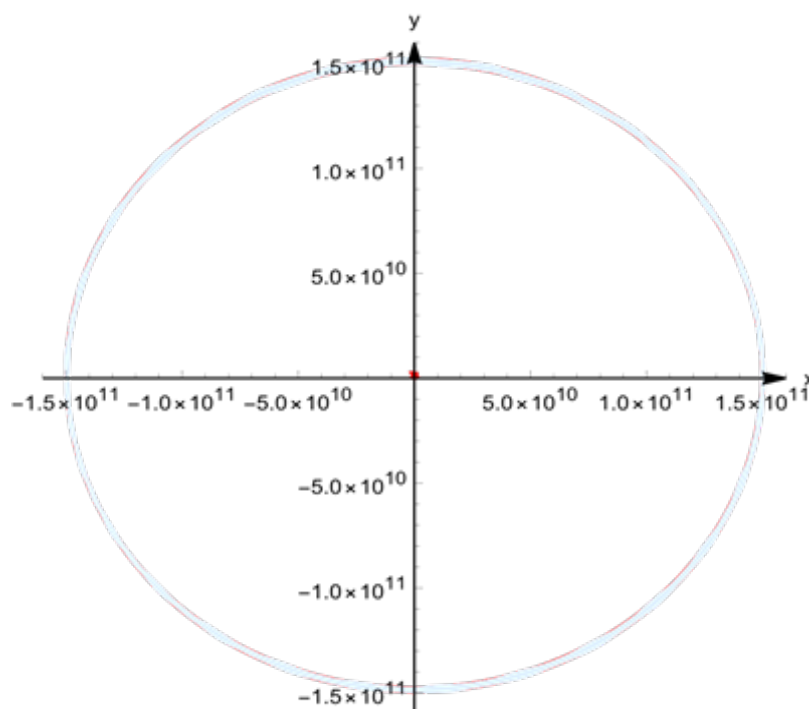


Рисунок 2 – Орбита Луны в системе «Земля – Солнце – Луна»
в релятивистском приближении

Для системы «Земля – Солнце – Меркурий» при учете релятивистских поправок наблюдаются смещения перигелия, аналогичные классическому эффекту Эйнштейна. Полученное значение прецессии составляет $\Delta\omega = 43.1''$ за столетие, что полностью соответствует экспериментальным наблюдениям ($43'' \pm 0.5''$) [1, 7]. За один оборот Меркурия ($T = 87.969$ суток) угловое смещение орбиты равно $\delta = 5.0 \times 10^{-7}$ рад [7]. На рисунке 3 показана «розеткообразная» форма орбиты Меркурия, возникающая в результате постепенного смещения перигелия при каждом обороте.

В случае системы с равными массами, где $m_2 = m_3 = 10^{23}$ кг и центральное тело имеет массу $m_1 = 10^{30}$ кг, результаты моделирования показали зависимость характера движения от начальных скоростей. При $v_0 \leq 2.1 \times 10^3$ м/с система демонстрирует устойчивое квазипериодическое движение, тогда как при увеличении скорости до $v_0 > 2.4 \times 10^3$ м/с наблюдается переход к хаотическому режиму [3, 4]. Траектории становятся асимметричными, происходит расслоение фазового пространства, что является проявлением нелинейной динамики. Рисунок 4 иллюстрирует этот переход от регулярного к хаотическому поведению системы, при котором орбиты теряют первоначальную упорядоченность и становятся аperiodическими.

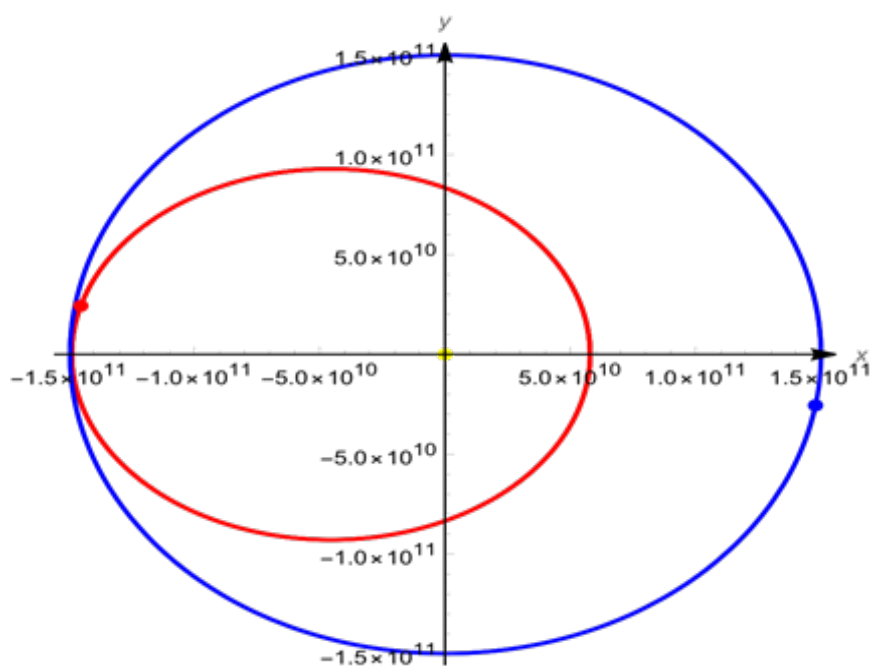
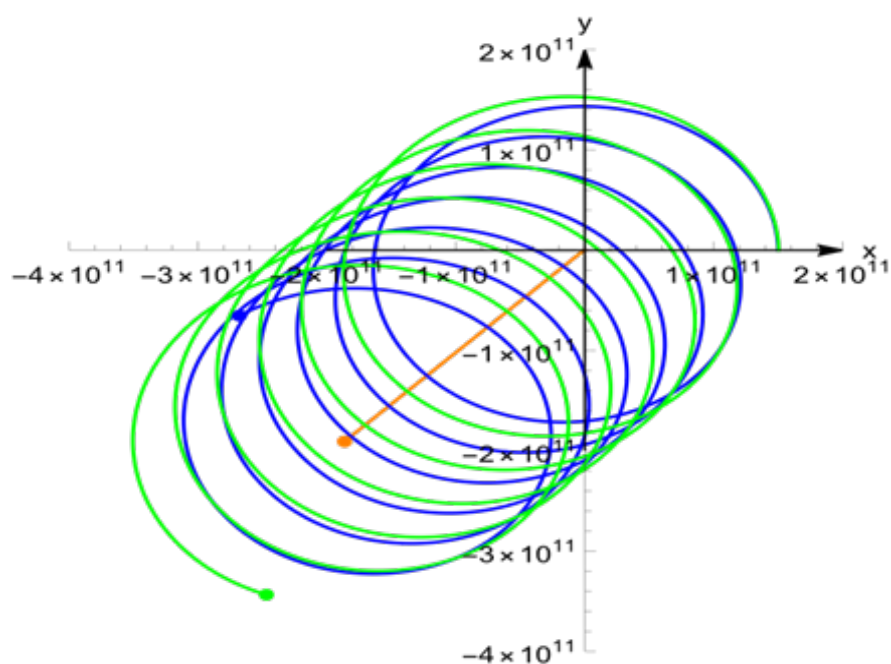


Рисунок 3 – Релятивистская прецессия орбиты Меркурия

Рисунок 4 – Эволюция системы трех тел равной массы
при массивном центральном теле

Сравнение орбитальных параметров трех рассмотренных систем представлено в таблице 1. Из данных видно, что релятивистские эффекты наиболее выражены для системы «Земля – Солнце – Меркурий», где наблюдается смещение перигелия. Для системы «Земля – Солнце – Луна» изменения орбитальных характеристик минимальны, что подтверждает устойчивость и стабильность классической Кеплеровой орбиты. Для системы равных масс

влияние начальных условий играет решающую роль: малые отклонения параметров приводят к качественно различным траекториям движения.

Таблица 1 – Сравнение основных орбитальных параметров трехтеловых систем, рассчитанных в Wolfram Mathematica.

№	Система	Средний радиус орбиты, м	Полная энергия, Дж	Изменение импульса, %	Смещение перигелия, "/век
1	Земля – Солнце – Луна	3.84×10^8	-3.8×10^{28}	< 0.001	—
2	Земля – Солнце – Меркурий	5.79×10^{10}	-2.5×10^{30}	0.004	43.1"
3	Система равных масс	1.0×10^9	-1.2×10^{27}	0.09	—

Примечание: Орбитальные параметры рассчитаны с использованием функции NDSolve методом Рунге–Кутты. Смещение перигелия сопоставлено с релятивистскими теоретическими значениями.

Анализ полученных данных показывает, что разработанная численная модель корректно воспроизводит как классические, так и релятивистские особенности движения тел. Использование Wolfram Mathematica позволило объединить аналитическую строгость Лагранжево–Гамильтоновой формализации с точным численным интегрированием и визуализацией траекторий [2, 7]. Рассчитанное смещение перигелия Меркурия совпадает с наблюдаемыми значениями и расчетами Оганян и Руффини [7], а переход к хаотическому движению в системе равных масс соответствует выводам Trani et al. [3].

Таким образом, представленные результаты подтверждают достоверность примененной численной методики и демонстрируют эффективность среды Wolfram Mathematica для моделирования трехтеловых систем с учетом релятивистских эффектов. Модель позволяет проводить качественный и количественный анализ устойчивости орбит, прецессии и переходов к хаотическим режимам, что делает ее полезным инструментом для дальнейших исследований в области небесной механики и общей теории относительности.

Заключение

В настоящей работе выполнено численное моделирование ограниченной задачи трех тел в рамках общей теории относительности с использованием программной среды Wolfram Mathematica. Проведенные расчеты подтвердили корректность разработанной модели и позволили проанализировать влияние релятивистских поправок на устойчивость орбит и динамику тел. В результате исследования установлено, что круговые орбиты сохраняют устойчивость при малых возмущениях, а для системы «Земля – Солнце – Меркурий» численно воспроизводится смещение перигелия $\Delta\omega = 43.1''$ за столетие, что полностью совпадает с наблюдаемыми значениями и классическим эффектом Эйнштейна. Для системы равных масс выявлен переход от квазипериодического к хаотическому движению при изменении начальных скоростей, что подтверждает наличие нелинейных эффектов и «островов регулярности» в фазовом пространстве, описанных в работах Trani и соавт. [3].

Таким образом, построенная численная модель в среде Wolfram Mathematica показала высокую эффективность при решении задач небесной механики. Она обеспечивает точное

интегрирование уравнений движения, наглядную визуализацию и дает возможность анализировать переход систем от регулярных к хаотическим режимам.

Полученные результаты имеют не только теоретическое, но и практическое значение – они могут быть использованы для прогнозирования поведения планетных систем, устойчивости спутниковых орбит и численного анализа релятивистских эффектов в астрофизике. Перспективным направлением дальнейших исследований является расширение модели с учетом вращения тел (эффект Лензе–Тирринга) и применение метрики Керра для анализа движения частиц вблизи вращающихся черных дыр, что позволит углубить понимание релятивистской динамики гравитационных систем.

Финансирование. Данное исследование финансировалось Министерством науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP23489541).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Классическая теория поля. – М.: Наука, 1973. – 400 с.
- 2 Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. – Алматы: Казахский университет, 2006. – 132 с.
- 3 Trani A.A., Leigh N.W.C., Boekholt T.C.N., Portegies Zwart S. Isles of Regularity in a Sea of Chaos amid the Gravitational Three-Body Problem // *Astronomy & Astrophysics. Section: Celestial Mechanics and Astrometry*. – 2024. – V. 689, A24. – С. 1–15. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202449862>.
- 4 Дубошин Г.Н. Небесная механика: основные проблемы и методы. – М.: Наука, 1968. – 799 с.
- 5 Абдильдин М.М. Механика гравитационной теории Эйнштейна. – Алма-Ата: Наука, 1988. – 198 с.
- 6 Абишев М.Е., Токтарбай С., Жамы Б.А. Об устойчивости круговых орбит пробного тела в ограниченной задаче трех тел в релятивистской механике // *Известия КазНУ. Серия физико-математическая*. – 2014. – № 2. – С. 11–14.
- 7 Karazoupis M. An Educational Simulator for the Gravitational Three-Body Problem in Python: A Study in Computational Accuracy and Chaotic Dynamics. Independent Researcher, 2025. – 22 с.
- 8 He Q. Iterative Solution of the Three-Body Problem and System Simulation // *Proceedings of the 2021 International Conference on Information Technology, Education and Development*. – Rutgers University, New Brunswick, USA. – 2021. URL: <https://www.webofproceedings.org>.

REFERENCES

- 1 Landau, L.D., Lifshitz, E.M. The Classical Theory of Fields (Moscow: Nauka, 1973), 400 pp. (in Russian)
- 2 Abdildin, M.M. The Problem of the Motion of Bodies in General Relativity Theory (Almaty: Kazakh University, 2006), 132 pp. (in Russian)
- 3 Trani, A.A., Leigh, N.W.C., Boekholt, T.C.N., Portegies Zwart S. Isles of Regularity in a Sea of Chaos amid the Gravitational Three-Body Problem. *Astronomy & Astrophysics. Section: Celestial Mechanics and Astrometry*, 689, A24, 1–15 (2024). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202449862>. (in Russian)
- 4 Duboshin, G.N. *Celestial Mechanics: Main Problems and Methods* (Moscow: Nauka, 1968), 799 pp. (in Russian)
- 5 Abdildin, M.M. *Mechanics of Einstein's Gravitational Theory* (Alma-Ata: Nauka, 1988), 198 pp. (in Russian)
- 6 Abishev, M.E., Toktarbay, S., Zhamy, B.A. On the Stability of Circular Orbits of a Test Body in the Restricted Three-Body Problem in Relativistic Mechanics. *Al-Farabi Kazakh National University Bulletin. Series Physics and Mathematics*, 2, 11–14 (2014). (in Russian)
- 7 Karazoupis, M. An Educational Simulator for the Gravitational Three-Body Problem in Python: A Study in Computational Accuracy and Chaotic Dynamics. Independent Researcher, 2025, 22 pp.
- 8 He, Q. Iterative Solution of the Three-Body Problem and System Simulation. *Proceedings of the 2021 International Conference on Information Technology, Education and Development* (Rutgers University–New Brunswick, USA, 2021). URL: <https://www.webofproceedings.org>.

^{1*}**Оразымбет А.,**

магистр, ORCID ID: 0000-0002-7833-4858,

*e-mail: ayazhan.ozymbet@kaznu.edu.kz

¹**Таукенова А.,**

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X,

e-mail: aliya_tauken@mail.ru

^{1,2}**Утепова Д.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-9871-1884,

e-mail: d.utepova@abaiuniversity.edu.kz

¹**Бейсен Н.,**

PhD, профессор, ORCID ID: 0000-0002-1957-2768,

e-mail: nurzada.beissen@gmail.com

³**Сандибаева Н.,**

PhD, қауымдастырылған профессор м.а., ORCID ID: 0000-0002-0283-0273,

e-mail: nazirasandibaeva@gmail.com

¹**Бейсенбекова Ж.,**

магистр, ORCID ID: 0009-0005-6048-3221,

e-mail: tanatarova.0398@bk.ru

^{1*}**Тоқтарбай С.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5699-4476,

*e-mail: s.toktarbay@kaznu.edu.kz

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

³Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

РЕЛЯТИВИСТИК ҮШ ДЕНЕНІҢ ШЕКТЕЛГЕН ЕСЕБІНДЕГІ ОРБИТАЛАРДЫҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Мақалада жалпы салыстырмалылық теориясы аясындағы шектелген үш дене есебіне жүргізілген егжей-тегжейлі сандық зерттеу ұсынылған. Лагранж және Гамильтон тұжырымдамалары негізінде $1/c^2$ ретіне дейінгі релятивистік түзетулері бар қозғалыс теңдеулері қорытылып шығарылды және олар Wolfram Mathematica ортасында сандық әдіспен шешілді. Өзірленген модель аз релятивистік ауытқулар кезіндегі орбиталардың орнықтылығын зерттеуге және алынған нәтижелерді теориялық болжамдармен салыстыруға мүмкіндік берді. Сандық есептеулер Рунге–Кутта әдісімен үш жүйе үшін орындалды: «Жер–Күн–Ай», «Жер–Күн–Меркурий» және массалары тең жүйелер. Алынған деректер дөңгелек орбиталардың орнықтылығын растап, Меркурий перигелийінің ығысу эффектісін көрсетті. Массалары тең жүйеде бастапқы параметрлерге байланысты квазипериодты қозғалыстан хаосты қозғалысқа өту процесі анықталды. Жүргізілген зерттеу Wolfram Mathematica ортасындағы сандық әдістің жоғары дәлдігі мен сенімділігін көрсетіп, оның сызықтық емес релятивистік динамиканы модельдеудегі, орбиталық орнықтылықты талдаудағы және аспан механикасы мен гравитациялық физика саласындағы кейінгі зерттеулердегі практикалық құндылығын айқындайды.

Тірек сөздер: үш дене есебі, жалпы салыстырмалылық теориясы, Лагранж функциясы, сандық модельдеу, орбита тұрақтылығы.

^{1*} **Orazymbet A.,**

MSc, ORCID ID: 0000-0002-7833-4858,

*e-mail: ayazhan.oralymbet@kaznu.edu.kz

¹**Taukenova A.,**

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X,

e-mail: aliya_tauken@mail.ru

^{1,2}**Utepova D.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-9871-1884,

e-mail: d.utepova@abaiuniversity.edu.kz

¹**Beissen N.,**

PhD, Professor, ORCID ID: 0000-0002-1957-2768,

e-mail: nurzada.beissen@gmail.com

³**Sandibayeva N.,**

PhD, acting Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-0283-0273,

e-mail: nazirasandibaeva@gmail.com

¹**Beisenbekova Zh.,**

MSc, ORCID ID: 0009-0005-6048-3221,

e-mail: tanatarova.0398@bk.ru

¹**Toktarbay S.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5699-4476

e-mail: s.toktarbay@kaznu.edu.kz

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan²Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan³Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan

NUMERICAL STUDY OF ORBITAL STABILITY IN THE RELATIVISTIC RESTRICTED THREE-BODY PROBLEM

Abstract

This paper presents a numerical study of the relativistic restricted three-body problem within the framework of General Relativity. Using the Lagrangian and Hamiltonian formalisms, the equations of motion with relativistic corrections up to the order of $1/c^2$ were derived and solved numerically in Wolfram Mathematica. The developed model allows one to analyze orbital stability under small relativistic perturbations. Numerical simulations were performed using the Runge–Kutta integration method for three systems: “Earth–Sun–Moon,” “Earth–Sun–Mercury,” and an equal-mass configuration. The results confirm the stability of circular orbits and reproduce the observed relativistic precession of Mercury’s perihelion. For the equal-mass system, the calculations reveal a transition from quasi-periodic to chaotic motion, depending on the initial conditions. The study demonstrates the reliability and efficiency of the Mathematica environment for modeling nonlinear relativistic dynamics and shows that the proposed approach can be useful for further research in celestial mechanics and gravitational physics.

Keywords: three-body problem, general relativity, Lagrangian function, numerical modeling, orbital stability.

Received: October 21, 2025; accepted: January 26, 2026.

UDC 524.354
IRSTI 41.27.29

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-305-315>

^{1,2*}**Muratkhan Zh.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0002-7186-0273,

*e-mail: muratkhan_zhantay1@live.kaznu.kz

¹**Khassanov M.,**

Senior Lecturer, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9857-0658,

e-mail: khassanov.manas@kaznu.kz

¹**Muratkhan A.,**

Senior Lecturer, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9920-5193,

e-mail: muratkhan.array@kaznu.kz

¹**Taukenova A.,**

Associate Professor, PhD, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X,

e-mail: alyiya.taukenova@kaznu.edu.kz

³**Sadu A.,**

BSc in Physics, ORCID ID: 0009-0004-5810-2963,

e-mail: amina.sadu@universite-paris-saclay.fr

¹Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan

²Kazakh National Women's Teacher Training University,
Almaty, Kazakhstan

³Université Paris-Saclay,
Gif-sur-Yvette, France

COMPARATIVE ANALYSIS OF X-RAY LUMINOSITY OF PERSISTENT AND TRANSIENT HIGH-MASS X-RAY BINARIES

Abstract

High-mass X-ray binaries (HMXBs) are commonly divided into persistent sources, which emit X-rays steadily over long periods, and transient sources, which remain mostly in a quiescent state and exhibit episodic X-ray outbursts. The aim of this work is to statistically compare the X-ray luminosity properties of these two classes, focusing on the maximum luminosity ($L_{X,max}$) and the luminosity variability range ($(L_{X,max})/(L_{X,min})$). For this purpose, catalog data for Galactic HMXB pulsars were used, including 18 persistent and 64 transient systems. The distributions of $\log_{10} L_{X,max}$ and $\log_{10} (L_{X,max})/(L_{X,min})$ were analyzed using histograms, box plots, cumulative distribution functions (CDFs), and the non-parametric Mann–Whitney test. It is shown that both classes reach similar values of $L_{X,max}$ on the order of $10^{36}–10^{37}$ erg/s, with no statistically significant difference between their distributions. However, transient systems exhibit a much wider luminosity variability range, reaching increases of 4–5 orders of magnitude (up to 10^5), whereas persistent sources typically show lower variability. This difference is statistically confirmed, with transients demonstrating significantly higher variability ($p \approx 0.05$). Thus, the main distinction between persistent and transient HMXBs lies not in their peak X-ray luminosity, but in their accretion regime. In persistent systems, the compact object continuously accretes matter from a relatively stable stellar wind of an OB supergiant, resulting in steady X-ray emission. In contrast, transient systems are characterized by intermittent accretion (for example, episodic mass capture from a Be-star circumstellar disc), which leads to their extreme luminosity variability.

Keywords: high-mass X-ray binaries, HMXBs, transient sources, X-ray luminosity, accretion.

Received February 2, 2026; accepted: March 4, 2026

Introduction

High-mass X-ray binaries (HMXBs) are binary stellar systems in which a compact object—either a neutron star or a black hole—accretes matter from a massive stellar companion of spectral type O or B [1]. The X-ray emission in such systems is produced as the accreted material falls into the gravitational potential of the compact object, making HMXBs among the brightest X-ray sources in the Galaxy [2].

According to the nature of their X-ray emission, HMXBs are conventionally divided into two classes: persistent and transient systems. Persistent HMXBs emit almost continuously and are characterized by a relatively stable X-ray luminosity [3]. In contrast, transient HMXBs remain in a quiescent state most of the time and exhibit episodic outbursts, during which the X-ray luminosity can increase by several orders of magnitude compared to the quiescent level [4]. Thus, the key difference between the two classes lies not so much in the emission level itself as in the character of its temporal variability.

The physical differences between persistent and transient HMXBs are generally related to the type of donor star and the accretion regime. Most persistent HMXBs are systems with OB supergiant companions, from which the compact object continuously captures material from the stellar wind [5]. This mechanism produces a steady X-ray luminosity of about $10^{35} - 10^{36}$ erg s⁻¹ and only moderate flux fluctuations [5]. In contrast, transient HMXBs often host a Be star—a rapidly rotating massive companion surrounded by a circumstellar disk [6]. In these systems, accretion is episodic: the neutron star interacts with the Be-star disk, typically during close passages along an eccentric orbit, leading to short-lived X-ray outbursts reaching $10^{37} - 10^{38}$ erg s⁻¹ and above [7]. Outside the outburst phases, the luminosity of transient sources drops sharply and may reach values of $10^{32} - 10^{33}$ erg s⁻¹ or even become undetectable [8].

Despite a well-developed qualitative understanding of the differences in accretion regimes between persistent and transient HMXBs, a quantitative statistical comparison of their X-ray luminosities remains an important task. In particular, it is still not entirely clear whether the two classes differ in their limiting X-ray luminosities, or whether their main distinction lies in the degree and nature of variability.

The aim of this work is to identify statistical and physical differences in the X-ray luminosity behavior of persistent and transient HMXBs based on catalog data. We perform a comparative analysis of the distributions of maximum X-ray luminosity and the dynamic range of its variability for the two populations using visualization methods (histograms, box plots, and cumulative distribution functions), as well as non-parametric statistical tests. The results obtained help to clarify the role of the accretion regime in shaping the observed X-ray activity of HMXBs and can be used to classify new sources based on their temporal and energetic properties.

Materials and Methods

For the analysis, we used catalog tables of Galactic X-ray pulsars in HMXB systems, separated by source type into persistent and transient HMXBs [9]. Each table contains source parameters, including the estimated minimum and maximum values of their X-ray luminosity (columns LXLower and LXUpper) and the energy band of the measured luminosity (LXRange, indicating the energy range in keV for which the luminosity is reported). The luminosity is expressed in erg s⁻¹. In addition, we calculated the relative luminosity variability range for each source, defined as the ratio $L_{X,max}/L_{X,min}$, where $L_{X,max} = \text{LXUpper}$, $L_{X,min} = \text{LXLower}$.

In this work, we consider samples of N_p = persistent HMXB pulsars and N_t = 64 transient HMXB pulsars. For each group, we calculated the base-10 logarithms of the maximum luminosity, $\log_{10} L_{X,max}$ and the luminosity ratio, $\log_{10} (L_{X,max})/(L_{X,min})$, which allows a consistent comparison of parameter distributions spanning several orders of magnitude.

The data were pre-cleaned: sources with missing $L_{X,min}$ values (e.g., transient systems whose quiescent luminosity is not detected and is only given as an upper limit) were treated separately in the variability-range analysis. The main analysis was performed in a Python environment using the NumPy and Matplotlib libraries for calculations and visualization.

Visualization and distribution analysis

For a clear comparison of the two groups, the following types of plots were constructed:

- ♦ histograms of the $\log_{10} L_{X,max}$ distributions for persistent and transient HMXBs (Figure 1), using identical bin widths along the X-axis, which allows us to assess the shape of the peak-luminosity distributions and the presence of extended tails;
- ♦ box plots for $\log_{10} L_{X,max}$ for each group (Figure 2), showing the median, interquartile range, and outliers, which enables a visual comparison of the central tendencies and the spread of the parameters;
- ♦ histograms of $\log_{10} (L_{X,max})/(L_{X,min})$, characterizing the luminosity variability range (Figure 3), as well as the corresponding box plots for this parameter (Figure 4), were also constructed, allowing a direct comparison of the variability level in persistent and transient systems;
- ♦ cumulative distribution functions (CDFs) for $\log_{10} (L_{X,max})/(L_{X,min})$, (Figure 5), showing the fraction of sources with a luminosity variability range below a given threshold.

Statistical methods

To quantitatively assess differences between the samples, we applied the non-parametric Mann–Whitney U test, which allows testing the hypothesis of equality between the distributions of two independent samples without assuming normality of the data. The following hypotheses were tested separately:

1. differences in the distributions of $\log_{10} L_{X,max}$ between persistent and transient HMXBs;
2. differences in the distributions of $\log_{10} (L_{X,max})/(L_{X,min})$ between the two groups.

In all cases, a two-sided null hypothesis of no difference between the distributions was formulated. The p-value obtained from the Mann–Whitney test was compared with the standard significance threshold $\alpha = 0.05$ (5%). Differences were considered statistically significant when $p < 0.05$. For the variability-range analysis, only sources with both luminosity values defined ($L_{X,min}$ and $L_{X,max}$), were used; therefore, the statistical analysis included 16 persistent and 49 transient HMXB systems.

Results

Distribution of the maximum X-ray luminosity $L_{X,max}$

The histograms (Figure 1) and summary statistics show that persistent and transient HMXBs have peak X-ray luminosities of a similar order of magnitude. Both groups are mainly distributed within the range of $\sim 10^{35} - 10^{38}$ erg/s in $L_{X,max}$. The median maximum luminosity of persistent sources is approximately 3×10^{36} erg/s ($\log_{10} L_{X,max} \approx 36.5$), whereas for transient sources it is about 5×10^{36} erg/s ($\log_{10} L_{X,max} \approx 36.7$). The difference between the medians is small (less than 0.2 dex). The box plots (Figure 2) show substantial overlap of the interquartile ranges: in both groups, the central 50% of $\log_{10} L_{X,max}$ values lie approximately between 35.5 and 37.0. This indicates the absence of a strong luminosity shift between the two groups.

At the same time, the tail behavior shows a notable feature: transient systems exhibit a broader spread in their maximum brightness due to the presence of exceptionally luminous outbursts. For example, the histogram for transients displays an extended right-hand tail: the most extreme transient pulsar reached a luminosity of about 2×10^{39} erg/s ($\log_{10} L_{X,max} \approx 39.3$), which is 1–2 orders of magnitude higher than that of any persistent source. This outlier corresponds to the observed super-Eddington outburst of the transient system Swift J0243.6+6124 (2017), during which an accreting neutron-star pulsar exceeded the typical luminosity limit for neutron stars [10,11]. For persistent HMXBs, the maximum luminosities are instead limited to $\sim 3 \times 10^{39}$ erg/s ($\log_{10} L_{X,max} \approx 37.5$) – none of the persistent systems in our sample reached higher values. Nevertheless, if single extreme cases are excluded, the overall $L_{X,max}$ distributions remain largely similar. The Mann–Whitney U

test did not reveal a significant difference: for $\log_{10} L_{X,\max}$ we obtain $p \approx 0.39$, which is well above 0.05. Therefore, at the 95% confidence level, we can conclude that the characteristic maximum luminosities of persistent and transient HMXBs are statistically indistinguishable. Both types can reach peak luminosities of a similar order ($10^{36} - 10^{37}$ erg/s), although the brightest outbursts are observed specifically in transient systems [12].

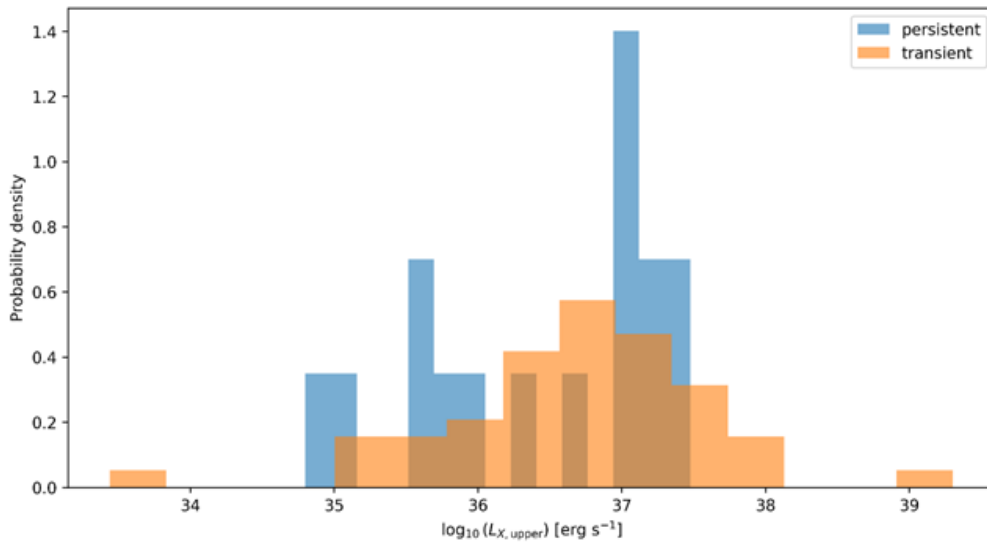


Figure 1 – Histograms of the $\log_{10} L_{X,\max}$ distribution for persistent and transient HMXBs

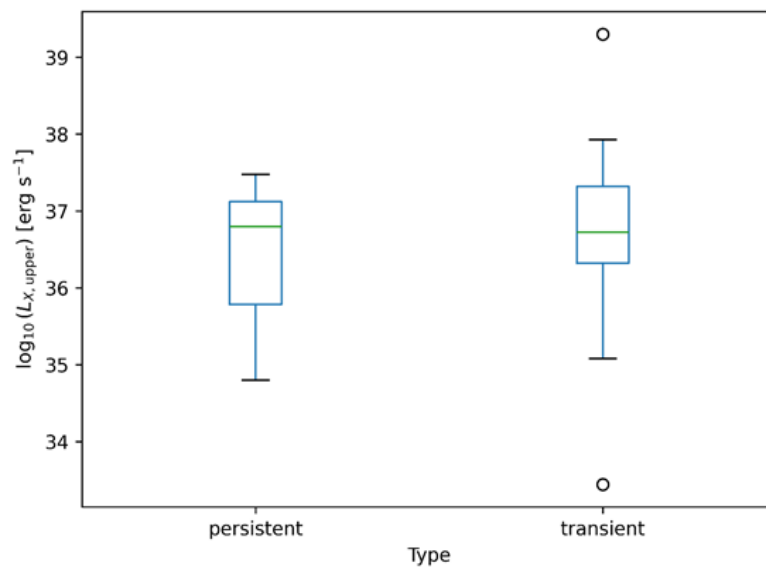


Figure 2 – Box plots of the $\log_{10}(L_{X,\max})$ distribution for persistent and transient HMXBs

Luminosity variability range $L_{X,\max}/L_{X,\min}$.

In contrast to the absolute luminosity values, the comparison of variability amplitude reveals clear differences between the two groups. The histograms of $\log_{10}(L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ (Figure 3) show that transient HMXBs have a substantially broader variability range. For persistent systems, $\log_{10}(L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ values in most cases lie between 0 and ~ 2 , corresponding to luminosity

changes by at most tens to a hundred times [13]. For transient sources, however, the histogram extends up to ~ 5 and higher in logarithmic units, meaning that some objects vary by 4–5 orders of magnitude (i.e., by tens of thousands). The box plots (Figure 4) quantitatively confirm this contrast: the median decimal logarithm of the variability range for persistent systems is about 0.7 (corresponding to an ~ 5 -fold increase in luminosity from minimum to maximum), whereas for transients the median is around 1.0 (an ~ 10 -fold increase). The whiskers of the box plots show that almost all persistent sources have $\log_{10} (L_{X,\max})/(L_{X,\min}) < 2.5$ (i.e., no more than a factor of ~ 300 between minimum and maximum luminosity). For transients, the upper quartile is significantly higher: about one quarter of transient HMXBs have $\log_{10}$ ranges above ~ 2 (i.e., >100 times), and roughly 10% exceed even a 10^3 -fold change ($\log_{10} > 3$). The maximum observed value is 5.52, corresponding to a record luminosity increase of $\sim 3.3 \times 10^5$ times (again, the case of Swift J0243.6+6124).

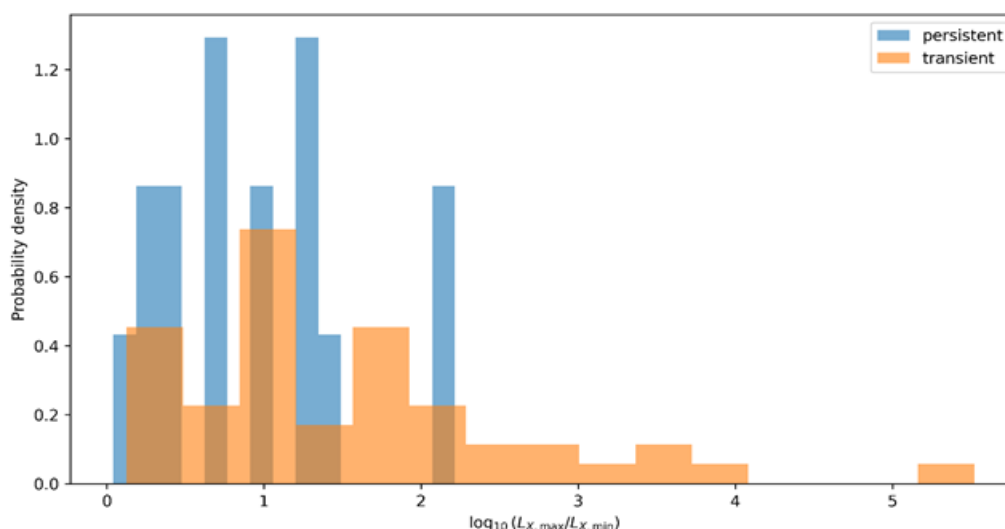


Figure 3 – Histograms of the $\log_{10} (L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ distribution for persistent and transient HMXBs

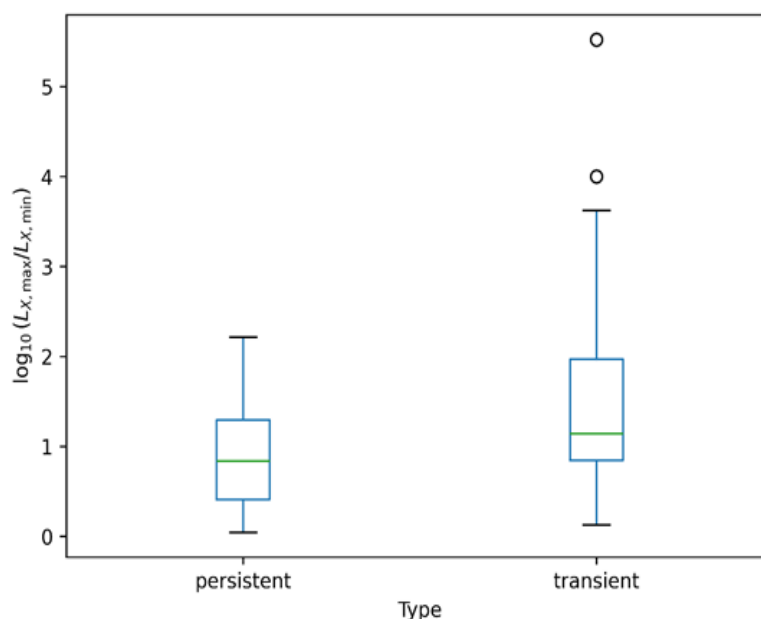


Figure 4 – Box plots of the $\log_{10} (L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ distribution for persistent and transient HMXBs

On the cumulative distribution curve (Figure 5), this appears as a pronounced divergence between the two groups: the curve for persistent HMXBs rapidly reaches a plateau at $\log_{10}(L_{X,\max})/(L_{X,\min}) \sim 2.2$ (about a factor of 100–160, beyond which no additional objects are present), whereas for transients the curve must be extended to ~ 5 along the x-axis to cover all sources. For example, about $\sim 90\%$ of persistent systems have a variability range of less than a factor of 100, while nearly 25% of transient systems exceed this level of variability.

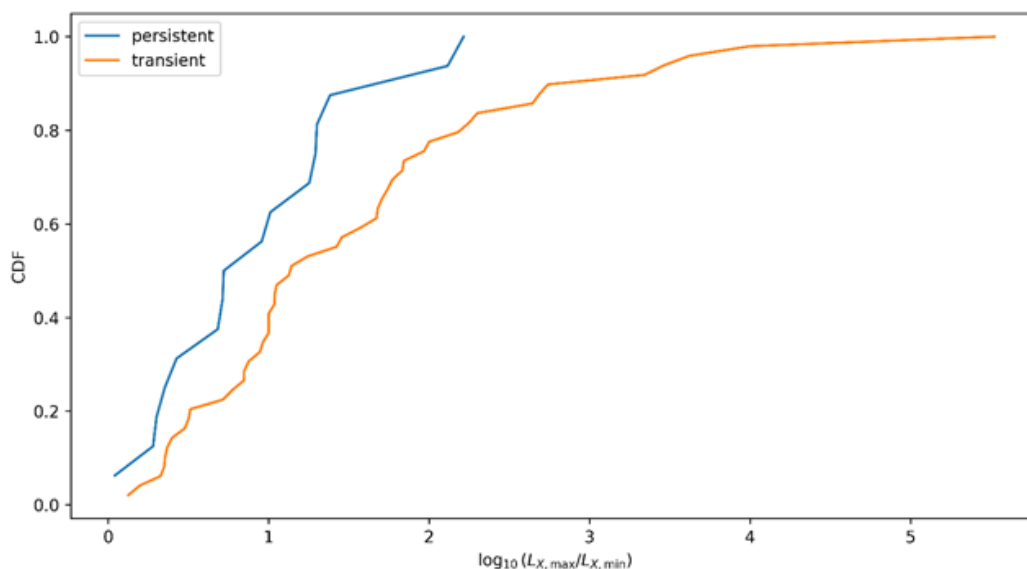


Figure 5 – Cumulative distribution functions (CDFs) of $\log_{10}(L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ for persistent and transient HMXBs

The Mann–Whitney U test indicates a difference in the variability distributions, although with borderline statistical significance. The computed p-value for the $\log_{10}(L_{X,\max})/(L_{X,\min})$ samples is ≈ 0.05 , which lies exactly at the adopted significance threshold. This suggests that, with a confidence level of about 95%, transient HMXBs can be considered more variable than persistent ones; however, the result should be interpreted with caution due to the limited sample size and the presence of censored data for some transients, whose minimum luminosity is only constrained by an upper limit. Nevertheless, the trend is clear: transient systems are, on average, capable of changing their luminosity by larger orders of magnitude than persistent systems. Even when the extreme source is excluded, transients still show a much larger dispersion in $L_{X,\max}/L_{X,\min}$ values. They often exhibit phases of nearly complete “switching off” of X-ray emission, followed by episodes of intense accretion and outbursts, whereas persistent sources maintain a more stable level of accretion and emission.

Discussion

The obtained results confirm and quantitatively refine the well-known picture of the differences between persistent and transient high-mass X-ray binaries. First, both populations exhibit comparable ranges of absolute peak X-ray luminosities. This means that the presence of a persistent or transient accretion regime does not impose a strict upper luminosity limit: persistent HMXBs can be as bright as transient systems during outbursts (for example, some persistent sources reach several 10^{37} erg/s, which is comparable to the luminosities of typical transient outbursts). This finding is consistent with the fact that the maximum luminosity in both cases is limited approximately by the Eddington luminosity of an accreting neutron star (of order 10^{38} erg/s for a mass $\sim 1.4M_{\odot}$), and both classes of systems are in principle capable of approaching this limit. The difference is that persistent sources

maintain a near-maximum level continuously, whereas transients reach it only episodically. In addition, the extreme transient system Swift J0243.6+6124, which exceeded the Eddington limit during an outburst, stands out separately [14]. Its existence demonstrates that the transient accretion regime can temporarily produce supercritical accretion flows, possibly due to radiation beaming or other exotic mechanisms. In persistent systems, such a strong excess above the Eddington limit is not observed, likely because long-term stable accretion self-regulates through the balance of radiation pressure.

Second, a fundamental difference is revealed in the variability behavior. Persistent HMXBs show limited fluctuations in the X-ray flux—typically within no more than two orders of magnitude—which may be caused, for example, by wind inhomogeneities in the supergiant donor or by transitions between different accretion regimes, such as disk-like and sporadic accretion. In contrast, transient systems exhibit an extremely wide range of states: from deep quiescence, when the luminosity can drop to 10^{32} – 10^{33} erg/s (effectively “switching off”), to the brightest outburst phases, comparable to the most powerful X-ray sources known in the Galaxy. Such variability is explained by the specific accretion mechanism. In most transient HMXBs, the compact object interacts with the disk surrounding a Be star. During a substantial part of the orbit, the neutron star may remain outside the dense disk layers and accrete only at a minimal level (from a tenuous stellar wind or even with almost no mass supply), which accounts for the low $L_{X,min}$. However, during close passages through the disk or during episodes of enhanced mass ejection from the Be star, a sudden increase in mass inflow occurs, producing an outburst. The dynamic nature of accretion in these systems—depending on orbital phase, disk density, and other stochastic factors—leads to a large spread in energy output: some outbursts can be relatively weak, while others reach record-high levels.

In contrast, persistent HMXBs (e.g., systems consisting of an OB supergiant and a neutron star) are predominantly fed by a steady stellar wind. Although the wind density may fluctuate, it still provides continuous accretion. As a result, the X-ray luminosity of such systems is more stable: even if temporary obscuration events or accretion instabilities occur, the baseline flux does not drop to zero. Many persistent HMXBs (for example, Vela X–1 and Cen X–3) exhibit X-ray eclipses and moderate flares, but they almost always remain detectable at a level of 10^{35} – 10^{36} erg/s. The relatively low dynamic range of their luminosity is consistent with the idea that the accretion rate in these systems varies within a relatively narrow range around a mean value determined by a stable mass supply from the donor star.

It should be noted that the class of transient HMXBs also includes the so-called supergiant fast X-ray transients (SFXTs)—systems with OB supergiant donors that nevertheless exhibit short, impulsive outbursts and long quiescent phases. These objects (for example, IGR J17544–2619, included in our sample) occupy an intermediate position: their donors are similar to those in persistent systems, but their accretion mechanisms may involve periodic interruptions, possibly related to magnetospheric inhibition of the accretion flow or a “gating” mechanism. This leads to transient behavior even in the presence of a supergiant donor. In our analysis, SFXTs also show high values of $L_{X,max}/L_{X,min}$, comparable to those of Be/X-ray transient binaries. This indicates that the decisive factor behind transient behavior is not only the nature of the donor star, but also the accretion regime: intermittent mass capture—driven either by orbital geometry or by physical “switch-on/switch-off” accretion mechanisms—determines the extreme variability of the system.

Thus, it is statistically confirmed that the main difference between the two classes of HMXBs lies in the degree of temporal variability of their X-ray luminosity rather than in their limiting brightness values [15]. Earlier qualitative estimates suggested that transient Be/neutron-star binaries can exceed persistent systems by 2–3 orders of magnitude in luminosity at maximum, and the results obtained in this work are consistent with these conclusions. More generally, variability can serve as a diagnostic indicator: if a source is capable of changing its brightness by several tens of thousands of times, it most likely belongs to the transient class, most often with a Be companion. In contrast, a relatively

stable X-ray pulsar with only small flux variations is likely a system with a supergiant donor. These conclusions are consistent with modern accretion theories, in which a steady mass supply from a stellar wind and episodic mass capture from a disk lead to fundamentally different X-ray behavior of the accreting compact object.

Conclusion and future research directions

In this work, we performed a comprehensive analysis of the differences between persistent and transient high-mass X-ray binaries based on their X-ray luminosities. The main conclusions can be summarized as follows.

1. Maximum luminosity ($L_{X,max}$). Persistent and transient systems reach peak X-ray luminosities of a similar order of magnitude (several 10^{36} erg/s). The statistical analysis did not reveal a significant difference between the $L_{X,max}$ distributions of the two populations. This indicates that belonging to either the transient or persistent class does not limit a system's ability to be a bright X-ray source; both types can approach the Eddington limit for a neutron star, either in a steady state or during outbursts.

2. Variability range ($L_{X,max}/L_{X,min}$). Transient HMXBs exhibit a significantly broader luminosity variability range. While persistent sources typically vary by no more than $\sim 10^2$, transient systems can increase their luminosity by $10^3 - 10^5$ times. This difference has borderline statistical significance ($p \sim 0.05$) and is clearly visible in the distribution plots, allowing variability to be considered a key diagnostic feature of transient systems.

Physical interpretation. The observed differences are driven by distinct accretion regimes. Persistent HMXBs are typically powered by the steady stellar wind of a supergiant donor, resulting in moderately stable accretion and X-ray emission. In contrast, transient systems experience episodic accretion flows associated with interactions with a Be-star disk or with specific “switch-on/switch-off” accretion mechanisms in supergiant systems, leading to sharp outbursts and long quiescent phases.

The quantitative estimates obtained support the classification of HMXBs commonly used in astrophysics and may be useful for diagnosing newly discovered sources. For example, if future X-ray observations (eROSITA, Athena) detect a source showing luminosity variability of more than 10^3 times, it is highly likely to belong to the class of transient Be/X-ray binaries. At the same time, persistently detected sources with relatively small flux fluctuations are most likely systems with a supergiant donor.

The present study is limited to the analysis of X-ray luminosity parameters. In the future, it would be promising to extend the comparison by including the distributions of neutron-star spin periods, orbital parameters, and evolutionary properties of the donor stars. Of particular interest is the identification and separate analysis of the SFXT subclass, as well as a comparison between Galactic HMXBs and extragalactic systems, for example in the Magellanic Clouds, where metallicity and star-formation conditions differ significantly. Combining statistical studies with physical modeling of accretion will make it possible to deepen our understanding of HMXB evolution and the transitions between persistent and transient regimes.

Funding. This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489541).

REFERENCES

- 1 Reig, P. Be/X-ray binaries. *Astrophysics and Space Science*, 332 (1–2), 1–29 (2011). <https://doi.org/10.1007/s10509-010-0575-8>
- 2 Tauris, T.M., van den Heuvel, E.P.J. Formation and evolution of compact stellar X-ray sources. In: *Compact Stellar X-ray Sources* (Cambridge: Cambridge University Press), 623–665 (2006). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511536281.017>
- 3 Frank, J., King, A., Raine, D. *Accretion Power in Astrophysics*. 3rd ed. (Cambridge: Cambridge University Press, 2002). <https://doi.org/10.1017/CBO9781139164245>
- 4 Kreykenbohm, I., et al. High variability in Vela X-1: giant flares and off states. *Astronomy & Astrophysics*, 492 (2), 511–525 (2008). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:200809956>
- 5 Chaty, S. High-mass X-ray binaries: optical/infrared counterparts and evolution. *Advances in Space Research*, 52 (12), 2132–2142 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.asr.2013.09.010>
- 6 Okazaki, A.T., Negueruela, I. A model for the circumstellar disc of Be/X-ray binaries. *Astronomy & Astrophysics*, 377 (1), 161–174 (2001). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20011083>
- 7 Sidoli, L., Paizis, A., Postnov, K. INTEGRAL study of temporal properties of bright flares in supergiant fast X-ray transients. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 457 (4), 3693–3701 (2016). <https://doi.org/10.1093/mnras/stw237>
- 8 Walter, R., Lutovinov, A.A., Bozzo, E., Tsygankov, S.S. High-mass X-ray binaries in the Milky Way: a closer look with INTEGRAL. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 23 (1), 1–71 (2015). <https://doi.org/10.1007/s00159-015-0082-6>
- 9 Kim, H., et al. Catalog of Galactic X-ray pulsars and high-mass X-ray binaries. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 267 (2), article 44 (2023). <https://doi.org/10.3847/1538-4365/ace68f>
- 10 Wilson-Hodge, C.A., et al. NICER and Fermi GBM observations of the first Galactic ultraluminous X-ray pulsar Swift J0243.6+6124. *The Astrophysical Journal*, 863 (1), article 9 (2018). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aace60>
- 11 Tsygankov, S.S., Doroshenko, V., Mushtukov, A.A., et al. Discovery of pulsations from a ULX transient in our Galaxy: Swift J0243.6+6124. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 479 (1), L134–L138 (2018). <https://doi.org/10.1093/mnrasl/sly116>
- 12 Antoniou, V., Zezas, A., Hatzidimitriou, D., Kalogera, V. Star formation history and X-ray binary populations: the case of the Small Magellanic Cloud. *The Astrophysical Journal Letters*, 716 (2), L140–L145 (2010). <https://doi.org/10.1088/2041-8205/716/2/L140>
- 13 Lutovinov, A., Revnivtsev, M., Gilfanov, M., Sunyaev, R. INTEGRAL insight into the inner Galaxy: population of X-ray binaries. *Astronomy & Astrophysics*, 444 (2), 821–829 (2005). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20042392>
- 14 Mushtukov, A.A., Verhagen, P.A., Tsygankov, S.S., Lutovinov, A.A., Poutanen, J. On the magnetic field of the first Galactic ultraluminous X-ray pulsar Swift J0243.6+6124. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 474 (1), L134–L138 (2018). <https://doi.org/10.1093/mnrasl/sly116>
- 15 Raguzova, N.V., Popov, S.B. Be–X-ray binaries and candidates. *Astronomy Reports*, 49 (8), 696–708 (2005). <https://doi.org/10.1080/10556790500497311>

^{1, 2*}Мұратхан Ж.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-7186-0273

*e-mail: muratkhan_zhantay1@live.kaznu.kz

¹Хасанов М.,

PhD, аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0001-9857-0658

e-mail: khassanov.manas@kaznu.kz

¹Муратхан А.,

PhD, аға оқытушы, ORCID ID: 0000-0001-9920-5193

e-mail: muratkhan.aray@kaznu.kz

¹Таукенова А.,

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X

e-mail: alyiya.taukenova@kaznu.edu.kz

³Саду А.,

физика бакалавры (BSc), ORCID ID: 0009-0004-5810-2963

e-mail: amina.sadu@universite-paris-saclay.fr

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан²Қазақ ұлттық әйелдер педагогикалық университеті,
Алматы қ., Қазақстан³Париж–Сакле университеті,
Жиф-сюр-Иветт қ., Франция

ТҰРАҚТЫ ЖӘНЕ ТРАНЗИЕНТТІ ЖОҒАРЫ МАССАЛЫ РЕНТГЕНДІК ҚОС ЖҮЙЕЛЕРДІҢ РЕНТГЕНДІК ЖАРЫҚЫРАУЫН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ

Аңдатпа

Жоғары массалы рентгендік қос жүйелер (НМХВ) рентген сәулесін дерлік үздіксіз әрі салыстырмалы түрде тұрақты шығаратын тұрақты көздерге, сондай-ақ уақыттың басым бөлігінде тыныш күйде болып, тек белгілі бір кезеңдерде ғана қуатты рентгендік жарқылар көрсететін транзистентті көздерге бөлінеді. Бұл жұмыстың мақсаты – НМХВ жүйелерінің аталған екі класының рентгендік жарықырау қасиеттерін статистикалық тұрғыдан салыстыру. Атап айтқанда, ең жоғарғы рентгендік жарықырау мәні $L_{x,max}$ және оның өзгергіштік диапазоны $L_{x,max}/L_{x,min}$ қарастырылды. Зерттеу барысында Галактикадағы НМХВ-пульсарлар туралы каталогтық деректер пайдаланылды (18 тұрақты және 64 транзистентті жүйе). $\log_{10} L_{x,max}$ және $\log_{10}(L_{x,max}/L_{x,min})$ шамаларының үлестірімдері гистограммалар, қораптық диаграммалар (boxplot), жинақталған үлестірім функциялары (CDF) және Мянн–Уитнидің параметрлік емес критерийі көмегімен талданды. Зерттеу нәтижелері екі класс үшін де $L_{x,max}$ мәндері ұқсас диапазонда орналасқанын көрсетті (шамамен $10^{36}-10^{37}$ эрг/с) және олардың үлестірімдері арасында статистикалық тұрғыдан мәнді айырмашылық байқалмайды. Сонымен қатар транзистентті жүйелер рентгендік жарықыраудың әлдеқайда кең өзгергіштік диапазонына ие екені анықталды. Тұрақты жүйелерде бұл көрсеткіш әдетте 10^5 еседен аспайды, ал транзистентті жүйелерде өзгергіштік 4–5 реттік шамада, яғни 10^5 есеге дейін артуы мүмкін. Бұл айырмашылық статистикалық тұрғыдан расталды (транзистентті жүйелерде вариабельділік жоғары, $p \approx 0.05$). Осылайша, тұрақты және транзистентті НМХВ жүйелері арасындағы негізгі айырмашылық олардың шектік рентгендік жарықырауында емес, аккреция режимінде екені анықталды. Тұрақты жүйелерде ықшам объект ОВ-супергигант жұлдыздың тұрақты жұлдыздық желінен үздіксіз зат аккрециялап, салыстырмалы түрде тұрақты рентгендік сәуле шығарады. Ал транзистентті жүйелер үзік-үзік аккрециямен сипатталады (мысалы, Ве-жұлдыздың дискінен заттың эпизодтық түрде қармап алынуы), бұл олардың жоғары вариабельділігіне алып келеді.

Тірек сөздер: жоғары массалы рентгендік қос жүйелер, НМХВ, транзистентті көздер, рентгендік жарқырау, аккреция.

^{1,2*}Мұратхан Ж.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-7186-0273,

*e-mail: muratkhan_zhantay1@live.kaznu.kz

¹Хасанов М.,

ст. преподаватель, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9857-0658,

e-mail: khassanov.manas@kaznu.kz

¹Муратхан А.,

ст. преподаватель, PhD, ORCID ID: 0000-0001-9920-5193,

e-mail: muratkhan.aray@kaznu.kz

¹Таукенова А.,

ассоциированный профессор, PhD, ORCID ID: 0000-0002-5154-330X,

e-mail: alyiya.taukenova@kaznu.edu.kz

³Саду А.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0004-5810-2963,

e-mail: amina.sadu@universite-paris-saclay.fr

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби,

г. Алматы, Казахстан

²Казахский национальный женский педагогический университет,

г. Алматы, Казахстан

³Университет Париж–Сакле,

г. Жиф-сюр-Иветт, Франция

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕНТГЕНОВСКОЙ СВЕТИМОСТИ ПОСТОЯННЫХ И ТРАНЗИЕНТНЫХ ВЫСОКОМАССИВНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМ

Аннотация

Высокомассивные рентгеновские двойные системы (НМХВ) делятся на постоянные (персистентные) источники, которые излучают практически непрерывно и относительно стабильно, и транзиентные (переменные) источники, большую часть времени пребывающие в тихом состоянии и лишь эпизодически переживающие мощные рентгеновские вспышки. Цель данной работы – статистически сравнить свойства рентгеновской светимости этих двух классов НМХВ, в частности максимальную светимость ($L_{x,max}$) и диапазон ее изменчивости ($L_{x,max}/L_{x,min}$). Для этого использованы каталожные данные по галактическим НМХВ-пульсарам (18 постоянных и 64 транзиентных систем). Проанализированы распределения $\log_{10} L_{x,max}$ и $\log_{10} (L_{x,max}/L_{x,min})$ с помощью гистограмм, коробчатых диаграмм (boxplot), кумулятивных кривых (CDF) и непараметрического критерия Манна–Уитни. Показано, что оба класса достигают сходных значений $L_{x,max}$ (порядка 10^{36} – 10^{37} эрг/с), без статистически значимого расхождения распределений. Однако транзиентные системы демонстрируют значительно более широкий диапазон изменчивости светимости: увеличение на 4–5 порядков (до 10^5 раз) против обычно менее 10^5 раз у постоянных. Это отличие подтверждается статистически (для транзиентов выявлена более высокая вариабельность, $p \approx 0.05$). Таким образом, основное различие между постоянными и транзиентными НМХВ заключается не в предельной рентгеновской светимости, а в режиме аккреции. В постоянных системах компактный объект непрерывно аккрецирует вещество из устойчивого звездного ветра ОВ-сверхгиганта, обеспечивая относительно стабильное излучение. Напротив, транзиенты характеризуются прерывистой аккрецией (например, эпизодическим захватом материи из диска Ве-звезды), что приводит к их экстремальной вариабельности.

Ключевые слова: высокомассивные рентгеновские двойные, НМХВ, транзиентные источники, рентгеновская светимость, аккреция.

UDC 539.9; 537.5; 620.22
MRNTI 29.19.22

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-316-324>

^{1*}**Yerlanuly Ye.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-6757-1041,

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

¹**Batalova M.S.,**

PhD student, ORCID ID: 0009-0001-7653-8224,

e-mail: batmal@yandex.ru

¹Institute of Applied Sciences and Information Technologies,
Almaty, Kazakhstan

IMPACT OF MECHANICAL DEFORMATION ON THE ELECTRICAL PROPERTIES OF CARBON NANOWALLS

Abstract

Carbon nanowalls (CNWs) are promising carbon nanomaterials for flexible and wearable electronic applications due to their unique vertically oriented architecture and high electrical conductivity. In this work, the influence of mechanical deformation on the electrical properties of flexible CNW films was systematically investigated. CNWs were synthesized by inductively coupled plasma-enhanced chemical vapor deposition and transferred onto polymer substrates for electromechanical testing. Hall effect measurements revealed that increasing bending strain and cyclic mechanical loading result in a gradual increase in sheet resistance accompanied by a decrease in electrical conductivity and charge carrier mobility, while the carrier concentration remains nearly unchanged. Scanning electron microscopy showed the formation of deformation-induced microcracks and partial disruption of conductive pathways after repeated bending, whereas the overall nanowall morphology was largely preserved. Raman spectroscopy confirmed the stability of the sp² carbon framework, with an increased defect-related signal after deformation. The strong correlation between electrical, morphological, and spectroscopic results demonstrates that defect accumulation governs the electromechanical response of CNWs. These findings highlight the mechanical robustness of CNWs and their suitability for flexible electronic and sensing devices.

Keywords: carbon nanowalls, mechanical deformation, electrical properties, flexible electronics, Raman spectroscopy.

Received: 13 January 2026; accepted: 10 March 2026.

Introduction

Carbon allotropes have attracted significant attention in recent years for the development of advanced electronic devices, including tactile sensors and strain sensors [1–3]. Their relatively low cost, natural abundance, and high chemical and thermal stability make carbon-based materials among the most promising candidates for next-generation electronic and sensing technologies [4, 5]. In layered carbon materials, van der Waals forces govern interlayer interactions, while precise control of the interlayer spacing enables accelerated charge transport and enhanced sensitivity in sensor applications [6, 7]. Moreover, tuning the electronic structure – such as the bandgap and band-edge positions – can be achieved by modifying the material thickness, crystal structure, atomic arrangement, surface functionalization, or by forming hybrid systems with other materials.

Carbon nanowalls (CNWs) represent a unique class of carbon nanostructures composed of self-assembled multilayer graphene sheets, where individual graphene layers serve as fundamental building blocks [8–10]. CNWs exhibit a distinctive morphology in which vertically oriented graphene sheets grow perpendicular to the substrate surface with a high degree of preferential alignment. These interconnected sheets form a self-supporting three-dimensional network with wall thicknesses ranging

from several to several tens of nanometers [11]. Owing to their unique architecture, CNWs possess an exceptionally high specific surface area of up to $\sim 1000 \text{ m}^2 \text{ g}^{-1}$, a highly porous microstructure, and excellent electrical conductivity. These properties make CNWs highly attractive for a broad range of applications, including energy storage systems, catalytic supports, sensors, and various electronic devices, particularly flexible and wearable electronics [12–16].

Recent studies on the mechanical properties of CNWs, led by Prof. Hori and co-workers, have demonstrated that CNWs exhibit a Young's modulus of approximately 28 GPa and a compressive strength of about 50 MPa [17]. These values surpass those reported for many other graphene-based materials and indicate pronounced elastoplastic behavior under mechanical deformation, highlighting the suitability of CNWs for tactile sensing applications. Furthermore, Zhou et al. reported the development of flexible and highly sensitive pressure sensors based on microstructured CNW electrodes [18]. The fabricated sensors exhibited ultrahigh sensitivities of 6.64 kPa^{-1} at pressures below 0.2 kPa, 1.26 kPa^{-1} in the range of 0.2–1 kPa, and 0.15 kPa^{-1} at 10 kPa. In addition, the sensors demonstrated an ultralow detection limit of 0.6 Pa, achieved through surface modification of polydimethylsiloxane (PDMS) with CNWs, as well as a fast response time of only 30 ms. These results indicate the superior overall performance of CNW-based pressure sensors compared to other microstructured sensing platforms.

Despite the rapid progress in CNW-based flexible and tactile devices, a fundamental understanding of how mechanical deformation influences the morphological, structural, and electrical properties of CNWs remains limited. Such knowledge is crucial for the rational design of mechanically robust and reliable flexible electronic devices. Therefore, systematic investigation of the effects of mechanical deformation on the electrical behavior of CNWs is of significant scientific and practical importance.

In this work, we investigate the impact of mechanical deformation on the electrical properties of CNWs. The obtained results provide fundamental insights into the electromechanical response of CNWs and establish a solid foundation for their future application in flexible electronics and tactile sensing systems.

Materials and methods

Synthesis of Carbon Nanowalls and Sample Preparation

Carbon nanowalls (CNWs) were synthesized on copper foil substrates ($2 \times 2 \text{ cm}^2$, thickness 50 μm) using inductively coupled plasma-enhanced chemical vapor deposition (ICP-PECVD) in a split-tube furnace PECVD system (OTF-1200X-PEC4LV, MTI Corporation). A detailed description of the synthesis setup and procedure has been reported in [19]. During growth, an Ar/CH_4 gas mixture was introduced at a total flow rate of 20 sccm, while H_2 was supplied at 5 sccm. The deposition process was carried out for 50 min.

The electrical properties of the samples under mechanical stress were evaluated on polymer substrates. For this purpose, CNWs initially synthesized on copper foils were transferred onto polymer substrates. The transfer process was carried out by immersing the CNW-coated copper foils in an aqueous ferric chloride (FeCl_3) solution to selectively etch the copper substrate [20, 21]. After complete dissolution of the copper, the freestanding CNW films were thoroughly rinsed with deionized water to remove residual etchant. Subsequently, the cleaned CNW films were carefully transferred onto clean polymer substrates by scooping them from the water surface. Following the transfer, the electrical characteristics of the CNWs were measured under various mechanical deformation modes to evaluate their flexibility and mechanical robustness.

Materials Characterization

The morphology of the synthesized CNW films was characterized using a scanning electron microscope (SEM, ZEISS Crossbeam 540). The structural properties of the samples were investigated by Raman spectroscopy (LabRAM Horiba Evolution and OmegaScope) using an excitation laser wavelength of 514.5 nm. The electrical properties of the CNW films were evaluated by Hall effect measurements employing a Van der Pauw configuration (HMS-5500, Ecopia).

Results and discussion

Figure 1 presents the electrical characterization of flexible CNW films subjected to different levels of mechanical bending [22]. Photographs in Figures 1a–c illustrate the sample configurations in the undeformed state (wo) and under bending radii of 0.5 cm and 0.1 cm, respectively. The electrical measurements were performed using Hall effect analysis in a Van der Pauw configuration to systematically evaluate the influence of mechanical deformation on the key electrical parameters of the CNW films.

As shown in Figures 1d–g, increasing the bending degree leads to a gradual increase in sheet resistance (Figure 1d) accompanied by a corresponding decrease in electrical conductivity (Figure 1e). This behavior can be attributed to the formation of microcracks, disruption of inter-wall electrical contacts, and partial modification of conductive pathways within the interconnected CNW network. In addition, the charge carrier concentration (Figure 1f) decreases with increasing mechanical deformation, which is further reflected in the reduction of carrier mobility (Figure 1g).

The most pronounced variations in electrical parameters are observed at a bending radius of 0.1 cm, indicating the critical deformation regime associated with the mechanical flexibility limits of the CNW films. Notably, despite these changes, the samples maintain measurable electrical conductivity even under severe bending conditions, demonstrating the high mechanical stability and structural integrity of the CNW architecture.

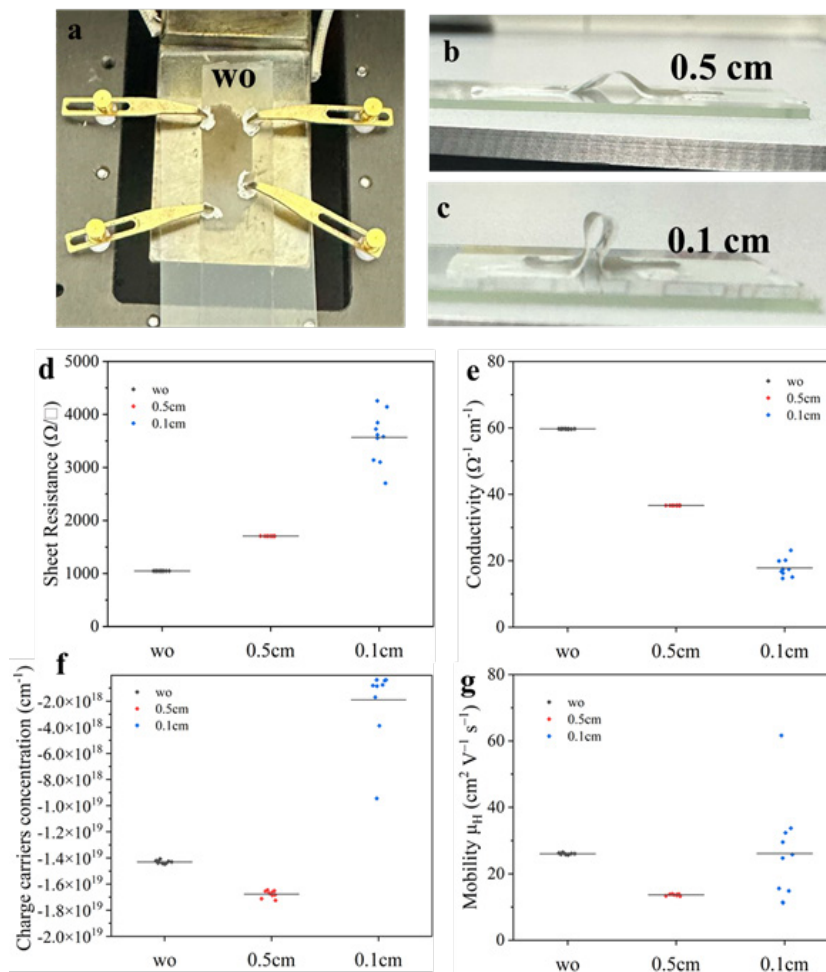


Figure 1 – Electrical properties of CNWs films at different degrees of mechanical bending: (a) non-deformation measurement configuration (wo), (b) at 0.5 cm bending radius and (c) at 0.1 cm bending radius; (d) sheet resistance, (e) electrical conductivity, (f) concentration of charge carriers, and (g) mobility of charge carriers

Figure 2 presents the electrical response of CNW films subjected to repeated mechanical bending cycles, aimed at evaluating the stability of their conductive properties under cyclic deformation – a critical requirement for flexible electronic applications. Figures 2a–d depict the evolution of sheet resistance, electrical conductivity, charge carrier concentration, and carrier mobility as a function of the number of bending cycles (10, 50, and 200 cycles).

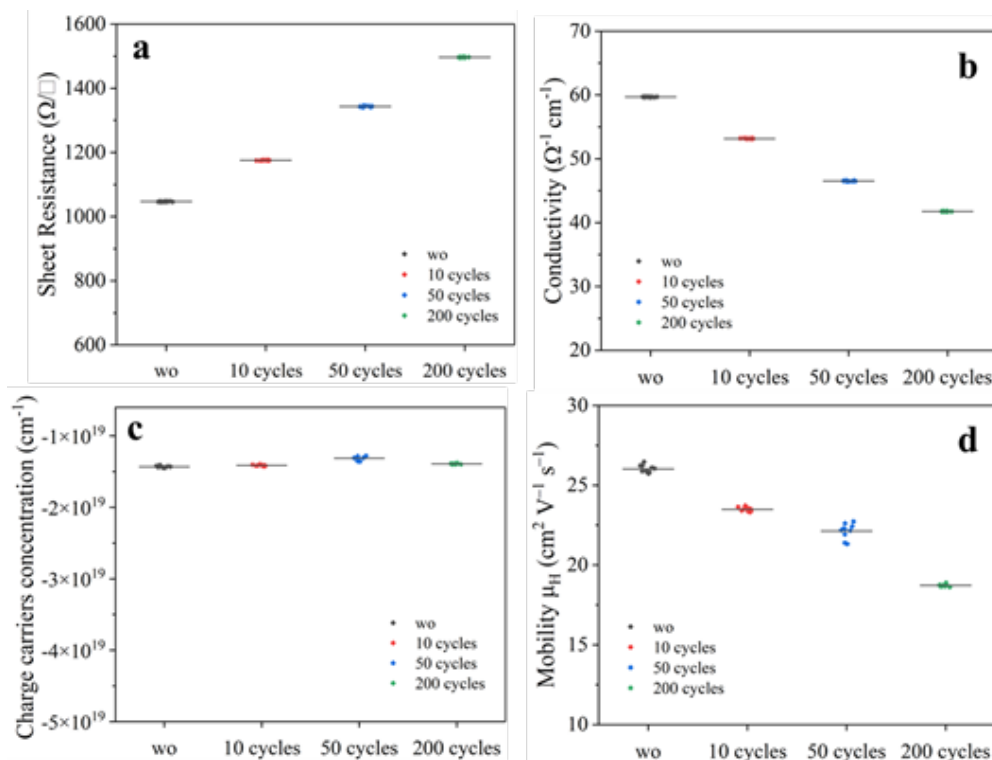


Figure 2 – Changes in the electrical properties of CNWs and N-CNWs films during cyclic mechanical bending: (a) sheet resistance, (b) electrical conductivity, (c) concentration of charge carriers, and (d) mobility of charge carriers after 10, 50, and 200 bending cycles

As shown in Figures 2a and 2b, increasing the number of bending cycles results in a gradual rise in sheet resistance accompanied by a corresponding decrease in electrical conductivity. These trends can be attributed to the progressive accumulation of microdefects and partial disruption of conductive pathways within the nanowall network, leading to reduced electrical percolation and inter-wall connectivity.

Notably, the charge carrier concentration (Figure 2c) remains nearly constant throughout the bending cycles, indicating the preservation of the chemical composition and the absence of significant degradation at the crystallographic or electronic structure level. In contrast, the carrier mobility (Figure 2d) exhibits a monotonic decrease with increasing cycle number, which can be associated with enhanced carrier scattering at deformation-induced defects and interfaces.

To gain deeper insight into the mechanisms underlying the observed changes in electrical characteristics, CNW samples were examined by scanning electron microscopy (SEM) before and after 200 cycles of mechanical deformation. Figure 3 presents SEM images of the CNW surface in the pristine state (Figure 3a) and after cyclic bending (Figure 3b).

Prior to deformation, the surface exhibits a homogeneous distribution of vertically aligned nanowalls, forming a dense, well-interconnected conductive network without any visible structural damage. After 200 bending cycles (Figure 3b), the emergence of microcracks and localized regions of partial structural rupture can be observed, particularly along the directions of applied mechanical strain.

Despite the presence of these local defects, the overall morphology and vertical architecture of the nanowall network remain largely preserved, indicating high mechanical robustness and structural resilience of the CNWs. This morphological stability explains the retention of electrical conductivity even under repeated bending.

These observations are in good agreement with the electrical measurements presented in Figure 2, confirming that the gradual increase in sheet resistance and the reduction in charge carrier mobility arise from the accumulation of deformation-induced microstructural defects under cyclic mechanical loading.

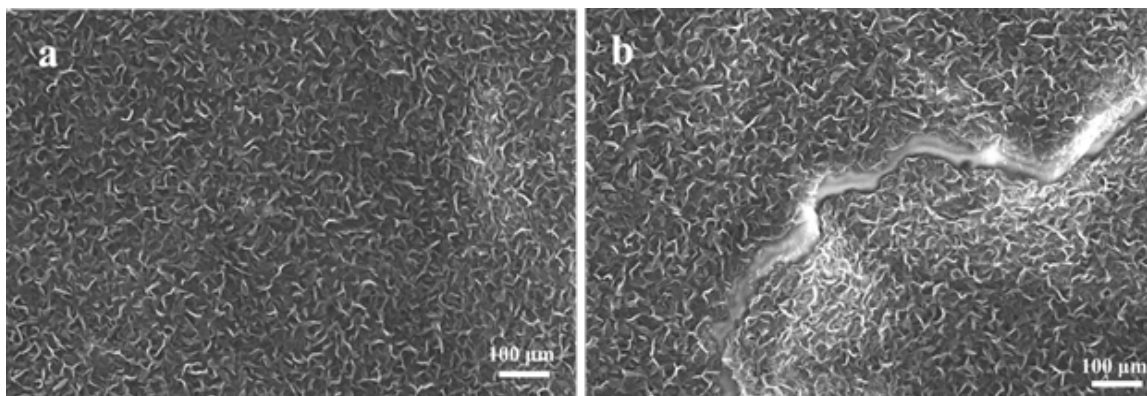


Figure 3 – SEM images of the surface of N-CNWs films:
(a) before and (b) after 200 cycles of mechanical deformation

Figure 4 shows the Raman spectra of CNW films measured before and after mechanical bending. Both spectra exhibit the characteristic Raman features of graphitic carbon materials, including the D band ($\sim 1350\text{ cm}^{-1}$), G band ($\sim 1580\text{ cm}^{-1}$), D' band ($\sim 1620\text{ cm}^{-1}$), and the second-order 2D band ($\sim 2700\text{ cm}^{-1}$), confirming the graphitic nature and multilayer structure of the carbon nanowalls [23, 24].

Before bending, the spectrum is dominated by a pronounced G band accompanied by a well-defined D band, which is typical for vertically oriented CNWs with a high density of edge sites and structural defects inherent to the nanowall architecture. The presence of the 2D band further indicates the multilayer graphene character of the nanowalls.

After mechanical bending, no significant shifts in the positions of the main Raman peaks are observed, indicating that the overall sp^2 carbon framework and crystallographic structure of the CNWs remain preserved under mechanical deformation. However, a noticeable increase in the relative intensity of the D and D' bands compared to the G band is observed after bending, suggesting an increase in defect density. This effect can be attributed to the formation of deformation-induced microdefects, such as microcracks, edge disruptions, and local distortions within the nanowall network.

These Raman results are in good agreement with the SEM observations (Figure 3), which revealed the appearance of microcracks and partial structural rupture after cyclic bending, as well as with the electrical measurements (Figures 1 and 2), which showed an increase in sheet resistance and a reduction in charge carrier mobility. Together, these findings confirm that the degradation of electrical performance under mechanical deformation is primarily associated with defect-induced carrier scattering and disruption of conductive pathways, rather than with chemical degradation or destruction of the graphitic backbone.

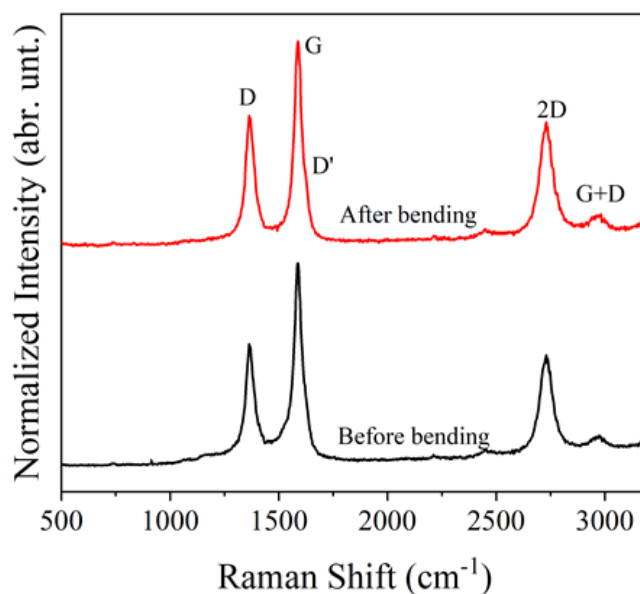


Figure 4 – Raman spectra of CNW films before and after mechanical bending

Conclusions

In this work, the effect of mechanical deformation on the electrical properties of CNW films was systematically investigated. Electrical measurements revealed that increasing bending strain and cyclic mechanical loading lead to a gradual increase in sheet resistance and a corresponding decrease in electrical conductivity and charge carrier mobility, while the carrier concentration remained largely unchanged. These results indicate that mechanical deformation primarily affects charge transport rather than the intrinsic electronic structure of the material.

SEM analysis demonstrated that cyclic bending induces microcracks and partial disruption of conductive pathways within the CNW network, whereas the overall vertical architecture and structural integrity of the nanowalls are largely preserved. Raman spectroscopy further confirmed the stability of the sp^2 carbon framework, showing no significant peak shifts after bending, while an increase in defect-related Raman modes indicated deformation-induced microstructural damage.

The strong correlation between electrical, morphological, and spectroscopic results confirms that the observed degradation in electrical performance originates from defect accumulation and enhanced carrier scattering under mechanical stress. Despite these effects, CNW films retained measurable conductivity even under severe and repeated bending, demonstrating high mechanical robustness. These findings highlight the potential of CNWs as reliable conductive materials for flexible and wearable electronic devices, including tactile and strain sensors.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge Professor Askhat N. Jumabekov and Maratbek T. Gabdullin for scientific advice and Ms. Renata Nemkayeva for carrying out the Raman spectroscopy measurements.

Information on funding

This research was supported by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. BR28712419).

REFERENCES

- 1 He, S., Ma, Y., Maulik, G., Jellicoe, M., Nag, A., Powell, W., Deng, S., Fang, J., and Wu, Y. A review on graphene-based sensors for tactile applications. *Sensors and Actuators A: Physical*, 372, 115363 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115363>.
- 2 Nurazzi, N.M., Sabaruddin, F.A., Harussani, M.M., Kamarudin, S.H., Rayung, M., Asyraf, M.R.M., Aisyah, H.A., Norrrahim, M.N.F., Ilyas, R.A., Abdullah, N., et al. Mechanical performance and applications of CNTs reinforced polymer composites—A review. *Nanomaterials*, 11, 2186 (2021). <https://doi.org/10.3390/nano11092186>.
- 3 Juska, V.B., and Juska, G. Copper-nanostructure-modified laser-scribed electrodes based on graphitic carbon for electrochemical detection of dopamine and glucose. *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*, 96, 1086–1095 (2021). <https://doi.org/10.1002/jctb.6620>.
- 4 Nag, A., Alahi, M.E.E., Feng, S., and Mukhopadhyay, S.C. IoT-based sensing system for phosphate detection using graphite/PDMS sensors. *Sensors and Actuators A: Physical*, 286, 43–50 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.sna.2018.12.020>.
- 5 Veerakumar, P., Sangili, A., Chen, S.-M., Vinothkumar, V., Balu, S., Hung, S.-T., and Lin, K.-C. Zinc and sulfur codoped iron oxide nanocubes anchored on carbon nanotubes for the detection of antitubercular drug isoniazid. *ACS Applied Nano Materials*, 4, 4562–4575 (2021). <https://doi.org/10.1021/acsanm.1c00172>.
- 6 Kawamoto, M., He, P., and Ito, Y. Green processing of carbon nanomaterials. *Advanced Materials*, 29 (2017). <https://doi.org/10.1002/adma.201602423>.
- 7 Choudhary, N., Hwang, S., and Choi, W. Carbon nanomaterials: A review. In: *Handbook of Nanomaterials Properties*. Springer, Berlin, Heidelberg, 709–769 (2014). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31107-9_37.
- 8 Hiramatsu, M., Shiji, K., Amano, H., and Hori, M. Fabrication of vertically aligned carbon nanowalls using capacitively coupled plasma-enhanced chemical vapor deposition assisted by hydrogen radical injection. *Applied Physics Letters*, 84, 4708–4710 (2004). <https://doi.org/10.1063/1.1762702>.
- 9 Hiramatsu, M., and Hori, M. *Carbon Nanowalls*. Springer, Vienna (2010). <https://doi.org/10.1007/978-3-211-99718-5>.
- 10 Yerlanuly, Y., Christy, D., Van Nong, N., Kondo, H., Alpysbayeva, B., Nemkayeva, R., Kadyr, M., Ramazanov, T., Gabdullin, M., Batryshev, D., et al. Synthesis of carbon nanowalls on the surface of nanoporous alumina membranes by RI-PECVD method. *Applied Surface Science*, 523, 146533 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2020.146533>.
- 11 Wang, J.J., Zhu, M.Y., Outlaw, R.A., Zhao, X., Manos, D.M., Holloway, B.C., and Mammana, V.P. Free-standing subnanometer graphite sheets. *Applied Physics Letters*, 85, 1265–1267 (2004). <https://doi.org/10.1063/1.1782253>.
- 12 Hosu, I.S., Sobaszek, M., Ficek, M., Bogdanowicz, R., Drobecq, H., Boussekey, L., Barras, A., Melnyk, O., Boukherroub, R., and Coffinier, Y. Carbon nanowalls: a new versatile graphene-based interface for the laser desorption/ionization-mass spectrometry detection of small compounds in real samples. *Nanoscale*, 9, 9701–9715 (2017). <https://doi.org/10.1039/C7NR01069A>.
- 13 Ghoniem, E., Mori, S., and Abdel-Moniem, A. An efficient strategy for transferring carbon nanowalls film to flexible substrate for supercapacitor application. *Journal of Power Sources*, 493, 229684 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2021.229684>.
- 14 Kwon, S., Choi, H., Lee, S., Lee, G., Kim, Y., Choi, W., and Kang, H. Room temperature gas sensor application of carbon nanowalls using electrical resistance change by surface adsorption of toxic gases. *Materials Research Bulletin*, 141, 111377 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.materresbull.2021.111377>.
- 15 Kwon, S., Kim, C., Kim, K., Jung, H., and Kang, H. Effect of Ag NPs-decorated carbon nanowalls with integrated Ni-Cr alloy microheater for sensing ammonia and nitrogen dioxide gas. *Journal of Alloys and Compounds*, 932, 167551 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2022.167551>.
- 16 Zhumadilov, B.Y., Zhumadilov, R.Y., Nemkayeva, R.R., Markhabayeva, A.A., Bozheyev, F., Ramazanov, T.S., Yerlanuly, Y., and Gabdullin, M.T. Influence of substrate type and synthesis time on morphological and structural properties of carbon nanowalls. *Advanced Physics Research*, 4 (2025). <https://doi.org/10.1002/apxr.202500156>.
- 17 Ghodke, S., Murashima, M., Christy, D., Van Nong, N., Ishikawa, K., Oda, O., Umehara, N., and Hori, M. Mechanical properties of maze-like carbon nanowalls synthesized by the radial injection plasma enhanced chemical vapor deposition method. *Materials Science and Engineering A*, 862, 144428 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.msea.2022.144428>.

18 Zhou, X., Zhang, Y., Yang, J., Li, J., Luo, S., and Wei, D. Flexible and highly sensitive pressure sensors based on microstructured carbon nanowalls electrodes. *Nanomaterials*, 9, 496 (2019). <https://doi.org/10.3390/nano9040496>.

19 Yerlanuly, Y., Zhumadilov, R., Nemkayeva, R., Uzakbaiuly, B., Beisenbayev, A.R., Bakenov, Z., Ramazanov, T., Gabdullin, M., Ng, A., Brus, V.V., et al. Physical properties of carbon nanowalls synthesized by the ICP-PECVD method vs. the growth time. *Scientific Reports*, 11, 19287 (2021). <https://doi.org/10.1038/s41598-021-97997-8>.

20 Yerlanuly, Y., Parkhomenko, H.P., Zhumadilov, R.Y., Nemkayeva, R.R., Akhtanova, G., Solovan, M.M., Mostovyi, A.I., Orazbayev, S.A., Utegenov, A.U., Ramazanov, T.S., et al. Achieving stable photodiode characteristics under ionizing radiation with a self-adaptive nanostructured heterojunction CNWs/CdZnTe. *Carbon*, 215, 118488 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2023.118488>.

21 Zhumadilov, R.Y., Yerlanuly, Y., Parkhomenko, H.P., Soltabayev, B., Orazbayev, S.A., Bakenov, Z., Ramazanov, T.S., Gabdullin, M.T., and Jumabekov, A.N. Carbon nanowall-based gas sensors for carbon dioxide gas detection. *Nanotechnology*, 35, 165501 (2024). <https://doi.org/10.1088/1361-6528/ad1a7e>.

22 Parkhomenko, H.P., Yerlanuly, Y., Brus, V.V., and Jumabekov, A.N. Effect of mild mechanical stresses on device physics of slot-die coated flexible perovskite solar cells. *Organic Electronics*, 129, 107049 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.orgel.2024.107049>.

23 Ye, R., Zhumadilov, R.R., Nemkayeva, R.R., Yerlanuly, Y., and Gabdullin, M.T. In situ Raman analysis of electrochemical phenomena in carbon nanowalls. *Recent Contributions to Physics*, 88 (2024). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2024v88i1a08>.

24 Ni, Z.H., Fan, H.M., Feng, Y.P., Shen, Z.X., Yang, B.J., and Wu, Y.H. Raman spectroscopic investigation of carbon nanowalls. *Journal of Chemical Physics*, 124, 204703 (2006). <https://doi.org/10.1063/1.2200353>.

^{1*}Ерланұлы Е.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-6757-1041,

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

¹Баталова М.С.,

докторант, ORCID ID: 0009-0001-7653-8224,

e-mail: batmal@yandex.ru

¹Қолданбалы ғылымдар және ақпараттық технологиялар институты,
Алматы қ., Қазақстан

КӨМІРТЕКТІ НАНОҚАБЫРҒАЛАРДЫҢ ЭЛЕКТРЛІК ҚАСИЕТТЕРІНЕ МЕХАНИКАЛЫҚ ДЕФОРМАЦИЯНЫҢ ӘСЕРІ

Аңдатпа

Көміртекті наноқабырғалар (КНҚ) өздерінің бірегей тік бағытталған архитектурасы мен жоғары электрөткізгіштігінің арқасында икемді және киілетін электроника үшін перспективті көміртекті наноматериалдар. Бұл жұмыста икемді КНҚ үлдірлерінің электрлік қасиеттеріне механикалық деформацияның әсері жүйелі түрде зерттелді. КНҚ индуктивті байланысқан плазмалық-химиялық тұндыру әдісімен синтезделіп, электромеханикалық сынақтар жүргізу үшін полимерлі төсемдерге көшірілді. Холл эффектісі әдісімен жүргізілген өлшеулер иілу деформациясының және циклдік механикалық жүктеменің артуы беттік кедергінің біртіндеп өсуіне, сондай-ақ электрөткізгіштіктің және заряд тасымалдаушылар қозғалғыштығының төмендеуіне әкелетінін, ал тасымалдаушылар концентрациясының іс жүзінде өзгеріссіз қалатынын көрсетті. Сканерлеуші электрондық микроскопия көп мәрте иілу нәтижесінде микрожарықтардың түзілуін және өткізгіш арналардың ішінара бұзылуын анықтады, алайда наноқабырғалардың жалпы морфологиясы негізінен сақталды. Раман спектроскопиясы sp^2 -көміртекті қаңқаның тұрақтылығын растап, деформациядан кейін дефектілерге тән модалардың қарқындылығының артқанын көрсетті. Алынған нәтижелер КНҚ-ның жоғары механикалық тұрақтылығын және оларды икемді электрондық әрі сенсорлық құрылғыларда қолдану әлеуетін айқындайды.

Тірек сөздер: көміртекті наноқабырғалар, механикалық деформация, электрлік қасиеттер, икемді электроника, Раман спектроскопиясы.

^{1*}**Ерланұлы Е.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-6757-1041,

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

¹**Баталова М.С.,**

докторант, ORCID ID: 0009-0001-7653-8224,

e-mail: batmal@yandex.ru

¹Институт прикладных наук и информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан

ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УГЛЕРОДНЫХ НАНОСТЕН

Аннотация

Углеродные наностены (УНС) являются перспективными углеродными наноматериалами для гибкой и носимой электроники благодаря их уникальной вертикально ориентированной архитектуре и высокой электропроводности. В данной работе систематически исследовано влияние механической деформации на электрические свойства гибких пленок УНС. УНС были синтезированы методом индуктивно-связанного плазменно-химического осаждения из газовой фазы и перенесены на полимерные подложки для проведения электромеханических испытаний. Измерения методом эффекта Холла показали, что увеличение изгибной деформации и циклической механической нагрузки приводит к постепенному росту поверхностного сопротивления и снижению электропроводности и подвижности носителей заряда, при этом концентрация носителей остается практически неизменной. Сканирующая электронная микроскопия выявила образование микротрещин и частичное нарушение проводящих каналов после многократного изгиба, тогда как общая морфология наностенок в целом сохраняется. Рамановская спектроскопия подтвердила стабильность sp²-углеродного каркаса с увеличением дефектных мод после деформации. Полученные результаты демонстрируют механическую устойчивость УНС и их перспективность для применения в гибких электронных и сенсорных устройствах.

Ключевые слова: углеродные наностены, механическая деформация, электрические свойства, гибкая электроника, рамановская спектроскопия.

УДК 539.234
МРНТИ 29.19.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-325-333>

¹Оман З.,

магистр, ORCID ID: 0009-0008-0681-8475,
e-mail: omankaznu@gmail.com

¹Нурлыбеков Н.О.,

магистр, ORCID ID: 0009-0006-1917-4547,
e-mail: idcnurken@gmail.com

¹Карибаева К.А.,

магистр, ORCID ID: 0009-0008-6949-3161,
e-mail: kaldygul.karibaeva@bk.ru

¹Жылысбаев У.К.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0001-8892-4026,
ulankhan0802@gmail.com

¹Хуан М.,

магистр, ORCID ID: 0009-0000-4907-4623,
e-mail: maohua0114@gmail.com

¹Мархабаева А.А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0657-422X,
e-mail: aiko_marx@mail.ru

¹Немкаева Р.Р.,

магистр, ORCID ID: 0000-0002-8782-703X,
e-mail: quasisensus@mail.ru

^{1*}Мұхаметкаримов Е.С.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0003-1381-4532,
*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

¹Национальная нанотехнологическая лаборатория открытого типа,
КазНУ им. аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан

КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ АМОΡФНЫХ ТОНКИХ ПЛЕНОК СЕЛЕНИДА ИНДИЯ

Аннотация

В данной работе проведено исследование кристаллизации аморфных пленок селенида индия (InSe) при термической обработке в инертной атмосфере. Пленки получены методом термического испарения объемных кристаллов InSe стехиометрического состава в условиях высокого вакуума. Анализ структуры пленок осуществлялся методами рамановской спектроскопии и рентгеновской дифракции, результаты которых указывают на изначальную аморфную фазу, которая переходит в структуру стехиометрического InSe с гексагональной кристаллической решеткой в результате термической обработки при температуре 350 °С. Особенностью исследуемых пленок является значительный контраст в удельном электрическом сопротивлении между аморфным и кристаллическим состояниями. Переход в кристаллическую фазу сопровождается резким снижением электрического сопротивления на несколько порядков, что позволяет косвенно оценить температуру кристаллизации пленок путем измерения зависимости сопротивления образца от температуры. В данной работе обнаружено резкое изменение электрического сопротивления в области ~ 140 °С, соответствующее температуре кристаллизации исследуемых образцов. Полученные результаты подтверждают

возможность формирования поликристаллической пленки InSe на больших площадях, что, в свою очередь, является важным при создании прототипов оптоэлектронных устройств. Кроме того, в работе продемонстрирована возможность локальной кристаллизации пленок InSe с использованием технологии лазерного гравирования.

Ключевые слова: термическое испарение, тонкие пленки селенида индия, фазовый переход, рентгено-структурный анализ, рамановская спектроскопия, лазерное гравирование.

Введение

Бинарные полупроводниковые халькогенидные соединения, в частности селенид индия (InSe), являются многофункциональными материалами и представляют большой интерес как в кристаллическом состоянии, так и в виде тонких аморфных пленок из-за способности обратной фазовой трансформации под действием температуры [1–4]. Маленькая эффективная масса электронов, а также рекордно высокая подвижность носителей заряда в кристаллическом InSe ($>10^3$ см²/В·с) делают их перспективными материалами в нано- и оптоэлектронике [5–7].

Слоистый кристалл InSe является прямозонным полупроводником с шириной запрещенной зоны порядка ~ 1.3 эВ при комнатной температуре [8, 9]. Каждый слой кристалла состоит из последовательного чередования атомов в виде Se-In-In-Se. В свою очередь, слои связаны между собой слабыми молекулярными силами Ван-дер-Ваальса, что обеспечивает возможность их легкого расщепления на отдельные двумерные слои. Благодаря этому открывается перспектива создания миниатюрных и гибких электронных устройств, в частности высокочувствительных фотодетекторов с использованием двумерных слоев атомарной толщины [9–11].

Тонкая пленка InSe представляет интерес в качестве фазопеременного материала, демонстрирующего обратимый фазовый переход «аморфное состояние – кристалл». Фазовый переход, как правило, инициируется термическим воздействием, чаще всего нагревом короткими электрическими или оптическими импульсами. Эта способность пленок открывает перспективы создания энергонезависимых ячеек памяти для записи или перезаписи информации, создания активных фотонных устройств со способностью обратимого и контролируемого изменения оптических свойств [12–17].

В связи с вышеуказанными уникальными свойствами в данной работе проведены исследования процесса кристаллизации аморфных пленок InSe, полученных методом термического испарения. Понимание механизмов кристаллизации имеет ключевое значение для последующего управления структурой и свойствами тонкопленочных материалов, что, в свою очередь, критично для создания устройств памяти с изменяемой фазой, фотонных и оптоэлектронных компонентов на основе InSe.

Материалы и методы

Исходные объемные кристаллы InSe были получены путем стехиометрического сплавления высокочистых (4N) частиц индия (In) и селена (Se) в кварцевой ампуле при температуре 870 °С в условиях высокого вакуума. Структура синтезированных кристаллов InSe контролировалась с помощью рентгеновской дифракции (Rigaku Miniflex) и рамановской спектроскопии (Solver Spectrum, NT-MDT), а элементный состав пленок – методом энергодисперсионного анализа (EDS) с использованием приставки EDAX на сканирующем электронном микроскопе (SEM, Quanta 3D 200i, FEI). Далее полученные кристаллы фиксированной массы были термически испарены и осаждены на кварцевые стекла (КУ-1) и кремниевые подложки. Для определения температуры кристаллизации полученных пленок проводились измерения температурной зависимости их удельного электрического сопротивления. Для предотвращения процессов окисления пленок при нагреве измерения осуществлялись в атмосфере особо чистого (ОСЧ, Ихсан Техногаз) аргона. Для этого пленки на кварцевых подложках помещались

в герметичную камеру, обеспечивающую стабильность инертной среды на протяжении всего измерения. Камера оснащена двумя стальными игольчатыми электродами и нагревательным столиком. Скорость нагрева в процессе электрических измерений составляла 2°C в минуту, что позволило достаточно точно определить изменения проводимости пленок при их структурной перестройке. Для обеспечения полной кристаллизации образцы были выдержаны при максимальной температуре (350°C) в течение 20 минут.

Результаты и обсуждение

На рисунке 1(а) представлено СЭМ-изображение скола структуры объемного кристалла InSe, выращенного методом стехиометрического сплавления. Из рисунка видно, что объемные кристаллы InSe, использованные для термического испарения, имеют слоистую структуру. Состав объемных кристаллов, определенный методом энергодисперсионного анализа, также показал требуемое стехиометрическое соотношение элементов In и Se в пленках (таблица 1).

В данной работе была получена серия образцов тонкопленочного InSe различной толщины методом термического испарения кристаллов InSe в вакууме. Площадь получаемых пленок ограничивается только параметрами, определяемыми размерами камеры и испарителя. В нашем случае однородные по толщине пленки были получены на площади 1 см^2 . Типичная морфология свежесажженных пленок InSe представлена на рисунке 1(б). Согласно результатам рентгеноструктурного анализа и рамановской спектроскопии, осажденные тонкие пленки InSe обладают аморфной структурой. Об этом свидетельствует отсутствие ярко выраженных пиков в рамановском спектре и в рентгеновской дифрактограмме. Для демонстрации на рисунке 2(а) и 2(б) красными кривыми представлены рамановский спектр и рентгеновская дифрактограмма свежесажженной на кварцевое стекло тонкой пленки InSe с толщиной порядка 165 нм. Важно отметить, что состав осажденной пленки InSe близок к стехиометрическому, так же как и состав исходного объемного кристалла InSe, что подтверждается результатами анализа элементного состава пленки, представленными в таблице 1.

Отжиг образцов при 350°C в атмосфере ОСЧ аргона привел к кристаллизации тонких пленок. СЭМ-изображение поверхности кристаллизованной пленки можно увидеть на рисунке 1(с). Из рисунка видно возникновение трещин, связанных с термическим воздействием. Дифрактограмма кристаллизованных (с-InSe) тонких пленок, представленная на рисунке 1(а), соответствует гексагональной структуре InSe с параметрами решетки: $a = 3.998\text{ \AA}$ и $c = 16.620\text{ \AA}$ (пространственная группа: $194:P6_3/mmc$, номер карты: 00-034-1431). Появление пиков в рамановском спектре при 114 см^{-1} , 170 см^{-1} и 214 см^{-1} , соответствующих фононным модам A_1 , E_g и A_2 , также подтверждает формирование кристаллической β -фазы InSe. В целом результаты исследования указывают на то, что постотжиг тонких пленок в инертной атмосфере позволяет получить поликристаллические пленки InSe на большой площади, что важно с точки зрения практического применения.

Таблица 1 – Элементный состав пленок InSe

Название	Элемент, ат.%	
	In	Se
Объемный кристалл InSe	49.57	50.43
a-InSe (аморфная свежесажженная пленка)	48.72	51.28
c-InSe (поликристаллическая тонкая пленка)	49.22	50.78

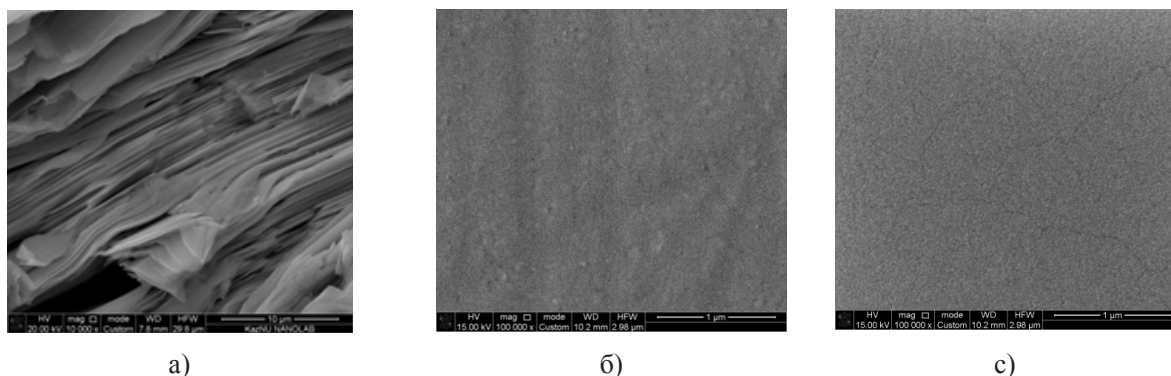


Рисунок 1 – СЭМ изображения (а) – скола структуры монокристаллического InSe;
(б) – тонкой пленки InSe до отжига (аморфное состояние);
(с) – тонкой пленки InSe после отжига (кристаллическое состояние)

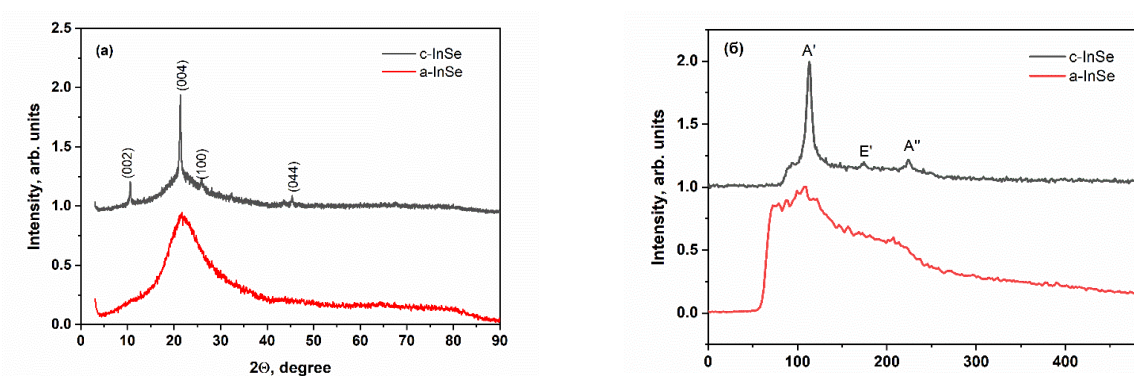


Рисунок 2 – Рентгеновская дифрактограмма (а) и рамановские спектры (б)
тонкой пленки InSe до (a-InSe) и после отжига (c-InSe)

Температура, при которой происходит трансформация структуры пленок из аморфного состояния в кристаллическое, была выявлена косвенным методом, а именно изучением температурной зависимости электрического сопротивления пленок в атмосфере инертного газа. Дело в том, что пленки с аморфной структурой характеризуются высоким значением удельного электрического сопротивления, а в кристаллическом состоянии значение удельного электрического сопротивления на несколько порядков меньше. Поэтому при контролируемом нагреве можно наблюдать резкое изменение электрического сопротивления пленок, вызванное трансформацией структуры. В данной работе температурная зависимость сопротивления пленок была изучена в атмосфере ОСЧ аргона с использованием специальной герметичной камеры с контроллером нагрева столика. Скорость нагрева составила 2 °C в минуту. Указанная зависимость представлена на графике рисунка 3 и характеризуется резким изменением поверхностного сопротивления пленок в области 140 °C. Из представленной на рисунке зависимости видно, что сопротивление пленки InSe в кристаллическом состоянии на 4–5 порядков меньше, чем сопротивление пленки в аморфном состоянии, и сохраняется после охлаждения пленки. Выявленная температура фазового перехода имеет ключевое значение для разработки и оптимизации устройств активной фотоники и технологий энергонезависимой памяти. Резкое изменение удельного сопротивления в пленках InSe при структурной трансформации открывает возможность реализации фазопеременных элементов, в которых информация кодируется различными состояниями проводимости [14].

В системах оптической обработки сигналов такие пленки могут быть использованы в качестве управляемых модуляторов или оптических затворов, где переход между аморфным и кристаллическим состоянием изменяет коэффициент поглощения или преломления света, обеспечивая высокую контрастность переключения. Используя нагрев посредством достаточно мощного лазерного пятна, можно осуществлять локальную кристаллизацию создавая при этом фотонные структуры. В качестве доказательства на рисунке 4 представлена спектральная зависимость коэффициента поглощения пленок до и после отжига. Из рисунка видно, что коэффициент поглощения света аморфной пленки InSe уменьшается на порядок при ее кристаллизации, обеспечивая необходимый оптический контраст в видимом диапазоне. Данное изменение оптических свойств, а именно уменьшение оптического поглощения света, можно объяснить уменьшением дефектных состояний, характерных для аморфной фазы, и, соответственно, уменьшением плотности локализованных состояний в запрещенной зоне пленки InSe [18]. Это, в свою очередь, приводит к формированию более резкого края оптического поглощения и увеличению ширины запрещенной зоны тонкой пленки [19].

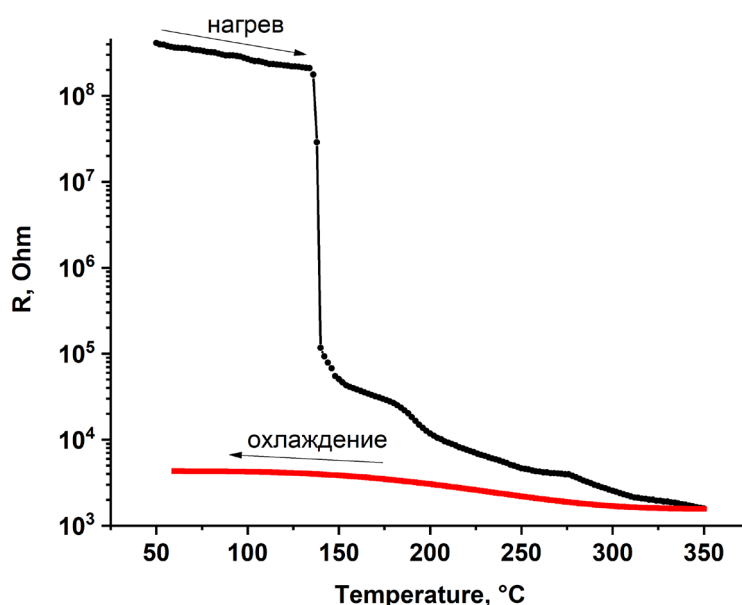


Рисунок 3 – Температурная зависимость сопротивления пленки InSe.
Измерения проведены в атмосфере ОСЧ аргона

Во вкладки рисунка 4 представлена оптическая микрофотография аморфной пленки с периодической структурой локальных кристаллических областей, полученных лазерным гравированием аморфной пленки InSe. Формирование таких локальных кристаллических областей с пониженным коэффициентом поглощения относительно аморфной фазы приводит к пространственной модуляции оптических свойств пленки, что экспериментально проявляется в виде оптического контраста и свидетельствует о решающей роли кристаллизации в изменении оптических характеристик InSe. Полученные результаты демонстрируют возможность прямой лазерной записи периодических кристаллических структур в аморфных пленках InSe большой площади без применения дополнительных литографических процессов. Такой подход является перспективным методом пространственного управления фазовым состоянием и оптическими параметрами материала и может быть использован при разработке новых фотонных и оптоэлектронных устройств на основе InSe.

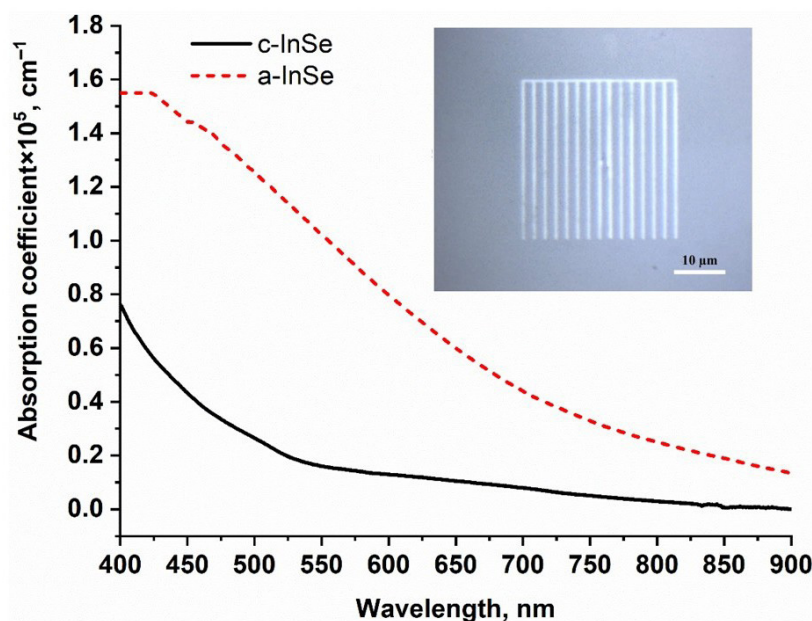


Рисунок 4 – Коэффициент поглощения тонкой пленки InSe до (a-InSe) и после отжига (c-InSe).

Заключение

Таким образом, в данной работе представлены результаты с указанием технологических параметров получения поликристаллических тонких пленок InSe большой площади. Предлагаемая технология заключается в контролируемой термической обработке аморфных пленок InSe в атмосфере инертного газа. Термический отжиг при температуре 350 °С в атмосфере особо чистого аргона приводит к кристаллизации пленок с формированием гексагональной фазы InSe, что подтверждается наличием характерных пиков на дифрактограммах и рамановских спектрах.

Температура фазового перехода была определена на основе температурной зависимости электрического сопротивления пленок. Резкое снижение сопротивления в области 140 °С свидетельствует о начале фазового перехода из аморфного состояния в кристаллическое.

Кроме того, в работе продемонстрирована возможность локальной кристаллизации тонких пленок аморфного InSe с использованием технологии лазерного гравирования. Лазерное тепловое воздействие обеспечивает пространственно локальную кристаллизацию материала, что позволяет формировать кристаллические области со структурными и оптическими свойствами, отличающимися от окружающей аморфной матрицы, с заданной периодичностью.

Полученные результаты демонстрируют возможность управляемой кристаллизации тонкой пленки InSe и показывают, что лазерно-индуцированное формирование пространственно-модулированных фазовых структур может рассматриваться как перспективный подход для создания устройств фазоперменной памяти, элементов оптоэлектроники и других наноразмерных компонентов.

Информация о финансировании. Работа выполнена в рамках грантового финансирования Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (ИРН проекта AP26103225).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Chakraborty, I., Saha, G., Sengupta, A., and Roy, K. Toward fast neural computing using all-photonics phase change spiking neurons. *Scientific Reports*, 8 (1) (2018). <https://doi.org/10.1038/s41598-018-31365-x>
- 2 Ahmed, T., Krishnamurthi, V., Mitchell, A., and Walia, S. Operating principle and device configuration driven mechanisms in low-dimensional materials for neuromorphics. *Advanced Intelligent Systems*, 5 (2023), 2200316. <https://doi.org/10.1002/aisy.202200316>
- 3 Prabhathan, P., Patinharekandy, et al. Roadmap for phase change materials in photonics and beyond. *iScience*, 26 (10) (2023), 107946. <https://doi.org/10.1016/j.isci.2023.107946>
- 4 Gong, Z., Yang, F., Wang, L., Chen, R., Wu, J., Grigoropoulos, C.P., and Yao, J. Phase change materials in photonic devices. *Journal of Applied Physics*, 129 (3), 030902 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0027868>
- 5 Bandurin, D.A., Tyurnina, A.V., Yu, G.L., Mishchenko, A., Zólyomi, V., Morozov, S.V., Kumar, R.K., Gorbachev, R.V., Kudrynskiy, Z.R., Pezzini, S., Kovalyuk, Z.D., Zeitler, U., Novoselov, K.S., Patané, A., Eaves, L., Grigorieva, I.V., Fal'ko, V.I., Geim, A.K., and Cao, Y. High electron mobility, quantum Hall effect and anomalous optical response in atomically thin InSe. *Nature Nanotechnology*, 12 (3), 223–227 (2017). <https://doi.org/10.1038/nnano.2016.242>
- 6 Zhao, Q., Chen, P., Zheng, D., Wang, T., Castellanos-Gomez, A., and Frisenda, R. Multifunctional indium selenide devices based on van der Waals contacts: High quality Schottky diodes and optoelectronic memories. *Nano Energy*, 108 (2023), 108238. <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2023.108238>
- 7 Qin, B., Jiang, J., Wang, L., Guo, Q., Zhang, C., Xu, L., Ni, X., Yin, P., Peng, L.-M., Wang, E., Ding, F., Qiu, C., Liu, C., and Liu, K. Two-dimensional indium selenide wafers for integrated electronics. *Science*, 389, 299–302 (2025). <https://doi.org/10.1126/science.adu3803>
- 8 Aitzhanov, M., Guseinov, N., Nemkayeva, R., Tolepov, Zh., Prikhodko, O., and Mukhametkarimov, Ye. InSe crystals obtained by stoichiometric fusion for optoelectronic device application. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 13 (5) (2021), 05037. [https://doi.org/10.21272/jnep.13\(5\).05037](https://doi.org/10.21272/jnep.13(5).05037)
- 9 Tamalampudi, S.R., Lu, Y.-Y., Kumar, U.R., Sankar, R., Liao, C.-D., Moorthy, B.K., Cheng, C.-H., Chou, F.C., and Chen, Y.-T. High performance and bendable few-layered InSe photodetectors with broad spectral response. *Nano Letters*, 14 (5) (2014). <https://doi.org/10.1021/nl500817g>
- 10 Wang, R., Wu, Q., Kiang, X., Fan, T., Guo, J., Wang, C., Zhang, F., Gao, Y., Zhang, M., Luo, Zh., and Zhang, H. A few-layer InSe-based sensitivity-enhanced photothermal fiber sensor. *Journal of Materials Chemistry C*, 8, 132–138 (2020). <https://doi.org/10.1039/C9TC05818D>
- 11 Guo, Z., Chen, R., Wang, H., Zhang, X., Ma, F., Chen, X., Gao, S., Sang, D.K., Nguyen, T.H., Duong, A.T., Zhang, J., Zeng, Y.-J., Choi, S., Zhao, B., Tan, P.-H., Zhang, H., and Feng, D. High-performance polarization-sensitive photodetectors on two-dimensional β -InSe. *National Science Review*, 9 (5) (2022). <https://doi.org/10.1093/nsr/nwab098>
- 12 Hossain, J., Julkarnain, M., Sharif, K.S., and Khan, K.A. Crystallization of e-beam evaporated amorphous InSe thin films after heat-treatment. *International Journal of Renewable Energy Technology Research*, 2 (2013), 220–226. http://ijretr.org/IJRETR_Vol.%202,%20No.%209,%20September%202013/Crystallization%20of.pdf
- 13 Persin, M., Celustka, B., Markovi, B., and Persin, A. Some electrical and optical properties of InSe thin films. *Thin Solid Films*, 5, 123–128 (1970). [https://doi.org/10.1016/0040-6090\(70\)90030-1](https://doi.org/10.1016/0040-6090(70)90030-1)
- 14 Xu, Z., Yuan, Y., Song, S., Song, Z., Liu, R., and Zhai, J. Successive crystallization in indium selenide thin films for multi-level phase-change memory. *Applied Surface Science*, 633 (2023), 157642. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2023.157642>
- 15 Li, K., Ling, K., Li, W., and Liu, X. Controllable growth of γ -In₂Se₃ and β -InSe thin films for high-performance broadband photodetectors. *IEEE Sensors Journal*, 23 (24), 30318–30324 (2023). <https://doi.org/10.1109/JSEN.2023.3327382>
- 16 Emir, C., Tataroglu, A., Coşkun, E., and Ocak, S.B. Structural and optical properties of interfacial InSe thin film. *ACS Omega*, 9 (7), 7588–7596 (2024). <https://doi.org/10.1021/acsomega.3c06600>
- 17 Song, C., Huang, S., Wang, C., Luo, J., and Yan, H. The optical properties of few-layer InSe. *Journal of Applied Physics*, 128 (2020), 060901. <https://doi.org/10.1063/5.0018480>
- 18 Mott, N.F., and Davis, E.A. *Electronic Processes in Non-Crystalline Materials*, 2nd ed. Oxford: Clarendon Press (1979).
- 19 Singh, H., Kumari, S., Singh, P., Kumar, A., and Thakur, A. Effect of annealing on structural, morphological and optical properties of InSe thin films. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 33, 23599–23606 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10854-022-09118-4>

¹Оман З.,

магистр, ORCID ID: 0009-0008-0681-8475,

e-mail: omankaznu@gmail.com

¹Нурлыбеков Н.О.,

магистр, ORCID ID: 0009-0006-1917-4547,

e-mail: idcnurken@gmail.com

¹Кәрібаева Қ.Ә.,

магистр, ORCID ID: 0009-0008-6949-3161,

e-mail: kaldygul.karibaeva@bk.ru

¹Жылысбаев Ү.К.,

бакалавр, ORCID ID: 0009-0001-8892-4026,

e-mail: ulankhan0802@gmail.com

¹Хуан М.,

магистр, ORCID ID: 0009-0000-4907-4623,

e-mail: maohua0114@gmail.com

¹Мархабаева А.А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0657-422X,

e-mail: aiko_marx@mail.ru

¹Немкаева Р.Р.,

магистр, ORCID ID: 0000-0002-8782-703X,

e-mail: quasisensus@mail.ru

^{1*}Мұхаметкаримов Е.С.,

PhD, доцент, ORCID ID: 0000-0003-1381-4532,

*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

¹Ашық типтегі ұлттық нанотехнологиялық зертхана,
әл-Фараби атындағы ҚазҰУ,
Алматы қ., Қазақстан

ИНДИЙ СЕЛЕНИДИНІҢ АМОРФТЫ ЖҰҚА ҚАБЫҚШАЛАРЫНЫҢ КРИСТАЛДАНУЫ

Аңдатпа

Бұл жұмыста инертті ортада термиялық өңдеу кезінде аморфты индий селениді (InSe) қабықшаларының кристалдануы зерттелді. Қабықшалар жоғары вакуум жағдайында стехиометриялық құрамдағы көлемді InSe кристалдарын термиялық буландыру әдісімен алынды. Қабықшалардың құрылымы раман спектроскопиясы және рентгенқұрылымдық талдау әдістері арқылы зерттелді. Алынған нәтижелер қабықшалардың бастапқы құрылымы аморфты екенін және оның 350°C температурада термиялық өңдеуден кейін гексагоналды кристалдық торға ие стехиометриялық InSe құрылымының қалыптасатынын көрсетті. Зерттелген қабықшалардың ерекшелігі – аморфты және кристалдық күйлер арасындағы меншікті электрлік кедергінің айтарлықтай айырмашылығында. Кристалдық фазаға өту электрлік кедергінің бірнеше реттік күрт төмендеуімен қатар жүреді, бұл үлгінің кедергісінің температураға тәуелділігін өлшеу арқылы қабықшалардың кристалдану температурасын жанама түрде анықтауға мүмкіндік береді. Бұл жұмыста шамамен 140°C маңында кедергінің күрт өзгерісі байқалды, ол зерттелген үлгілердің кристалдану температурасына сәйкес келеді. Алынған нәтижелер үлкен ауданда поликристалдық InSe қабықшаларын қалыптастыру мүмкіндігін растайды, бұл өз кезегінде оптоэлектрондық құрылғылардың прототиптерін жасау үшін маңызды. Сонымен қатар, жұмыста лазерлік өрнектеу технологиясын пайдаланып InSe жұқа қабықшаларын локалды кристалдандыру мүмкіндігі көрсетілді.

Тірек сөздер: термиялық буландыру, индий селенидінің жұқа қабықшалары, фазалық ауысу, рентген-құрылымдық талдау, раман спектроскопиясы, лазерлік өрнектеу.

¹**Oman Z.,**

MSc, ORCID ID: 0009-0008-0681-8475,

e-mail: omankaznu@gmail.com

¹**Nurlybekov N.O.,**

MSc, ORCID ID: 0009-0006-1917-4547,

e-mail: idcnurken@gmail.com

¹**Karibaeva K.A.,**

MSc, ORCID ID: 0009-0008-6949-3161,

e-mail: kaldygul.karibaeva@bk.ru

¹**Zhylysbaev U.K.,**

BSc, ORCID ID: 0009-0001-8892-4026,

e-mail: ulankhan0802@gmail.com

¹**Huan M.,**

MSc, ORCID ID: 0009-0000-4907-4623,

e-mail: maohua0114@gmail.com

¹**Marhabaeva A.A.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0657-422X,

e-mail: aiko_marx@mail.ru

¹**Nemkaeva R.R.,**

MSc, ORCID ID: 0000-0002-8782-703X,

e-mail: quasisensus@mail.ru

¹***Muhametkarimov E.S.,**

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0003-1381-4532,

*e-mail: yerzhan.mukhametkarimov@kaznu.kz

¹National Open-Type Nanotechnology Laboratory,
Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan

CRYSTALLIZATION OF AMORPHOUS INDIUM SELENIDE THIN FILMS

Abstract

In this paper, we study the crystallization of amorphous indium selenide (InSe) films during heat treatment in an inert atmosphere. The films were obtained by thermal evaporation of bulk stoichiometric InSe crystals under conditions of high vacuum. The film structure was analyzed using Raman spectroscopy and X-ray diffraction analysis, the results of which indicate the initial amorphous phase that transforms into a stoichiometric InSe structure with a hexagonal crystal lattice under heat treatment at 350°C. A feature of the studied films is a significant contrast in the specific electrical resistance between the amorphous and crystalline states. The transition to the crystalline phase is accompanied by a sharp decrease in electrical resistance – by several orders of magnitude, which makes it possible to indirectly determine the crystallization temperature of the films by measuring the temperature dependence of the sample's resistance. In this work, a sharp change in resistance was found in the region of ~ 140°C, corresponding to the crystallization temperature of the studied samples. The obtained results confirm the possibility of forming a polycrystalline InSe film on large areas, which in turn is important when creating prototypes of optoelectronic devices. Furthermore, in this work, the feasibility of local crystallization of InSe thin films was demonstrated using laser patterning technique.

Keywords: thermal evaporation, thin films of indium selenide, phase transition, X-ray structural analysis, Raman spectroscopy, laser patterning.

Received: August 11, 2025; accepted: March 10, 2026.

UDC 524.3-52
RSTI 41.25.29<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-334-345>**¹Abdirakhman A.,**

Master's student, ORCID ID: 0009-0002-0532-9641,

e-mail: armiyaqyzyaidana@gmail.com

^{1,2}Omar A.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5604-3742,

*e-mail: omaruzhan@gmail.com

¹Islyam Zh.,

Master's student, ORCID ID: 0009-0006-5496-4501,

e-mail: islyamovzhomart@gmail.com

^{1,2}Alimgazinova N.,

Cand. Phys.-Math Sc., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855,

e-mail: Nazgul.Alimgazinova@kaznu.kz

^{1,2}Demessinova A.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338,

e-mail: aizat.dem@gmail.com

¹Nodyarov A.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0045-5457,

e-mail: nodyarov.atilkhan@gmail.com

³Tuiakbaeva D.,

Master's student, ORCID ID: 0009-0003-8572-1850,

e-mail: duria1510@outlook.com

^{2,4}Manapbayeva A.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509

e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com

¹Adilzhan K.,

PhD student, ORCID ID: 0000-0003-4136-3935,

e-mail: kami_adilzhan@mail.ru

⁵Shaimoldin N.,

PhD student, ORCID ID: 0000-0001-9557-8590,

e-mail: nurzhan@xao.ac.cn

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan²Institute of Experimental and Theoretical Physics,

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

³Sh. Ualikhanov Kokshetau University, Kokshetau, Kazakhstan⁴Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan⁵Xinjiang Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Urumqi, China**KINEMATICS AND STRUCTURE
OF THE MASSIVE STAR-FORMING REGION G350.29+0.12****Abstract**

We present high-angular resolution 1.3 mm continuum and molecular line observations toward the high-mass star-forming region G350.29+0.12, using CH₃CN and CH₃¹³CN rotational transitions. The continuum emission resolves two main cores: a bright, compact northern core G350.29+0.12 A and a weaker southern core G350.29+0.12 B. Core A exhibits six compact substructures embedded within more extended emission. Multiple

K-components of the CH_3CN $J = 14 \rightarrow 13$ and $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ $J = 14 \rightarrow 13$ transitions are detected, with the emission arising primarily from core A. The CH_3CN moment 0 maps show that the integrated intensities peak at the main continuum position, indicating that the molecular emission traces warm and dense gas. The moment 1 maps reveal a pronounced velocity gradient of $\sim 2 \text{ km s}^{-1}$ across core A, oriented from northwest to southeast, while the moment 2 maps show K-dependent variations in velocity dispersion. Position–velocity diagrams further indicate organized rotational motions, exhibiting a compact velocity structure with a central peak and systematic gradients. Rotational temperature analysis yields $360.6 \pm 34.8 \text{ K}$ for CH_3CN , tracing the hottest and densest gas and $T_{\text{rot}} = 138 \pm 45 \text{ K}$ for $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$, consistent with cooler and more extended material. Together, these results demonstrate that G350.29+0.12 A is a rotating hot molecular core undergoing active high-mass star formation.

Keywords: massive star-forming region, molecular emission, position–velocity analysis, rotational temperature, hot molecular core.

Received: January 21, 2026; accepted: March 10, 2026.

Introduction

Massive stars (with masses greater than 8 solar masses, $M > 8 M_{\odot}$) originate within large, dense molecular clumps, typically spanning around 1 pc with densities of $10^4 - 10^5 \text{ cm}^{-3}$ and masses of approximately $10^3 M_{\odot}$. These environments are characterized by significant turbulent motions that strongly influence and support their gas structures [1, 2]. High-mass star-forming regions (HMSFRs) represent the earliest and most dynamic phases of massive star birth within the interstellar medium, exhibiting intricate chemical complexity. Kinematic studies are crucial for understanding the physical processes at play, as signatures of infall, rotation, and large-scale accretion flows serve as key indicators of gravitational collapse and stellar mass buildup [3, 4].

Massive star formation often occurs within highly dynamic molecular complexes shaped by large-scale processes like cloud-cloud collisions and filamentary accretion, which compress gas and promote clustered star formation [5–7]. These mechanisms can significantly enhance star formation efficiency and even drive core-core interactions within dense clumps, accelerating the growth of massive protostars [8]. Alternatively, similar morphologies can result from hub-filament systems, where gravitationally focused flows channel material from extended filaments into central dense cores [9, 10]. Many HMSFRs indeed display hub-filament networks with converging flows continuously feeding the central structures [11, 12]. Furthermore, stellar feedback from evolved sources can either trigger or suppress subsequent star formation, depending on local physical conditions [13].

Understanding the physical dynamics and chemical complexity within star-forming environments relies heavily on the use of molecular tracers. Studies aimed at determining the density structure, kinematics, and chemical composition of dense gas emphasize the role of gas distribution [14–16], shock-driven processes [17], and departures from chemical equilibrium [18]. Together, these observations provide a fundamental basis for interpreting the evolution of massive stars and their surrounding environments. Insights into dynamic and chemically rich star-forming environments can be informed by approaches developed for other rapidly evolving astrophysical systems, where early multi-wavelength observations have proven essential for characterizing their physical and chemical properties [19].

Complex organic molecules (COMs), defined as carbon-bearing species with six or more atoms, are particularly relevant in this context. Their formation involves both gas-phase reactions and grain-surface chemistry, which are active areas of research. Symmetric top molecules, such as methyl cyanide (CH_3CN) and its isotopologues (e.g., $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$), are excellent tracers of gas temperature and excitation conditions, making them key diagnostics for studying the physical and chemical evolution of HMSFRs [20]. In this study, we present high-angular-resolution ALMA Band 6 observations of G350.29+0.12, focusing on highly excited transitions of CH_3CN and $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$.

Materials and methods

We analyzed archival ALMA Band 6 data (Project 2018.1.00794.S) obtained on 2018 December 5 to investigate the molecular line emission toward the G350.29+0.12 region, which has a systemic velocity of -63 km s^{-1} . The dataset covers six spectral windows spanning 240.83–260.637 GHz with a frequency resolution of 282.1974 kHz. The observations were conducted with the ALMA 12-m array configuration, providing baseline lengths between 45.201 and 328.761 m and yielding an angular resolution of $0.415''$, with a synthesized beam size of $0.397'' \times 0.350''$, with a total on-source integration time of 1693.440 s. The phase center was set at (RA, Dec) = (17:19:50.560, $-37:00:09.370$).

Standard ALMA calibration procedures were applied, including bandpass, phase, and amplitude calibration. Imaging was performed using the CASA 5.4.0-70 tclean task with Briggs weighting (robust = 0.5). Continuum emission was removed in the uv-plane using the uvcontsub task, after which spectral cubes were produced for all detected molecular transitions.

Spectral line identification and data analysis were performed using CASA, CARTA, and MADCUBA, and the final visualizations were produced with AstroPy [21–24].

Results and discussion

The 1.3 mm continuum emission toward G350.29+0.12 is presented in Figure 1. The continuum contours are drawn at 0.0017, 0.003056, 0.005348, 0.00764, 0.00988, 0.01216, 0.01444, 0.01672 Jy beam $^{-1}$. The synthesized beam, shown as the black ellipse in the lower-left corner, indicates the angular resolution of the map.

The continuum morphology reveals six compact peaks, indicated by “+” symbols. These peaks are grouped into two primary continuum sources: a bright northern core (G350.29+0.12 A) and a comparatively weaker southern core (G350.29+0.12 B). Both cores contain multiple substructures, although the northern core exhibits a more extended morphology. The projected separation between the two cores is approximately 0.51 pc, assuming a source distance of 11 kpc for G350.29+0.12 [25].

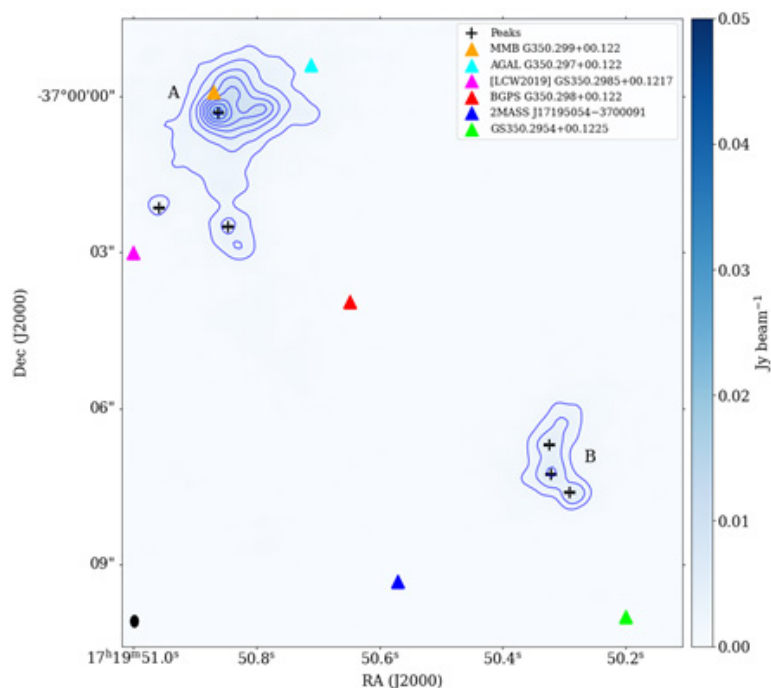


Figure 1 – Continuum map toward G350.29+0.12 at 1.3 mm

From a two-dimensional Gaussian fit to the continuum emission performed in CARTA, we derive the following parameters for the six identified peaks: right ascension (RA; J2000), declination (DEC; J2000), deconvolved source size, peak intensity I_{peak} (Jy beam⁻¹) and integrated flux density S (Jy). These fitted parameters are summarized in Table 1.

Table 1 – Observed parameters of the six 1.3 mm dust continuum peaks

№	RA (J2000) hh:mm:ss	DEC (J200) ° ' "	Source size (")	I_{peak} (Jy/beam)	S (Jy)
1	17:19:50.562	−37:00:00.315	0.58 x 0.66	0.021 ± 0.004	0.042 ± 0.012
2	17:19:50.839	−37:00:02.683	0.84 x 0.24	0.004 ± 0.001	0.015 ± 0.005
3	17:19:50.958	−37:00:02.139	0.60 x 0.16	0.003 ± 0.001	0.005 ± 0.002
4	17:19:50.321	−37:00:07.262	0.75 x 0.18	0.007 ± 0.002	0.019 ± 0.006
5	17:19:50.324	−37:00:06.702	0.80 x 0.23	0.006 ± 0.002	0.017 ± 0.006
6	17:19:50.291	−37:00:07.614	0.59 x 0.14	0.006 ± 0.001	0.012 ± 0.004

In addition to the continuum peaks, several known sources are located near the molecular core. The methanol maser MMB G350.299+00.122 lies only $\approx 0.43''$ from the main continuum peak in core A, indicating that this core is actively forming high-mass stars. Similarly, the nearby submillimeter source AGAL G350.297+00.122, located $\approx 2.03''$ to the northwest, traces dense, cold gas surrounding the core. The positions of these sources support the interpretation that core A represents a site of ongoing massive star formation.

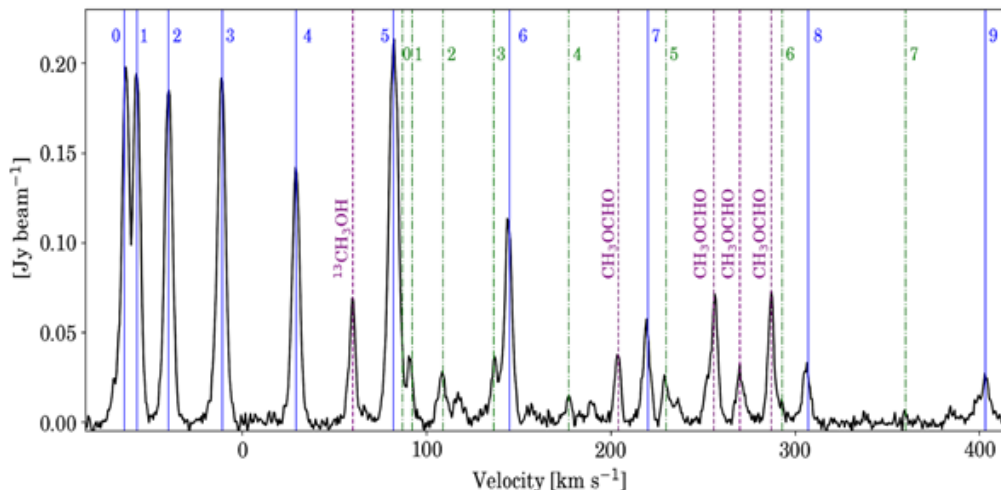


Figure 2 – Observed spectral profile toward the source G350.29+0.12.

The ordinate axis displays the flux density in Jy beam⁻¹,
and the abscissa axis shows the radial velocity in km s⁻¹

We detected ten components ($K = 0-9$) of the CH_3CN $J=14 \rightarrow 13$ rotational transition, indicated in blue in Figure 2. In addition, eight components ($K = 0-7$) of the $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ $J=14 \rightarrow 13$ transition were identified, shown with green lines. Additional molecular transitions detected in this spectral window are highlighted with purple dashed lines. These lines, along with other prominent lines in the remaining windows, are summarized with their spectral parameters in Table 2.

Table 2 – Properties of spectral lines used in kinematic analysis

№	Line	Frequency (GHz)	Transition	E_{up} (K)	Core A	Core B
1	CS	244.935	5–4	35.26	Y	Y
2	SiO	256.518	6–5	43.76	N	Y
3	H ₂ CS	244.048	$7_{1,6}-6_{1,5}$	41.72	Y	N
4	CH ₃ OH	243.915	$5_{1,4}-4_{1,3}^{--}$	34.516	Y	Y
		256.228	$17_{3,15}-17_{2,16}$	404.79	Y	N
5	¹³ CH ₃ OH	256.351	$13_{3,11}-13_{2,12}$	256.14	Y	N
		257.422	$15_{(3,13)}-15_{(2,14)}^{+-}$	321.79	Y	N
6	CH ₃ OCHO	257.252	$20_{(5,15)}-19_{(5,14)}^A$	142.78	Y	N
		257.226	$20_{(5,15)}-19_{(5,14)}^E$	142.78	Y	N
		257.241	$23_{(2,22)}-22_{(2,21)}^E$	342.23	Y	N
		257.298	$21_{(9,12)}-20_{(9,11)}^A$	377.18	Y	N
7	CH ₃ CN	257.527	$14_0 \rightarrow 13_0$	92.70	Y	N
		257.522	$14_1 \rightarrow 13_1$	99.85	Y	N
		257.508	$14_2 \rightarrow 13_2$	121.28	Y	N
		257.483	$14_3 \rightarrow 13_3$	156.99	Y	N
		257.448	$14_4 \rightarrow 13_4$	206.98	Y	N
		257.404	$14_5 \rightarrow 13_5$	271.23	Y	N
		257.349	$14_6 \rightarrow 13_6$	349.72	Y	N
		257.285	$14_7 \rightarrow 13_7$	442.45	Y	N
		257.211	$14_8 \rightarrow 13_8$	549.38	Y	N
		257.127	$14_9 \rightarrow 13_9$	670.50	Y	N
8	CH ₃ ¹³ CN	257.400	$14_0 \rightarrow 13_0$	92.65	Y	N
		257.395	$14_1 \rightarrow 13_1$	99.80	Y	N
		257.380	$14_2 \rightarrow 13_2$	121.23	Y	N
		257.355	$14_3 \rightarrow 13_3$	156.94	Y	N
		257.321	$14_4 \rightarrow 13_4$	206.93	Y	N
		257.276	$14_5 \rightarrow 13_5$	271.17	Y	N
		257.222	$14_6 \rightarrow 13_6$	349.67	Y	N
		257.158	$14_7 \rightarrow 13_7$	442.33	Y	N

To evaluate the kinematics of the molecular gas, we generated the moment maps of the CH₃CN J=14→13. Figure 3 shows the moment maps of the K = 2 (first panel), K = 3 (second panel), K = 4 (third panel), and K = 6 (fourth panel) components. For each K-component, the moment 0 (integrated intensity map; top row), moment 1 (intensity-weighted velocity map; middle row) and moment 2 (velocity dispersion map; bottom row) are displayed.

The moment 0 maps show that the molecular gas is detected only toward core G350.29+0.12 A. The integrated intensities of CH_3CN $K = 2$ and $K = 3$ components reach a maximum of $1.25 \text{ Jy beam}^{-1} \text{ km s}^{-1}$, whereas $K = 4$ and $K = 6$ exhibit lower peak intensities of $1 \text{ Jy beam}^{-1} \text{ km s}^{-1}$, coinciding with the primary continuum peak. This spatial correspondence indicates that the CH_3CN emission arises from the densest and warmest portion of the core traced by the dust [26].

The moment 1 maps reveal a well-defined velocity gradient across the core. Within the CH_3CN -emitting region, velocities range from approximately -64 km s^{-1} to -62 km s^{-1} , corresponding to an amplitude of $\sim 2 \text{ km s}^{-1}$. The gradient is oriented from northwest to southeast and is consistent with rotational motion. A similar velocity gradient has been reported for a comparable source in [27]. The moment 2 maps show clear differences in velocity dispersion among the CH_3CN K -components: the $K = 2$ and $K = 4$ components exhibit dispersions of approximately $\sim 3 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$, while the $K = 3$ and $K = 6$ components display lower values of $\sim 2.3 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$.

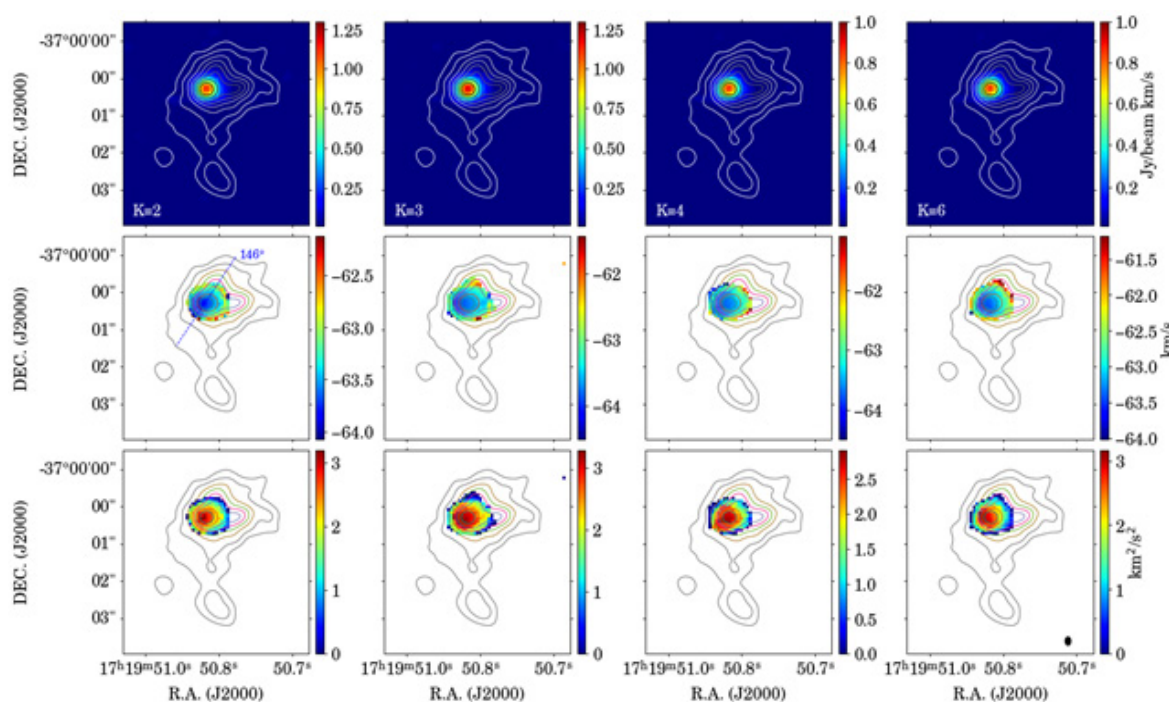


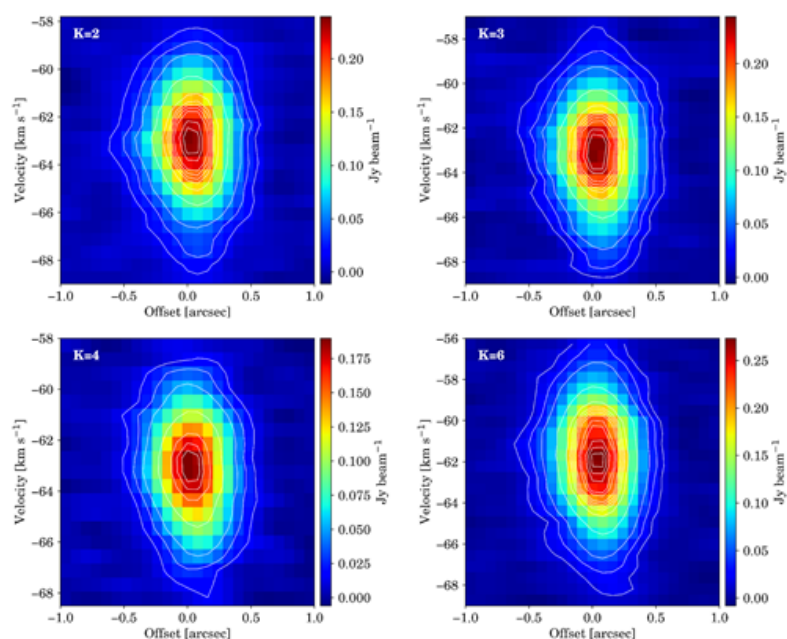
Figure 3 – Images of the velocity-integrated intensity (moment 0; top row), intensity-weighted velocity fields (moment 1; middle row), and velocity-dispersion maps (moment 2; bottom row) for the CH_3CN $J = 14 \rightarrow 13$ transition, showing the $K = 2, 3, 4$ and 6 components

Figure 4 shows the position–velocity (PV) diagrams of the CH_3CN $J = 12-11$, $K = 2, 3, 4$ and 6 transitions, extracted along a position angle of 146° , corresponding to the direction of the moment-1 velocity gradient from northwest to southeast.

All diagrams reveal a compact velocity structure with a central peak, characteristic of a rotating hot molecular core. Each K -component exhibits a bright emission peak near zero offset, indicating that the bulk of the CH_3CN emission arises from the innermost $\sim 1''$ region.

The emission spans a velocity range of roughly -58 km s^{-1} to -68 km s^{-1} and shows a modest but systematic gradient along the PV axis. The overall symmetry about the central peak – with redshifted velocities on one side and blueshifted on the opposite – supports the presence of ordered rotational motions within the core.

The $K = 4$ and $K = 6$ transitions, tracing warmer and denser gas, are slightly more spatially compact but exhibit similar velocity gradients, whereas the $K = 2$ and $K = 3$ transitions extend over larger spatial and velocity ranges, consistent with their origin in less excited material.

Figure 4 – Position–velocity (PV) diagrams of the CH₃CN

The rotational temperature of the molecular core was estimated using the CH₃CN and CH₃¹³CN transitions. The rotational population diagram was computed at the coordinates RA = 17:19:50.88, Dec = –37:00:00.407 (J2000). Rotational population diagrams were constructed with MADrid Data CUBE Analysis (MADCUBA), providing a quantitative determination of both the rotational temperature and the column density.

Figure 4 shows the rotational population diagrams for CH₃CN and CH₃¹³CN, where the logarithm of the level population divided by the statistical weight, $\ln(N_{\text{up}}/g_{\text{up}})$, is plotted against the upper-level energy E_{up}/k .

For CH₃CN, the best-fit slope corresponds to a rotational temperature of $T_{\text{rot}} = 360.6 \pm 34.8$ K, with a column density of $N = 4.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2} \pm 1 \times 10^{13}$. This relatively high temperature suggests that CH₃CN traces warm and dense gas components typically associated with hot cores in massive star-forming regions.

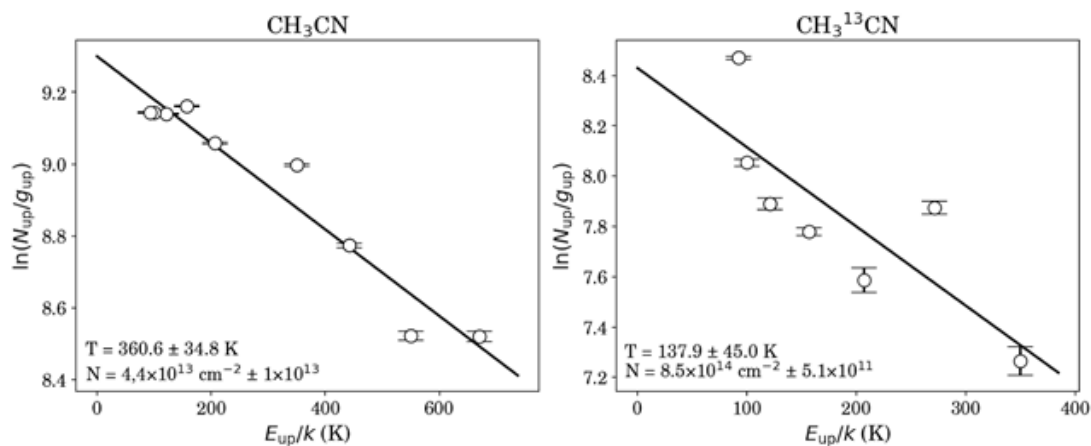


Figure 5 – Rotational population diagrams for the CH₃CN (left) and CH₃¹³CN (right) molecules. The vertical axis shows the logarithm of the level population divided by the statistical weight, $\ln(N_{\text{up}}/g_{\text{up}})$, and the horizontal axis shows the upper-level energy (E_{up}/k)

In contrast, the $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ isotopologue yields a lower rotational temperature of $T_{\text{rot}} = 138 \pm 45$ K and a column density of $N = 8.5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-2} \pm 5.1 \times 10^{11}$, consistent with emission arising from cooler and less abundant material. The difference in derived temperatures between the main and the ^{13}C isotopologue implies that CH_3CN predominantly probes the hotter, inner regions of the source, while $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ traces a comparatively cooler and more extended gas component [28].

Conclusion

We present ALMA 1.3 mm continuum and molecular line observations toward the high-mass star-forming region G350.29+0.12. The continuum map reveals two cores: a bright northern core G350.29+0.12 A and a weaker southern core G350.29+0.12 B. Core A exhibits six compact peaks embedded within a more extended structure.

We detect ten K-components of CH_3CN and eight K-components of $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$. The integrated intensity maps show that CH_3CN emission is concentrated only at the peak of core A.

The intensity-weighted velocity maps show a velocity gradient of about 2 km s^{-1} from northwest to southeast across the core. The PV diagrams of CH_3CN $J = 12-11$, extracted along a position angle of 146° , show a compact central peak and a clear velocity gradient, consistent with a rotating hot molecular core.

Rotational diagram analysis gives $T_{\text{rot}} = 360.6 \pm 34.8$ K for CH_3CN , tracing the hottest and densest gas, and $T_{\text{rot}} = 138 \pm 45$ K for $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$, tracing cooler, more extended material.

These results indicate that G350.29+0.12 A is a rotating hot molecular core. Its association with the methanol maser MMB G350.299+00.122 and the submillimeter source AGAL G350.297+00.122 confirms that it is an active high-mass star-forming region.

Information on funding. This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (grant no. AP26102915).

REFERENCES

- 1 Tan, J.C., Beltrán, M.T., Caselli, P., Fontani, F., Krumholz, M.R., McKee, C.F., and Stolte, A. Massive star formation. arXiv e-prints, arXiv:1402.0919 (2014). <https://doi.org/10.48550/arXiv.1402.0919>
- 2 Berdikhan, D., Esimbek, J., Henkel, C., Zhou, J., Tang, X., Liu, T., Wu, G., et al. Ammonia observations of Planck cold cores. *Astronomy & Astrophysics*, 684, A144 (2024). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202348381>
- 3 Komesch, T., Garay, G., Henkel, C., Omar, A., Estalella, R., Assembay, Z., et al. Infall motions in the hot core associated with the hypercompact H II region G345.0061+01.794 B. *The Astrophysical Journal*, 967(1), 15 (2024). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad3e7b>
- 4 Tursun, K., Esimbek, J., Henkel, C., Tang, X., Wu, G., Li, D., et al. Ammonia observations towards the Aquila Rift cloud complex. *Astronomy & Astrophysics*, 643, A178 (2020). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202037659>
- 5 Berdikhan, D., Esimbek, J., Henkel, C., Xu, Y., Zhou, J., Liu, D., et al. Cloud–cloud collision and star formation in G013.313+0.193. *Astronomy & Astrophysics*, 699, A137 (2025). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202453285>
- 6 Fukui, Y., Habe, A., Inoue, T., Enokiya, R., and Tachihara, K. Cloud–cloud collisions and triggered star formation. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 73(Suppl. 1), S1–S34 (2021). <https://doi.org/10.1093/pasj/psaa103>
- 7 Sun, M., Esimbek, J., Henkel, C., Zhou, J., Wu, G., He, Y., Li, D., Tang, X., Komesch, T., Berdikhan, D., Ma, Y., et al. Possible collision-induced outflows and triggered star formation in the molecular complex G34. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, (2026), staf2285. <https://doi.org/10.1093/mnras/staf2285>
- 8 Li, D., Henkel, C., Kraus, A., Tang, X., Baan, W., Esimbek, J., Wang, K., Wu, G., Liu, T., and Sobolev, A.M. Evidence for core–core collision in Barnard 68. *The Astrophysical Journal*, 985 (2), 230 (2025). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/add326>

- 9 He, Y.X., Liu, H.L., Tang, X.D., Qin, S.L., Zhou, J.J., Esimbek, J., Pan, S.R., Li, D.L., Zhao, M.K., and Ji, W.G. Investigating the globally collapsing hub–filament cloud G326.611+0.811. *The Astrophysical Journal*, 957 (2), 61 (2023). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/acf766>
- 10 Zhang, W.J., Zhou, J.J., Esimbek, J., Baan, W., He, Y.X., Tang, X.D., Li, D.L., Ji, W.G., Wu, G., Ma, Y., Li, J., Zhou, D.D., Tursun, K., and Komesh, T. Kinematics and star formation of hub-filament systems in W49A. *Astronomy & Astrophysics*, 688, A99 (2024). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202348580>
- 11 Treviño-Morales, S.P., Fuente, A., Sánchez-Monge, Á., et al. Dynamics of cluster-forming hub-filament systems: the case of the high-mass star-forming complex Monoceros R2. *Astronomy & Astrophysics*, 629, A81 (2019). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201935260>
- 12 Ma, Y., Zhou, J.J., Esimbek, J., Baan, W., Li, D.L., Tang, X.D., He, Y.X., Ji, W.G., Zhou, D.D., Wu, G., Tursun, K., and Komesh, T. Gravitational collapse and accretion flows in the hub filament system G323.46–0.08. *Astronomy & Astrophysics*, 676, A15 (2023). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202346248>
- 13 Shen, H., Esimbek, J., Henkel, C., Li, D.L., Zhou, J.J., He, Y.X., Tang, X.D., Wu, G., Komesh, T., Tursun, K., Zhou, D.D., Ma, Y., Sailanbek, S., and Berdikhan, D. Triggered and dispersed under feedback of super H II region W4. *Astronomy & Astrophysics*, 693, A21 (2025). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202450914>
- 14 Komesh, T., Esimbek, J., Baan, W., Zhou, J., Li, D., Wu, G., He, Y., Sailanbek, S., Tang, X., and Manapbayeva, A. H₂CO and H110 α observations toward the Aquila Molecular Cloud. *The Astrophysical Journal*, 874 (2), 172 (2019). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab0ae3>
- 15 Imanaly, E., Esimbek, J., Baan, W., Wu, G., Zhou, J., Li, D., et al. Formaldehyde in the Cygnus-X region. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 542(3), 2074–2086 (2025). <https://doi.org/10.1093/mnras/staf1346>
- 16 Imanaly, E., Esimbek, J., Baan, W., Wu, G., Zhou, J., Li, D., Tang, X., He, Y., Komesh, T., Zhou, D., Tursun, K., Ma, Y., Berdikhan, D., Sobolev, A.M., and Jandaulet, Q. Formaldehyde in the Cygnus-X region. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 542 (3), 2074–2086 (2025). <https://doi.org/10.1093/mnras/staf1346>
- 17 He, Y.X., Henkel, C., Zhou, J.J., Esimbek, J., Stutz, A.M., Liu, H.L., Ji, W.G., Li, D.L., Wu, G., Tang, X.D., Komesh, T., and Sailanbek, S. Extended HNCO, SiO, and HC₃N emission in 43 southern star-forming regions. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 253 (1), 2 (2021). <https://doi.org/10.3847/1538-4365/abd0fb>
- 18 Komesh, T., Baan, W., Esimbek, J., Zhou, J., Li, D., Wu, G., He, Y., Rosli, Z., and Ibraimov, M. Studies of the distinct regions due to CO selective dissociation in the Aquila molecular cloud. *Astronomy & Astrophysics*, 644, A46 (2020). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038632>
- 19 Abdullayev, Z., Komesh, T., Grossan, B., Abdikamalov, E., Maksut, Z., Krugov, M., Myrzakul, S., et al. Early-time optical spectral shape measurements of GRB 200925B. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica (Serie de Conferencias)*, 59, 109–113 (2025). <https://doi.org/10.22201/ia.14052059p.2025.59.20>
- 20 Kalenskii, S.V., Promislov, V.G., Alakoz, A., Winnberg, A.V., and Johansson, L.E. Probing the properties of methyl cyanide sources. *Astronomy & Astrophysics*, 354, 1036–1040 (2000). <https://adsabs.harvard.edu/full/2000A%26A...354.1036K>
- 21 The CASA Team, Bean, B., Bhatnagar, S., et al. CASA: The Common Astronomy Software Applications for Radio Astronomy. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 134, 114501 (2022). <https://doi.org/10.1088/1538-3873/ac9642>
- 22 Comrie, A., Wang, K.-S., Hsu, S.-C., Moraghan, A., Harris, P., Pang, Q., Pińska, A., Chiang, C.-C., Simmonds, R., Chang, T.-H., Jan, H., and Lin, M.-Y. CARTA: The Cube Analysis and Rendering Tool for Astronomy. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 133, 104505 (2021). <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021ascl.soft03031C>
- 23 Martín, S., Martín-Pintado, J., Blanco-Sánchez, C., Rivilla, V.M., Rodríguez-Franco, A., and Rico-Villas, F. Spectral line identification and modelling (SLIM) in the MAdrid Data CUBe analysis (MADCUBA) package: Interactive software for data cube analysis. *Astronomy & Astrophysics*, 631, A159 (2019). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936144>
- 24 Astropy Collaboration, Robitaille, T.P., Tollerud, E.J., et al. Astropy: A community Python package for astronomy. *Astronomy & Astrophysics*, 558, A33 (2013). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201322068>
- 25 Xu, Y., Voronkov, M.A., Pandian, J.D., Li, J.J., Sobolev, A.M., Brunthaler, A., Ritter, B., and Menten, K.M. Absolute positions of 6.7-GHz methanol masers. *Astronomy & Astrophysics*, 507 (2), 1117–1139 (2009). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912135>
- 26 Remijan, A., Sutton, E.C., Snyder, L.E., Friedel, D.N., Liu, S.-Y., and Pei, C.-C. High-resolution observations of methyl cyanide (CH₃CN) toward the hot core regions W51e1/e2. *The Astrophysical Journal*, 606 (2), 917–926 (2004). <https://doi.org/10.1086/383120>

27 Omar, A., Abdirakhman, A., Alimgazinova, N., Kyzgarina, M., Naurzbayeva, A., Islyam, Z., Turekhanova, K., Demessinova, A., and Manapbayeva, A. ALMA Observations of G333.6–0.2: Molecular and Ionized Gas Environment. *Galaxies*, 13 (4), 73 (2025). <https://doi.org/10.3390/galaxies13040073>

28 Andron, I., Gratier, P., Majumdar, L., Vidal, T.H.G., Coutens, A., Loison, J.-C., and Wakelam, V. Methyl cyanide (CH₃CN) and propyne (CH₃CCH) in the low-mass protostar IRAS 16293–2422. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 481 (4), 5651–5659 (2018). <https://doi.org/10.1093/mnras/sty2680>

¹Абдирахман А.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0002-0532-964,
e-mail: armiyaqyzyaidana@gmail.com

^{1,2*}Омар А.,

PhD ORCID ID: 0000-0002-5604-3742,
*e-mail: omaruzhan@gmail.com

¹Ислям Ж.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0006-5496-4501,
e-mail: islyamovzhomart@gmail.com

^{1,2}Әлімғазина Н.,.,

ф.-м.ғ.к., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855,
e-mail: Nazgul.Alimgazinova@kaznu.kz

^{1,2}Демессина А А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338,
e-mail: aizat.dem@gmail.com

¹Нодяров А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0045-5457,
e-mail: nodyarov.atilkhan@gmail.com

³Туякбаева Д.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0003-8572-1850,
e-mail: duria1510@outlook.com

^{2,4}Манапбаева А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509,
e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com

¹Әділжан К.

докторант, ORCID ID: 0000-0003-4136-3935,
e-mail: kami_adilzhan@mail.ru

⁵Шаймолдин Н.,

докторант, ORCID ID: 0000-0001-9557-8590,
e-mail: nurzhan@xao.ac.cn

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің Эксперименттік
және теориялық физика институты, Алматы қ., Қазақстан

³Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау университеті, Көкшетау қ., Қазақстан

⁴Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

⁵Қытай Ғылым академиясының Шыңжаң астрономиялық обсерваториясы, Үрімші қ., Қытай

G350.29+0.12 МАССИВТІ ЖҰЛДЫЗ ТҮЗУШІ АЙМАҒЫНЫҢ КИНЕМАТИКАСЫ МЕН ҚҰРЫЛЫМЫ

Аңдатпа

Біз G350.29+0.12 массивті жұлдыз түзілу аймағына бағытталған жоғары бұрыштық ажыратымдылықтағы 1,3 мм континуумдық және молекулалық сызықтық бақылауларды ұсынамыз. Бақылаулар CH₃CN

және $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ молекулаларының айналмалы ауысулары арқылы жүргізілді. Континуумдық сәуле шығару екі негізгі ядроны айқындайды: жарық әрі ықшам солтүстік ядро G350.29+0.12 А және әлсіздеу оңтүстік ядро G350.29+0.12 В. А ядросы кеңейтілген сәуле шығару аясында орналасқан алты ықшам ішкі құрылымды көрсетеді. CH_3CN $J=14\rightarrow13$ және $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ $J=14\rightarrow13$ ауысуларының бірнеше К-компоненттері анықталды, олардың сәуле шығару көздері негізінен А ядросымен байланысты. CH_3CN үшін момент 0 карталары интегралдық интенсивтіліктің негізгі континуум позициясында максимумға жететінін көрсетеді, бұл молекулалық сәуле шығарудың жылы әрі тығыз газды сипаттайтынын білдіреді. Момент 1 карталары А ядросы бойымен солтүстік-батыстан оңтүстік-шығысқа бағытталған шамамен ~ 2 км/с жылдамдық градиентін анықтайды, ал момент 2 карталары К-компоненттерге тәуелді жылдамдық дисперсиясының өзгерістерін көрсетеді. PV диаграммалары айналмалы қозғалыстың бар екенін дәлелдейді: олар орталық максимуммен және жүйелі градиенттермен сипатталатын ықшам жылдамдық құрылымы түрінде көрінеді. Айналмалы температураны талдау CH_3CN үшін T_{rot} = $360,6 \pm 34,8$ К мәнін береді, бұл ең ыстық әрі тығыз газды сипаттайды, ал $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ үшін T_{rot} = 138 ± 45 К алынған, ол салыстырмалы түрде салқынырақ әрі кеңейтілген затқа тән. Жалпы алғанда, бұл нәтижелер G350.29+0.12 А нысаны белсенді массивті жұлдыз түзілу процесінен өтіп жатқан айналмалы ыстық молекулалық ядро екенін көрсетеді.

Тірек сөздер: массивті жұлдыз түзілу аймағы; молекулалық сәулелену; PV талдауы; айналмалы температура; ыстық молекулалық ядро.

¹Абдирахман А.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0002-0532-964,

e-mail: armiyaqzyaidana@gmail.com

^{1,2}*Омар А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5604-3742,

*e-mail: omaruzhan@gmail.com

¹Ислям Ж.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0006-5496-4501,

e-mail: islyamovzhomart@gmail.com

^{1,2}Алимгазинова Н.,

к.ф.-м.н., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855,

e-mail: Nazgul.Alimgazinova@kaznu.kz

^{1,2}Демессина А А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338

e-mail: aizat.dem@gmail.com

¹Нодяров А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0045-5457,

e-mail: nodyarov.atilkhan@gmail.com

³Туяқбаева Д.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0003-8572-1850,

e-mail: duria1510@outlook.com

^{2,4}Манапбаева А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509,

e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com

¹Адилжан К.,

докторант, ORCID ID: 0000-0003-4136-3935,

e-mail: kami_adilzhan@mail.ru

⁵Шаймолдин Н.,

докторант, ORCID ID: 0000-0001-9557-8590,

e-mail: nurzhan@xao.ac.cn

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

²Институт экспериментальной и теоретической физики,

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

³Университет имени Ш. Уалиханова, г. Кокшетау, Казахстан

⁴Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан

⁵Астрономическая обсерватория Синьцзянского отделения Китайской академии наук,
г. Урумчи, Китай

АНАЛИЗ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ЛИНИЙ В ОБЛАСТИ G23.21–0.38 ПО ДАННЫМ ALMA: СВИДЕТЕЛЬСТВА ВРАЩЕНИЯ И ГРАДИЕНТОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Аннотация

Мы представляем наблюдения континуума на длине волны 1.3 мм с высоким угловым разрешением, а также молекулярных линий в области массивного звездообразования G350.29+0.12, выполненные с использованием вращательных переходов CH_3CN и $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$. Континуумное излучение разрешает два основных ядра: яркое компактное северное ядро G350.29+0.12 А и более слабое южное ядро G350.29+0.12 В. Ядро А демонстрирует шесть компактных субструктур, вложенных в более протяженное излучение. Обнаружены множественные К-компоненты переходов CH_3CN $J = 14 \rightarrow 13$ и $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$ $J = 14 \rightarrow 13$, при этом излучение преимущественно исходит из ядра А. Карты момента 0 для CH_3CN показывают, что интегральные интенсивности достигают максимума в положении основного континуумного источника, указывая на то, что молекулярное излучение трассирует теплый и плотный газ. Карты момента 1 выявляют выраженный градиент скорости порядка ~ 2 км/с через ядро А, ориентированный с северо-запада на юго-восток, тогда как карты момента 2 демонстрируют зависящие от К-компоненты вариации дисперсии скоростей. Диаграммы положение–скорость дополнительно указывают на организованные вращательные движения, проявляющиеся в виде компактной скоростной структуры с центральным максимумом и систематическими градиентами. Анализ вращательной температуры дает $T_{\text{rot}} = 360.6 \pm 34.8$ К для CH_3CN , что указывает на наиболее горячий и плотный газ, и $T_{\text{rot}} = 138 \pm 45$ К для $\text{CH}_3^{13}\text{CN}$, что согласуется с более холодным и протяженным веществом. В совокупности эти результаты демонстрируют, что G350.29+0.12 А является вращающимся горячим молекулярным ядром, находящимся на стадии активного массивного звездообразования.

Ключевые слова: область массивного звездообразования, молекулярное излучение, анализ PV, вращательная температура, горячее молекулярное ядро.

UDC 524.3
IRSTI 41.25.29

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-346-357>

^{1,2}**Alimgazinova N.Sh.**,
Cand. Phys.-Math. Sc., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855
e-mail: Nazgul.Alimgazinova@kaznu.kz
^{2,3}**Manapbayeva A.B.**,
PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509
e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com
^{1,2*}**Omar A.Zh.**,
PhD, ORCID ID: 0000-0002-5604-3742
*e-mail: omaruzhan@gmail.com
^{1,2}**Demessinova A.M.**,
PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338
e-mail: aizat.dem@gmail.com
^{1,2}**Turekhanova K.M.**,
Cand. Phys.-Math. Sc., ORCID ID: 0000-0003-4662-7290
e-mail: kunduz@physics.kz
¹**Abildayev N.E.**
ORCID ID: 0009-0009-1934-4907
e-mail: nurlanabildaev833@gmail.com.

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

²Institute of Experimental and Theoretical Physics,

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,

³Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan,

STUDY OF THE W40 STAR-FORMING REGION BASED ON OBSERVATIONS BY THE WISE INFRARED SPACE TELESCOPE

Abstract

The study of the mechanisms of star formation and evolution is based on comprehensive research into interstellar regions, including the analysis and identification of young stellar objects (YSOs). The identification of young stellar objects by their radiation at various wavelengths in the infrared range is a relatively recent development - the first studies in this field appeared only at the end of the 20th century. The development of this field has been made possible by improvements in observation techniques and data processing methods, the acquisition of more reliable characteristics of stellar sources, and the creation of catalogs containing extensive arrays of information about cosmic objects. In this study, the star-forming region W40 of the Aquilla molecular cloud was investigated in the infrared wavelength range to detect previously unidentified young stellar objects at various stages of evolution. Identification was carried out using two approaches: photometric criteria and spectral indices. This made it possible to more reliably identify the evolutionary stages of 37 newly discovered and previously unexplored YSO candidates (5 objects of class I, 2 objects of class II, 4 objects – class “transitional disks” and 26 objects — class III), which indicates an active and ongoing process of star formation in W40.

Keywords: W40 star-forming region, infrared radiation, wise, young stellar objects (ysos), evolutionary stage.

Received: November 27, 2025; accepted: March 12, 2026.

Introduction

The identification of young stellar objects based on their radiation at various wavelengths in the infrared range is a relatively recent development, with the first studies appearing only at the end of the 20th century. The development of this field has been made possible by improvements in observation techniques and methods, the emergence of more reliable data on stellar objects and the creation of catalogs containing extensive arrays of information about cosmic objects.

Early studies on identifying young stellar objects (YSOs) were based on analyzing the energy distribution in spectra (EDS) [1]. Later, criteria based on radiation fluxes in the near- and mid-infrared ranges obtained from the 2MASS ground-based survey and observations by the Spitzer, WISE, and Herschel space telescopes began to be widely used for this purpose. Currently, YSO identification algorithms based on established infrared color-color and color-magnitude selection criteria are actively applied [2–5].

However, there is still no universal method that fully satisfies all identification criteria applicable to various observational data. Based on previous studies of other regions of the interstellar medium, various identification methods were applied to determine the true YSOs in the W40 star-forming region [6–9].

The Aquila molecular cloud, or Aquila Rift complex, is an area of the sky located in the constellations Aquila, Serpens Cauda and Ophiuchus and includes dark interstellar clouds. The Aquila Rift forms an elongated structure oriented from northeast to southwest. This region is part of the Great Rift, the closest dark cloud of interstellar dust to us, which obscures the central part of the Milky Way's galactic plane, extending towards its inner and radial sectors.

Numerous star-forming regions have been discovered in the Aquila cloud complex, grouped into two main zones: Aquila-North (within galactic coordinates for latitude b from 2° to -6° and longitude l from 29° to -34°) and Aquila-South (galactic latitude b occupies the region from 2° to -5° and longitude l from 26° to -30°) [10]. In the northern part of the complex, Aquila-North, the Serpens Main and Serpens B clusters stand out [11–13]. The southern region, Aquila-South, is characterized by the presence of three key star-forming centers: Serpens South, W40 and MWC297 [12, 13].

Determining the distance to the Aquila cluster has been the subject of numerous early studies, but these works showed significant discrepancies [13–16]. For example, the stellar photometry method in study yielded an estimate of about 255 pc, while X-ray analysis and HR diagram analysis indicated a distance of more than 350 pc [12, 17]. Significant progress was made thanks to VLBI observations, which made it possible to measure the parallaxes of stars in Serpens Main and obtain a distance of about 415 pc [18]. In subsequent years, with the development of VLBI and the emergence of data from the Gaia mission, it became possible to take measurements at even greater distances with higher accuracy. In particular, Gould's Belt used 8 years of VLBI data to demonstrate that individual clouds, such as Serpens Main, W40 and Serpens South, are physically connected and form a single cloud structure at an average distance of 436 ± 9 pc [19]. The VLBI distances obtained are also confirmed by later Gaia data [20, 21].

During the Gould's Belt study, the Aquila complex was surveyed using the Herschel telescope [22]. The survey covered an area of 3.30×3.30 angular degrees and included the creation of maps in the far-infrared range. These maps, obtained in five bands from 70 to 500 μm , had high spatial resolution and sensitivity. For data analysis, dust thermal radiation was modeled using a modified blackbody function, which allowed for the creation of column density and temperature maps. Figure 1 shows a dust temperature map for the Aquila region. Analysis of the map showed that areas where stars are actively forming, such as Serpens Main, Serpens B, and Serpens South, are characterized by high dust density and relatively low temperatures. At the same time, in the more developed HII W40 region, the dust temperature was higher than in the surrounding areas. The study revealed many new protostars and pre-stellar cores concentrated in three main star-forming regions: a filamentary molecular cloud centered on Serpens South, the eastern part of HII W40/Sh2-64 and the MWC 297/Sh2-62 region located to the south.

W40 is a young star cluster closely associated with an HII region [25, 26]. This cluster, formed in a giant molecular cloud with a mass of about 1.4×10^5 solar masses, is surrounded by a diffuse nebula consisting of interstellar gas [27–29]. Most of this gas was scattered during the process of star formation. The massive OB stars born in W40 ionized the surrounding gas, forming an hourglass-shaped HII region. Due to the strong absorption of light by the dust of the molecular cloud, W40 is not accessible for observations in the visible range. Therefore, X-ray, infrared and radio observations are used to study star formation processes in this region, located at a distance of 1420 ± 30 light-years and one of the closest sites of massive O and B star formation. In particular, observations of ammonia (NH_3) emission are widely used to trace dense molecular gas and to investigate the temperature and kinematic structure of star-forming regions such as W40 [30, 31].

Thus, studying the W40 star-forming region of the Aquila Rift complex across a wide range of wavelengths and using a variety of methods could become an important research area in the study of the early stages of star formation on a large scale.

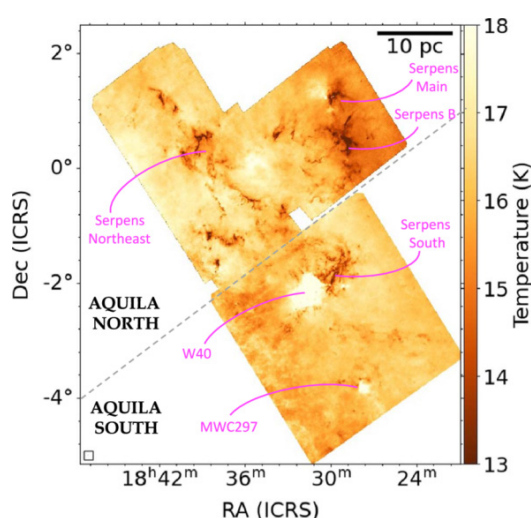


Figure 1 – Dust temperature map of the Aquila molecular clouds obtained using the Herschel telescope [23]

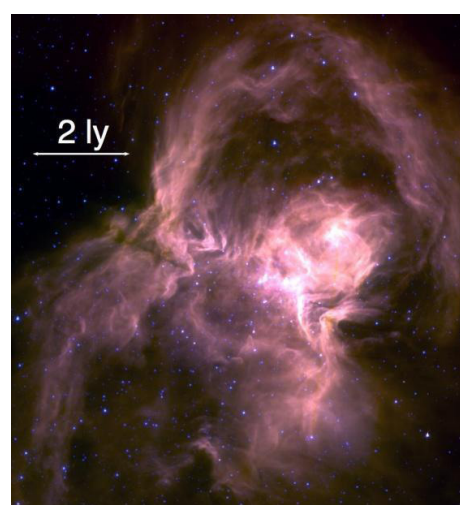


Figure 2 – Image of the W40 star-forming region obtained by the Spitzer Space Observatory [24]

Materials and methods

An analysis of the literature on the W40 star-forming region allowed the determination of its central coordinates and angular dimensions. Based on these data, the search radius for young stellar objects (YSOs) relevant to this study was established. For the W40 H II region, with apparent dimensions of $17' \times 30'$, the equatorial coordinates of the center are $\text{RA (J2000)} = 18^{\text{h}}31^{\text{m}}29^{\text{s}}$ and $\text{Dec (J2000)} = -02^{\circ}05'36''$ [31].

This study used data from large-scale infrared surveys 2MASS and WISE (Wide-Field Infrared Survey Explorer). Near-infrared observations in the J ($1.25 \mu\text{m}$), H ($1.65 \mu\text{m}$), and Ks ($2.17 \mu\text{m}$) bands obtained by 2MASS are presented in the 2MASS All-Sky Point Source Catalog [32]. WISE survey data are included in the AllWISE catalog, which provides flux measurements in the W1 ($3.4 \mu\text{m}$), W2 ($4.6 \mu\text{m}$), W3 ($12 \mu\text{m}$), and W4 ($22 \mu\text{m}$) bands [33].

Summary information on the region and the infrared sources detected within the specified radius is given in Table 1.

To conduct this study, it was necessary to exclude false infrared sources, so objects were selected from the above-mentioned catalogs that contained reliable non-zero radiation fluxes, with a flux error not exceeding 0.2 mag. In addition, considering that in the AllWISE catalog, sources with a signal-to-noise ratio higher than 3 have a quality flag of A or B, objects corresponding to this criterion were selected.

However, as noted, some of the objects selected based on flux quality criteria may be “false” sources, mainly associated with the radiation of interstellar medium structures [34]. The exclusion of such objects is crucial for the correct determination of the number of YSOs associated with star-forming regions. Therefore, all infrared sources were additionally subjected to visual inspection. The analysis was performed on both single-band images in the W3 band (12 μ m) and composite images of three WISE bands (W1, W2, W3). An infrared source was classified as “fake” if there was no distinct point object in the W3 image corresponding to the source observed in the W1 and W2 images. As expected, most of the false sources were associated with gradients or diffuse radiation structures at a wavelength of 12 μ m.

Table 1 – Object search parameters

Region	R.A. Range (deg)	Decl. Range (deg)	Search radius (arcmin)	Number of objects found
W40	$277.73 \leq \alpha \leq 278.00$	$-02.095 \leq \delta \leq -02.107$	8	773

Results and discussion

First and foremost, for the purpose of this study, we excluded infrared sources that could mimic YSO signals, even though they are not genuine YSOs. To filter out such contaminants, we employed a methodology similar to that described, applying the criteria outlined in [35, 36].

Sources associated with galaxies exhibiting active star formation were first excluded. These galaxies are characterized by strong emission from polycyclic aromatic hydrocarbons (PAHs), produced when hydrogen interacts with cosmic dust in evolved stars. PAH radiation from these galaxies has a pronounced red tint (for example, the color index $W23 = W2 - W3$ demonstrates a large value) and as a rule, weaker than that of typical LSMAs. Active galactic nuclei (AGNs) can also act as sources of data contamination, since their radiation in the mid-infrared range is similar to that of LSMAs. However, within a distance of about 5 kpc from us, AGN radiation is generally weaker than that of typical LSMAs. Since our study area is located at a distance of less than 1 kpc, this factor becomes critically important for our sample. In addition to the above, infrared radiation can also be generated by charged particles at shock wave fronts and polycyclic aromatic hydrocarbons (PAHs) in the interstellar medium. Thus, all possible contaminants that are not stellar objects were excluded.

An algorithm based on the methodology described, was used to identify protostars in the W40 star-forming region [35]. Young stars were classified according to their evolutionary stages: class 0 (protostars), classes I and II, transitional disks, and class III. Class 0 YSOs are the earliest class of YSO evolution, characterized by the stage of star development before the onset of thermonuclear burning. Protostars are hidden by a gas-dust shell, but actively increase their mass through accretion. Class I protostars are characterized by the presence of a massive circumstellar shell, which gradually dissipates as they evolve. In class II protostars, radiation is mainly caused by an optically thick circumstellar disk [1, 36]. Class III protostars show very weak excess infrared radiation. Often, such sources cannot be distinguished from young main sequence stars using only infrared observations. In addition to Class I–III objects, there is also a class of “transitional disks.” These are believed to be systems with a partially cleared inner disk and a massive, optically dense outer disk. The age of transitional disks has not been precisely determined, as various possible scenarios for their origin are being discussed. The most common hypothesis is that transitional disks are an intermediate stage between class II and III objects. Identification in this work was carried out in accordance with this classification.

Based on the fact that YAGs are located in the same region of the color diagram as protostars, the latter were identified using photometric criteria from sources that had previously been classified as YAG candidates. Protostars (young stellar objects of class 0) emit brighter than most galaxies, which suggests their dominant flux in the W4 band. To identify protostars by photometric criteria, conditions based on fluxes in all bands (W1, W2, W3, W4) are used.

The identification of young stellar objects of classes I and II was performed using the first three infrared bands W1, W2 and W3. Stars of these classes can also be identified using reliable non-zero fluxes in the near-infrared range based on 2MASS data [35].

To identify young stellar objects in the transition stage between classes II and III, known as “transitional disks,” criteria based on data from all four bands (W1, W2, W3, and W4) were applied. Objects that do not meet the photometric criteria for protostars, class I and II objects or “transitional disks” are classified as class III objects.

All objects selected using the above algorithm were re-checked for the presence of AAG using criteria based on color indices and stellar magnitudes in all four bands of the AllWISE catalog. As a result, according to WISE and 2MASS data, the following were identified for the W40 region: 17 objects as Class I YSOs, 39 as Class II, 12 with signs of “transitional disks” and 77 as Class III.

A study of literary sources and astronomical catalogs (including SIMBAD [37] and IRSA [38]) for each identified object revealed that young stellar objects had previously been studied in the Aquila molecular cloud, particularly in the W40 region. These studies were based on data obtained from the ALMA observatory, as well as the Spitzer and Herschel space telescopes [39–43].

For region W40, out of the 17 candidates for young stellar objects of class I that we identified, 9 objects were found in astronomical catalogs and assigned the status of “Young Stellar Object Candidate.” Of the 39 candidates for young stellar objects of class II that we identified: 24 objects are “Young Stellar Object Candidates,” 3 objects are “Young Stellar Objects,” 2 objects are designated “Star” without specifying the spectral type, 1 object is designated “Far-IR source” without specifying the evolutionary status, and 1 object is identified as “Dense Core.” Thus, out of 56 Class I and II objects, we confirmed the status of 38 objects (“YSO” and “star”), while for 20 objects, the search did not yield any information regarding their evolutionary status and studies conducted. A review and search for information on candidates in the remaining classes (77 — class III, 12 — transitional disks) showed that 17 objects have the status “Young Stellar Object Candidate” and 2 objects are “Young Stellar Objects.” Also, 1 object is a “Radio Source” and 3 objects are “Stars” without specifying the spectral type.

Figure 3 shows a color diagram for all YSO candidates identified in this study, taking into account objects found with known statuses of “Young Stellar Object Candidate” and “Young Stellar Object.” The filled figures are newly identified YSO candidates. As can be seen from the diagram, most of the YSO candidates we identified lie in the areas of the diagram corresponding to their evolutionary class. The discrepancy in the diagram does not indicate an incorrect determination of the evolutionary stage of the YSO; it only emphasizes the importance of using various methods to identify true YSO candidates.

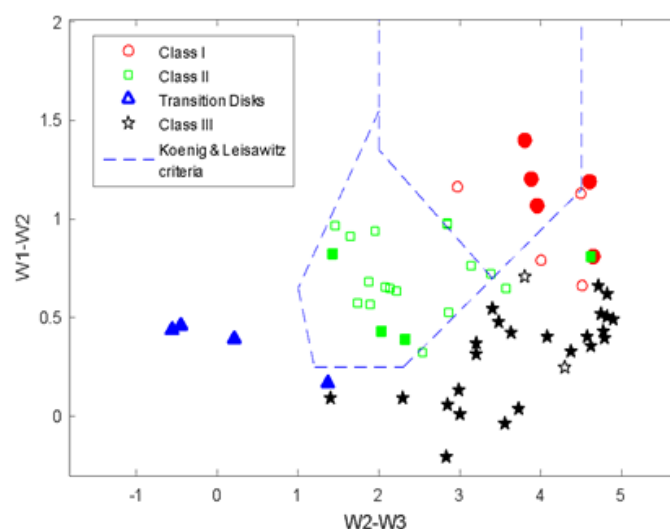


Figure 3 – Color-color diagram of candidates in the YSO

To further refine the sample and distinguish genuine YSOs from contaminants, we apply the spectral index classification criteria.

Thus, our testing based on photometric criteria of the WISE and 2MASS infrared surveys allowed us to discover 37 previously unidentified objects in the W40 region that are candidates for YSOs. Now, to identify the true YSOs, it is necessary to check them against the spectral index identification criteria.

In this classification, the YSO calculates the slope of the RES, i.e., determines the spectral index: $\alpha = d \log(\lambda F_{\lambda}) / d \log(\lambda)$. Typically, the inclination of the RES is measured between ~ 2 and $20 \mu\text{m}$, since the use of mid-IR RES streams allows the IR radiation of the disk and the inner shell of the YSO to be measured. Differences in the inclination of the RES for different classes of protostars are explained by the evolution of their circumstellar environment as they age. This evolution, in turn, causes changes in the shape of their RES, manifested as infrared excesses that arise due to the presence of optically thick disks.

In the standard classification of YSOs [1], several classes are distinguished based on the slope of the RES: Class I— $\alpha \geq 0.3$; Class II— $-1.6 \leq \alpha < -0.3$; Class III — $\alpha < -1.6$ and objects with a flat spectrum — $-0.3 \leq \alpha < 0.3$. Class I MROs have an ascending or nearly flat spectrum in the wavelength range from 3 to $22 \mu\text{m}$. Class II LEOs have a decreasing spectrum in this wavelength range. Class III LEOs exhibit very weak excess infrared radiation. Transitional disks are sources that exhibit a small excess of radiation in the near-infrared range ($1\text{--}10 \mu\text{m}$) or none at all, but have a pronounced excess in the wavelength range above $10\text{--}20 \mu\text{m}$ [44].

In this study, three methods based on the use of WISE and Spitzer flux data were applied to determine the spectral index.

For the first method, for all previously identified YSOs with values available in all four WISE bands, we used the equation for finding the spectral index according to [45]:

$$\alpha_M = 0.36(W1 - W2) + 0.58(W2 - W3) + 0.41(W3 - W4) - 2.90 \quad (1)$$

The fluxes in the bands are presented in magnitudes. The numerical coefficients are a combination of conversion factors between magnitude and flux density at the corresponding wavelengths and weighting factors. Essentially, this is a weighted average of the slopes obtained between successive pairs of WISE bands. Such a slope measurement can mitigate the effects of absorption due to nearly identical absorption coefficients across the entire WISE wavelength range, i.e.,

$$\alpha_{4.5,24} = \frac{d \log(\lambda F_{\lambda})}{d \log(\lambda)} = \frac{\log[24 F_{\lambda}(24 \mu\text{m})] - \log[4.5 F_{\lambda}(4.5 \mu\text{m})]}{\log(24) - \log(4.5)} \quad (2)$$

The second method for determining the spectral index is based on using only data from the two WISE bands. Since the RES between the two bands is poorly approximated by a power law, we calculate the spectral index at two endpoints by simply measuring the slope between W1 and W4 according to [34]:

$$\alpha_w = 0.488(W1 - W4) - 2.915 \quad (3)$$

In this equation, the numerical coefficients simply arise from the conversion of the required value into flux density.

To minimize attenuation effects, it is necessary to use bands centered on wavelengths greater than $4.5 \mu\text{m}$ [21]. Therefore, we applied the third method for determining the spectral index, which is based on the use of fluxes in the Spitzer/IRAC $4.5 \mu\text{m}$ and Spitzer/MIPS $24 \mu\text{m}$ bands. We determine the spectral index through the flux densities [23].

$$A_{W[1.4]} \approx 0.5 A_k \quad (4)$$

Fluxes are expressed in mJy, and wavelengths are given in μm . For some YSO candidates, complete Spitzer measurements were not available in the catalogs, making it impossible to determine the spectral index α 4.5,24 for these sources.

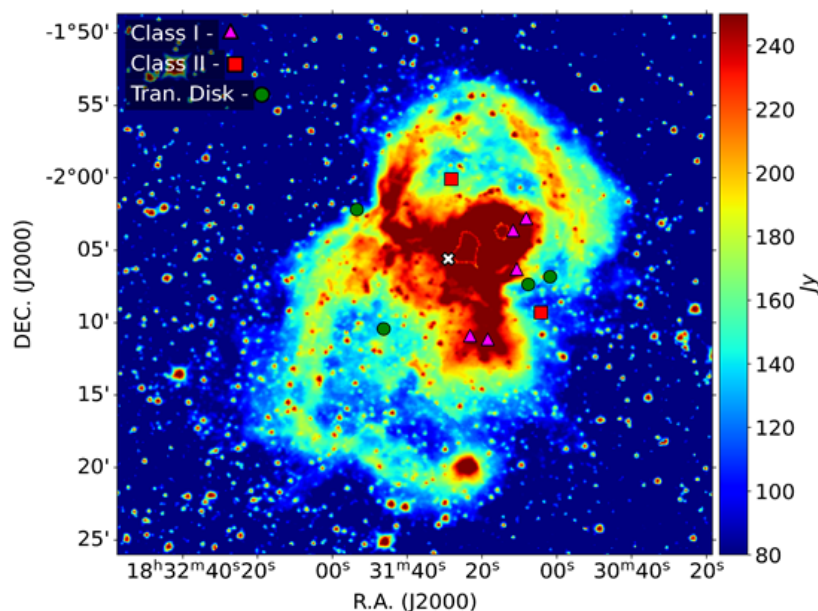


Figure 4 – Spatial distribution of early-class YSO candidates on the integrated emission intensity map of the W40 region in all four WISE bands

Based on the above classification, we determined the evolutionary stage for each previously identified candidate MZs using all three methods for determining the spectral index. Our study shows that classifying YSOs using either the spectral index or WISE colors leads to a similar selection of YSOs. For classes I and II, the stages are practically the same, while for most class III objects, we observe spectral index values corresponding to class I. Given that the Aquila molecular cloud is located near the galactic disk and based on the results, we suggest that the erroneous evolutionary stage is due to the fact that the YSOs we found are located close to the disk plane and are older objects with optically thick disks, and therefore may have Class I RES [46, 47]. This corresponds to the physical nature of Class III YSOs, as they are practically already formed young stars.

An analysis of the correspondence of evolutionary classes by object (previously identified as I, II, and transitional disks) showed that for the method of determining the spectral index based on Spitzer data, it does not exceed 23% for the W40 region, while based on WISE data, it exceeds 77%. This confirms the conclusions which also obtained a good estimate of the spectral index using WISE photometry [34]. Based on this, we selected only those objects that are well consistent with the previously specified classes. For transitional disks, we accepted the best match at a spectral index belonging to class II or III.

Figure 4 presents the spatial distribution of newly identified YSO candidates. The central coordinate of the region, used as the reference for the search, is marked with a white cross. Class I sources are shown as pink triangles, Class II sources as red squares, and transitional disks as green circles.

Table 2 presents information on candidates for YSOs of early spectral classes (Class I – 5, Class II – 2, and “transitional disks” – 4). For Class III, only those candidates for YSOs were selected whose spectral index corresponded to the previously defined stage of evolution.

Table 2 – Candidates for early evolutionary stages of YSO

AllWISE	RAJ2000	DEJ2000	W1	W2	W3	W4	YSO
	deg	deg	mag	mag	mag	mag	
J183110.70-020618.7	277,795	–2,105	11,255	10,064	5,456	2,491	I
J183111.69-020337.8	277,799	–2,060	9,420	8,021	4,223	–3,32	I
J183123.17-021053.9	277,847	–2,182	11,136	10,323	5,673	4,842	I
J183108.18-020248.1	277,784	–2,047	11,145	10,080	6,129	1,431	I
J183118.46-021108.8	277,827	–2,186	10,371	9,171	5,283	2,762	I
J183128.17-020005.3	277,867	–2,001	10,191	9,799	7,470	3,005	II
J183104.22-020918.0	277,768	–2,155	11,366	10,54	9,113	6,059	II
J183107.63-020721.5	277,782	–2,123	8,663	8,226	8,777	4,215	Tr.D
J183146.26-021025.9	277,943	–2,174	9,379	9,211	7,848	5,836	Tr.D
J183101.78-020649.6	277,757	–2,114	9,184	8,791	8,582	4,828	Tr.D
J183153.45-020212.0	277,972	–2,037	8,436	7,980	8,435	5,230	Tr.D

Conclusion

In this work, we present the results of the search and identification of YSOs in the W40 star-forming region, part of the Aquila molecular cloud. Identification was carried out using photometric criteria and spectral indices, allowing a more reliable determination of the evolutionary stages of the newly discovered YSO candidates.

As a result, 37 previously unstudied candidates were found, indicating an active and ongoing star formation process in W40. The obtained results complement existing knowledge of the structure of the Aquila Rift complex and contribute to the understanding of the mechanisms of star formation at early evolutionary stages.

Information on funding. This research was funded by the Science Committee of the Ministry of science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489575).

REFERENCES

- 1 Lada, C.J. Star formation: from OB associations to protostars. IAU Symposium, 115, 1–17 (1987). <https://doi.org/10.1017/S0074180900094766>
- 2 Allen, L.E., et al. Initial results from the Spitzer Young Stellar Cluster Survey. Astrophysical Journal Supplement Series, 154 (1), 367–373 (2004). <https://doi.org/10.1086/422823>
- 3 Gutermuth, R.A., et al. The Spitzer Gould Belt Survey of large nearby interstellar clouds: discovery of a dense embedded cluster in the Serpens–Aquila Rift. Astrophysical Journal, 673 (2), L151–L154 (2008). <https://doi.org/10.1086/528710>
- 4 Koenig, X.P., and Leisawitz, D.V. A classification scheme for young stellar objects using the Wide-field Infrared Survey Explorer AllWISE catalog: revealing low-density star formation in the outer Galaxy. Astrophysical Journal, 791 (2), 131 (2014). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/791/2/131>
- 5 Fischer, W.J., et al. A WISE census of young stellar objects in Canis Major. Astrophysical Journal, 827 (2), 96 (2016). <https://doi.org/10.3847/0004-637X/827/2/96>
- 6 Manapbaeva, A.B., Esimbek, J., Alimgazina, N.Sh., Kyzgarina, M.T., and Atamurat, A.B. N22 shan kopirshikteri zhanyndagy zhas zhuldyz obektlerin anyqtau. Izvestiya Nacional'noj Akademii Nauk Respubliki Kazakhstan. Seriya Fiz-Mat, 3 (337), 96–105 (2021). (in Kazakh). <https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.51>

7 Nazar, A.B., Manapbaeva, A.B., Alimgazina, N.Sh., Kyzgarina, M.T., and Demessinova, A.M. Identification of young star objects near dust bubble N10. *Recent Contributions to Physics*, 4 (83), 13–20 (2022). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v83.i4.02>

8 Alimgazina, N.Sh., Sharipbay, N.A., Kyzgarina, M.T., Manapbaeva, A.B., Turekhanova, K.M., Omar, A.Zh., Demessinova, A.M., and Alibek, A.A. Study of the N126 dust bubble in the infrared wavelength range. *Recent Contributions to Physics*, 2, 19–26 (2024). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2024v89i2-03>

9 Alimgazina, N.Sh. Young stellar objects in the region of dust bubble N1. *Recent Contributions to Physics*, 1 (92), 50–60 (2025). <https://doi.org/10.26577/RCPH20259215>

10 Reipurth, B., et al. *Handbook of Star Forming Regions. Volume I: The Northern Sky* (San Francisco, CA: Astronomical Society of the Pacific, 2008), 1023 p. ISBN: 978-1-58381-670-7

11 Komesch, T., Esimbek, J., Baan, W., Zhou, J., Li, D., Wu, G., He, Y., Sailanbek, S., Tang, X., and Manapbayeva, A. H₂CO and H110 α observations toward the Aquila Molecular Cloud. *The Astrophysical Journal*, 874 (2), 172 (2019). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab0ae3>

12 Tursun, K., Esimbek, J., Henkel, C., Tang, X., Wu, G., Li, D., et al. Ammonia observations towards the Aquila Rift cloud complex. *Astronomy & Astrophysics*, 643, A178 (2020). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202037659>

13 Komesch, T., Baan, W., Esimbek, J., Zhou, J., Li, D., Wu, G., He, Y., Rosli, Z., and Ibraimov, M. Studies of the distinct regions due to CO selective dissociation in the Aquila molecular cloud. *Astronomy & Astrophysics*, 644, A46 (2020). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202038632>

14 Bontemps, S., et al. The Herschel first look at protostars in the Aquila Rift. *Astronomy & Astrophysics*, 518, L85 (2010). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201014661>

15 Kirk, H., Myers, P.C., Bourke, T.L., et al. Filamentary accretion flows in the embedded Serpens South protocluster. *Astrophysical Journal*, 766 (2), 115 (2013). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/766/2/115>

16 Könyves, V., André, P., Men'shchikov, A., et al. A census of dense cores in the Aquila Cloud Complex: SPIRE/PACS observations from the Herschel Gould Belt Survey. *Astronomy & Astrophysics*, 584, A91 (2015). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525861>

17 Straizys, V., Černis, K., and Bartašiūtė, S. Interstellar extinction in the direction of the Aquila Rift. *Astronomy & Astrophysics*, 405 (2), 585–590 (2003). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20030599>

18 Dzib, S., et al. VLBA determination of the distance to nearby star-forming regions. IV. A preliminary distance to the proto-Herbig Ae/Be star EC 95 in the Serpens Core. *Astrophysical Journal*, 718 (2), 610–619 (2010). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/718/2/610>

19 Ortiz-León, G.N., Dzib, S.A., and Kounkel, M.A. The Gould's Belt Distances Survey (GOBELINS). *Astrophysical Journal*, 834 (2), 143 (2017). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/834/2/143>

20 Ortiz-León, G.N., Loinard, L., Dzib, S.A., et al. Gaia-DR2 confirms VLBA parallaxes in Ophiuchus, Serpens, and Aquila. *Astrophysical Journal Letters*, 869 (2), L33 (2018). <https://doi.org/10.48550/arXiv.1812.02360>

21 Anderson, A.R., Williams, J.P., van der Marel, N., et al. Protostellar and protoplanetary disk masses in the Serpens region. *Astrophysical Journal*, 938 (1), 55 (2022). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.08731>

22 André, P., Men'shchikov, A., et al. From filamentary clouds to prestellar cores to the stellar IMF: Initial highlights from the Herschel Gould Belt Survey. *Astronomy & Astrophysics*, 518, L102 (2010). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201014666>

23 Pokhrel, R., Megeath, S.T., et al. Extension of HOPS out to 500 pc (eHOPS). I. Identification and modeling of protostars in the Aquila molecular clouds. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 266 (2), 32 (2023). <https://doi.org/10.3847/1538-4365/acbfac>

24 Spitzer Heritage Archive. Available at: <http://sha.ipac.caltech.edu/applications/Spitzer/SHA> (accessed March 13, 2026).

25 Smith, J., et al. Infrared sources and excitation of the W40 complex. *Astrophysical Journal*, 291, 571–580 (1985). <https://doi.org/10.1086/163097>

26 Komesch, T., Garay, G., Henkel, C., Omar, A., Estalella, R., Assembay, Z., et al. Infall motions in the hot core associated with the hypercompact H II region G345.0061+01.794 B. *The Astrophysical Journal*, 967 (1), 15 (2024). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad3e7b>

27 Shen, H., Esimbek, J., Henkel, C., Li, D.L., Zhou, J.J., He, Y.X., Tang, X.D., Wu, G., Komesch, T., Tursun, K., Zhou, D.D., Ma, Y., Sailanbek, S., and Berdikhan, D. Triggered and dispersed under feedback of super H II region W4. *Astronomy & Astrophysics*, 693, A21 (2025). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202450914>

- 28 Omar, A., Abdirakhman, A., Alimgazinova, N., Kyzgarina, M., Naurzbayeva, A., Islyam, Z., Turekhanova, K., Demessinova, A., and Manapbayeva, A. ALMA Observations of G333.6–0.2: Molecular and Ionized Gas Environment. *Galaxies*, 13 (4), 73 (2025). <https://doi.org/10.3390/galaxies13040073>
- 29 Pirogov, L., et al. Molecular-line and continuum study of the W40 cloud. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 436, 3186–3199 (2013). <https://doi.org/10.1093/mnras/stt1802>
- 30 Su, Y., et al. Local molecular gas toward the Aquila Rift region. *Astrophysical Journal*, 893 (2), 91 (2020). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7fff>
- 31 Mallick, M., et al. The W40 region in the Gould Belt: An embedded cluster and H II region at the junction of filaments. *Astrophysical Journal*, 779 (2), 113 (2013). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/779/2/113>
- 32 VizieR Catalog. URL: <https://vizier.cds.unistra.fr/viz-bin/VizieR?-source=II/246> (accessed March 13, 2026).
- 33 AllWISE Data Release (Cutout). URL: <https://vizier.cds.unistra.fr/viz-bin/VizieR-3?-source=II/328/allwise> (accessed March 13, 2026).
- 34 Kang, S.-J., Kerton, C.R., Choi, M., and Kang, M. A comparative observational study of YSO classification in four small star-forming H II regions. *Astrophysical Journal*, 845 (1), 21 (2017). <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aa7da3>
- 35 Koenig, X.P., and Leisawitz, D.V. A classification scheme for young stellar objects using the Wide-field Infrared Survey Explorer AllWISE catalog: revealing low-density star formation in the outer Galaxy. *Astrophysical Journal*, 791 (2), 131 (2014). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/791/2/131>
- 36 Greene, T.P., Wilking, B.A., André, P., Young, E.T., and Lada, C.J. Further mid-infrared study of the ρ Ophiuchi cloud young stellar population: Luminosities and masses of pre-main-sequence stars. *Astrophysical Journal*, 434, 614–626 (1994). <https://doi.org/10.1086/174763>
- 37 SIMBAD Astronomical Database. URL: <https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/> (accessed March 13, 2026).
- 38 NASA/IPAC Infrared Science Archive (IRSA). URL: <https://irsa.ipac.caltech.edu/frontpage/> (accessed March 13, 2026).
- 39 Komesch, T., et al. ALMA observations of the environments of G333.0162+00.7615. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 17 (S373), 35–38 (2021). <https://doi.org/10.1017/S1743921323000121>
- 40 Assembay, Z., et al. ALMA observations of the environments of G301.1364–00.2249 A. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 18 (S380), 204–206 (2022). <https://doi.org/10.1017/S1743921323002624>
- 41 Pokhrel, R., Megeath, S.T., Gutermuth, R., et al. Extension of HOPS out to 500 parsecs (eHOPS). I. Identification and modeling of protostars in the Aquila molecular clouds. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 266 (2), 32 (2023). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2209.12090>
- 42 Abdullayev, Z., Komesch, T., Grossan, B., Abdikamalov, E., Maksut, Z., Krugov, M., Myrzakul, S., et al. Early-time optical spectral shape measurements of GRB 200925B. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica (Serie de Conferencias)*, 59, 109–113 (2025). <https://doi.org/10.22201/ia.14052059p.2025.59.20>
- 43 Könyves, V. The Aquila prestellar core population revealed by Herschel. *Astronomy & Astrophysics*, 518, L106 (2010). <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201014689>
- 44 Strom, K.M., Strom, S.E., Edwards, S., Cabrit, S., Skrutskie, M.F., et al. Circumstellar material associated with solar-type pre-main-sequence stars: A possible constraint on the timescale for planet building. *Astronomical Journal*, 97 (5), 1451–1470 (1989). <https://doi.org/10.1086/115085>
- 45 Marton, G., Verebelyi, E., Kiss, C., and Smidla, J. Newly identified YSO candidates towards the LDN 1188. *Astronomische Nachrichten*, 334 (9), 924–927 (2013). <https://doi.org/10.1002/asna.201311960>
- 46 Straizys, V., Černis, K., and Bartasiūtė, S. Interstellar extinction in the direction of the Aquila Rift. *Astronomy & Astrophysics*, 405 (2), 585–590 (2003). <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20030599>
- 47 Robitaille, V.P., Whitney, B.A., Indebetouw, R., Wood, K., and Denzmore, P. Interpreting spectral energy distributions from young stellar objects. II. Fitting observed SEDs using a large grid of precomputed models. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 169 (2), 328–352 (2007). <https://doi.org/10.1086/512039>

^{1,2}**Алимгазинова Н.Ш.,**ф-м.ғ.к., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855,
e-mail: Nazgul.Alimgazinova@kaznu.kz^{2,3}**Манапбаева А.Б.,**PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509,
e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com^{1,2*}**Омар А.Ж.,**PhD, ORCID ID: 0000-0002-5604-3742,
*e-mail: omaruzhan@gmail.com^{1,2}**Демесинова А.М.,**PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338,
e-mail: aizat.dem@gmail.com^{1,2}**Туреханова К.М.,**ф-м.ғ.к., ORCID ID: 0000-0003-4662-7290,
e-mail: kunduz@physics.kz¹**Абилдаев Н.Е.**ORCID ID: 0009-0009-1934-4907,
e-mail: nurlanabildaev833@gmail.com.¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан,²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің Эксперименттік
және теориялық физика институты, Алматы қ., Қазақстан,³Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

W40 ЖҮЛДЫЗ ТҮЗІЛУ АЙМАҒЫН WISE ИНФРАҚЫЗЫЛ ҒАРЫШТЫҚ ТЕЛЕСКОПЫ БАҚЫЛАУЛАРЫМЕН ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Жұлдыздардың түзілуі мен эволюциясының механизмдерін зерттеу мен жас жұлдызды нысандарды (ЖЖН) анықтау – жұлдызаралық ортаның аймақтарын кешенді түрде қарастыруға негізделеді. Жас жұлдызды нысандардың сәулеленуін, инфрақызыл аралығының әртүрлі толқын ұзындықтары арқылы идентификациялау, салыстырмалы түрде жаңа бағыт. Бұл бағыттағы алғашқы зерттеулер XX ғасырдың соңында ғана пайда болды. Бақылау техникасы, деректерді өңдеу әдістері, жұлдызды көздердің физикалық сипаттамаларын анықтаудың сенімді әдістері мен ғарыштағы нысандар туралы көлемді ақпарат массивтерінен тұратын каталогтардың құрылуымен, осы бағыттың дамуы мүмкін болды. Бұл жұмыс Aquilla молекулалық бұлттың орналасқан W40 жұлдыз түзілу аймағынан эволюцияның әртүрлі кезеңіндегі бұрын анықталмаған жас жұлдызды нысандарды анықтау мен оларды тіркеу әдістерінің инфрақызыл зерттеулеріне арналған. Идентификациялау екі әдіс бойынша жүргізілді: фотометриялық алғышарттар мен спектралды индекстер негізінде. Бұл тәсілдер жас жұлдыздарға үміткер болатын 37 бұрын зерттелмеген жаңа нысанды және олардың эволюциялық кезеңдерін (5 нысан – I класс, 2 нысан – II класс, 4 нысан – «өтпелі дискілер» класы және 26 нысан – III класс) сенімді түрде анықтауға мүмкіндік берді. Алынған нәтижелер W40 аймағында жұлдыз түзілу құбылыстарының белсенді түрде жалғасып жатқанын көрсетеді.

Тірек сөздер: W40 жұлдыз түзілу аймағы, инфрақызыл сәулелену, WISE, жас жұлдызды нысандар, эволюциялық кезең.

^{1,2}Алимгазинова Н.Ш.,

к.ф.-м.н., ORCID ID: 0000-0002-4596-1855,

e-mail: Nazgul.Alimgazanova@kaznu.kz

^{2,3}Манапбаева А.Б.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-0322-1509,

e-mail: manapbayeva.arailym@gmail.com

^{1,2*}Омар А.Ж.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-5604-3742,

*e-mail: omaruzhan@gmail.com

^{1,2}Демесинова А.М.,

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5049-9338,

e-mail: aizat.dem@gmail.com

^{1,2}Туреханова К.М.,

к.ф.-м.н., ORCID ID: 0000-0003-4662-7290,

e-mail: kunduz@physics.kz

¹Абилдаев Н.Е.

ORCID ID: 0009-0009-1934-4907,

e-mail: nurlanabildaev833@gmail.com.

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,

²Институт экспериментальной и теоретической физики,

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,

³Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ W40 НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ ИНФРАКРАСНОГО КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛЕСКОПА WISE

Аннотация

Изучение механизмов образования и эволюции звезд основано на комплексных исследованиях областей межзвездной среды, включая анализ и идентификацию молодых звездных объектов (МЗО). Идентификация молодых звездных объектов по их излучению на различных длинах волн инфракрасного диапазона ведется относительно недавно – первые исследования в этой области появились лишь в конце XX века. Развитие данного направления стало возможным благодаря совершенствованию наблюдательной техники и методов обработки данных, получению более надежных характеристик звездных источников, а также созданию каталогов, содержащих обширные массивы информации о космических объектах. В данной работе было проведено исследование области звездообразования W40 молекулярного облака Aquilla в инфракрасном диапазоне длин волн на предмет обнаружения ранее не идентифицированных и находящихся на различных стадиях эволюции молодых звездных объектов. Идентификация проводилась с использованием двух подходов: по фотометрическим критериям и спектральным индексам. Это позволило более достоверно выявить эволюционные стадии впервые найденных и ранее неисследованных 37 кандидатов в МЗО (5 объектов – I класса, 2 объекта – II, 4 объекта – класса «переходные диски» и 26 объектов – III класса), что свидетельствует об активном и продолжающемся процессе звездообразования в W40.

Ключевые слова: область звездообразования W40, инфракрасное излучение, WISE, молодые звездные объекты (МЗО), эволюционная стадия.

UDC 533.9.082; 537.525.99
IRSTI 29.27.49

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-358-366>

^{1,2}**Yelubayev D. Ye.,**

PhD student, ORCID ID: 0000-0002-5932-4144,

e-mail: yelubayev.dias@gmail.com

^{1,2}**Ongaibergenov Z. E.,**

Undergraduate student, ORCID ID: 0009-0008-2286-1406,

e-mail: onajbergenovz@gmail.com

²**Utegenov A. U.,**

PhD, Assistant Professor, ORCID ID: 0000-0001-6768-0918,

e-mail: almasbek@physics.kz

³**Pan Bin,**

PhD, Professor,

e-mail: b.pan@ecu.edu.au

^{1,2,*}**Zhumadilov R. Ye.**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5089-360X,

*e-mail: rakimzhan@gmail.com

¹Institute of Applied Sciences and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

³China University of Petroleum, Beijing, China

STUDY OF RF-DBD DISCHARGE IN AR/CH₄ MIXTURE IN THE PRESENCE OF NICKEL FOAM AT LOW PRESSURE

Abstract

This paper investigates the effect of nickel foam on the structure and properties of Radio-Frequency Dielectric Barrier Discharge (RF-DBD) in an Ar/CH₄ mixture at a low pressure of 0.5 Torr. Experiments were conducted by varying the supplied power, gas flow, and distance between the catalyst and the RF electrode. It has been shown that an increase in plasma power and a change in CH₄ gas flow in the presence of a catalyst leads to a noticeable shortening of the plasma glow length in a quartz tube. It was found that increasing the distance between the catalyst and the RF electrode reduces the ability to maintain plasma in the region downstream of the catalyst. The analysis of optical emission spectra revealed a decrease in the intensity of carbon-containing radicals, atomic and molecular hydrogen after the catalyst, which indicates its active participation in plasma-catalytic processes. Raman analysis confirmed the formation of amorphous carbon deposits on the nickel foam surface. It has been established that nickel foam not only modifies the structure of the RF-DBD discharge, but also significantly affects the distribution of active particles in the plasma, changing the conditions for plasma-catalytic reactions. The results obtained provide a deeper understanding of the mechanisms of interaction between low-temperature plasma and porous metal catalysts and can be used in the development of effective plasma-catalytic systems for the conversion of hydrocarbon gases.

Keywords: plasma catalysis, RF-DBD discharge, optical emission spectroscopy, catalyst, nickel foam.

Received: February 11, 2026; revised: March 10, 2026; accepted: March 13, 2026.

Introduction

Gas conversion of hydrocarbons, particularly CH₄, is one of the key industrial methods for producing hydrogen and is widely used in the chemical and energy industries (steam reforming, partial oxidation, dry reforming) [1]. Traditional gas conversion methods are based on thermal activation of molecules and require high temperatures, typically above 600-800°C, which is accompanied by

significant costs and CO₂ emissions [1]. Thermal gas conversion processes remain heavily dependent on fossil fuels and face limitations in terms of flexibility, selectivity, and decarbonization [2]. Increasing temperatures in traditional processes often leads to side reactions and catalyst degradation, complicating process control and reducing process stability [3].

The continuous growth of interest in alternative gas conversion methods has led to the active development of plasma technologies, in particular non-thermal plasma [4]. In non-thermal plasma, electrons have high energy (several eV), while the gas temperature remains close to room temperature, which in turn allows the excitation, dissociation, and ionization of molecules without heating the entire gas phase [1]. Consequently, plasma conversion makes it possible to carry out reactions that are thermodynamically limited at low temperatures in thermally activated processes [5].

Compared to other activation methods, such as thermal, photocatalytic and electrochemical conversion, non-thermal plasma provides direct energy supply to the electronic subsystem, rapid response to parameter changes, and the ability to operate at different pressures (including operation at atmospheric pressure), making it a promising tool for controlled gas conversion [6–10]. However, plasma itself often demonstrates limited selectivity, as the highly reactive environment promotes the formation of a wide range of products [2].

To increase selectivity and targeted control of chemical pathways, plasma processes are increasingly being combined with catalysts to form plasma-catalytic systems [3, 11, 12]. In non-thermal plasma, the catalyst can be placed directly in the discharge zone (in-plasma) or after the plasma (post-plasma). In the in-plasma mode, the catalyst is located directly in the discharge zone and interacts with ions, electrons, radicals, and excited particles, as well as being exposed to electric fields. This can lead to surface modification and changes in reaction kinetics. In post-plasma mode, the catalyst interacts mainly with long-lived neutral active particles and products of plasma chemical reactions. At the same time, the influence of electric fields and charged particles is significantly weakened. As a result, the activation mechanisms and selectivity of reactions in these configurations differ fundamentally [1, 12].

Active plasma particles, such as radicals, ions, and excited molecules, can interact with the catalyst surface, changing reaction pathways and lowering effective energy barriers [1, 3–5, 11, 12]. Metal catalysts can enhance catalytic reactions and, at the same time, have a reverse effect on plasma by altering the electric field distribution, electron density, and discharge characteristics [2]. The role of the catalyst in plasma-catalytic systems remains a subject of active debate, since in some cases it can lead to the quenching of plasma-activated radicals and a decrease in the overall reaction rate. In plasma-catalytic systems, metal catalysts based on Ni, Cu, Ag, Fe, as well as noble metals Pt, Pd, Rh, and Ru, including systems deposited on oxide supports such as Ni/Al₂O₃, Ni/SiO₂, as well as bimetallic and structured catalysts used for the conversion of CH₄ and other hydrocarbons [2].

Nickel catalysts are widely used in CH₄ conversion reactions due to their high activity in breaking C-H bonds [3]. The use of nickel foam is of particular interest because its developed porous structure provides a high surface area and can enhance local plasma-catalytic interactions [1].

Plasma diagnostics play a key role in understanding the mechanisms of plasma-catalytic conversion [13]. Optical emission spectroscopy (OES) is widely used to identify excited atomic and molecular particles such as H, CH, and C₂ [14]. Raman spectroscopy is a key tool for analyzing carbon-containing solid products, including graphite-like and amorphous phases, which are formed in plasma CH₄ decomposition processes [13]. However, the influence of the spatial arrangement of the metal catalyst on the structure of the RF-DBD discharge and the distribution of active particles at reduced pressure remains insufficiently studied.

In this work, studies were conducted using nickel foam as a catalyst. The effect of the catalyst on CH₄ gas conversion in an RF-DBD discharge was studied depending on the power, catalyst location distance, and gas flow.

Materials and methods

The diagram of the experimental setup for studying RF-DBD plasma is shown in Figure 1. The plasma is ignited inside a horizontally positioned quartz tube by a radiofrequency (RF) generator (1)

with a frequency of 13.56 MHz, connected to a matching device (2). The outer diameter of the quartz tube (3) is 20 mm, and the wall thickness is 2 mm. In this configuration, the quartz discharge tube serves as the dielectric barrier separating the plasma from the powered RF electrode. Low pressure is provided by an Edwards XDS10-C UL fore-vacuum pump (4). Working gases, such as Ar and CH_4 , are fed into the system through mass flow controllers (5). The high-frequency electrode (6) with an outer diameter of 4 mm is made of AISI 304 stainless steel. Copper tape (7) was selected as the grounding electrode. The pressure is controlled by an Edwards ADC Enhanced MKII controller sensor (8). Optical emission spectra were obtained using an Optosky ATL 30007 spectrometer (9). The obtained spectral lines were processed on a laptop (10).

In order to determine the optimal plasma (11) ignition parameter with nickel foam (12) with a thickness of 1.5 mm (Shenzhen Tianchenghe Technology Co. Ltd.), experiments were conducted at a pressure of 0.5 Torr depending on power, distance, and gas flow.

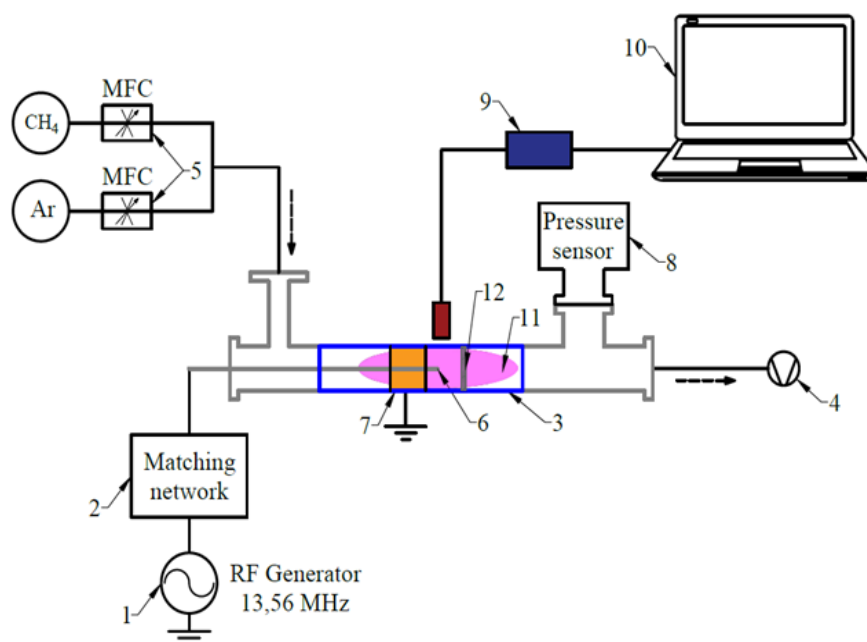


Figure 1 – Schematic diagram of the experimental setup for gas conversion:

- 1 – RF generator, 2 – matching device, 3 – quartz tube for gas discharge, 4 – fore-vacuum pump,
5 – gas mass flow controllers, 6 – RF electrode, 7 – grounding electrode, 8 – pressure sensor,
9 – optical emission spectrometer, 10 – laptop, 11 – plasma, 12 – catalyst (nickel foam)

Results and discussion

Photos of RF-DBD discharge with nickel foam at a constant flow of Ar (80 sccm) + CH_4 (25 sccm) gas and at a pressure of 0.5 Torr at different power values are shown in Figure 2. During the experiment, the catalyst was placed at a distance of 1 cm after the RF electrode. Figure 2 shows the following: as the discharge power increases from 11 W to 15 W, the length of the plasma glow along the quartz tube decreases. This phenomenon is explained by the intensification of ionization and excitation processes near the RF electrode, where the electric field is maximum. As a result of the increase in power, the plasma is concentrated in a more limited volume and ensures effective maintenance of the discharge with a shorter length of luminescence [15]. An increase in radiofrequency radiation power leads to an increase in the density and intensification of electron impact processes, which enhance CH_4 dissociation and increase the concentration of chemically active radicals. These processes increase losses in inelastic collisions and contribute to the spatial localization of visible plasma radiation. The power range of 11–15 W was initially selected to study discharge behavior

under relatively stable plasma conditions. In subsequent experiments, the power was increased to 20 W to study the behavior of plasma at higher excitation levels and to analyze the effect of increased plasma density on the interaction between plasma and the catalyst, which will be discussed further.

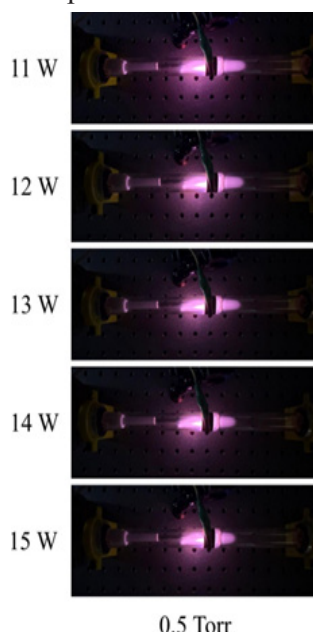


Figure 2 – Photographs of the RF-DBD discharge with the catalyst at different RF power levels, at a constant pressure of 0.5 Torr and a gas flow rate of Ar (80 sccm) + CH₄ (25 sccm)

Figure 3 shows the results of RF-DBD discharge luminescence at a constant power of 20 W and a pressure of 0.5 Torr, depending on the change in the CH₄ fraction from 10 sccm to 25 sccm in 5 sccm increments in an Ar/CH₄ gas mixture. As the CH₄ flow rate increases, the probability of electron-molecular collisions increases, and a significant part of the electron energy begins to be spent on the excitation and dissociation of CH₄. The proportion of electron energy going to the excitation of argon decreases, and as a result, the luminescence associated with Ar emission becomes less pronounced and localized [15]. The catalyst located 1.5 cm from the RF electrode has an additional effect. At higher CH₄ fractions, when the concentration of radicals and molecular products increases, plasma-catalytic processes intensify and also contribute to the spatial localization of the discharge.

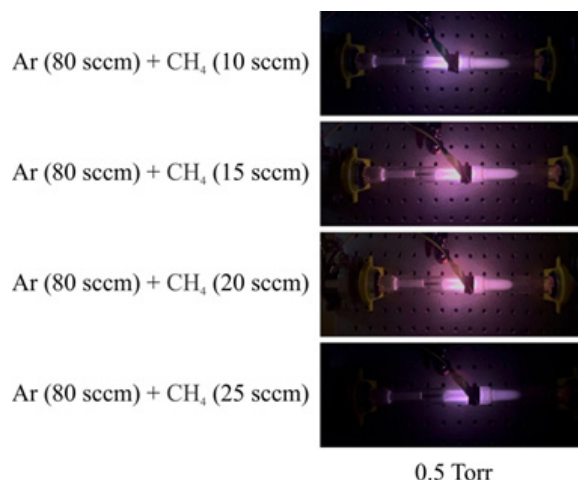


Figure 3 – Photograph of the RF-DBD discharge with the catalyst positioned 1.5 cm from the RF electrode at different gas flow rates, at a constant power of 20 W and a constant pressure of 0.5 Torr

Photos of RF-DBD discharge at a constant pressure of 0.5 Torr and a power of 20 W with the catalyst located 3.0 cm from the RF electrode are shown in Figure 4. In this case, the trend is the same as in Figure 3, but it can be seen that as the CH₄ fraction increases, the effect of the catalyst on the discharge structure weakens. This is due to the increase in the distance from the RF electrode. With an increase in gas flow rate CH₄=20 sccm at a power of 20 W, there is a visible absence of glow behind the catalyst, i.e., the plasma does not spread into the area beyond the nickel foam.

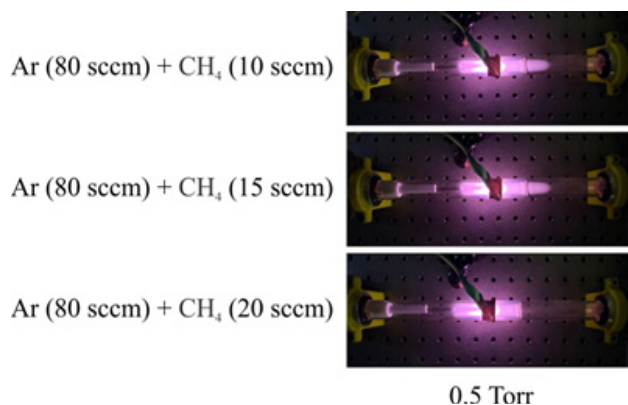


Figure 4 – Photographs of the RF-DBD discharge with the catalyst placed 3.0 cm from the RF electrode at different gas flow rates, under a constant RF power of 20 W and a constant pressure of 0.5 Torr

Spectral images of Ar/CH₄ plasma were taken with catalysts at distances of 1.5 cm and 3 cm. The spectral lines at a distance of 3 cm remain at the noise level, so the spectrum shown below was used, assuming that the catalyst was at a distance of 1.5 cm. Spectral lines of RF-DBD discharge at a pressure of 0.5 Torr and a gas flow of Ar (80 sccm) + CH₄ (25 sccm) before and after the catalyst were obtained using an optical emission spectrometer. The analysis of the spectral lines before (Figure 5 (a)) and after (Figure 5 (b)) the catalyst in the cases mentioned earlier is shown in Figure 5. The intensity of the C₂ bands (Swan bands, ~510–560 nm) before the catalyst is more intense, while after the catalyst it is noticeably reduced; the CH lines (~431 nm) also weaken after the catalyst [13, 16–19]. This suggests that active hydrocarbon radicals are consumed on the surface of nickel foam. The intensity of the atomic hydrogen peak H α (656.3 nm) is weak, and after the catalyst, its peak remains at the noise level. The intensity of molecular hydrogen H₂ (about 600–620 nm) decreases in the zone after the catalyst but is still present [20].

The decrease in the intensity of carbon-containing bands after the catalyst indicates the effectiveness of the catalytic effect of nickel foam in plasma during CH₄ decomposition. This reflects the degree of interaction with nickel foam and is explained by the mechanism of carbon material deposition on its surface. The presence of Fulcher bands of molecular hydrogen is a key result, as it serves as direct spectral evidence of hydrogen generation. The decrease in molecular and atomic hydrogen is explained by recombination and quenching on the surface of nickel foam [20]. The authors explained the same decrease in molecular hydrogen using a nickel catalyst [21]. The authors explained this by the ability of metallic nickel to undergo hydrogenation, in which the hydrogen formed actively recombines on the surface of the catalyst.

To further confirm the catalytic effect of nickel foam, Raman spectroscopy studies were conducted after its use in Ar/CH₄ plasma.

Figure 6 shows the Raman spectroscopy spectrum of nickel foam after plasma exposure. The spectrum shows characteristic D (defect) and G (graphite) bands, whose maxima were determined to be approximately ~1375 cm⁻¹ and ~1600 cm⁻¹, corresponding to amorphous carbon. The presence of these peaks indicates the formation of carbon deposits on the surface of nickel foam during the plasma-catalytic decomposition of methane [10].

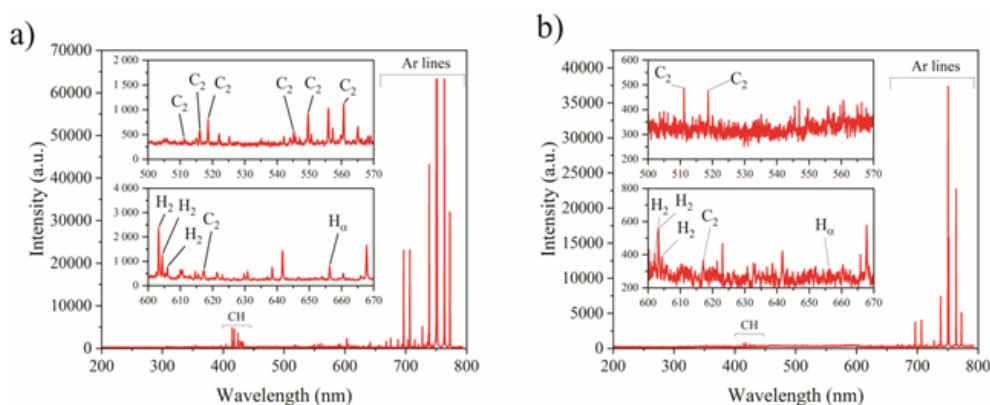


Figure 5 – Results of RF-DBD discharge spectral lines at a pressure of 0.5 Torr and a gas flow of Ar (80 sccm) + CH₄ (25 sccm):
a) area before the catalyst; b) area after the catalyst

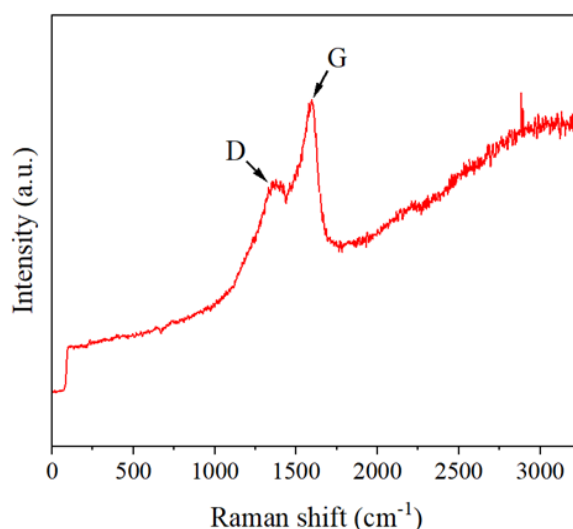


Figure 6 – Raman analysis of the catalyst (Ni foam) after the experiments

Conclusion

This study demonstrates that the parameters of RF-DBD in a low-pressure Ar/CH₄ mixture are strongly influenced by the supplied power, gas composition, and the spatial configuration of the plasma-catalytic system. In particular, the distance between the RF electrode and the nickel foam catalyst the electric field distribution and the conditions for sustaining the discharge along the reactor.

It was established that an increase in the CH₄ content is accompanied by compression of the luminous region. At a fixed power of 20 W, increasing the distance between the RF electrode and the catalyst from 1.5 cm to 3.0 cm made it impossible to sustain the plasma downstream of the nickel foam. OES revealed that at a distance of 3 cm, the spectral signal downstream of the catalyst was at the noise level. Consequently, all subsequent experiments were conducted at the optimal distance of 1.5 cm for investigating plasma-catalytic reactions. OES analysis showed a decrease in the intensity of carbon and hydrocarbon spectral lines in the plasma region after the catalyst, confirming its catalytic activity. The presence of molecular hydrogen was detected in the Ar/CH₄ plasma; however, its line intensity decreased downstream of the catalyst. This is attributed to the hydrogenation effect facilitated by the nickel surface. Furthermore, Raman spectroscopy confirmed the formation of

amorphous carbon deposits on the nickel foam, which is a significant factor influencing its catalytic properties.

The obtained results highlight the efficacy of nickel foam as an active catalytic surface for plasma-chemical reactions. A key finding is the detection of hydrogen generation via OES, underscoring the dynamic role of the catalyst in the reaction process. These findings contribute to a better understanding of plasma-catalyst interactions in RF-DBD systems and may be useful for the development of plasma-assisted CH₄ conversion technologies.

Information on funding. This research has been funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP26198645).

REFERENCES

- 1 Wang, N., Otor, H.O., Rivera-Castro, G., and Hicks, J.C. Plasma Catalysis for Hydrogen Production: A Bright Future for Decarbonization. *ACS Catalysis*, 14, 6749–6798 (2024). <https://doi.org/10.1021/acscatal.3c05434>
- 2 Bogaerts, A., Centi, G., Hessel, V., and Rebrov, E. Perspectives and Emerging Trends in Plasma Catalysis: Facing the Challenge of Chemical Production Electrification. *ChemCatChem*, 17, e202401938 (2025). <https://doi.org/10.1002/cctc.202401938>
- 3 Chen, X., Kim, H.-H., and Nozaki, T. Plasma Catalytic Technology for CH₄ and CO₂ Conversion: A Review Highlighting Fluidized-Bed Plasma Reactor. *Plasma Processes and Polymers*, 21, e2200207 (2024). <https://doi.org/10.1002/ppap.202200207>
- 4 Bogaerts, A., and Neyts, E.C. Plasma Technology: An Emerging Technology for Energy Storage. *ACS Energy Letters*, 3, 1013–1027 (2018). <https://doi.org/10.1021/acsenergylett.8b00184>
- 5 Snoeckx, R., and Bogaerts, A. Plasma Technology – A Novel Solution for CO₂ Conversion? *Chemical Society Reviews*, 46, 5805–5863 (2017). <https://doi.org/10.1039/C6CS00066E>
- 6 Onaibergenov, Z., Abdrakhmanov, A., Orazbayev, S., Ramazanov, T., and Utegenov, A. Investigation of the Temperature of Electrons in a Glow Discharge Plasma at Direct Current Ar and Ar/C₂H₂. *Recent Contributions to Physics*, 90 (2024).
- 7 Almasbek, U. et al. On the Peculiarities of Nanomaterials Synthesis in DC Glow Discharge Plasma. *Contributions to Plasma Physics*, 65 (2025). <https://doi.org/10.1002/ctpp.70039>
- 8 Orazbayev, S.A. et al. The Diagnostics of Dusty Plasma in RF Discharge by Two Different Methods. *Contributions to Plasma Physics*, 53, 436–441 (2013). <https://doi.org/10.1002/ctpp.201200123>
- 9 Kyrykbay, B., Ussenkhan, S., Utegenov, A. et al. Enhancing Oil-Water Separation Efficiency via Scalable Fabrication of Wear-Resistant and Eco-Friendly Superhydrophobic Surfaces. *npj Clean Water*, 9, 12 (2026). <https://doi.org/10.1038/s41545-025-00544-5>
- 10 Ongaibergenov, Z. et al. Diagnostics and Characterization of Nanoparticles in Dusty Glow Discharge Plasma. *Scientific Reports*, 15 (2025). <https://doi.org/10.1038/s41598-025-22182-0>
- 11 Hameed, S., and Comini, E. Methane Conversion for Hydrogen Production: Technologies for a Sustainable Future. *Sustainable Energy and Fuels*, 8, 670–683 (2024). <https://doi.org/10.1039/d3se00972f>
- 12 Bogaerts, A. et al. The 2020 Plasma Catalysis Roadmap. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 53 (2020). <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ab9048>
- 13 Gershman, S. et al. Decomposition of Methane Diluted with Inert Gas in an RF Discharge Cell. *Journal of Physics D: Applied Physics* (2025). <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ae2927>
- 14 Ganjovi, A. et al. Method for Hydrogen Production by Methane Cracking Using Vacuum Plasma. *Surface and Coatings Technology*, 512 (2025). <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2025.132393>
- 15 Ivanov, V.A. Superposition of Low-Pressure DBD and RF Induction Discharge for Spectroscopic Study of Dissociative Recombination in Decaying Plasma. *Plasma Sources Science and Technology*, 29 (2020). <https://doi.org/10.1088/1361-6595/ab7f4c>
- 16 Harilal, S.S. et al. Optical Emission Studies of C₂ Species in Laser-Produced Plasma from Carbon. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 30, 1703 (1997). <https://doi.org/10.1088/0022-3727/30/12/003>
- 17 Zudov, V.N. Spectral Characteristics of Optical Discharge in a High-Speed Methane–Air Jet. *Technical Physics Letters*, 43, 551–553 (2017). <https://doi.org/10.1134/S1063785017060281>

18 Marinov, S. et al. Double-Discharge Plasma System for Deposition of Carbon Nanostructures. Journal of Physics: Conference Series, 2240, 012020 (2022). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2240/1/012020>

19 Vera, L.P. et al. Spectroscopic Study of Emission Coal Mineral Plasma Produced by Laser Ablation. Journal of Physics: Conference Series, 511, 012063 (2014). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/511/1/012063>

20 Avtaeva, S.V., and Lapochkina, T.M. Characteristics of Molecular Hydrogen and CH* Radicals in a Methane Plasma in a Magnetically Enhanced Capacitive RF Discharge. Plasma Physics Reports, 33, 774–785 (2007). <https://doi.org/10.1134/S1063780X07090073>

21 He, Y., Jang, W.L., and Timmons, R.B. Catalyzed Conversion of Acetylene to Higher Hydrocarbons. Energy & Fuels, 5, 613–614 (1991). <https://doi.org/10.1021/ef00028a016>

^{1,2}Елубаев Д.Е.,

докторант, ORCID ID: 0000-0002-5932-4144,

e-mail: yelubayev.dias@gmail.com

^{1,2}Оңайберген Ж.Е.,

бакалавриат студенті, ORCID ID: 0009-0008-2286-1406,

e-mail: onajbergenovz@gmail.com

²Утегенов А.У.,

PhD, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-6768-0918,

e-mail: almasbek@physics.kz

³Pan Bin,

PhD, профессор,

e-mail: b.pan@ecu.edu.au

^{1,2,*}Жумадилов Р.Е.

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5089-360X,

*e-mail: rakimzhan@gmail.com

¹Қолданбалы ғылымдар және ақпараттық технологиялар институты, Алматы қ., Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

³Қытай мұнай және газ университеті, Бейжің қ., Қытай

ТӨМЕН ҚЫСЫМДА НИКЕЛЬ КӨБІГІ БАР КЕЗДЕ AR/CH₄ ҚОСПАСЫНДАҒЫ RF-DBD РАЗРЯДЫН ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Бұл жұмыста никель көбігінің 0,5 Торр төмен қысымда аргон-метан қоспасындағы RF-DBD разрядының құрылымы мен қасиеттеріне әсері зерттелді. Берілген қуаттың, газ ағынының және никель көбігі мен радиожиілікті (РЖ) электрод арасындағы қашықтықтың өзгеруі бойынша эксперименттер жүргізілді. Катализатор болған жағдайда плазма қуатының артуы және метан газы ағынының өзгеруі кварц түтігіндегі плазманың жарқырау ұзындығының айтарлықтай қысқаруына әкелетіні анықталды. Катализатор мен радиожиілікті электрод арасындағы қашықтықтың ұлғаюы катализатордан кейінгі аймақта плазманы ұстап тұру мүмкіндігін төмендететіні көрсетілді. Оптикалық эмиссиялық спектрлерді талдау нәтижесінде катализатордан кейін көміртегі бар радикалдардың, атомдық және молекулалық сутектің қарқындылығының төмендеуі байқалды, бұл оның плазмалық-каталитикалық процестерге белсенді қатысатынын көрсетеді. Раман талдауы никель көбігі бетінде аморфты көміртегі шөгінділерінің түзілетінін растады. Никель көбігі разрядтың RF-DBD құрылымын өзгертіп қана қоймай, плазмадағы белсенді бөлшектердің таралуына елеулі әсер етіп, плазмалық-каталитикалық реакциялардың жүру жағдайларын өзгертетіні анықталды. Алынған нәтижелер кеуекті металл катализаторымен төмен температуралы плазманың өзара әрекеттесу механизмдерін тереңірек түсінуге мүмкіндік береді және көмірсутек газдарын конверсиялауға арналған тиімді плазмалық-каталитикалық жүйелерді әзірлеуде қолданылуы мүмкін.

Тірек сөздер: плазмалық катализ, RF-DBD разряд, оптикалық эмиссиялық спектроскопия, катализатор, никель көбігі.

^{1,2}**Елубаев Д.Е.,**

докторант, ORCID ID: 0000-0002-5932-4144,

e-mail: yelubayev.dias@gmail.com

^{1,2}**Оңайбергенов Ж.Е.,**

студент бакалавриата, ORCID ID: 0009-0008-2286-1406,

e-mail: onajbergenovz@gmail.com

²**Утегенов А.У.,**

PhD, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-6768-0918,

e-mail: almasbek@physics.kz

³**Pan Bin,**

PhD, профессор,

e-mail: b.pan@ecu.edu.au

^{1,2}**Жумадилов Р.Е.**

PhD, ORCID ID: 0000-0001-5089-360X,

*e-mail: rakimzhan@gmail.com

¹Институт прикладных наук и информационных технологий, г. Алматы, Казахстан²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан³Китайский университет нефти и газа, г. Пекин, Китай

ИССЛЕДОВАНИЕ RF-DBD РАЗРЯДА В СМЕСИ AR/CH₄ В ПРИСУТСТВИИ НИКЕЛЕВОЙ ПЕНЫ ПРИ НИЗКОМ ДАВЛЕНИИ

Аннотация

В данной работе исследовано влияние никелевой пенки на структуру и свойства RF-DBD разряда в смеси аргон-метан при низком давлении 0.5 Торр. Были проведены эксперименты при варьировании подводимой мощности, потока газа и расстояния между катализатором и радиочастотным (РЧ) электродом. Показано, что увеличение мощности плазмы и изменение потока газа метана при присутствии катализатора приводит к заметному укорочению длины свечения плазмы в кварцевой трубке. Было установлено, что увеличение расстояния между катализатором и РЧ-электродом снижает возможность поддержания плазмы в области после катализатора. По итогу анализа оптических эмиссионных спектров выявлено снижение интенсивности углеродосодержащих радикалов, атомарного и молекулярного водорода после катализатора, что свидетельствует о его активном участии в плазменно-каталитических процессах. Рамановский анализ подтвердил образование отложений аморфного углерода на поверхности никелевой пенки. Установлено, что никелевая пена не только модифицирует структуру RF-DBD разряда, но и существенно влияет на распределение активных частиц в плазме, изменяя условия протекания плазменно-каталитических реакций. Полученные результаты позволяют глубже понять механизмы взаимодействия низкотемпературной плазмы с пористым металлическим катализатором и могут быть использованы при разработке эффективных плазменно-каталитических систем конверсии углеводородных газов.

Ключевые слова: плазменный катализ, RF-DBD разряд, оптическая эмиссионная спектроскопия, катализатор, никелевая пенка.

МҮНАЙ ГАЗ ИНЖЕНЕРИЯСЫ ЖӘНЕ ГЕОЛОГИЯ
OIL AND GAS ENGINEERING, GEOLOGY
НЕФТЕГАЗОВАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ГЕОЛОГИЯ

УДК 69.07
МРНТИ 67.11.35

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-367-384>

¹Молдагалиев А.Б.,
к.т.н., ORCID ID: 0000-0002-4286-8401,
e-mail: arm_mold81@mail.ru
¹Сулейменов У.С.,
д.т.н., ORCID ID: 0000-0001-7798-1044,
e-mail: u.suleimenov2019@mail.ru
^{1*}Жанабай Н.Ж.,
к.т.н., ORCID ID: 0000-0002-8153-1449,
*e-mail: nurlan.zhanabay777@mail.ru

¹Южно-Казахстанский университет им. М. Ауэзова,
г. Шымкент, Казахстан

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕСТА РАСПОЛОЖЕНИЯ
КОМПОЗИТНЫХ НАКЛАДОК НА ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ
МАГИСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДА**

Аннотация

В данной работе проведено численное исследование типового участка магистрального надземного газопровода усиленными композитными накладками, установленными на опоры на предмет анализа частот колебаний. Исследование проведено методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench. В исследовании в качестве нагрузки рассмотрены случаи с внутренним рабочим и критическим давлением. Результат исследования показал, что в вариации установки композитных накладок при условии критического давления первые 11 частот колебаний показали более низкое значение, а начиная с 12 частоты более низкие значения показали в условиях рабочего давления. Вместе с тем в условиях рабочего давления расположение композитной накладки в вариации между опорами 2 и 3, а также в вариации между опорами 3 и 4 показало одинаковые результаты, то есть изменение происходило только в 1, 4 и 5 формах. В вариации, когда накладка установлена между опорами 1 и 2, изменению подверглись 1, 3 и 5 формы. В условиях критического давления расположение композитной накладки в вариации между опорами 2 и 3, а также в вариации между опорами 1 и 5 показало одинаковые результаты, то есть изменение происходило в 1, 2 и 5 формах. В вариации, когда накладка установлена между опорами 3 и 4, изменению подверглись 1, 3 и 5 формы. При сравнении всех трех случаев было установлено, что значение частот колебаний при установке композитных накладок посередине в большинстве случаев превышает, то есть из перечисленных двадцати частот в 60–70% показатель частот больше относительно других двух случаев. Таким образом, полученные результаты исследований можно использовать для выбора места расположения накладки из углепластика для бандажирования газопроводов в условиях региона с сейсмической активностью.

Ключевые слова: стальной газопровод, усиление труб, композитная накладка, конечно-элементный анализ, место расположения.

Введение

Одна из основных стратегий развития нефтегазового комплекса Казахстана заключается в развитии транспортного направления, которое ориентировано в основном на экспорт, транзит добываемого сырья, а также на обеспечение внутренних потребностей по всей стране, которого можно достичь на основе бесперебойной и надежной поставки. В республике на данный момент в секторе транспортировки газа свою деятельность осуществляют четыре крупные квазигосударственные компании: АО «Интергаз Центральная Азия» [1], ТОО «Азиатский Газопровод» [2], ТОО «Газопровод Бейнеу – Шымкент» [3], АО «КазТрансГаз Аймак» [4], которые входят в состав национальной компании АО «Казмунай Газ» [5]. Их основные технические характеристики показаны в таблице 1.

Таблица 1 – Технические характеристики компаний

№	Наименование компании	Общая протяженность магистральных газопроводов, км	Мощность, млрд м ³ в год
1	АО «Интергаз Центральная Азия»	12481	164
2	ТОО «Азиатский Газопровод»	3916	55
3	ТОО «Газопровод Бейнеу – Шымкент»	1450	15
4	АО «КазТрансГаз Аймак»	975	3
Итого		18822	237

Статистические показатели по транспортировке указанных компаний за 2020 г. представлены на рисунке 1.

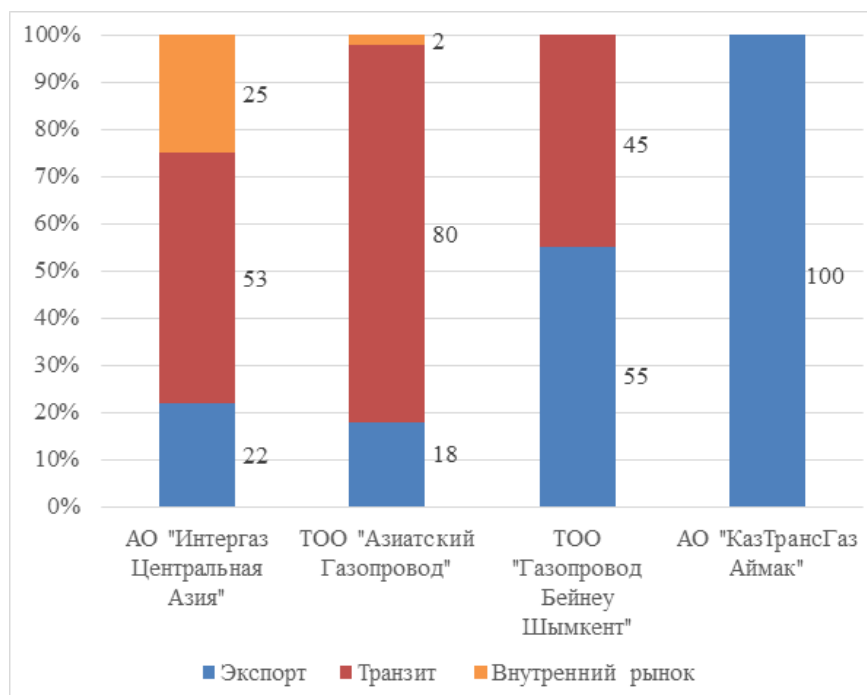


Рисунок 1 – Структура транспортировки газа по направлениям за 2020 г., %

Данные по транспортировке газа за период 2018–2020 гг. показаны в таблице 2.

Таблица 2 – Объем транспортировки газа за период 2018–2020 гг., млн м³

№	Наименование компании	2018	2019	2020
1	АО «Интергаз Центральная Азия»	80 134	72 961	57 753
	экспорт	18 873	19 069	12 687
	транзит	47 693	40 229	30 788
	внутренний рынок	13 568	13 663	14 278
2	ТОО «Азиатский Газопровод»	49 270	45 870	39 776
	экспорт	5484	7090	7011
	транзит	42 960	38 280	31 878
	внутренний рынок	826	500	886
3	ТОО «Газопровод Бейнеу – Шымкент»	8352	10 087	12 694
	экспорт	5255	7091	7011
	внутренний рынок	3097	2996	5682
4	АО «КазТрансГаз Аймак»	2622	2554	2603
	внутренний рынок	2622	2554	2603
	Итого	140 378	131 472	112 826

Учитывая, что в республике насчитывается внушительный парк трубопроводного транспорта, возникает вопрос увеличения срока безопасной эксплуатации конструкций. Данная проблема усугубляется тем, что более 30% территории республики находится в сейсмически активных районах [6], а более 70% эксплуатируемых магистральных трубопроводов отнесены к разряду изношенных [7], где незначительные воздействия [8, 9] могут спровоцировать разрушения [10–12].

Учитывая указанные обстоятельства, исследования, посвященные усилению участка магистрального трубопровода композитными накладками с учетом внутреннего давления и места расположения самой накладки, являются весьма актуальными. Результаты подобных исследований могут представлять интерес для ряда специализированных компаний, научно-исследовательских и проектных институтов.

За последние годы в направлении оценки [13] и разработки методов повышения прочностных характеристик магистральных трубопроводов [14], а также других конструкций в виде оболочек уделялось значительное внимание в части оценки вмятин правильной [15] и неправильной формы [16], а также сварных стыков горизонтальных [17] и вертикальных [18]. Однако появление новых материалов, которые применимы в вопросе прочностных характеристик к подобным конструкциям, требует проведения дальнейших исследований. Вместе с тем из обзора работ известно, что данное направление в международном масштабе также имеет свою нишу [19]. Так, в работе [20] исследованы вопросы прогнозирования разрыва по причине образования одиночных трещиноподобных дефектов, образованных в результате коррозии. Оценка динамической надежности конструкции с несколькими трещинами исследована в работе [21]. Предлагаемые модели [20, 21] обеспечивают только прогнозы давления разрушения, а способы локализации разрушений не описаны. В работе [22] представлены результаты исследования сравнения традиционного метода оценки остаточной прочности Фон Мизеса и подхода механики разрушения. Оба подхода показали свою эффективность только в вопросе оценки остаточной прочности. Вопросы трещин в трубопроводах исследованы в работе [23], где также представлены только результаты причины образования дефектов. В исследовании [24] была проведена серия симуляций и экспериментов, основанных на испытании широкой пластины на растяжение. Было исследовано влияние размеров и параметров располо-

жения дефектов, прилегающих к спиральному сварному шву трубопровода, на возникновение и распространение трещин. Результаты моделирования касались только вопросов возникновения трещин и показали, что размеры дефекта влияли на возникновение и распространение трещины. Исследование образования растрескиваний в чугунных трубах [25] тоже показало, что в основном на появление дефекта большое влияние оказывает коррозия [26]. Однако в данных исследованиях [25, 26] также не освещены вопросы локализации появления трещин, в основном работа была направлена на вопросы прогнозирования. Исследования с применением метода конечных элементов в различных программных комплексах показаны в работах [27, 28]. Однако в этих работах также рассматривается вопрос только распространения трещин и критическое давление разрыва трубопроводов. Сравнение теоретических и экспериментальных исследований распространения трещин по окружности показаны в работах [29], где исследованы вопросы сопротивления разрушению только по окружности трубопровода [30]. Вместе с тем в нормативных правилах по проектированию магистральных трубопроводов для транспортировки сырья в национальном [31, 32] и международном масштабе [33–37] представлены только традиционные меры повышения прочностных характеристик, основанные на нормировании геометрических размеров и химической защиты корпуса конструкции. Проведенный литературный обзор показывает [13–37], что в основном исследования направлены на прогнозирование, оценку или усиление прочностных характеристик за счет подбора нужной геометрии. В связи с чем вопросы целесообразности усиления способом бандажирования композитными накладками требует продолжения исследований [9, 38]. Необходимо исследовать вопросы влияния места расположения самих накладок, а также их влияние на частоты колебаний, что является актуальным. Полученные результаты данного исследования могут представлять интерес для ряда специализированных организаций, научно-исследовательских и проектных институтов.

Целью данной работы является исследование влияния места расположения композитных накладок на частоты колебаний магистрального газопровода с учетом внутреннего давления. Полученные результаты исследования позволят в дальнейшем производить правильную оценку места расположения композитных накладок в вопросе выбора правильных частот колебаний, что непременно позволит продлить срок службы трубопровода.

Для достижения цели была поставлена следующая задача:

- ♦ исследовать влияние места расположения композитных накладок на значения частот колебаний с учетом рабочего и критического внутреннего давления магистрального газопровода

Материалы и методы

В качестве объекта исследования был выбран отрезок магистрального стального газопровода с толщиной стенки 11,9 мм и диаметром 1047 мм, усиленный композитными накладками (рисунок 2).

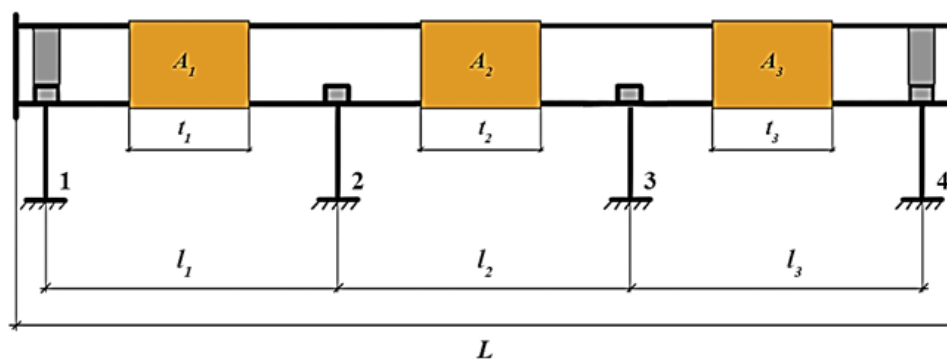


Рисунок 2 – Отрезок магистрального стального газопровода с композитными накладками:

1, 2, 3, 4 – нумерация опор; L – длина отрезка (4000 мм); l_1 , l_2 , l_3 – длина подотрезков между опорами (1280 мм); A_1 , A_2 , A_3 – композитные накладки; t_1 , t_2 , t_3 – длина композитных накладок (800 мм)

Схемы расположения накладок между опорами представлена на рисунках 3–5.



Рисунок 3 – Схема расположения накладки между свободноподвижными опорами 2 и 3 [38]



Рисунок 4 – Схема расположения накладки между опорой 1 с жесткой заделкой и свободноподвижной опорой 2



Рисунок 5 – Схема расположения накладки между свободноподвижной опорой 3 и продольноподвижной опорой 4

Исследуется труба, изготовленная из стали X70. Использовались физико-механические характеристики материала по стандарту [39]: плотность $\rho = 7810 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 2,06 \text{ ГПа}$, временное сопротивление $\sigma_B = 570 \text{ МПа}$, предел текучести $\sigma_T = 505 \text{ МПа}$. Рассматривается два варианта давления: рабочее давление $P_1 = 7,5 \text{ МПа}$ и критическое давление $P_2 = 9,8 \text{ МПа}$. В качестве композитных накладок используется углепластик, который является ортотропным материалом с инженерными механическими характеристиками: модули Юнга $E_{xx} = 35 \text{ ГПа}$, $E_{\varphi\varphi} = 35 \text{ ГПа}$, $E_{zz} = 8 \text{ ГПа}$, модули сдвига $G_{x\varphi} = 6 \text{ ГПа}$, $G_{\varphi z} = 30 \text{ ГПа}$, $G_{xz} = 30 \text{ ГПа}$, коэффициенты Пуассона $\nu_{x\varphi} = 0,01$, $\nu_{\varphi z} = 0,09$, $\nu_{xz} = 0,09$, плотность $\rho = 1477 \text{ кг/м}^3$.

Анализ проведен в программном комплексе ANSYS [40], где конечно-элементная модель и сходимость численных исследований описаны в предыдущей работе авторов [38] на основе [41, 42].

Результаты и обсуждения

Исследуется влияние места расположения накладок между опорами на спектр частот и формы колебаний упрочненной трубы. Частичные результаты исследования авторов трубы с накладкой, расположенной между опорами 2 и 3, представлены в работе [38] (рисунок 3).

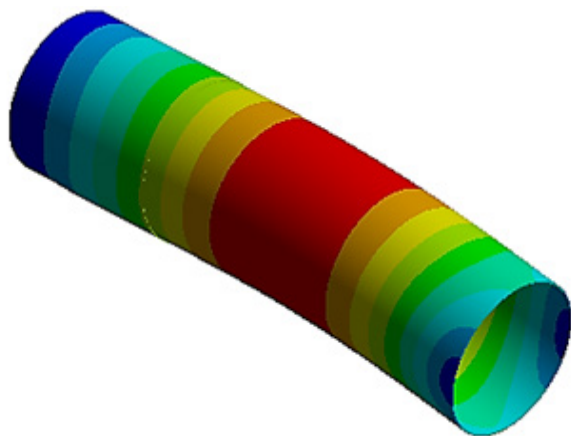
В таблице 3 представлены результаты исследования трубы с накладкой, расположенной между опорами 1 и 2 (рисунок 4).

Таблица 3 – Частоты колебаний усиленной композитной накладки длиной 800 мм и толщиной 4 мм (рисунок 4)

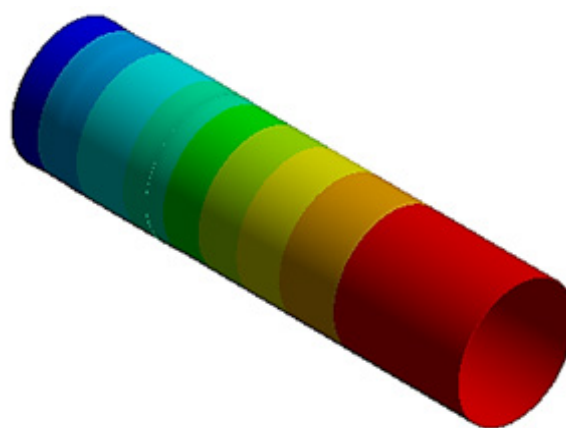
№ частоты	Частоты колебаний, в Гц	
	Рабочее давление	Критическое давление
1	10,492	3,3799
2	10,492	3,3814
3	35,303	32,58
4	36,628	32,581
5	36,629	35,379
6	36,734	35,496
7	62,415	57,942
8	62,416	57,943
9	71,266	68,522
10	85,989	81,225
11	85,991	81,227
12	93,276	99,723
13	93,276	99,726
14	94,013	100,84
15	94,013	103,35
16	97,242	105,11
17	97,242	105,11
18	99,902	106,7
19	104,28	106,7
20	104,28	108,04

Частоты с первой по 11 более низкие для критического давления, а с 12 – для рабочего.

Формы колебаний, соответствующие приведенным в таблице 3 первым шести значащим частотам, приведены на рисунках 6 и 7. Для рабочего и критического давления первая, пятая и шестая формы совпадают.



а



б

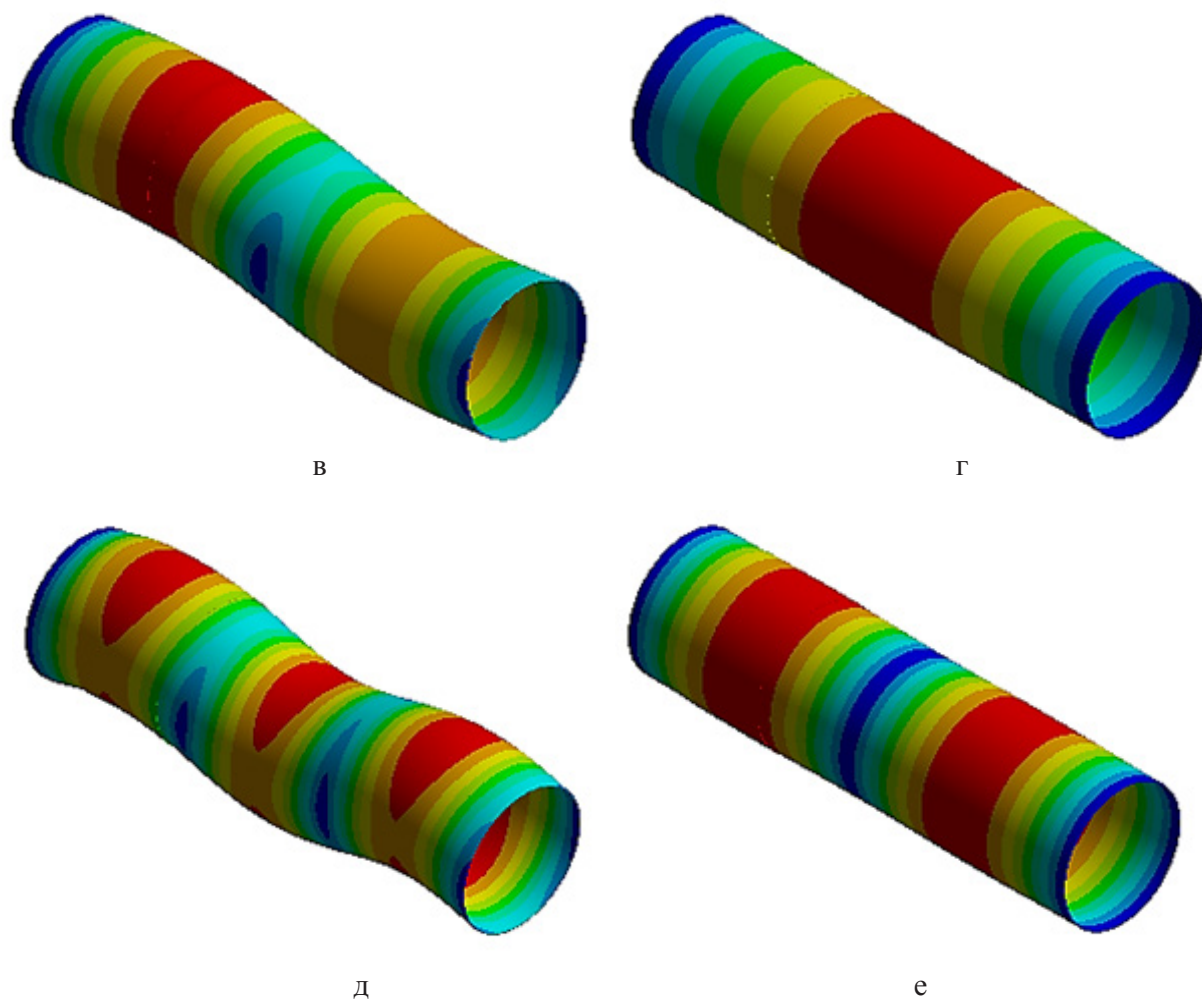
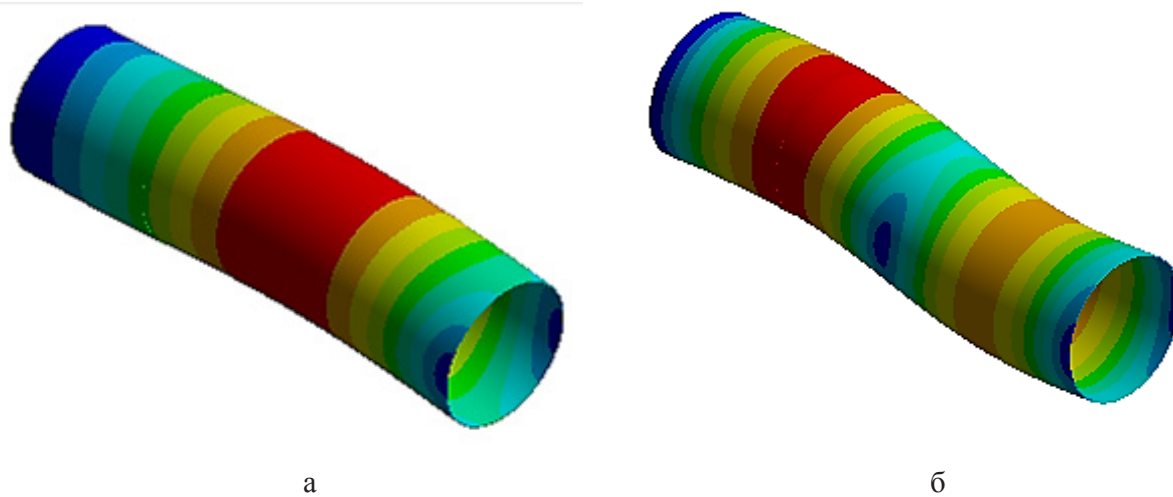


Рисунок 6 – Формы колебаний трубы, усиленной композитной накладкой, расположенной между опорой с жесткой заделкой и свободноподвижной опорой, при рабочем давлении: а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма; г – четвертая форма; д – пятая форма; е – шестая форма



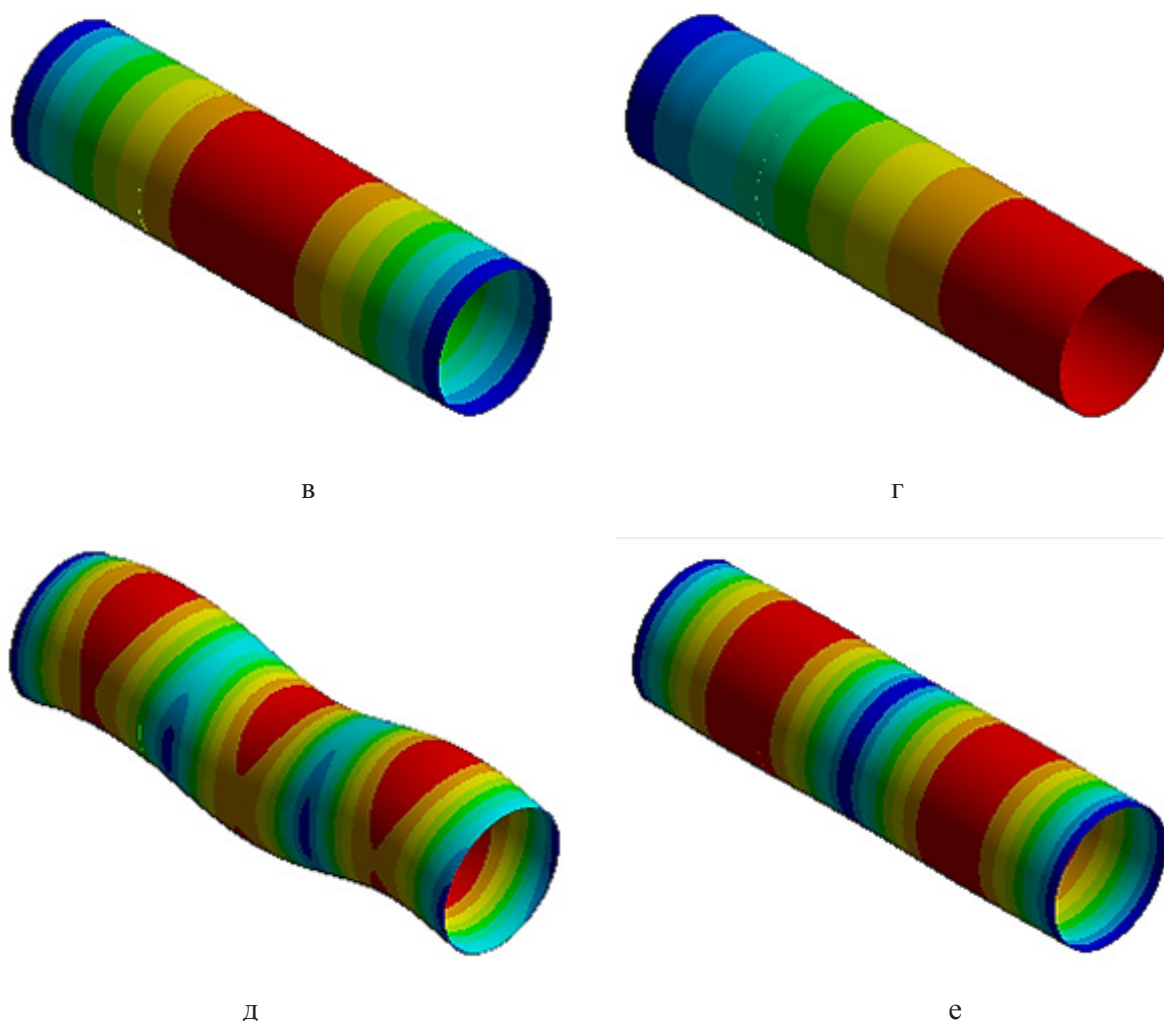


Рисунок 7 – Формы колебаний трубы, усиленной композитной накладкой, расположенной между опорой с жесткой заделкой и свободноподвижной опорой, при критическом давлении: а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма; г – четвертая форма; д – пятая форма; е – шестая форма

В таблице 4 представлены результаты первых 20 частот исследования трубы с накладкой, расположенной между опорами 3 и 4, как показано на рисунке 5.

Таблица 4 – Частоты колебаний усиленной композитной накладкой длиной 800 мм и толщиной 4 мм трубы минимального радиуса (рисунок 5)

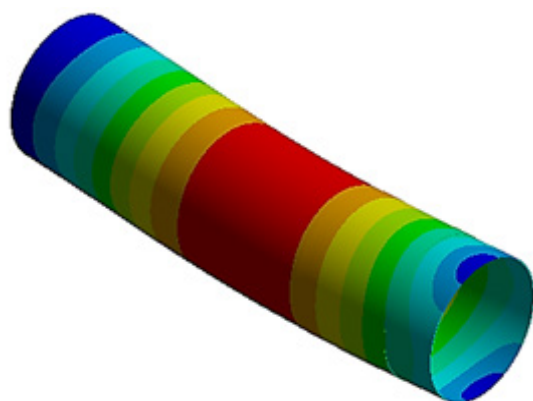
№ частоты	Частоты колебаний, в Гц	
	Рабочее давление	Критическое давление
1	10,708	4,6119
2	10,711	4,6183
3	32,925	33,155
4	36,72	33,192
5	37,13	33,196
6	37,134	35,36

Продолжение таблицы 4

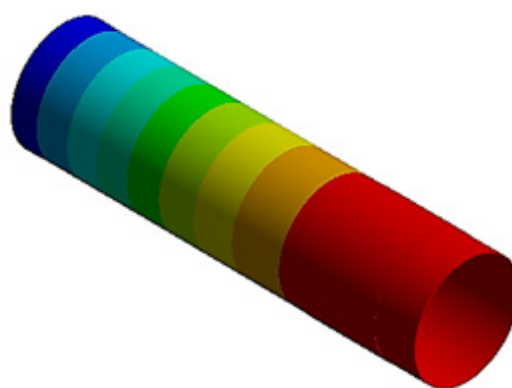
7	62,839	58,427
8	62,84	58,428
9	71,238	68,483
10	86,178	81,509
11	86,178	81,509
12	92,557	99,965
13	92,557	99,966
14	94,597	102,42
15	94,597	103,39
16	97,886	104,65
17	97,886	104,65
18	101,48	106,89
19	104,42	106,89
20	104,42	108,84

Частоты с первой по 11 более низкие для критического давления, а с 12 – для рабочего.

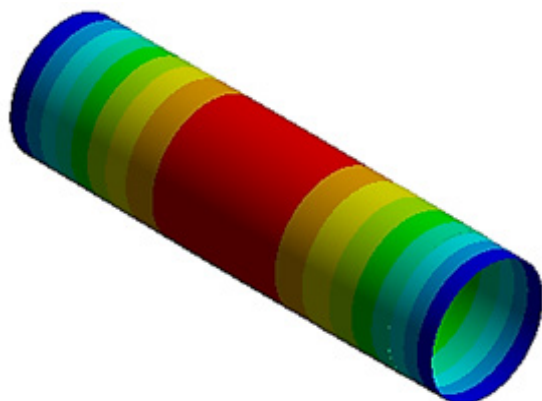
Формы колебаний, соответствующие приведенным в таблице 4 первым шести значащим частотам, приведены на рисунках 8 и 9.



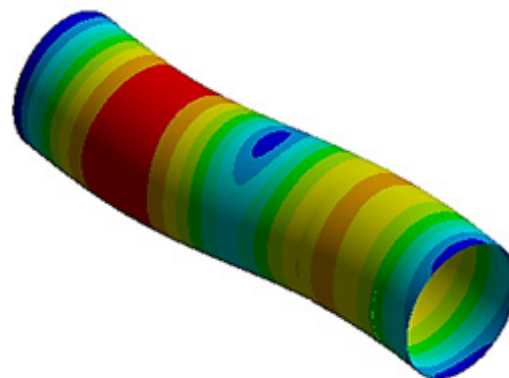
а



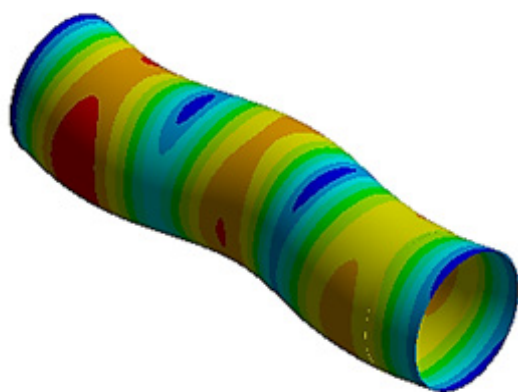
б



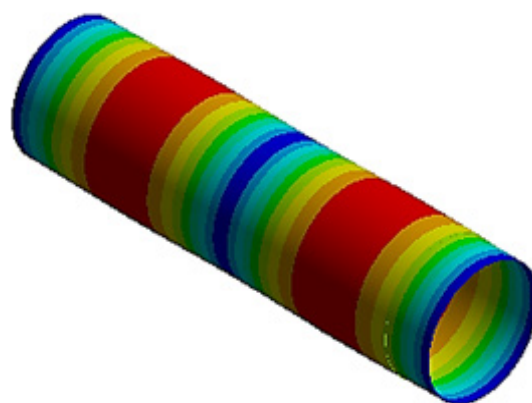
в



г

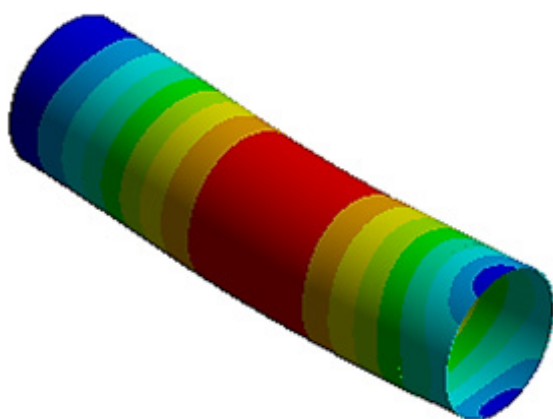


д

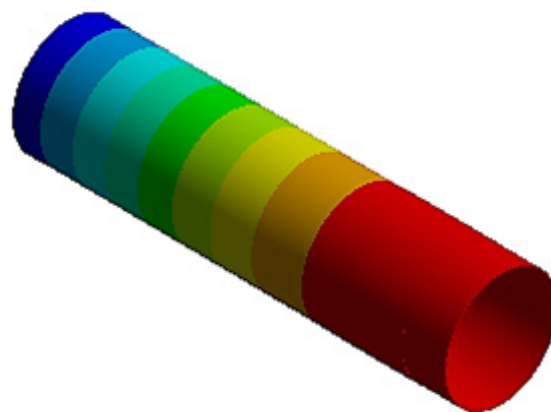


е

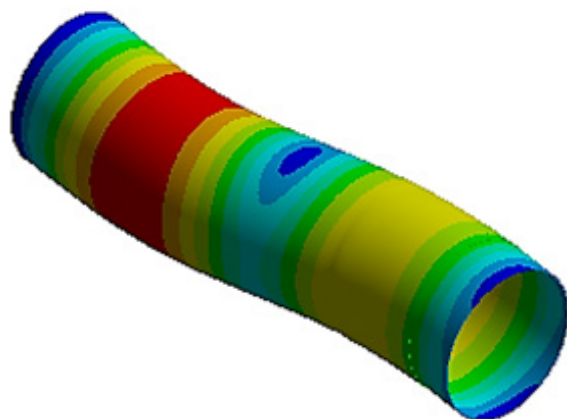
Рисунок 8 – Формы колебаний трубы, усиленной композитной накладкой, расположенной между свободноподвижной опорой и продольноподвижной опорой, при рабочем давлении: а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма; г – четвертая форма; д – пятая форма; е – шестая форма



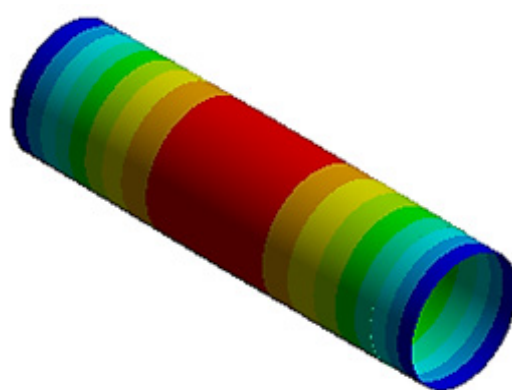
а



б



в



г

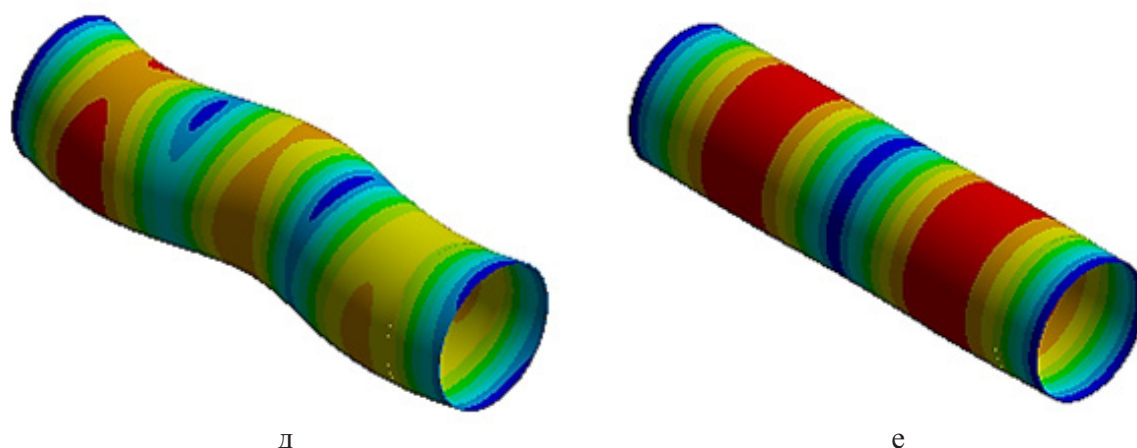


Рисунок 9 – Формы колебаний трубы, усиленной композитной накладкой, расположенной между свободноподвижной опорой и продольноподвижной опорой, при критическом давлении: а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма; г – четвертая форма; д – пятая форма; е – шестая форма

Для рабочего и критического давления первая, вторая, пятая и шестая формы совпадают.

Представленное автором исследование является частью одного комплексного исследования по применению композитных накладок в качестве способа усиления трубопроводов. Данное исследование является продолжением работ авторов [9, 38]. В данной работе проведено исследование типового участка магистрального надземного газопровода усиленными композитными накладками, установленными на опоры на предмет анализа частот колебаний (рисунок 2). В исследовании в качестве нагрузки выбрано внутреннее рабочее и критическое давление. Исследование проведено методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS Workbench [38]. Результаты анализа первых двадцати частот колебаний, когда композитная накладка расположена посередине между опорами 2 и 3, показали (рисунок 3), что частоты с первой по 11 более низкие для критического давления, чем для рабочего. Начиная с 12 частоты, более низкие для рабочего давления, чем для критического [38]. Вместе с тем при анализе первых шести форм колебаний было установлено, что при рабочем давлении наиболее подвержены изменению формы 1, 4 и 5. Критическое давление показало, что изменению подвержены формы колебаний под номерами 1, 2 и 5 [38]. Второй и третий этапы анализа частот колебаний при установке композитной наклейки в левой части, между опорами 1 и 2 (рисунок 4) или установке в правой части между опорами 3 и 4 (рисунок 5) показали аналогичный результат (таблицы 3 и 4), то есть частоты колебаний по 11 в случае критического давления ниже, чем при рабочем, а начиная с 12 частоты – наоборот, как и в случае установки композитной наклейки посередине (рисунок 3). Однако касаясь форм колебаний в случае рисунка 4 при рабочем давлении наиболее подвержены изменению 1, 3 и 5. При критическом внутреннем давлении изменение форм совпадает в случае рисунка 3. В случае рисунка 5 в условиях рабочего давления формы колебаний подвержены изменению аналогично в случае рисунка 3, а критическое давление показало, что изменение происходит в 1, 3 и 5 формах колебаний.

При сравнении всех трех случаев по значениям частот колебаний было установлено, что частоты колебаний при установке композитных накладок посередине (рисунок 3) в большинстве случаев превышают относительно рисункам 4 и 5, то есть из перечисленных 20 частот в 60–70% при случае с рисунком 3 значение частот больше относительно других двух случаев. Вместе с тем при анализе видно, что имеется достаточно много парных частот колебаний, что свидетельствует о качественной выбранной конечно-элементной модели [9, 38].

Обоснованность выбранного способа подтверждается ранее проведенными исследованиями автора по усилению вертикальных стальных оболочек с применением метода пред-

варительного напряжения, где предлагаемый способ показал свою эффективность. Следует отметить, что полученные результаты комплексного исследования в дальнейшем могут быть использованы как для новых проектируемых трубопроводов, так и для усиления эксплуатируемых трубопроводов. В качестве недостатка работы можно отметить то, что при анализе не учитывалась вариация усилия натяжения композитной наклейки. Однако это допущение существенно не влияет на результат, а трение можно учесть при дополнительных расчетах.

Ограничением данного исследования является то, что исследование проводилось на прямом участке трубопровода. Однако это позволило опробовать научную идею, обосновать некоторые предположения и подобрать конструктивные решения. В связи с чем необходимо расширить область исследования бандажированных трубопроводов в направлении исследования криволинейных участков трубопровода.

Заключение

Проведено численное исследование влияния места расположения композитных накладок на частоты колебаний магистрального газопровода ANSYS Workbench. Газопровод был смоделирован при условии рабочего и критического давления. При этом исследованы разные вариации места установки композитных накладок. В исследовании рассмотрены первые 20 частот колебаний и первые шесть форм. В результате было установлено, что в вариации установки композитных накладок при условии критического давления первые 11 частот колебаний показали более низкое значение, а начиная с 12 частоты более низкие значения показали в условиях рабочего давления. Вместе с тем в условиях рабочего давления расположение композитной наклейки в вариации между опорами 2 и 3, а также в вариации между опорами 3 и 4 показало одинаковые результаты, то есть изменение происходило только в 1, 4 и 5 формах. В вариации, когда наклейка установлена между опорами 1 и 2, изменению подверглись 1, 3 и 5 формы. В условиях критического давления расположение композитной наклейки в вариации между опорами 2 и 3, а также в вариации между опорами 1 и 5 показало одинаковые результаты, то есть изменение происходило в 1, 2 и 5 формах. В вариации, когда наклейка установлена между опорами 3 и 4, изменению подверглись 1, 3 и 5 формы. При сравнении всех трех случаев по значениям частот колебаний было установлено, что значение частот колебаний при установке композитных накладок посередине в большинстве случаев превышает, то есть из перечисленных 20 частот в 60–70% показатель частот больше относительно других двух случаев. Таким образом, полученные результаты исследований можно использовать для выбора места расположения наклейки из углепластика для бандажирования газопроводов в условиях региона с сейсмической активностью.

Благодарность/источник финансирования

Исследование проводилось в рамках грантового финансирования Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан ИРН AP14872527.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что конфликта интересов нет.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Официальный сайт АО «Интергаз Центральная Азия». URL: <https://intergas.kz/ru> (дата обращения: 24.08.2024).
- 2 Официальный сайт ТОО «Азиатский Газопровод». URL: <https://qsamruk.kz/company/agp> (дата обращения: 24.08.2024.)
- 3 Официальный сайт газопровод «Бейнеу-Бозой-Шымкент». URL: <https://bsgp.kz> (дата обращения: 24.08.2024.).

- 4 Официальный сайт национальной компании АО «QazaqGaz». URL: <https://qazaqgaz.kz> (дата обращения: 24.08.2024)
- 5 Официальный сайт национальной компании АО «КазМұнайГаз». URL: <https://www.kmg.kz/ru> (дата обращения: 24.08.2024).
- 6 СП РК 2.04-01-2017. Строительная климатология. Свод правил Республики Казахстан. – Астана, 2017. – 43 с. URL: https://online.zakon.kz/m/document/?doc_id=37599018 (дата обращения: 24.08.2024)
- 7 Zona. kz. URL: <https://zonakz.net/2021/03/12/iznos-kazaxstanskix-gazoprovodov-sostavlyayet-bolee-70/> (дата обращения: 24.08.2024).
- 8 Zhangabay N., Ibraimova U., Suleimenov U., et al. Factors affecting extended avalanche destructions on long-distance gas pipe lines: Review // *Case Studies in Construction Materials*. – 2023. – No.19. – e02376. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e02376>
- 9 Moldagaliyev A., Zhangabay N., Suleimenov U., Avramov K., Raimberdiyev T., Chernobryvko M., Umbitaliyev A., Jumabayev A., Yeshimbetov S. Deformation features of trunk pipelines with composite linings under static loads // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2023. – Vol. 5. – No. 7(125). – P. 34–42. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.287025>
- 10 In the West Kazakhstan Region, a worker was killed as a result of a gas pipeline rupture. URL: https://www.kt.kz/rus/incidents/v_zko_v_rezultate_razriva_gazoprovoda_pogib_rabochij_1153537406.html (accessed: 30.08.2024).
- 11 Gas Line Explodes in Nigeria, Killing at Least 260 // *The New York Times*, 2006. URL: <https://www.nytimes.com/2006/12/27/world/africa/27nigeria.html> (accessed: 30.08.2024)
- 12 Natural gas explosion kills nearly 300 at Texas school, History. 13 November 2009. URL: <https://www.history.com/this-day-in-history/natural-gas-explosion-kills-schoolchildren-in-texas> (accessed: 28.08.2024)
- 13 Ibraimova U., et al. Development of method for calculation of pre-strained steel cylindrical sheaths in view of the winding angle, pitch and thickness // *Case Studies in Construction Materials*. – 2023. – Vol. 19. – e02233. <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e02233>
- 14 Suleimenov U., Zhangabay N., Utebayeva A., Mohamad N., Moldagaliyev A., Abshenov K., Bugarova S., Daurbekova S., Ibragimova Z., Dosmakanbetova A. Determining the features of oscillations in prestressed pipelines // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2021. – Vol. 6. – No. 7/114. – P. 85–92. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.246751>
- 15 Suleimenov U., Zhangabay N., Utebayeva A., Masrah A.A.M., Dosmakanbetova A., Abshenov Kh., Bugarova S., Moldagaliyev A., Imanaliyev K., Duissenbekov B. Estimation of the strength of vertical cylindrical liquid storage tanks with dents in the wall // *Eastern – European Journal of enterprise technologies*. – 2022. – Vol. 1. – No.7/115. – P. 6–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252599>
- 16 Zhangabay N., Sapargaliyeva B., Suleimenov U., Abshenov K., Utebayeva A., Kolesnikov A., Baibolov, K., Fediuk R., Arinova D., Duissenbekov B. Analysis of Stress-Strain State for a Cylindrical Tank Wall Defected Zone // *Materials*. – 2022. – Vol. 15. – No. 16. – P. 5732. <https://doi.org/10.3390/ma15165732>
- 17 Suleimenov U., Zhangabay N., Abshenov K., Utebayeva A., Imanaliyev K., Mussayeva S., Moldagaliyev A., Yermakhanov M., Raikhanova G. Estimating of the stress-strain state of the vertical mounting joint of the cylindrical tank wall taking into account imperfections // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2022. – Vol. 3. – No. 7 (117). – P. 14–21. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.258118>
- 18 Zhangabay N., Suleimenov U., Utebayeva A., Kolesnikov A., Baibolov K., Imanaliyev K., Moldagaliyev A., Karshyga G., Duissenbekov B., Fediuk R., Amran M. Analysis of a stress-strain state of a cylindrical tank wall vertical field joint zone // *Buildings*. – 2022. – Vol. 12. – P. 1445. <https://doi.org/10.3390/buildings120914445>
- 19 Reis J.M.L. et al. Strength of dissimilar adhesively bonded DCB joints and its connection with the failure pressure of composite repair systems // *Composite Structures*. – 2023. – Vol. 304. – P. 116441. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116441>
- 20 Kiswendsida J., Huang Q. Probabilistic burst pressure prediction model for pipelines with single crack-like defect // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2024. – Vol. 207. – P. 105084. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2023.105084>
- 21 Jiang S., Li Y. Dynamic reliability assessment of multi-cracked structure under fatigue loading via multi-state physics model // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2021. – Vol. 213. – P. 107664. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107664>

- 22 Mondal Ch., Sutra Dhar A. Burst pressure assessment of corroded pipelines using fracture mechanics criterion // *Engineering Failure Analysis*. – 2019. – Vol. 104. – P. 139–153. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.05.033>
- 23 Xie M., Wang Y., Zhao J., Pei X., Zhang T. Prediction of pipeline fatigue crack propagation under rockfall impact based on multilayer perceptron // *Reliability Engineering & System Safety*. – 2024. – Vol. 242. – P. 109772. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109772>
- 24 Zhang D., Zhu H., Zhang C., Wang J., Guo H. Crack initiation and propagation of defects adjacent to the X65 pipeline spiral weld under axial tensile force // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2022. – Vol. 200. – P. 104814. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2022.104814>
- 25 Hossain A., Sutra Dhar A. Stress intensity factors for external corruptions and cracking of buried cast iron pipes // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2021. – Vol. 250. – P. 107778. <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2021.107778>
- 26 Wang W., Zhou A., Fu G., Li Ch., Robert D., Mahmoodian M. Evaluation of stress intensity factor for cast iron pipes with sharp corrosion pits // *Engineering Failure Analysis*. – 2017. – Vol. 81. – P. 254–269. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2017.06.026>
- 27 Okodi A., Lin M., Yoosef-Ghods N., Kainat M., Hassanien Sh., Adeeb S. Crack propagation and burst pressure of longitudinally cracked pipelines using extended finite element method // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2020. – Vol. 184. – P. 104115. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2020.104115>
- 28 Ameli I., Asgarian B., Lin M., Agbo S., Cheng R., Duan D., Adeeb S. Estimation of the CTOD-crack growth curves in SENT specimens using the eXtended finite element method // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2019. – Vol. 169. – P. 16–25. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2018.11.008>
- 29 Parool N., Qian X., Koh C. A modified hybrid method to estimate fracture resistance curve for pipes with a circumferential surface crack // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 188. – P. 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2017.05.046>
- 30 Xu J., Zhang Z., Østby E., Nyhus B., Sun D. Constraint effect on the ductile crack growth resistance of circumferentially cracked pipes // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2010. – Vol. 77. – P. 671–684. <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2009.11.005>
- 31 СП РК EN 1998-4:2006/2012. Проектирование сейсмостойких конструкций. Ч. 4. Бункеры, резервуары и трубопроводы. – 2012 (дата обращения: 29.08.2024).
- 32 СП РК EN 1993-4-3:2007-2011. Проектирование стальных конструкций. Ч. 4-3. Трубопроводы (дата обращения: 27.08.2024).
- 33 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 4: Silos, tanks, and pipelines. – 2006 (accessed: 25.08.2024).
- 34 Eurocode 3: Design of steel structures. Part 4: Silos, tanks, and pipelines. – 2005 (accessed: 26.08.2024).
- 35 API Specification 5L. 46th ed. Washington DC: American Petroleum Institute, 2018 (accessed: 24.08.2024).
- 36 ANSI/ASME B31G–1984. Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines. New York: ASME (accessed: 30.08.2024).
- 37 ANSI/ASME B31.8–73. Gas Transmission and Distribution Piping Systems (accessed: 27.08.2024).
- 38 Moldagaliyev A., Zhangabay N., Bonopera M., Raimberdiyev T., Yeshimbetov S., Galymzhan S., Anarbayev Y. Finite-element analysis of oscillations in damaged pipeline sections reinforced with a composite material // *Modelling and Simulation in Engineering*. – 2024. – Article ID 2827002. – 15 p. <https://doi.org/10.1155/2024/2827002>
- 39 ГОСТ 14959–2016. Металлопродукция из рессорно-пружинной нелегированной и легированной стали. Технические условия. – М., 2016. – 32 с. (дата обращения: 30.08.2024).
- 40 ANSYS 19.2 delivers faster problem-solving capabilities across entire portfolio. – 2018 (accessed: 30.08.2024).
- 41 Hallquist J.O. LS-DYNA Theory Manual. Livermore: Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2006. – 680 p. (accessed: 24.08.2024).
- 42 Barbero E.J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS. CRC Press, 2013. – 366 p. <https://doi.org/10.1201/b16295> (accessed: 30.08.2024).

REFERENCES

- 1 Intergas Central Asia JSC. Official website. URL: <https://intergas.kz/ru> (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 2 Asian Gas Pipeline LLP. Official website. URL: <https://qsamruk.kz/company/agp> (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 3 Beineu–Bozoy–Shymkent Gas Pipeline. Official website. URL: <https://bsgp.kz> (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 4 QazaqGaz NC JSC. Official website. URL: <https://qazaqgaz.kz> (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 5 KazMunayGas NC JSC. Official website. URL: <https://www.kmg.kz/ru> (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 6 SP RK 2.04-01-2017. Construction Climatology. Code of Practice of the Republic of Kazakhstan. Astana, 2017. 43 p. URL: https://online.zakon.kz/m/document/?doc_id=37599018 (accessed: 24.08.2024). (In Russian).
- 7 Zona.kz. Wear of Kazakhstan gas pipelines exceeds 70%. URL: <https://zonakz.net/2021/03/12/iznos-kazaxstanskix-gazoprovodov-sostavlyaet-bolee-70/> (accessed: 24.08.2024).
- 8 Zhangabay, N., Ibraimova, U., Suleimenov, U., et al. Factors affecting extended avalanche destructions on long-distance gas pipelines: Review. *Case Studies in Construction Materials*, 19, e02376 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e02376>
- 9 Moldagaliyev, A., Zhangabay, N., Suleimenov, U., Avramov, K., Raimberdiyev, T., Chernobryvko, M., Umbitaliyev, A., Jumabayev, A., Yeshimbetov, S. Deformation features of trunk pipelines with composite linings under static loads. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (7(125)), 34–42 (2023). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.287025>
- 10 In the West Kazakhstan Region, a worker was killed as a result of a gas pipeline rupture. URL: https://www.kt.kz/rus/incidents/v_zko_v_rezultate_razriva_gazoprovoda_pogib_rabochij_1153537406.html (accessed: 30.08.2024).
- 11 Gas line explodes in Nigeria, killing at least 260. *The New York Times*. 2006. URL: <https://www.nytimes.com/2006/12/27/world/africa/27nigeria.html> (accessed: 30.08.2024).
- 12 Natural gas explosion kills nearly 300 at Texas school. *History.com*. 13 November 2009. URL: <https://www.history.com/this-day-in-history/natural-gas-explosion-kills-schoolchildren-in-texas> (accessed: 28.08.2024).
- 13 Ibraimova, U., et al. Development of method for calculation of pre-strained steel cylindrical sheaths in view of the winding angle, pitch and thickness. *Case Studies in Construction Materials*, 19, e02233 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e02233>
- 14 Suleimenov, U., Zhangabay, N., Utebayeva, A., Mohamad, N., Moldagaliyev, A., Abshenov, K., Baganova, S., Daurbekova, S., Ibragimova, Z., Dosmakanbetova, A. Determining the features of oscillations in prestressed pipelines. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (7(114)), 85–92 (2021). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.246751>
- 15 Suleimenov, U., Zhangabay, N., Utebayeva, A., Masrah, A.A.M., Dosmakanbetova, A., Abshenov, Kh., Baganova, S., Moldagaliyev, A., Imanaliyev, K., Duissenbekov, B. Estimation of the strength of vertical cylindrical liquid storage tanks with dents in the wall. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (115)), 6–20 (2022). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252599>
- 16 Zhangabay, N., Sapargaliyeva, B., Suleimenov, U., Abshenov, K., Utebayeva, A., Kolesnikov, A., Baibolov, K., Fediuk, R., Arinova, D., Duissenbekov, B. Analysis of stress-strain state for a cylindrical tank wall defected zone. *Materials*, 15(16), 5732 (2022). <https://doi.org/10.3390/ma15165732>
- 17 Suleimenov, U., Zhangabay, N., Abshenov, K., Utebayeva, A., Imanaliyev, K., Mussayeva, S., Moldagaliyev, A., Yermakhanov, M., Raikhanova, G. Estimating of the stress-strain state of the vertical mounting joint of the cylindrical tank wall taking into account imperfections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(7 (117)), 14–21 (2022). <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.258118>
- 18 Zhangabay, N., Suleimenov, U., Utebayeva, A., Kolesnikov, A., Baibolov, K., Imanaliyev, K., Moldagaliyev, A., Karshyga, G., Duissenbekov, B., Fediuk, R., Amran, M. Analysis of a stress-strain state of a cylindrical tank wall vertical field joint zone. *Buildings*, 12, 1445 (2022). <https://doi.org/10.3390/buildings120914445>

- 19 Reis, J.M.L. et al. Strength of dissimilar adhesively bonded DCB joints and its connection with the failure pressure of composite repair systems. *Composite Structures*, 304, 116441 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116441>
- 20 Kiswendsida, J., Huang, Q. Probabilistic burst pressure prediction model for pipelines with single crack-like defect. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 207, 105084 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2023.105084>
- 21 Jiang, S., Li, Y. Dynamic reliability assessment of multi-cracked structure under fatigue loading via multi-state physics model. *Reliability Engineering & System Safety*, 213, 107664 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.res.2021.107664>
- 22 Mondal, Ch., Sutra Dhar, A. Burst pressure assessment of corroded pipelines using fracture mechanics criterion. *Engineering Failure Analysis*, 104, 139–153 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2019.05.033>
- 23 Xie, M., Wang, Y., Zhao, J., Pei, X., Zhang, T. Prediction of pipeline fatigue crack propagation under rockfall impact based on multilayer perceptron. *Reliability Engineering & System Safety*, 242, 109772 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.res.2023.109772>
- 24 Zhang, D., Zhu, H., Zhang, C., Wang, J., Guo, H. Crack initiation and propagation of defects adjacent to the X65 pipeline spiral weld under axial tensile force. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 200, 104814 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2022.104814>
- 25 Hossain, A., Sutra Dhar, A. Stress intensity factors for external corruptions and cracking of buried cast iron pipes. *Engineering Fracture Mechanics*, 250, 107778 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2021.107778>
- 26 Wang, W., Zhou, A., Fu, G., Li, Ch., Robert, D., Mahmoodian, M. Evaluation of stress intensity factor for cast iron pipes with sharp corrosion pits. *Engineering Failure Analysis*, 81, 254–269 (2017). <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2017.06.026>
- 27 Okodi, A., Lin, M., Yoosef-Ghods, N., Kainat, M., Hassanien, Sh., Adeeb, S. Crack propagation and burst pressure of longitudinally cracked pipelines using extended finite element method. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 184, 104115 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2020.104115>
- 28 Ameli, I., Asgarian, B., Lin, M., Agbo, S., Cheng, R., Duan, D., Adeeb, S. Estimation of the CTOD-crack growth curves in SENT specimens using the eXtended finite element method. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 169, 16–25. <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2018.11.008>
- 29 Parool, N., Qian, X., Koh, C. A modified hybrid method to estimate fracture resistance curve for pipes with a circumferential surface crack. *Engineering Fracture Mechanics*, 188, 1–19 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2017.05.046>
- 30 Xu, J., Zhang, Z., Østby, E., Nyhus, B., Sun, D. Constraint effect on the ductile crack growth resistance of circumferentially cracked pipes. *Engineering Fracture Mechanics*, 77, 671–684 (2010). <https://doi.org/10.1016/j.engfractmech.2009.11.005>
- 31 SP RK EN 1998-4:2006/2012. Proektirovanie sejsmostojkih konstrukcij. Part. 4. Bunkery, rezervuary i truboprovody, 2012 (accessed: 29.08.2024). (In Russian).
- 32 SP RK EN 1993-4-3-2007-2011. Proektirovanie stal'nyh konstrukcij. Part. 4–3. Truboprovody (accessed: 27.08.2024). (In Russian).
- 33 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 4: Silos, tanks, and pipelines, 2006. (accessed: 25.08.2024).
- 34 Eurocode 3: Design of steel structures. Part 4: Silos, tanks, and pipelines, 2005 (accessed: 26.08.2024)
- 35 API Specification 5L. 46th ed. Washington DC: American Petroleum Institute, 2018 (accessed: 24.08.2024).
- 36 ANSI/ASME B31G–1984. Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines. New York: ASME (accessed: 30.08.2024).
- 37 ANSI/ASME B31.8–73. Gas Transmission and Distribution Piping Systems (accessed: 27.08.2024).
- 38 Moldagaliyev, A., Zhangabay, N., Bonopera, M., Raimberdiyev, T., Yeshimbetov, S., Galymzhan, S., Anarbayev, Y. Finite-element analysis of oscillations in damaged pipeline sections reinforced with a composite material. *Modelling and Simulation in Engineering*, 2024, Article ID 2827002, 15 p. <https://doi.org/10.1155/2024/2827002>
- 39 GOST 14959–2016. Metalloprodukcija iz resorno-pruzhinnoj nelegirovannoj i legirovannoj stali. Tehniceskie uslovija. M., 2016. 32 p. (accessed: 30.08.2024). (In Russian).
- 40 ANSYS 19.2 delivers faster problem-solving capabilities across entire portfolio, 2018 (accessed: 30.08.2024). (In English).

41 Hallquist J.O. LS-DYNA Theory Manual. Livermore: Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2006. 680 p. (accessed: 24.08.2024).

42 Barbero E.J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS. CRC Press, 2013. 366 p. <https://doi.org/10.1201/b16295> (accessed: 30.08.2024).

¹Молдағалиев А.Б.,

Т.ғ.к., ORCID ID: 0000-0002-4286-8401,

e-mail: arm_mold81@mail.ru

¹Сулейменов У.С.,

Т.ғ.д., ORCID ID: 0000-0001-7798-1044,

e-mail: u.suleimenov2019@mail.ru

^{1*}Жаңабай Н.Ж.,

Т.ғ.к., ORCID ID: 0000-0002-8153-1449,

*e-mail: nurlan.zhanabay777@mail.ru

¹КЕАҚ. М. Әуезова атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті,
Шымкент қ., Қазақстан

МАГИСТРАЛЬДЫҚ ГАЗ ҚҰБЫРЫНЫҢ ТЕРБЕЛІС ЖИІЛІГІНЕ КОМПОЗИТТІК ТӨСЕМДЕРДІҢ ОРНАЛАСУ ОРНЫНЫҢ ӘСЕРІН ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Бұл жұмыста негізгі жер үсті газ құбырының типтік учаскесіндегі тербеліс жиіліктерін талдау мақсатында, тіректерге орнатылған күшейтілген композиттік төсемдерге сандық зерттеу жүргізілді. Зерттеу ANSYS Workbench бағдарламалық кешеніндегі соңғы элементтер әдісімен орындалды. Есептеулер кезінде жүктеме ретінде ішкі жұмыс қысымы және критикалық қысым жағдайлары қарастырылды. Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, критикалық қысым жағдайында композиттік төсемдердің әртүрлі орналасу нұсқаларында тербелістің алғашқы он бір жиілігі төмен мәндерді көрсетті, ал он екінші жиіліктен бастап жұмыс қысымы жағдайындағы көрсеткіштер төмендей бастады. Сонымен қатар, жұмыс қысымы жағдайында композиттік төсемді 2 мен 3-тіректер арасына, сондай-ақ 3 пен 4-тіректер арасына орналастыру нұсқалары ұқсас нәтиже берді: өзгерістер тек 1, 4 және 5-формаларда ғана байқалды. Ал төсем 1 мен 2-тіректер арасына орнатылған нұсқада 1, 3 және 5-пішіндер (формалар) өзгеріске ұшырады. Критикалық қысым жағдайында композиттік төсемді 2 мен 3-тіректер арасына, сондай-ақ 1 мен 5-тіректер арасына орналастыру кезінде нәтижелер бірдей болып, өзгерістер 1, 2 және 5-формаларда көрініс тапты. Төсем 3 пен 4-тіректер арасына қойылғанда, 1, 3 және 5-пішіндер өзгерді. Салыстырмалы талдау барысында тербеліс жиіліктерінің мәндері бойынша барлық үш жағдайда да композиттік төсемдерді ортаға орнатқан кезде жиілік көрсеткіштерінің басым бөлігі жоғары болатыны анықталды. Атап айтқанда, қарастырылған жиырма жиіліктің 60–70%-ында жиілік көрсеткіші басқа екі нұсқаға қарағанда жоғары болды. Осылайша, алынған зерттеу нәтижелерін сейсмикалық белсенді аймақтарда газ құбырларын нығайту (бандаждау) үшін көміртекті пластик төсемінің тиімді орнын таңдауда пайдалануға болады.

Тірек сөздер: болат газ құбыры, құбырларды нығайту, композициялық төсем, ақырлы элементті талдау, орналасқан жері.

¹**Moldagaliyev A.,**

Cand. Tech. Sc., ORCID ID: 0000-0002-4286-8401,

e-mail: arm_mold81@mail.ru

¹**Suleimenov U.,**

Dr. Tech. Sc., ORCID ID: 0000-0001-7798-1044,

e-mail: u.suleimenov2019@mail.ru

¹**Zhangabay N.,**

Cand. Tech. Sc., ORCID ID: 0000-0002-8153-1449,

e-mail: nurlan.zhanabay777@mail.ru

¹NAO South Kazakhstan University named after M. Auezov,
Shymkent, Kazakhstan**STUDY OF THE INFLUENCE OF THE LOCATION
OF COMPOSITE OVERLAYS ON THE VIBRATION FREQUENCIES
OF A MAIN GAS PIPELINE****Abstract**

In this paper, a numerical study of a typical section of an overhead main gas pipeline with reinforced composite linings mounted on supports for the analysis of vibration frequencies is carried out. The study was conducted using the finite element method in the ANSYS Workbench software package. The study considers cases with internal working and critical pressure as a load. The result of the study showed that in the variation of the installation of composite linings under the condition of critical pressure, the first eleven oscillation frequencies showed a lower value, and starting from the twelfth frequency, lower values were shown in the operating pressure condition. At the same time, under operating pressure conditions, the location of the composite lining in the variation between supports 2 and 3, as well as in the variation between supports 3 and 4, showed the same results, that is, the change occurred only in 1,4 and 5 forms. In the variation, when the pad is installed between the supports 1 and 2, the shapes 1,3 and 5 were changed. Under conditions of critical pressure, the location of the composite lining in the variation between supports 2 and 3, as well as in the variation between supports 1 and 5, showed the same results, that is, the change occurred in 1,2 and 5 forms. In the variation, when the pad is installed between the supports 3 and 4, the shapes 1,3 and 5 were changed. When comparing all three cases according to the values of the oscillation frequencies, it was established that the value of the oscillation frequencies when installing composite linings in the middle in most cases exceed, that is, of the twenty frequencies listed, 60-70% of the chatot index is higher relative to the other two cases. Thus, the obtained research results can be used to select the location of a carbon fiber lining for banding gas pipelines in a region with seismic activity.

Keywords: steel gas pipeline, pipe reinforcement, composite lining, finite element analysis, location.*Received: September 6, 2024; revised: October 20, 2024; accepted: January 15, 2026.*

UDC 622.276

IRSTI 52.47.17

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-385-394>

¹Nurtashev A.T.,

Master's student, ORCID ID: 0009-0006-5532-5808,

e-mail: as.nurtashev@gmail.com

¹Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

FEATURES OF THE NEAR-WELLBORE ZONE TEMPERATURE REGIME DURING HYDRAULIC FRACTURING AND ITS IMPACT ON BREAKER SELECTION

Abstract

In the development of oil and gas fields with elevated and high formation temperatures, the effectiveness of hydraulic fracturing (HF) operations is largely determined by the correct selection of the breaker system, which ensures controlled degradation of the polysaccharide gel after pumping and proppant placement. In conventional HF design practice, breaker type and concentration are typically selected based on a static formation temperature, while variations in the near-wellbore thermal regime during pumping are only partially considered. This study presents the results of an analysis of formation temperature dynamics recorded in real time using an autonomous downhole pressure–temperature gauge during an HF operation, including the injection test, mini-frac, and main fracturing stages. It was established that injection of fracturing fluid at a surface temperature of approximately 20 °C leads to a rapid reduction of near-wellbore temperature by several tens of degrees relative to the initial formation temperature. Operational pauses result in partial temperature recovery; however, the original thermal state is not restored before subsequent stages. The results demonstrate that the effective temperature governing HF fluid performance during a significant portion of the operation differs substantially from the static formation temperature. This discrepancy affects gel degradation kinetics and the efficiency of persulfate-type oxidative breakers. Comparison of field temperature data with laboratory rheological test results obtained using a Chandler 5550 viscometer confirms the necessity of accounting for dynamic temperature conditions when selecting breaker systems. Incorporating actual thermal history into breaker design improves selection reliability and enhances fracture cleanup efficiency in high-temperature reservoirs.

Keywords: hydraulic fracturing, fracturing fluid, reservoir temperature, near-wellbore, breaker, rheological properties.

Received: January 1, 2026; accepted: January 28, 2026.

Introduction

Hydraulic fracturing (HF) is one of the key technologies for hydrocarbon production stimulation and is widely applied in the development of low-permeability and heterogeneous reservoirs, including fields with elevated and high formation temperatures [1, 2]. Over more than half a century of development, HF technology has undergone significant evolution; however, the fundamental principles of operation design remain closely associated with the proper selection of fracturing fluid properties [2].

The effectiveness of HF operations is largely determined by the rheological and filtration properties of the applied fluid, which must ensure stable fracture opening, efficient proppant transport, and subsequent controlled degradation of the polymer gel with minimal residual damage to fracture conductivity [3–6]. Under high formation temperature conditions, the requirements for HF fluid formulation increase substantially, since elevated temperature accelerates thermal degradation of the polymer structure, alters the viscosity characteristics of crosslinked gels, and directly affects breaker reaction kinetics [7–9].

In engineering practice, the selection of HF fluid formulation is typically based on a static formation temperature determined from geological and geophysical data. Laboratory evaluation of fluid rheological properties and gel-breaking kinetics is usually performed at a fixed temperature

assumed to be equal to the formation temperature or at a reduced value. This approach is reflected in current methodological guidelines and regulatory documents, including the international standard ISO 13503-1, which governs methods for measuring the viscosity characteristics of completion and HF fluids [10].

At the same time, the results of experimental and field studies indicate that the actual temperature conditions in the near-wellbore zone during HF may differ significantly from the initial formation temperature [11–13]. The injection of large fluid volumes, whose temperature is generally lower than the formation temperature, leads to intensive cooling of the HF zone. The magnitude and nature of this cooling depend on the pumping regime, injected fluid volume, and operation duration, as confirmed by both analytical assessments and field observations [13, 14].

Variations in the temperature regime during pumping have a direct impact on the rheological behavior of HF fluids and the efficiency of gel degradation. As temperature decreases, breaker reaction rates may be significantly reduced, resulting in delayed fracture cleanup and retention of polymer residues within the proppant pack [15, 16]. Consequently, selecting breaker concentration solely based on static formation temperature without accounting for actual thermal transients may lead to a mismatch between laboratory-designed fluid formulations and real reservoir conditions.

Despite the recognized importance of temperature effects, most existing HF fluid design methodologies implicitly assume quasi-stationary thermal conditions and do not incorporate real-time temperature evolution during pumping. In this regard, optimization of HF fluid formulation with consideration of dynamic formation temperature represents an important scientific and practical challenge.

The objective of this study is to substantiate an adaptive approach to HF fluid formulation selection based on real-time downhole pressure-temperature monitoring and laboratory investigations of the rheological properties of crosslinked gels. By integrating field-measured thermal histories with controlled laboratory testing, the proposed approach enables improved design reliability and enhanced effectiveness of HF fluids under high formation temperature conditions.

Materials and methods

Object of study and initial reservoir conditions

The study is based on field and laboratory data obtained during an HF operation conducted in a terrigenous reservoir characterized by elevated formation temperature. In order to comply with confidentiality requirements, the field name, well number, and stratigraphic designation of the productive interval are not disclosed in this paper. The considered object represents a typical oil field with low-permeability porous reservoirs, for which HF is the primary method of production stimulation.

The main geological, physical, and thermobaric reservoir parameters are summarized in Table 1. The reservoir conditions are characterized by significant burial depth, high formation temperature, and moderate reservoir pressure, which impose increased requirements on the thermal stability and gel-breaking kinetics of the HF fluid.

Table 1 – Main Initial Reservoir Parameters

Parameter	Value
Average reservoir depth, m	2,640
Reservoir type	Porous
Average effective thickness, m	9
Porosity, %	14
Permeability, mD	2
Formation temperature, °C	108
Initial reservoir pressure, atm	285

Brief description of the HF operation

The HF operation was performed in several consecutive stages and included an injection test, a mini-frac, and the main HF treatment. The total pumping duration, including operational pauses between individual stages, was approximately eight hours.

HF fluid injection was carried out in a staged manner and was accompanied by periodic pump shutdowns between operation stages. The presence of operational pauses was dictated by the specifics of the field execution and had a significant impact on the thermal regime of the near-wellbore zone. During active pumping periods, intensive cooling of the formation occurred due to the injection of fluid with a temperature substantially lower than the formation temperature, whereas during pump shutdown periods partial temperature recovery was observed.

Within the scope of the present study, pressure parameters, pumping schedules, injected fluid and proppant volumes, as well as fracture geometry characteristics were not analyzed. The HF operation was considered exclusively as a controlled hydrothermal process, allowing investigation of formation temperature dynamics and its influence on HF fluid rheological properties and gel-breaking kinetics.

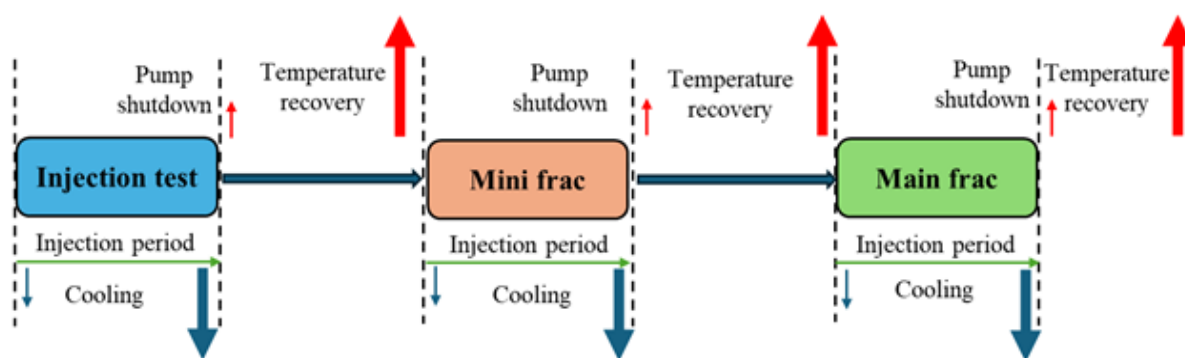


Figure 1 – Schematic representation of HF operation stages

Downhole Temperature Monitoring Methodology

To record the temperature regime in the near-wellbore zone during the HF operation, an autonomous downhole pressure–temperature gauge AMT-10 was installed within the HF treatment interval. The gauge provided continuous recording of temperature and pressure throughout all pumping stages and the subsequent recovery period.

Pressure and temperature data were recorded with a time step of 1 second, ensuring sufficient temporal resolution to capture both rapid temperature changes during active pumping and gradual temperature recovery after pump shutdown. The obtained data were used for a detailed analysis of temperature dynamics during the injection test, mini-frac, and main HF stages.

The main technical specifications of the applied measuring equipment are presented in Table 2.

Table 2 – Main technical specifications of the downhole pressure–temperature gauge

Parameter	Value
Type	Autonomous pressure–temperature gauge
Model	AMT-10
Temperature measurement range	up to 150 °C
Pressure measurement range	up to 100 MPa
Temperature measurement accuracy	±0.5 °C
Data recording type	Internal memory
Logging frequency	Programmable

HF Fluid System

The studied HF operation employed a water-based HF fluid formulated with a crosslinked polysaccharide gel. Guar gum derivatives were used as the gelling agent, providing the formation of a three-dimensional crosslinked structure with rheological properties suitable for efficient proppant transport.

Viscosity enhancement and thermal stability of the system were achieved through the application of a borate-based crosslinking agent, providing reversible crosslinking of polysaccharide chains. Such fluid systems are widely used in field practice for HF operations under moderate and elevated temperature conditions.

Controlled degradation of the gel structure after pumping completion was achieved using an oxidative breaker based on inorganic persulfate-type oxidizers. Its mechanism of action is associated with oxidative destruction of polysaccharide chains, resulting in viscosity reduction and facilitating subsequent removal of degradation products from the fracture.

Special attention was paid to the selection of breaker concentration, as the rate and efficiency of breaker action are largely governed by the temperature regime. The base fluid formulation was initially designed using the static formation temperature, after which its applicability was evaluated considering the actual temperature dynamics during pumping.

Laboratory Rheological Testing Methodology

Laboratory investigations of HF fluid rheological properties were conducted using a high-pressure, high-temperature rotational viscometer Chandler 5550, designed to simulate HF fluid flow conditions at elevated temperatures and pressures. The testing methodology complied with the requirements of the international standard ISO 13503-1 [10].

The rheological testing program consisted of three consecutive stages performed to simulate temperature conditions characteristic of the main HF treatment. At the first stage, the stability of the crosslinked gel was evaluated at formation temperature for a duration exceeding the calculated main HF pumping time by 20%, corresponding to pad-stage conditions within the main treatment. At the second stage, tests were conducted at a temperature reduced to approximately 85% of the formation temperature, simulating intermediate thermal conditions during the main HF pumping process. At the third stage, gel breaking and structural degradation were investigated at a temperature defined as the arithmetic mean between the formation temperature and the surface-injected fluid temperature. This temperature level was used to simulate the conditions of the final stages of the main HF treatment and the initial post-pumping period, when a mixed thermal regime forms in the near-wellbore zone due to heat exchange between the injected fluid and the formation.

All tests were performed at a constant shear rate representative of fluid flow conditions within the fracture. During testing, viscosity evolution over time was recorded, allowing evaluation of gel stability, degradation kinetics, and system sensitivity to temperature variations.

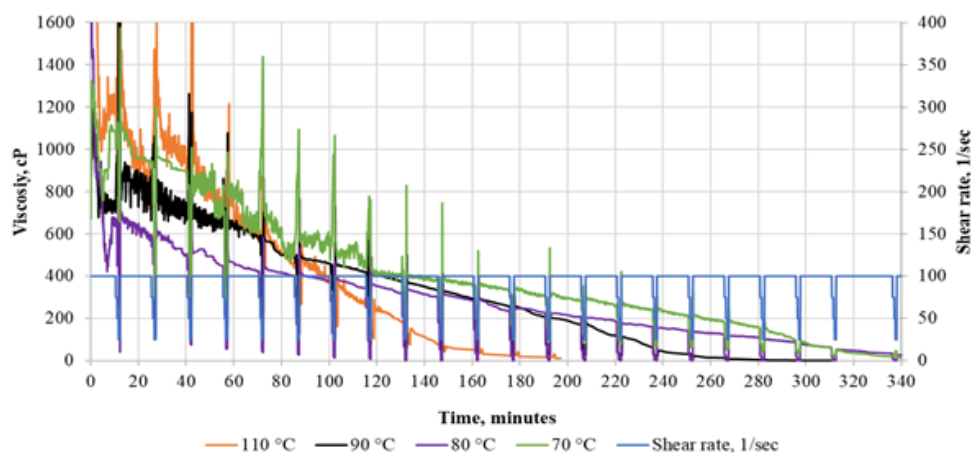


Figure 2 – Example of a rheological test of a crosslinked gel under different temperature regimes

Data Processing and Analysis

Downhole temperature data and laboratory rheological test results were analyzed jointly. Temperature curves were segmented according to HF operation stages, and characteristic temperature ranges were identified for each stage. Laboratory results were interpreted with consideration of these temperature ranges, which enabled evaluation of the adequacy of the conventional static-temperature-based fluid design approach and substantiation of the need for HF fluid formulation optimization accounting for dynamic formation temperature behavior.

Results and discussion

Formation temperature dynamics during the HF operation

The results of downhole pressure–temperature monitoring provided a continuous temperature history of the near-wellbore zone throughout all stages of the HF operation. The overall dynamics of temperature, pressure, and operational parameters are presented in Figure 3.

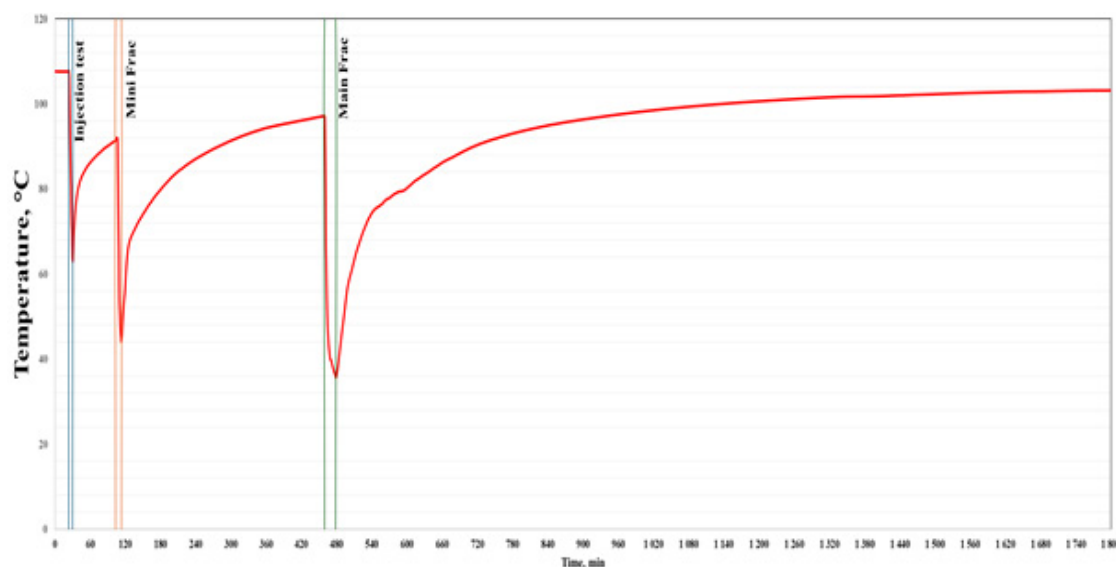


Figure 3 – Overall dynamics of temperature, pressure, and operational parameters in the near-wellbore zone during the hydraulic fracturing operation

Analysis of the temperature curve indicates that the thermal regime in the near-wellbore zone is distinctly non-stationary and differs significantly from the static formation temperature assumed during HF design. Already at the injection test stage, a sharp temperature decrease is observed due to the injection of HF fluid at approximately 20 °C, which is substantially lower than the initial formation temperature of 108 °C (Table 1). This rapid cooling develops within the first minutes of pumping, indicating intense heat exchange between the injected fluid and the surrounding formation.

After pump shutdown, partial temperature recovery occurs as a result of conductive heat transfer from the surrounding rock; however, the temperature does not return to the initial formation level before the onset of subsequent operation stages. As a result, a reduced thermal background is established in the near-wellbore zone early in the treatment and persists throughout the operation.

A more detailed view of temperature evolution during the injection test stage is presented in Figure 4. Even short-term injection of cold fluid leads to a pronounced temperature reduction, forming the initial thermal conditions for subsequent stages.

Temperature dynamics during the mini-fracturing stage are shown in Figure 5. Compared with the injection test, the mini-frac results in deeper and more prolonged cooling of the formation. The minimum temperatures recorded at this stage are significantly lower than the formation temperature,

indicating an accumulated cooling effect from preceding pumping activities. After pump shutdown, partial thermal recovery is observed; however, by the start of the main HF stage the temperature remains noticeably below the initial formation value.

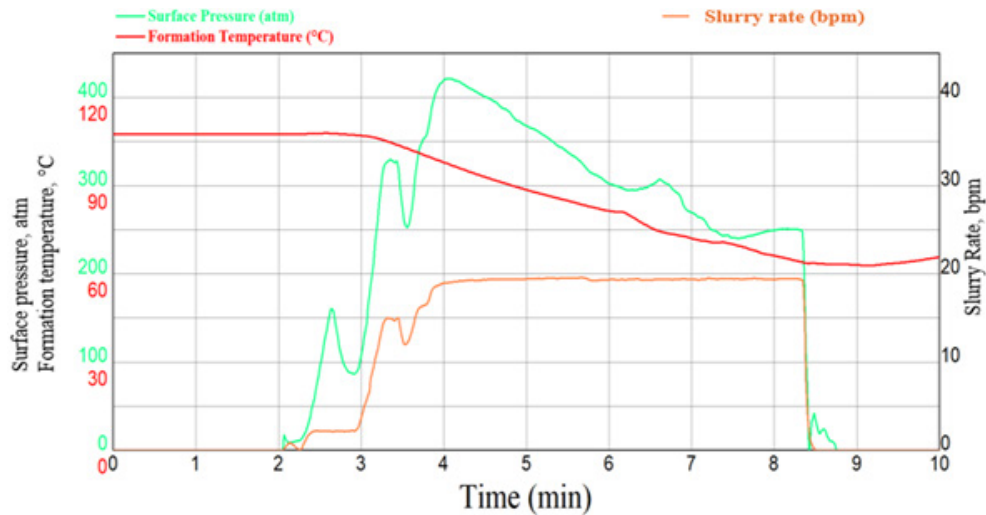


Figure 4 – Temperature dynamics in the near-wellbore zone during the injection test stage

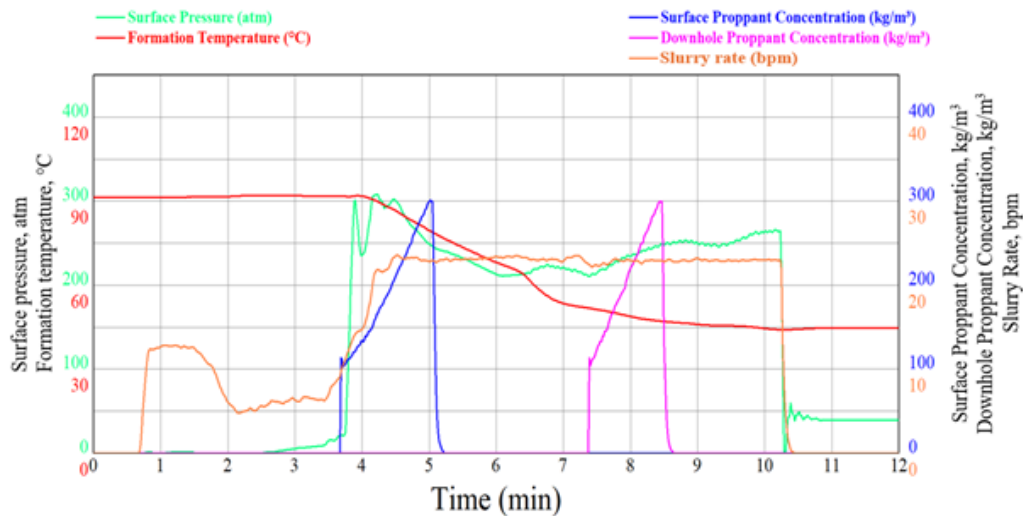


Figure 5 – Temperature variation during the mini-hydraulic fracturing stage

The most pronounced and long-lasting cooling of the near-wellbore zone occurs during the main HF stage (Figure 6). During this period, temperature decreases by several tens of degrees relative to the initial formation temperature and remains at a reduced level throughout the entire active pumping interval. Consequently, the HF fluid system operates under thermal conditions that differ substantially from those assumed in conventional laboratory-based fluid design.

The characteristic temperature parameters for each operation stage are summarized in Table 3. These data clearly demonstrate that the effective operating temperature range of the HF fluid is shifted toward significantly lower values relative to the formation temperature, particularly during the mini-frac and main HF stages.

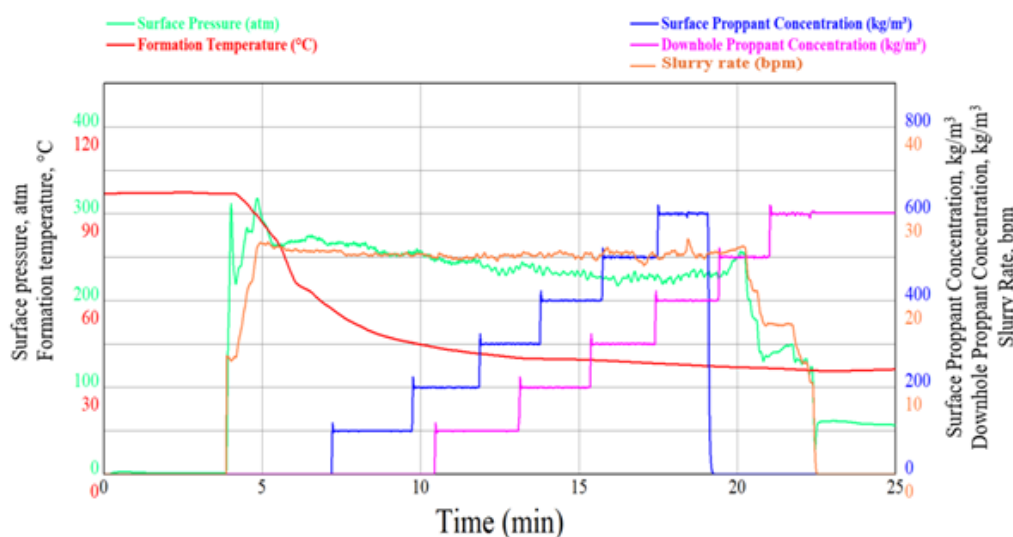


Figure 6 – Temperature dynamics in the near-wellbore zone during the main hydraulic fracturing stage

Table 3 – Characteristic temperature parameters during different stages of the HF operation

Operation stage	Stage duration, min	Temperature before injection, °C	Minimum temperature during injection, °C	Average temperature during injection, °C	Deviation of average temperature from formation temperature, °C
Injection test	7	108	63	83	-25
Mini-fracturing	10	92	44	70	-38
Main hydraulic fracturing	23	97	36	56	-52

Comparison of field temperature data and laboratory rheological tests

The results of laboratory rheological tests of the crosslinked gel conducted in accordance with ISO 13503-1 [10]. The experiments demonstrate that both viscosity stability and gel-breaking kinetics are highly sensitive to temperature conditions. A decrease in temperature relative to the formation value results in a slowdown of oxidative breaker action and prolonged retention of elevated viscosity.

Comparison of the downhole temperature history obtained in the field (Figures 3–6) with laboratory test results reveals that the conventional approach to breaker selection does not adequately represent the actual operating conditions of the HF fluid during pumping. Effective cooling of the near-wellbore zone leads to a reduced rate of gel degradation, which may delay fracture cleanup and negatively affect proppant pack conductivity. These observations are consistent with findings reported in previous studies [15, 16].

Comparison of conventional and optimized temperature selection approaches

To quantitatively assess the discrepancy between calculated and actual temperature conditions used for breaker selection, a comparison between the conventional and optimized approaches is presented in Table 4.

As shown in Table 4, the temperatures applied within the optimized approach are systematically lower than those assumed in traditional design. The most significant deviations are observed at the intermediate and final stages of the main HF treatment, where the actual operating temperature of the fluid is tens of degrees lower than the formation temperature. This explains the reduced efficiency of breaker action when using fluid formulations designed without consideration of dynamic temperature conditions.

Table 4 – Comparison of calculated and actual temperatures

Parameter	Conventional approach	Optimized approach (based on study results)
Initial stage, °C	108	97
Intermediate stage, °C	92	60
Final stage, °C	64	40

Justification for optimizing HF fluid formulation

The obtained results confirm that a HF operation should be considered not only as a hydrodynamic process but also as a pronounced hydrothermal process. The temperature regime in the near-wellbore zone is governed by the injected fluid temperature, pumping rates and stage durations, as well as the presence of operational pauses between stages.

Under such conditions, optimization of fracturing fluid formulation should be performed with consideration of the actual thermal history of the operation rather than relying exclusively on static formation temperature. Selection of breaker type and concentration accounting for reduced temperature conditions allows maintaining viscosity stability during pumping stages and ensuring effective gel degradation after fracturing completion, which is critically important for improving efficiency and repeatability of HF results in high-temperature reservoirs [7–9, 15].

Conclusion

Within the framework of the present study, the influence of dynamic formation temperature behavior on HF fluid performance under high-temperature reservoir conditions was systematically analyzed. Based on downhole pressure–temperature monitoring data, it was demonstrated that the thermal regime in the near-wellbore zone during HF operations is highly non-stationary and is governed by the sequence of pumping stages, the temperature of the injected fluid, and the presence of operational pauses between treatment stages.

It was established that a significant temperature reduction occurs already during the injection test stage, while subsequent temperature recovery is limited and incomplete. During the mini-fracturing and main HF stages, an accumulated cooling effect develops, resulting in an effective operating temperature of the HF fluid that remains several tens of degrees lower than the initial formation temperature for a substantial portion of the treatment duration.

Comparison of downhole thermometry data with laboratory rheological test results showed that the conventional HF fluid design approach based on static formation temperature does not adequately reflect the actual operating conditions of the gel system during pumping. In particular, reduced temperature conditions lead to a pronounced slowdown in polysaccharide gel degradation kinetics and a corresponding decrease in the efficiency of oxidative breakers, potentially impairing fracture cleanup and proppant pack conductivity.

Based on the obtained results, the necessity of optimizing HF fluid formulation with consideration of the actual thermal history of the operation is substantiated. Adaptation of breaker concentration and fluid formulation parameters to the dynamically evolving temperature regime enables the simultaneous achievement of viscosity stability during pumping stages and effective gel degradation after HF completion.

The proposed approach can be readily implemented in HF design workflows without additional operational complexity, relying on the interpretation of downhole temperature data and adjusted laboratory testing protocols. The conclusions obtained have practical significance and may be applied in the design of HF operations in high-temperature reservoirs to enhance the reliability of engineering decisions, improve fracture cleanup efficiency, and increase the repeatability of field results.

REFERENCES

- 1 Economides, M.J., and Nolte, K.G. Reservoir Stimulation, 3rd ed. (Chichester: John Wiley & Sons, 2003).
- 2 Montgomery, C.T., and Smith, M.B. Hydraulic fracturing: History of an enduring technology. *Journal of Petroleum Technology*, 62 (12), 26–41 (2010). <https://doi.org/10.2118/1210-0026-JPT>
- 3 Gidley, J.L., Holditch, S.A., Nierode, D.E., and Veatch, R.W. Recent Advances in Hydraulic Fracturing (Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 1989).
- 4 Al-Muntasheri, G.A. Rheology of Hydraulic Fracturing Fluids (Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2016).
- 5 Nasr-El-Din, H.A., and Al-Muntasheri, G.A. Evaluation of fracturing fluids under high-temperature conditions. *SPE Production & Operations*, 23 (4), 473–483 (2008). <https://doi.org/10.2118/100529-PA>
- 6 Al-Muntasheri, G.A., Hussein, I.A., and Sultan, A.S. Impact of temperature on the rheological properties of fracturing fluids. *SPE Journal*, 16 (1), 53–63 (2011). <https://doi.org/10.2118/119887-PA>
- 7 Barati, R., and Liang, J.-T. A review of fracturing fluid systems used for hydraulic fracturing of oil and gas wells. *Journal of Applied Polymer Science*, 131 (16), 40735 (2014). <https://doi.org/10.1002/app.40735>
- 8 Hoffman, B.T., et al. Breaker selection and optimization for hydraulic fracturing fluids. *SPE Journal*, 10 (3), 257–264 (2005). <https://doi.org/10.2118/82238-PA>
- 9 Sultan, A.S., Al-Muntasheri, G.A., and Hussein, I.A. High-temperature fracturing fluids: Challenges and recent advances. *SPE Journal*, 25 (2), 931–947 (2020). <https://doi.org/10.2118/195415-PA>
- 10 ISO 13503-1. Oil and gas industries — Completion fluids and materials — Part 1: Measurement of viscous properties of completion fluids (Geneva: International Organization for Standardization, 2011).
- 11 Warpinski, N.R., and Teufel, L.W. Influence of temperature and fluid injection on fracture behavior. *SPE Journal*, 2 (2), 134–145 (1987). <https://doi.org/10.2118/15215-PA>
- 12 Barree, R.D., and Conway, M.W. Temperature effects during hydraulic fracturing treatments. *SPE Production & Facilities*, 9 (4), 238–244 (1994). <https://doi.org/10.2118/25933-PA>
- 13 Ramey, H.J. Wellbore heat transmission. *Journal of Petroleum Technology*, 14 (4), 427–435 (1962). <https://doi.org/10.2118/96-PA>
- 14 Vernigora, D., et al. Comprehensive modeling of downhole temperature during hydraulic fracturing. *SPE Journal*, 23 (5), 1865–1880 (2018). <https://doi.org/10.2118/181812-PA>
- 15 Baihly, J.D., et al. Real-time diagnostics of hydraulic fracturing using downhole measurements. *SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference* (2014). <https://doi.org/10.2118/168596-MS>
- 16 Al-Bazali, T.M., et al. Effect of fracturing-fluid temperature on cleanup efficiency. *SPE Production & Operations*, 29 (1), 45–55 (2014). <https://doi.org/10.2118/164034-PA>

¹Нурташев А.Т.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0006-5532-5808,
e-mail: as.nurtashev@gmail.com

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті,
Алматы қ., Қазақстан

ҚАБАТТЫ ГИДРАВЛИКАЛЫҚ ЖАРУ КЕЗІНДЕГІ КЕНЖАР МАҢЫНДАҒЫ АЙМАҚТЫҢ ТЕМПЕРАТУРАЛЫҚ РЕЖИМІНІҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЫДЫРАТУШЫНЫ ТАҢДАУҒА ӘСЕРІ

Аңдатпа

Қабат температурасы жоғары мұнай және газ кен орындарын игеру жағдайында қабатты гидравликалық жару (ҚГЖ) операцияларының тиімділігі көбінесе ыдыратушы жүйесін дұрыс таңдаумен анықталады. Бұл жүйе проппантты айдау және орналастыру аяқталғаннан кейін полисахаридті гелдің бақылаулы түрде бұзылуын қамтамасыз етуі тиіс. ҚГЖ жобалаудың дәстүрлі тәжірибесінде ыдыратушының түрі мен концентрациясы, әдетте, қабат температурасының статикалық мәніне негізделіп таңдалады, ал айдау процесіндегі оқпан маңы аймағындағы температуралық режимнің өзгеруі шектеулі деңгейде ғана ескеріледі. Жұмыста айдау сынағы, мини-ҚГЖ және негізгі гидравликалық жаруды қамтитын ҚГЖ операциясы ке-

зінде автономды тереңдік термобарикалық датчигінің көмегімен нақты уақыт режимінде тіркелген қабат температурасының динамикасын талдау нәтижелері ұсынылған. Беткі температурасы шамамен 20 °C болатын жұмыс сұйықтығын айдау оқпан маңы аймағындағы температураның бастапқы қабат температурасымен салыстырғанда ондаған градусқа тез төмендеуіне әкелетіні анықталды. Технологиялық үзілістер кезінде температура ішінара қалпына келеді, алайда қабаттың бастапқы жылу күйі келесі кезеңдер басталғанға дейін толық қалпына келіп үлгермейді. Алынған нәтижелер көрсеткендей, операцияның едәуір бөлігінде ҚГЖ сұйықтығының қасиеттерін анықтайтын тиімді температура статикалық қабат мәнінен айтарлықтай ерекшеленеді. Бұл сәйкессіздік гелдің ыдырау кинетикасына және персульфатты типтегі тотықтырғыш ыдыратушылардың тиімділігіне әсер етеді. Кен орнындағы температуралық деректерді Chandler 5550 вискозиметрінде жүргізілген зертханалық реологиялық сынақтардың нәтижелерімен салыстыру ыдыратушы жүйелерді таңдау кезінде динамикалық температуралық режимді ескеру қажеттілігін растайды. Операцияның нақты температуралық тарихын есепке алу ыдыратушыны таңдау сенімділігін арттырады және жоғары температуралы ұжымдық қабаттар жағдайында жарықшақтың тазаруын жақсартуға әрі ҚГЖ нәтижелерінің қайталануын қамтамасыз етуге мүмкіндік береді.

Тірек сөздер: қабатты гидравликалық жару, қабатты гидравликалық жару сұйықтығы, кенжар маңындағы аймақ, ыдыратушы, реологиялық қасиеттер.

¹Нурташев А.Т.,
магистрант, ORCID ID: 0009-0006-5532-5808,
e-mail: as.nurtashev@gmail.com
¹Казахстанско-Британский технический университет,
г. Алматы, Казахстан

ОСОБЕННОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ ПРИ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПОДБОР БРЕЙКЕРА

Аннотация

В условиях разработки нефтяных и газовых месторождений с повышенными и высокими пластовыми температурами эффективность операций гидроразрыва пласта (ГРП) в значительной степени определяется корректным выбором брейкерной системы, обеспечивающей контролируемое разрушение полисахаридного геля после завершения закачки и размещения проппанта. В традиционной практике проектирования ГРП тип и концентрация брейкера, как правило, подбираются исходя из статического значения пластовой температуры, тогда как изменения температурного режима в призабойной зоне в процессе закачки учитываются лишь в ограниченной степени. В работе представлены результаты анализа динамики пластовой температуры, зарегистрированной в режиме реального времени с использованием автономного глубинного термобарического датчика в ходе проведения операции ГРП, включающей нагнетательный тест, мини-ГРП и основной гидроразрыв. Установлено, что закачка жидкости гидроразрыва с поверхностной температурой порядка 20 °C приводит к быстрому снижению температуры в призабойной зоне на десятки градусов по сравнению с исходной пластовой температурой. Наличие технологических пауз сопровождается частичным восстановлением температуры, однако исходное тепловое состояние пласта не восстанавливается до начала последующих стадий. Полученные результаты показывают, что эффективная температура, определяющая поведение жидкости ГРП в течение значительной части операции, существенно отличается от статического пластового значения. Это расхождение оказывает влияние на кинетику разрушения геля и эффективность окислительных брейкеров персульфатного типа. Сопоставление промысловых температурных данных с результатами лабораторных реологических испытаний, выполненных на вискозиметре Chandler 5550, подтверждает необходимость учёта динамического температурного режима при подборе брейкерных систем. Учет фактической температурной истории операции повышает надежность выбора брейкера и способствует улучшению очистки трещины и повторяемости результатов ГРП в условиях высокотемпературных коллекторов.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, жидкость гидроразрыва пласта, призабойная зона, брейкер, реологические свойства.

UDC 622.276.4
IRSTI 52.47.19

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-395-405>

^{1,2}**Omarova A.O.,**

Master's student, ORCID ID: 0009-0006-4287-2714,

e-mail: assemgulomarova@gmail.com

^{1*}**Yskak A.S.,**

Associate professor, ORCID ID: 0000-0002-2532-2642,

*e-mail: yskakardak@gmail.com

¹Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

²University of Lorraine, France

EFFICIENCY OF MICROPORE SWEEP DURING VISCOELASTIC POLYMER FLOODING FOR ENHANCED OIL RECOVERY

Abstract

Polymer flooding is widely implemented as a mobility-control method for enhanced oil recovery (EOR); however, incremental recovery beyond mobility improvement is frequently reported and remains incompletely explained. This review examines the role of viscoelasticity in improving micropore sweep efficiency during polymer flooding. A clear distinction is made between micropore access (flow penetration into low-connectivity microdomains) and micropore mobilization (release of trapped oil in dead-end pores and corners). The analysis synthesizes experimental observations, pore-scale simulations, and rheological considerations to evaluate whether elastic stresses contribute to additional oil displacement mechanisms beyond shear viscosity effects. Particular attention is given to extensional flow behavior in converging-diverging pore geometries, the influence of crude oil viscosity, and the role of salinity, temperature, and mechanical degradation in suppressing viscoelastic responses. The review demonstrates that viscoelastic contributions to oil recovery are condition-dependent and most pronounced within specific viscosity and operational windows. Variability in reported results is largely attributed to inconsistent rheological characterization and insufficient consideration of degradation effects. Standardized brine-conditioned rheological protocols, including extensional metrics where feasible, are recommended to improve reproducibility and predictive capability. The findings highlight the need for multi-scale validation linking pore-scale mechanisms to core-scale displacement and field performance.

Keywords: Viscoelastic polymer flooding; micropore sweep efficiency; enhanced oil recovery; pore-scale mechanisms; residual oil mobilization

Received: March 2, 2026; accepted: March 12, 2026.

Introduction

Polymer flooding is among the most established chemical EOR methods, commonly justified through mobility control: increasing aqueous-phase viscosity reduces the mobility ratio, stabilizes displacement fronts, and improves macroscopic sweep in heterogeneous reservoirs. Yet, many polymer-flood case studies and laboratory reports document incremental oil recovery that cannot be fully explained by viscosity enhancement alone, particularly when changes in microscopic displacement efficiency or residual oil saturation are observed. This disconnect has motivated renewed interest in polymer viscoelasticity and how elastic stresses interact with pore geometry, interfacial phenomena, and trapping mechanisms at the microscale.

A central theme emerging from the literature is that viscoelastic polymer solutions can introduce additional forces beyond those captured by Newtonian viscosity. Comprehensive reviews highlight multiple candidate mechanisms, including elastic instabilities in constrictions, normal-stress-driven effects, and enhanced displacement in dead-end or corner regions where oil is commonly

trapped [1, 2]. At pore scale, simulations and experiments increasingly suggest that local stress build-up near contact regions can deform and mobilize trapped oil ganglia through breakup pathways such as pinch-off, providing a plausible route for microscopic improvement at moderate capillary numbers [3]. Connecting these mechanistic insights to field-relevant screening criteria remains challenging due to inconsistent reporting of rheology, ambiguity in selecting appropriate Deborah numbers for porous media, and limited use of extensional metrics despite their relevance to converging–diverging flow [1, 4].

Heavy oil reservoirs are a particularly important context for this discussion. In such systems, mobility control alone may be insufficient if oil viscosity is very high, and the feasibility of polymer flooding depends on both injectivity and the ability of polymer elasticity to contribute to oil mobilization. Recent experimental work has emphasized a practical “viscosity limit” for effective elastic displacement, indicating that polymer viscoelasticity delivers measurable incremental recovery only within certain crude-viscosity and operational conditions [5]. Microscopic experiments in heterogeneous heavy oil settings also show that sweep and displacement efficiencies are strongly coupled, and that micro-displacement in less-accessible regions can govern incremental recovery [6]. Salinity and temperature can degrade polymer elasticity, altering flow fields and reducing the pore-scale benefits observed under benign laboratory brines [7, 8]. Mechanical degradation during injection through shear and high pressure gradients further complicates interpretation of “elastic effects,” since molecular weight loss and chain scission directly reduce viscoelastic response [9]. This focused review synthesizes peer-reviewed studies spanning pore-scale mechanisms, heavy oil experiments, harsh-condition performance, degradation, and numerical modeling. The objective is to provide a mechanism-based framework for micropore sweep improvement in viscoelastic polymer flooding, emphasize rheological descriptors and translate literature insights into practical screening and reporting guidance.

Materials and methods

This work is a focused narrative review that synthesizes peer-reviewed literature on micropore-scale displacement during viscoelastic polymer flooding. A structured search was performed in Google Scholar and ScienceDirect using combinations of keywords including viscoelastic polymer flooding, pore-scale, dead-end pores, corner residual oil, extensional viscosity, heavy oil, high salinity, polymer degradation, and numerical modeling. Only studies relevant to (i) pore-scale mobilization mechanisms, (ii) rheological characterization linked to porous-media response, (iii) performance under harsh reservoir conditions (high salinity/temperature), (iv) polymer mechanical degradation, or (v) pore-/core-scale numerical modeling were retained.

Results and discussion

Rheology and descriptors relevant to micropore sweep

Shear viscosity remains essential to polymer flooding because it controls mobility ratio and stabilizes displacement fronts; however, micropore sweep efficiency often depends on mechanisms not captured by viscosity alone. Reviews based on extensive laboratory datasets emphasize that polymer performance may include an “elastic contribution,” particularly in geometries characterized by repeated contraction–expansion, streamline curvature, and interfacial deformation [1, 2]. This distinction is critical in micropores and dead-ends, where local velocities are low and capillary trapping dominates. Under such conditions, incremental mobilization is expected only if the displacing phase develops additional stresses that can perturb the local force balance near interfaces and in pore throats.

A major unresolved issue is the selection of rheological metrics that meaningfully correlate with porous-media response. Small-amplitude oscillatory tests (G'/G'') and relaxation times are widely reported, yet petroleum engineering literature notes that Deborah numbers derived from

oscillatory shear may not reflect the deformation history experienced in pore networks, where extensional kinematics are prevalent [4]. Extensional rheology is therefore increasingly highlighted as a more physically relevant descriptor for converging–diverging flows, since pore throats behave as repeated extensional elements. Experimental comparisons of fluids with similar shear viscosity but different elastic response further support the view that elasticity-related descriptors can correlate with incremental recovery beyond purely viscous mobility control [10]. For review consistency and reproducibility, studies should report at minimum a full viscosity curve versus shear rate and at least one elasticity-related metric together with brine composition and temperature, since salinity and harsh conditions can suppress elasticity and alter microflow structure [7, 8].

Pore-scale mechanisms

Micropore sweep is strongly governed by pore–throat architecture and connectivity, which differ systematically across permeability classes. Remaining oil after flooding frequently concentrates in poorly connected microdomains, pore corners, and dead-end features because local pressure gradients and velocities are insufficient to overcome capillary confinement. A pore-network representation across permeability levels provides an effective visual explanation of why low-permeability domains are prone to bypassing and persistent trapping. Remaining-oil characterization studies further show that the occurrence and morphology of residual oil depend on permeability-related pore structure, reinforcing the need to interpret polymer flooding outcomes through pore-network connectivity rather than bulk permeability alone [11]. This structural argument establishes the “access problem”: improving macroscopic sweep does not automatically guarantee invasion into microporous regions.

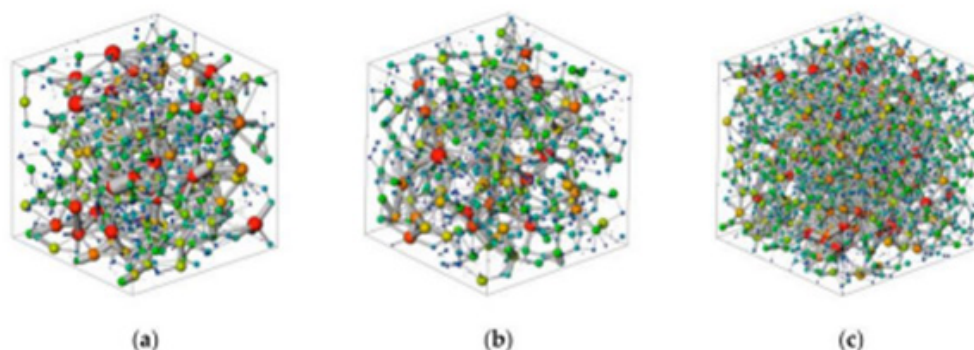


Figure 1 – Pore network model of reservoirs with different permeability:
(a) high, (b) medium, (c) low. Reproduced from [11]

Beyond access, micropore sweep requires mobilization from geometries where oil remains protected, notably corners and dead-end pores. Conceptually, viscoelastic polymer solutions can generate additional elastic stresses during deformation in converging–diverging microgeometries, potentially altering the local force balance near the oil–water interface and facilitating detachment, deformation, or transport of trapped oil. Mechanistic discussions in the review literature describe elasticity-enabled mobilization in dead-ends and corner regions, while also emphasizing that the effect is conditional on flow regime, wettability, and preservation of viscoelasticity in brine [1, 2]. Numerical setups designed around dead-end capillary geometries provide a controlled platform to study these effects, since they isolate the geometry-driven deformation field that is difficult to separate in heterogeneous cores.

Figure 2 is positioned here because it establishes the canonical dead-end geometry and the computational representation used to evaluate viscoelastic behavior in confined pore elements [12].

Pore-scale simulations provide an interpretable route to connect viscoelastic constitutive behavior to displacement outcomes in simplified microgeometries. In fractional-order viscoelastic formulations, the order parameter can be interpreted as controlling the strength of “memory” in stress response, which in turn modifies the stress distribution and flow field within dead-end geometries.

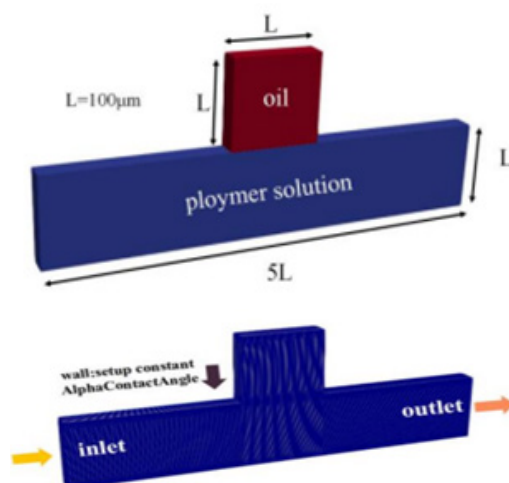


Figure 2 – Physical and Numerical model of the dead-end capillary [12]

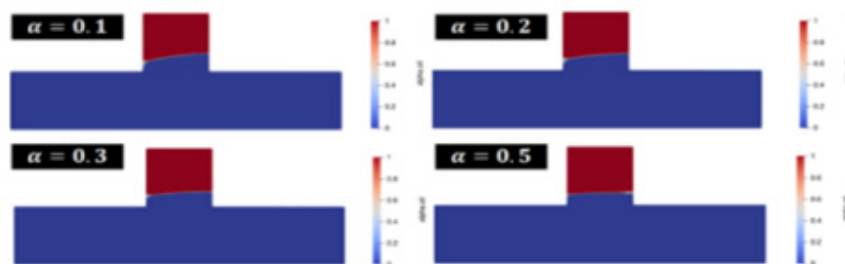


Figure 3 – Simulation results of viscoelastic displacement in a dead-end geometry for different fractional derivative orders (α). [12]

Simulation results reported for different fractional orders show distinct displacement patterns and support the mechanistic hypothesis that enhanced elastic response can promote more effective displacement in confined regions, consistent with the broader idea that elasticity becomes most relevant in strongly deformational pore elements [12]. In a review context, these results should be framed as mechanistic support rather than universal prediction: they highlight sensitivity to constitutive assumptions and boundary conditions, and they underscore why consistent rheological reporting is necessary to interpret cross-study differences.

Heavy oil displacement and the “viscosity window” for elastic contribution

Heavy oil systems provide a stringent test for polymer flooding because viscous forces, injectivity constraints, and capillary trapping interact more strongly than in light-oil settings. While mobility control remains a primary driver for polymer flooding, multiple studies argue that viscoelasticity can contribute additional microscopic displacement only within a practical range of oil viscosities and operating conditions. Authors present a controlled experimental program explicitly designed to investigate a “viscosity limit” for elastic contribution during polymer flooding of heavy oils [5]. Their experimental workflow (Figure 4) provides a transparent basis for evaluating displacement behavior under consistent coreflood conditions, enabling mechanistic interpretation rather than anecdotal comparison.

A key point for micropore sweep is that elasticity-driven mobilization does not increase indefinitely with oil viscosity. At high viscosities, displacement becomes dominated by severe mobility contrast, and the displacing phase can no longer generate sufficient deformation to activate elastic stresses in trapped-oil geometries. Thus, an operational “window” exists where polymer

viscoelasticity and pore-scale deformation rates are adequate to enhance mobilization. Microscopic studies in heterogeneous heavy-oil systems confirm that sweep and displacement efficiencies are limited by both heterogeneity and viscosity; improvements occur mainly when the displacing phase can access and perturb low-connectivity microdomains rather than simply stabilize dominant flow channels. [6].

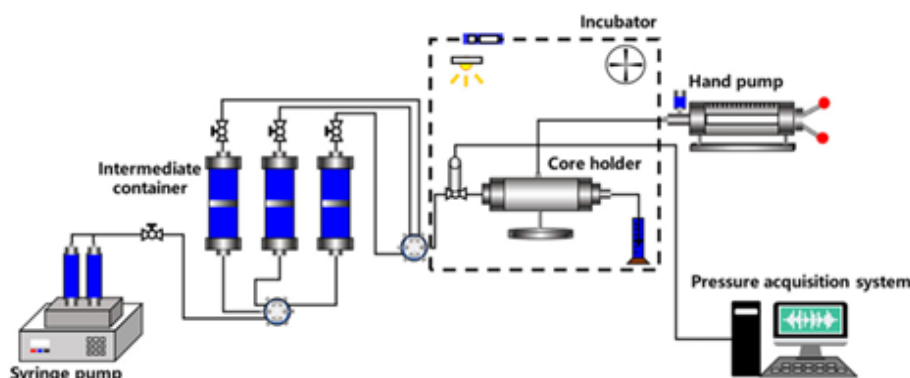


Figure 4 – Schematic diagram of the core displacement experiment process.
Reproduced from [5]

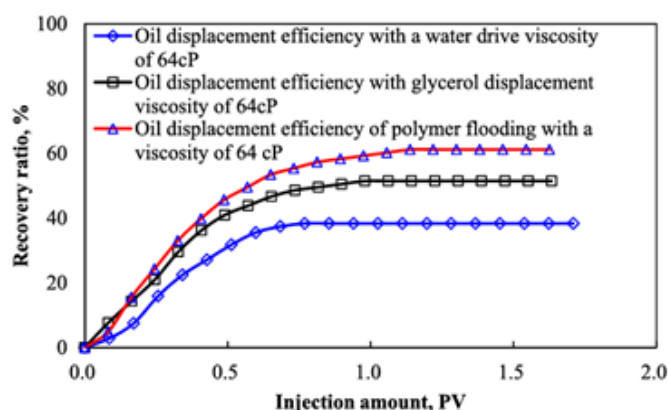


Figure 5 – Displacement results [5]

Figure 5 compares displacement performance under the conditions reported, indicating that incremental benefits depend on crude viscosity and operating conditions [5]

Even when polymer flooding is conceptually attractive for heavy oil, harsh reservoir conditions can suppress the very viscoelastic features that motivate micropore-scale improvement. High salinity, especially with divalent ions, screens electrostatic repulsion along polymer chains and promotes coil contraction, reducing hydrodynamic volume and weakening elastic response. Pore-scale experimental evidence demonstrates that salinity-driven loss of viscoelasticity leads to measurable changes in microflow structures, supporting the broader interpretation that micropore mobilization benefits are conditional on preserving polymer elastic behavior in the injected brine [13]. From a review standpoint, this is a crucial “why results vary” point: two studies can report similar apparent viscosities at a given shear rate, yet exhibit different micropore-scale outcomes if one polymer loses elasticity under brine conditions.

Temperature adds another constraint, particularly for heavy-oil reservoirs where elevated temperature may exist naturally or be introduced by operations. Under high-temperature/high-salinity (HTHS) conditions, polymer selection becomes a design problem: either employ polymers with improved thermal and salt tolerance or accept that elasticity-driven mechanisms will be attenuated

and the flood will behave predominantly as a mobility-control process. Laboratory studies targeting HTHS heavy oil settings report that appropriate polymer formulations can still deliver meaningful incremental recovery, but they also reinforce that brine chemistry and temperature must be treated as first-order variables rather than secondary details [8].

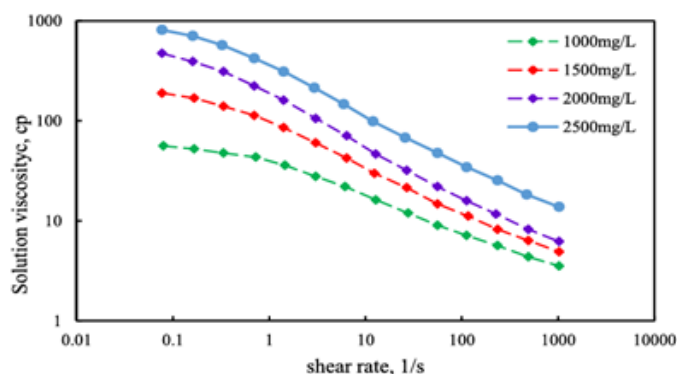


Figure 6 – Rheology of polymer solution at different locations from the bottom of the well (reported by the source study) [5]

Figure 6 is placed here because rheological response “at different locations” illustrates the practical reality that polymer rheology is not uniform across the system. In review language, it supports the statement that in-situ effective rheology evolves with position and deformation history, and therefore “elastic contribution” must be discussed as a function of operational context rather than as a fixed property of the polymer [4, 5].

A practical limitation that often receives insufficient attention in mechanism-focused discussions is polymer integrity. Viscoelastic mobilization relies on maintaining chain length and microstructural response; mechanical degradation reduces molecular weight and can weaken or eliminate the elastic component even if the solution retains some shear-thinning behaviour. Experimental evaluation of HPAM mechanical degradation under conditions relevant to injection operations shows that factors such as pressure drop, flow through constrictions, and handling processes can significantly affect polymer properties [9]. For a review, the implication is direct: claims of “elastic contribution” must be interpreted in the context of polymer degradation history. Two floods using nominally the same polymer grade and concentration can yield different micropore-scale outcomes if one experiences stronger mechanical scission prior to entering the formation.

This integrity argument also feeds back into the heavy-oil “window” concept. If polymer elasticity is reduced by salinity/temperature and further weakened by degradation, then even reservoirs that appear “screened” for polymer flooding based on viscosity ratio may not realize micropore-scale benefits.

Modeling across scales

Modeling plays a central role in viscoelastic polymer flooding research because many of the proposed “micropore sweep” mechanisms are inherently local: they are activated in pore throats, corners, and dead-end geometries where deformation history, interfacial curvature, and contact-line dynamics govern whether trapped oil remains immobile or becomes mobilized. At the pore scale, one major contribution of modern multiphase viscoelastic simulations is to make the stress pathways visible and testable. For example, Lattice-Boltzmann-based multiphase modeling has been used to show how viscoelastic stresses can localize near contact regions and influence droplet deformation and mobilization routes such as pinch-off-type breakup in confined geometries, providing a physically interpretable explanation for microscopic mobilization beyond Newtonian capillary-number arguments [3]. In parallel, simplified “canonical” pore elements such as dead-end capillaries remain useful because they isolate trapping geometry and allow systematic sensitivity studies to the constitutive description. Fractional-order Maxwell formulations, for instance, provide

a parameterized way to represent stress memory and relaxation behavior and have been applied to predict how changes in viscoelastic response can alter displacement patterns and residual trapping in dead-end configurations. [12].

A frequent critique of pore-scale modeling is that idealized geometries may not represent real rock topology. This is why microflow simulations on reconstructed pore structures have become increasingly influential. CT-informed workflows that generate realistic pore geometries and solve non-Newtonian/viscoelastic multiphase flow in computational frameworks (e.g., OpenFOAM-based approaches) provide an intermediate modeling layer between idealized pore elements and core/field-scale behavior [14]. Microflow modeling is explicitly used to investigate viscoelastic polymer flooding in heterogeneous reservoir contexts, enabling the evaluation of how heterogeneity, connectivity, and local deformation fields influence displacement patterns and flow diversion at pore scale. This matters for “micropore sweep efficiency” because access to micropores is often controlled by connectivity and preferential flow paths, while mobilization depends on whether local deformation rates and stress development are sufficient to perturb capillary trapping [11]. Microflow models therefore help reconcile why laboratory studies may disagree: two polymer solutions with similar apparent shear viscosity can produce different microdisplacement outcomes if one preserves elastic response under the specific brine and deformation conditions encountered in the pore network, an issue also emphasized by discussions on extensional relevance and unresolved characterization challenges [1].

At Darcy (reservoir) scale, the practical challenge is different: field decisions require models that are computationally tractable and parameterizable from available data, even though true pore-scale stress localization cannot be resolved directly. Many field-relevant simulations focus on incorporating the dominant non-Newtonian features most commonly shear-thinning—through effective viscosity or dynamic viscosity formulations, with the aim of improving predictions of injectivity, mobility control, and sweep under realistic operational constraints. Study of authors provides a Darcy-scale polymer flooding framework that uses a dynamic viscosity model to represent shear-thinning behavior in a way compatible with continuum-scale simulation needs [15]

Field-scale modeling is also widely used to test hybrid chemical systems where viscoelasticity and interfacial chemistry are coupled, especially in complex reservoir architectures such as naturally fractured systems. A field-scale simulation study of viscoelastic surfactant (VES) flooding in naturally fractured reservoirs illustrates how viscoelastic chemical systems can be evaluated against waterflooding and conventional chemical flooding strategies in terms of recovery and water-cut trends under fracture–matrix transfer conditions. In a polymer-focused micropore sweep review, the point of including such work is not to claim direct equivalence between VES and polymer viscoelasticity, but to show that (i) viscoelastic properties are being treated as design variables at scale, and (ii) multi-physics coupling is a realistic pathway when polymer elasticity alone is insufficient for access and mobilization across heterogeneous domains [16].

Any model-based interpretation must remain consistent with polymer integrity and the possibility that viscoelastic response degrades before the fluid even reaches the targeted pore regions. Mechanical degradation of HPAM solutions during preparation and flow through restrictions is experimentally documented and provides a clear caution: if chain scission reduces molecular weight and elasticity, then the pore-scale mechanisms predicted by viscoelastic constitutive models may not be realized in practice unless degradation is minimized or explicitly accounted for. Similarly, pore-scale experiments show that high salinity can suppress viscoelasticity and alter microflow fields, which should be reflected either through brine-conditioned rheology inputs or through conservative interpretation of “elastic contribution” in models [13]. The most defensible modeling hierarchy for journal-quality review synthesis is: (1) pore-scale models to establish plausible mobilization pathways and identify the controlling stress/geometry conditions ; (2) geometry-resolved microflow simulations to test those pathways under realistic pore connectivity and heterogeneity ; and (3) Darcy/field-scale models to translate non-Newtonian transport behavior and operational constraints into sweep-level predictions while acknowledging that explicit micropore mobilization must be supported by compatible rheology and integrity evidence[12, 13 ,15].

Limitations and research gaps

Even though the literature increasingly supports the plausibility of elasticity-assisted microscopic displacement, several limitations constrain how confidently viscoelastic polymer flooding can be generalized as a micropore sweep solution. First, a major limitation is the non-standardized characterization of “viscoelasticity”. Many studies still rely on shear viscosity or oscillatory rheology alone, yet porous-media flow is dominated by converging–diverging kinematics and interfacial deformation. As emphasized in petroleum engineering discussions, Deborah numbers derived from small-amplitude oscillatory tests may not map cleanly to pore-network deformation histories, which complicates cross-study comparison and contributes to apparently contradictory conclusions regarding residual oil reduction and “elastic contribution” [1, 4]. Without consistent reporting of relaxation behavior and, where possible, extensional response, it remains difficult to identify transferable thresholds for when micropore-scale benefits should be expected.

Second, pore-scale mechanisms are highly conditional on brine chemistry and reservoir harshness. Salinity can suppress polymer elasticity and alter microflow fields, meaning that the same polymer system may behave fundamentally differently across reservoirs or even within a single field if injected water composition varies [13]. Temperature further accelerates chemical and mechanical processes that degrade polymer performance, and heavy-oil reservoirs represent a stringent regime where even if macroscopic mobility control is improved, elastic contributions may operate only within a limited crude-viscosity window [5, 8].

Third, polymer integrity and mechanical degradation remain under-accounted in both experiments and models. Chain scission during preparation, pumping, and flow through restrictions can reduce molecular weight and weaken elastic response, potentially collapsing the displacement behavior toward a predominantly shear-thinning viscous regime even when the injected formulation was designed to be viscoelastic [9]. This limitation affects the interpretation of both laboratory studies and modeling efforts: pore-scale models that assume intact polymer viscoelasticity may overestimate elastic stress development if degradation is significant in practice, while Darcy-scale models that represent polymers only through effective viscosity cannot directly capture elastic stress localization mechanisms.

The literature supports viscoelasticity as a potentially important lever for micropore mobilization, but it also highlights the need for standardized rheological reporting, brine-conditioned characterization, degradation-aware interpretation, and multi-scale validation.

Conclusion

1. Polymer flooding performance cannot be fully interpreted through shear viscosity and mobility ratio alone. Under appropriate conditions, viscoelastic stresses may contribute to additional microscopic displacement mechanisms.

2. Micropore sweep improvement involves two distinct processes: (i) access to low-connectivity microdomains and (ii) mobilization of oil trapped in dead-end pores and corners. These processes should not be conflated.

3. Elastic contributions are strongly dependent on crude oil viscosity, salinity, temperature, and operational conditions. A practical viscosity window appears to exist beyond which elastic benefits diminish.

4. Extensional flow behavior in converging–diverging pore geometries is likely more relevant than oscillatory shear descriptors alone. Standard rheological reporting should therefore extend beyond zero-shear viscosity.

5. Mechanical degradation significantly reduces polymer elasticity and may explain inconsistencies across published studies. Degradation-aware experimental protocols are essential for reliable interpretation.

6. Future progress requires a multi-scale framework integrating pore-scale imaging, microfluidic validation, core flooding experiments, and reservoir-scale modeling.

Overall, viscoelastic polymer flooding represents a condition-dependent enhancement mechanism that must be rigorously characterized to ensure reproducibility and field applicability.

REFERENCES

- 1 Rock, A.H. On the role of polymer viscoelasticity in enhanced oil recovery: Extensive laboratory data and review. *Polymers*, 12(2276) (2020). <https://doi.org/10.3390/polym12102276>
- 2 Zeynalli, M.M.-S. A comprehensive review of viscoelastic polymer flooding in sandstone and carbonate rocks. *Scientific Reports*, 13(17679) (2023). <https://doi.org/10.1038/s41598-023-44896-9>
- 3 Dzanic, V.S. Mobilization of trapped oil droplet in porous media through viscoelasticity. *Physics of Fluids*, 35 (2023). <https://doi.org/10.1063/5.0163902>
- 4 Azad, M.S. Extensional effects during viscoelastic polymer flooding: Understanding unresolved challenges. *SPE Journal*, 1827–1841 (2020). <https://doi.org/10.2118/201112-PA>
- 5 Xue, X.Z. Enhancing heavy-oil displacement efficiency through viscoelasticity of polymer solution by investigating the viscosity limit of crude oil: An experimental study. *Energy Science & Engineering*, 1–12 (2024). <https://doi.org/10.1002/ese3.1753>
- 6 Wang, S.S. Microscopic experimental study on the sweep and displacement efficiencies in heterogeneous heavy oil reservoirs. *Energy Reports*, 7, 1627–1635 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2021.03.018>
- 7 Zhu, S.Z. Study on viscoelastic characteristics of polymer solution formation and their effect on oil displacement efficiency. *Polymers*, 18(2) (2026). <https://doi.org/10.3390/polym18010002>
- 8 Zhang, F.J. Laboratory experimental study on polymer flooding in high-temperature and high-salinity heavy oil reservoir. *Applied Sciences*, 12(11872) (2022). <https://doi.org/10.3390/app122211872>
- 9 Herrera, J.M. Experimental evaluation of the mechanical degradation of HPAM polymeric solutions used in enhanced oil recovery. *CT&F – Ciencia, Tecnología y Futuro*, 10, 131–141 (2020). <https://doi.org/10.29047/issn.0122-5383>
- 10 Anil, A.A. Experimental investigation of the effect of viscoelasticity on enhanced oil recovery during polymer flooding. *ACS Omega* (2025). <https://orcid.org/0000-0001-9818-2866>
- 11 Sun, X.S. Study on the occurrence characteristics of the remaining oil in sandstone reservoirs with different permeability after polymer flooding. *Polymers*, 16(1902) (2024). <https://doi.org/10.3390/polym16131902>
- 12 Huang, J.C. Numerical study for the performance of viscoelastic fluids on displacing oil based on the fractional-order Maxwell model. *Polymers*, 14(5381) (2022). <https://doi.org/10.3390/polym14245381>
- 13 Zhu, W.L. Pore-scale experiments reveal distinct flow field of polymer flooding with viscoelasticity loss by high salinity. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects* (2023). <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2023.131473>
- 14 Zhong, H.H. Modeling of microflow during viscoelastic polymer flooding in heterogeneous reservoirs of Daqing Oilfield. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 210(110091) (2022). <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.110091>
- 15 Daripa, P.M. Modeling shear thinning polymer flooding using a dynamic viscosity model. *Physics of Fluids*, 35(046606) (2023). <https://doi.org/10.1063/5.0145061>
- 16 Ahmed, M.E. Enhancing the oil recovery from naturally fractured reservoirs using viscoelastic surfactant (VES) flooding: A field-scale simulation. *ACS Omega*, 7, 504–517 (2022). <http://pubs.acs.org/journal/acsodf?ref=pdf>

^{1,2}**Омарова А.О.,**

магистрант, ORCID ID: 0009-0006-4287-2714,

e-mail: assemgulomarova@gmail.com

^{1*}**Ысқақ А.С.,**

кауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-2532-2642,

*e-mail: yskakardak@gmail.com

¹Қ.И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТЗУ, Алматы қ., Қазақстан²Лотарингия университеті, Нанси қ., Франция

КАБАТТАРДЫҢ МҰНАЙБЕРГІШТІГІН АРТТЫРУ ҮШІН ТҰТҚЫР СЕРПІМДІ ПОЛИМЕРЛЕРМЕН СУ АЙДАУ КЕЗІНДЕ МИКРОКЕУЕКТЕРДІ ТАЗARTY TIIMДІЛІГІ

Андатпа

Полимерлі су айдау қабаттардың мұнай өндірісін (ҚМБА) арттыру үшін ұтқырлықты бақылау әдісі ретінде кеңінен қолданылады, дегенмен ұтқырлықты арттырғаннан кейін оның біртіндеп қалпына келуі туралы жиі хабарланады, бұл толық түсіндірілмеген құбылыс. Бұл шолу полимерлерді суды айдау кезінде микрокеуектерді тазарту тиімділігін арттырудағы тұтқыр серпімділіктің рөлін қарастырады. Микрокеуектерге қол жеткізу (төмен байланысқан микромолендерге ағынның енуі) мен микрокеуектердің жылжуы (тұйық тесіктер мен бұрыштардан мұнайды босату) арасында нақты айырмашылық бар. Талдау серпімді кернеулердің ығысу тұтқырлығы әсерінен бөлек мұнайды ығыстырудың қосымша механизмдеріне ықпалын бағалау үшін эксперименттік бақылауларды, кеуек масштабы бойынша модельдеуді және реологиялық пайымдарды қорытындылайды. Кеуектердің қосылу және ажырау геометриясы жағдайында созылу кезіндегі ағын режиміне, шикі мұнай тұтқырлығының әсеріне және тұтқыр серпімді реакцияларды әлсіретудегі тұздылықтың, температураның және механикалық бұзылудың рөліне ерекше назар аударылады. Бұл шолу тұтқырлықтың мұнай өндіруге әсері пайдалану жағдайларына тәуелді екенін және белгілі бір тұтқырлық мәндері мен пайдалану кезеңдерінде айқын көрінетінін көрсетеді. Ұсынылған нәтижелердегі айырмашылықтар көбіне реологиялық сипаттамалардың сәйкес келмеуімен және деградация салдарының жеткіліксіз ескерілуімен түсіндіріледі. Қайталанымдылық пен болжамдылықты жақсарту үшін тұзды ерітіндіні кондиционерлеуге негізделген стандартталған реологиялық хаттамаларды, мүмкіндігінше сандық көрсеткіштермен бірге пайдалану ұсынылады. Нәтижелер кеуек масштабының өзгеру механизмдерін өзек масштабы бойынша ығыстырумен және кен орнын пайдалану сипаттамаларымен байланыстыратын көп масштабты тексерудің қажеттілігін көрсетеді.

Тірек сөздер: тұтқыр-серпімді полимерлі су айдау, микрокеуектерді қамту тиімділігі, мұнай бергіштігін арттыру, кеуек масштабы механизмдері, қалдық мұнайды мобилизациялау.

^{1,2}**Омарова А.О.,**

магистрант, ORCID ID: 0009-0006-4287-2714,

e-mail: assemgulomarova@gmail.com

^{1*}**Ысқақ А.С.,**

ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-2532-2642,

*e-mail: yskakardak@gmail.com

¹КазНИТУ им. К.И. Сатпаева, г. Алматы, Казахстан²Университет Лотарингии, г. Нанси, Франция

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЧИСТКИ МИКРОПОР ПРИ ЗАВОДНЕНИИ ВЯЗКОУПРУГИМИ ПОЛИМЕРАМИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТОВ

Аннотация

Полимерное заводнение широко применяется в качестве метода контроля подвижности для повышения нефтеотдачи пластов (EOR), однако часто сообщается о постепенном восстановлении после повышения

подвижности, что остается неполным объяснением. В этом обзоре рассматривается роль вязкоупругости в повышении эффективности очистки микропор при заводнении полимеров. Проводится четкое различие между доступом к микропорам (проникновение потока в микродомены с низкой связностью) и мобилизацией микропор (высвобождение захваченного масла из тупиковых пор и углов). Анализ обобщает экспериментальные наблюдения, моделирование масштаба пор и реологические соображения, чтобы оценить, влияют ли упругие напряжения на дополнительные механизмы вытеснения нефти, помимо влияния сдвиговой вязкости. Особое внимание уделяется режиму течения при растяжении в условиях сходящейся и расходящейся геометрии пор, влиянию вязкости сырой нефти и роли солёности, температуры и механического разрушения в подавлении вязкоупругих реакций. Обзор показывает, что влияние вязкоупругости на нефтеотдачу зависит от условий эксплуатации и наиболее выражено в пределах определенной вязкости и эксплуатационных периодов. Различия в представленных результатах в значительной степени объясняются несогласованностью реологических характеристик и недостаточным учетом последствий деградации. Для улучшения воспроизводимости и прогнозирования рекомендуется использовать стандартизированные реологические протоколы, основанные на кондиционировании рассола, включая, где это возможно, количественные показатели. Полученные результаты подчеркивают необходимость многомасштабной проверки, связывающей механизмы изменения масштаба пор со смещением керна и эксплуатационными характеристиками месторождения.

Ключевые слова: вязкоупругое полимерное заводнение, эффективность охвата микропор, повышение нефтеотдачи, поромасштабные механизмы, мобилизация остаточной нефти.

UDC 553.982.2, 55.3179
IRSTI 38.33.25

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-406-419>

***¹Jarassova T.S.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-2900-9872,

*e-mail: t.jarassova@kmge.kz

²Altunsoy M.

Dr. Tech. Sc., ORCID ID: 0000-0002-3140-6682,

e-mail: altunsoy@akdeniz.edu.tr

¹Atyrau Branch LLP “KMG Engineering”, Atyrau, Kazakhstan

²Akdeniz University, Antalya, Türkiye

MOLECULAR FEATURES OF OILS FROM THE EMBA REGION (PRECASPIAN BASIN): ORIGIN, THERMAL MATURITY, AND GENETIC CORRELATION

Abstract

The Precaspian Basin, including its southeastern part, represents a unique oil and gas province with giant fields such as Tengiz and Kashagan, whose reserves are estimated in billions of tons. Despite extensive research in the region, questions regarding the genetic affiliation of oils and their paleoformation conditions require additional geochemical analyses of oil samples. To conduct a comprehensive geochemical characterization and genetic correlation of oils from the Emba region, with a focus on molecular marker analysis to reconstruct oil formation conditions seven oil samples were taken from various stratigraphic horizons. The study employed advanced analytical techniques gas chromatography (Agilent 7890B) for detailed analysis of n-alkanes and isoprenoids (pristane and phytane) and gas chromatography-mass spectrometry in selected ion monitoring mode m/z 191, 217 for terpane and sterane identification, respectively. Particular emphasis was placed on the computation of essential geochemical indices isoprenoid, hopane, and sterane isomerization ratios along with the generation of diagnostic plots. The results indicate a marine origin of the studied oils with dominant carbonate source rocks (C_{27} steranes $> 30\%$, C_{29}/C_{30} hopanes > 1). Pr/Ph ratios (0.79–1.07) and elevated C_{35} homohopanes suggest formation under reducing conditions. Thermal maturity parameters ($T_s/(T_s+T_m) = 0.15–0.64$; $C_{29} \beta\beta/(\alpha\alpha+\beta\beta) = 0.55–0.71$) confirm that the samples were generated during the oil window. Genetic correlation grouped all samples into a single oil family of marine carbonate origin. The findings are practically significant for predicting analogous accumulations in the region.

Keywords: Precaspian Basin, oil geochemistry, GC-MS, biomarkers, thermal maturity, source rocks, reducing conditions, marine environment, genetic correlation.

Received: February 26, 2026; accepted: March 12, 2026.

Introduction

The Precaspian Basin is one of the most promising petroleum provinces on the East European Platform, characterized by a thick sedimentary cover and significant hydrocarbon resources (Figure 1a). It contains most Kazakhstan's discovered fields, including unique giant accumulations such as Tengiz, Karachaganak, Kashagan, and Zhanazhol [1]. Classified in the highest resource potential group with forecasted reserves exceeding 10 billion tons, the basin holds strategic importance for Kazakhstan's oil and gas industry. Structurally, the Precaspian Depression is divided into several blocks, including the Northern, Central, Northwestern, Eastern, and Southern zones, each with distinct geological features (Figure 1b) [2]. The southeastern part of the basin, particularly the Emba region hosting the studied field X, exhibits high prospectivity in both sub-salt and supra-salt complexes [3].

Field X is associated with a salt-dome structure, with productive intervals in the Jurassic, and Triassic deposits. Reservoirs are represented by argillaceous-carbonate rocks with porosity of 16–21% and permeability of 0.016–0.030 D. The oil-bearing Jurassic strata (3–10 m thick) are characterized

by oil saturation coefficients of 0.5–0.8, gas saturation of 0.5–0.8, and a gas-oil ratio of 28–180 m³/m³. Initial reservoir conditions range from 23–29 MPa at temperatures of 74–97°C [2].

The geochemical properties of oils and source rocks in the Emba region have been the subject of numerous studies elucidating their genesis, formation conditions, and maturity. Recent works confirm the prevalence of marine carbonate organic matter (OM) sources formed under reducing conditions [4–12]. For instance, research by T. Jarassova and M. Altunsoy (2021) revealed that extracted hydrocarbons from the central part of the province are characterized by low Pr/Ph ratios (<1) and high C₃₅/C_{31–35} homohopane indices, typical of anoxic carbonate settings, and maturity parameters $T_s/(T_s+T_m) = 0.15–0.64$ and $C_{29} \beta\beta/(\beta\beta+\alpha\alpha) = 0.57–0.71$, corresponding to the main oil window [4]. T. Jarassova and M. Altunsoy (2024, 2025) analyzed four (# 1, 2, 42 and 55) and five (# 11, 17, 20, 44 and 48) crude oil samples from the south-eastern Precaspian Basin were analyzed using gas chromatography-mass spectrometry (GC-MS) to assess their biomarker composition and concluded that oils originated from carbonate-dominated source rocks that have reached a late-mature stage within the peak oil window [5–6]. Seitkhaziev E. Sh. et. al. (2019, 2020) expanded these data by analyzing 15 fields in the southern Precaspian, where the distribution of tricyclic terpanes and steranes confirmed a marine OM origin; based on T_{max} (438–464°C) and R_o (0.8–1.1%), oils were categorized into groups such as early maturity (Karasar, Dosmukhambetovskoye fields), peak maturity (S. Nurzhanov, Zapadnoye Prorva), and late maturity (Tengiz, Kashagan, Karaton) [7–10]. Carbon isotope analysis ($\delta^{13}C$) indicated a Paleozoic age for the source strata. Detailed analysis of the catagenetic transformation of Paleozoic and Mesozoic OM was performed by Nursultanova S. N. et al. (2019) [11]. A study of 30 samples from the Tolky, Saetobe, and Bekbulat fields using pyrolysis (Rock-Eval) and GC-MS showed the highest generative potential (S₂ up to 22 mg HC/g rock) for carbonate marls of the Asselian stage (Type I–II OM); clay rocks of Visean-Serpukhovian age (Type III OM) have low HI values (<160 mg HC/g TOC) but are significant for gas generation, highlighting the role of the South-Emba Paleo-depression as a hydrocarbon migration source for giant fields (Tengiz, Kashagan). T. Jarassova et. al. (2025) conducted a similar study of oil from the Alibekmola field and, using biomarker ratios, determined the carbonate lithology of the oil source strata, the early stage of hydrocarbon generation, and established the possible direction of oil migration based on the 4MDBT/1MDBT and methylphenanthrenes indices [12].

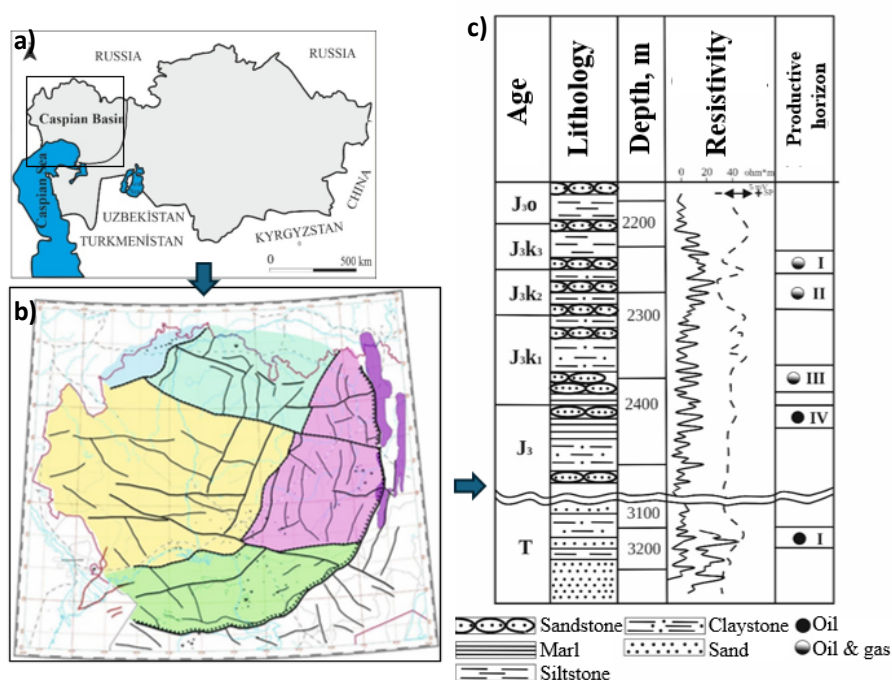


Figure 1 – Overview map: a) map of Kazakhstan, b) Precaspian Basin, c) Cross-section of the productive part of the deposits [modified from 1, 2, 4]

This paper presents new data on seven oil samples analyzed by GC and GC-MS (ions m/z 191, 217) for identification of n-alkanes and isoprenoids (Pr, Ph) as indicators of facies conditions, and terpanes (Ts, Tm) and steranes as maturity markers. The study aims to refine the genetic classification of oils from the Emba region and perform genetic correlation of oil samples based on geochemical data.

Materials and methods

Seven crude oil samples were collected from study area. Reservoir properties are represented by clastic rocks with porosity of 16–21% and permeability of 0.016–0.030 D (Figure 1c). Oil density in the studied samples ranges from 736–775 kg/m³, reservoir oil viscosity is 0.84–0.96 mPa·s, and gas content is 109–150 m³/t.

The selected oil samples from Field X in the southeastern Precaspian basin were analyzed using gas chromatography (GC) and gas chromatography-mass spectrometry (GC-MS) (Figure 2) to assess n-alkane and isoprenoid composition and their biomarker signatures, respectively. The geochemical analysis methodology involved sample vaporization in a gas chromatograph equipped with a capillary column, component separation using helium as carrier gas, followed by ionization of eluted compounds in the mass spectrometer via electron impact and separation by mass-to-charge ratio for molecular identification. During sample preparation, hydrocarbon samples were separated into saturated and aromatic fractions via column chromatography using alumina and silica gel as sorbents. Elution was performed with pentane (saturated fraction) and dichloromethane (aromatic fraction) [12–14].

Geochemical investigations were performed on an Agilent 7890B gas chromatograph with a mass-selective detector in selected ion monitoring (SIM) mode, enabling targeted analysis for specific ions such as n-alkanes and isoprenoids, terpanes (m/z 191), and steranes (m/z 217) [13]. The obtained chromatographic data provided diagnostic information on hydrocarbon origin, depositional conditions, and thermal maturity [14].

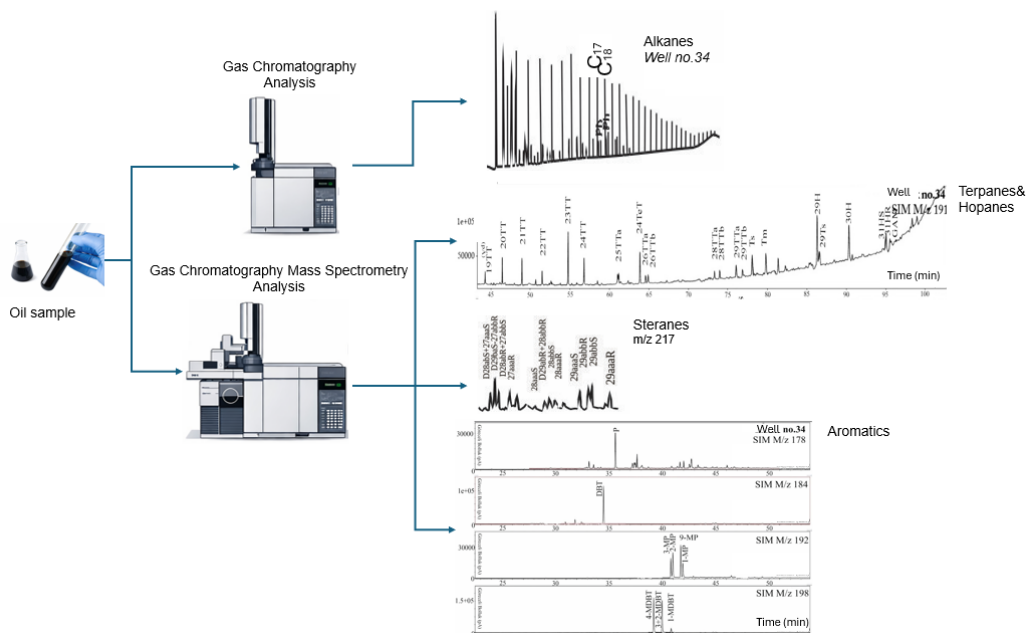


Figure 2 – Gas chromatography (GC) and gas chromatography-mass spectrometry (GC-MS) analysis

Results and discussion

For the seven oil samples from different wells of Field X, gas chromatograms of n-alkanes and isoprenoids were obtained. Based on gas chromatography data, the following ratios were determined: Pr/Ph (pristane/phytane), Pr/C₁₇, Ph/C₁₈, Carbon Preference Index (CPI) (Table 1).

Table 1 – Results of geochemical analyses

Well #	34	42	43	47	49	50	51
Age	<i>T-IV</i>	<i>Klv</i>	<i>T-V</i>	<i>J-II</i>	<i>J-II</i>	<i>J-II</i>	<i>J-II</i>
Pr/Ph	0.97	0.79	0.80	0.93	1.07	1.05	0.99
Pr/C ₁₇	0.44	0.38	0.39	0.44	0.42	0.42	0.45
Ph/C ₁₈	0.50	0.60	0.54	0.50	0.45	0.45	0.48
CPI ¹	1.05	0.92	0.93	1.01	0.93	1.00	0.91
OEP ²	0.94	1.00	1.00	0.98	0.99	1.00	0.99
TAR ³	0.70	0.11	0.37	0.31	0.20	0.21	0.25
K ₁	0.47	0.47	0.46	0.47	0.43	0.43	0.47
C ₁₇ /C ₁₇ +C ₂₇	0.83	0.87	0.83	0.87	0.83	0.87	0.83
C ₁₈ /C ₁₈ +C ₂₈	0.50	0.59	0.50	0.59	0.50	0.59	0.50
T _s /T _m	0.94	0.18	0.99	0.57	0.8	1.76	0.48
Ts/(Ts + Tm)	0.48	0.15	0.5	0.37	0.44	0.64	0.32
T _{s29} /T _{m29}	0.31	0.12	0.41	0.27	0.25	0.26	0.24
Moretane/C ₃₀ hopane	0.61	-	-	-	-	-	-
C ₂₉ /C ₃₀ H	1.15	-	-	-	-	-	-
C ₂₇ , %	32	37	31	40	35	36	35
C ₂₈ , %	22	22	22	23	23	24	23
C ₂₉ , %	46	41	47	37	42	40	43
C ₂₉ /C ₂₇	1.34	1.10	1.52	0.94	1.20	1.12	1.23
C ₂₉ 20S/ 20S+20R, %	-	-	55	-	59	100	58
C ₂₉ ββ / (αα + ββ), %	-	-	60	-	60	68	57

- 1 $CPI = \frac{1}{2}[(C_{25}+C_{27}+C_{29}+C_{31}+C_{33}/C_{24}+C_{26}+C_{28}+C_{30}+C_{32})+(C_{25}+C_{27}+C_{29}+C_{31}+C_{33}/C_{26}+C_{28}+C_{30}+C_{32}+C_{34})]$
- 2 $OEP = (C_{21}+6C_{23}+C_{25})/(4C_{22}+4C_{24})$
- 3 $TAR = (C_{27} + C_{29} + C_{31}) / (C_{15} + C_{17} + C_{19})$

n-Alkanes

n-Alkanes are saturated linear hydrocarbons used in geochemistry to determine organic matter origin and depositional conditions. The absence of an unresolved complex mixture (hump) in the n-alkane distribution on chromatograms and their bimodal distribution indicate that the studied samples have not undergone significant biodegradation (Figure 2, alkanes). In all oil samples, short-chain n-alkanes (<C₂₀) predominate, suggesting an origin from algae and microorganisms and indicating a marine source [15].

The ratio of the sum of odd-numbered n-alkanes to even-numbered n-alkanes is termed the Carbon Preference Index (CPI), used to assess the thermal maturity of organic matter and the type of original OM. All oils show similar n-alkane chromatograms, with CPI values ranging from 0.91 to 1.05 (Table 1). For samples No. 34, 47, and 50, CPI exceeds 1.0, indicating a predominance of odd n-alkanes. For all other oil samples, CPI values are less than 1.0, indicating a predominance of even n-alkanes and suggesting relatively low thermal maturity. A low CPI close to 1.0 shows that the analyzed oils originate from a marine source rock and contain insignificant amounts of terrestrial organic matter [15, 16]. The Odd-Even Predominance (OEP) value for samples No. 42, 43, and 50 is 1.0, indicating thermal maturity. Oil samples with CPI or OEP values below 1.0 suggest an origin from carbonate source rocks or formation in a hypersaline environment with comparatively low maturity.

OEP values (0.94–1.0), like CPI values, yield analogous results (Table 1). On the OEP-CPI diagram, the samples indicate maturity (Figure 3) [17]. The CPI vs. Pr/Ph diagram shows that samples No. 34, 47, and 50 were deposited in a marine environment, while other samples originate from carbonate or evaporitic source rocks in a saline setting (Figure 4) [15, 18].

Certain n-alkane ratios can be used to determine variations in terrestrial and marine hydrocarbon contributions in sediments or rock extracts. For example, higher Terrigenous/Aquatic Ratio (TAR) values in various rocks indicate greater terrestrial input into the basin compared to aquatic sources [19]. In the studied samples, TAR varies from 0.11 to 0.70, indicating a marine source.

Isoprenoids

Pristane (Pr) (2,6,10,14-tetramethylpentadecane) and phytane (Ph) (2,6,10,14-tetramethylhexadecane) are the most common isoprenoid compounds. The Pr/Ph ratio is a widely used geochemical parameter reflecting depositional environment conditions, organic matter type, and environmental character [15]. In the studied samples, the Pr/Ph ratio ranges from 0.79 to 1.07, indicating a predominance of hypersaline or carbonate conditions with a reducing environment during oil accumulation [20–23]. Isoprenoid values also suggest that organic matter was deposited under reducing conditions (with or without sulfur) (Figure 5).

In the studied samples, the Pr/C₁₇ ratio is 0.38–0.45, and the Ph/C₁₈ ratio ranges from 0.45 to 0.60. Low values (<1) of Pr/C₁₇ and Ph/C₁₈ (Table 1) are indicators of high thermal maturity. The relationship between Pr/C₁₇ and Ph/C₁₈ ratios agrees with low Pr/Ph values and confirms that the analyzed oils are derived from a source rock containing marine organic matter (Type II kerogen) deposited under reducing conditions according to the Connan-Cassou diagram (Figure 6) [15, 24–26].

With increasing temperature, isoprenoids degrade more readily than n-alkanes. The ratio of the sum of isoprenoid concentrations to n-alkanes with similar chromatographic retention times, (Pr + Ph)/(C₁₇ + C₁₈) = K_i (isoprenoid coefficient), allows estimation of maximum temperatures during oil formation. For the studied oil samples, the isoprenoid coefficient ranges from 0.43 to 0.47, indicating oil formation at relatively high temperatures (Table 1).

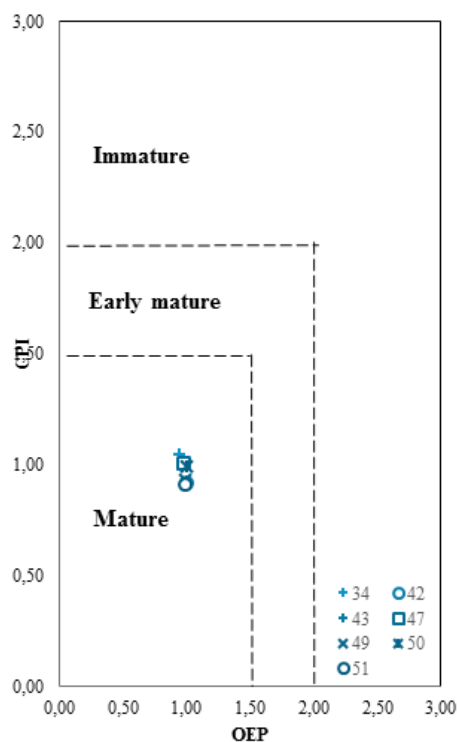


Figure 3 – Maturation level according to the 36th OEP-CPI diagram [modified from Adedosu 17]

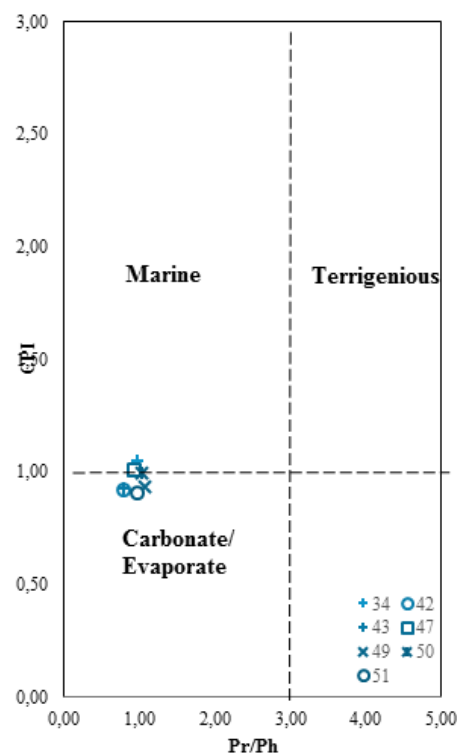


Figure 4 – Normal alkane and isoprenoid ratios depending on the source [modified from 15]

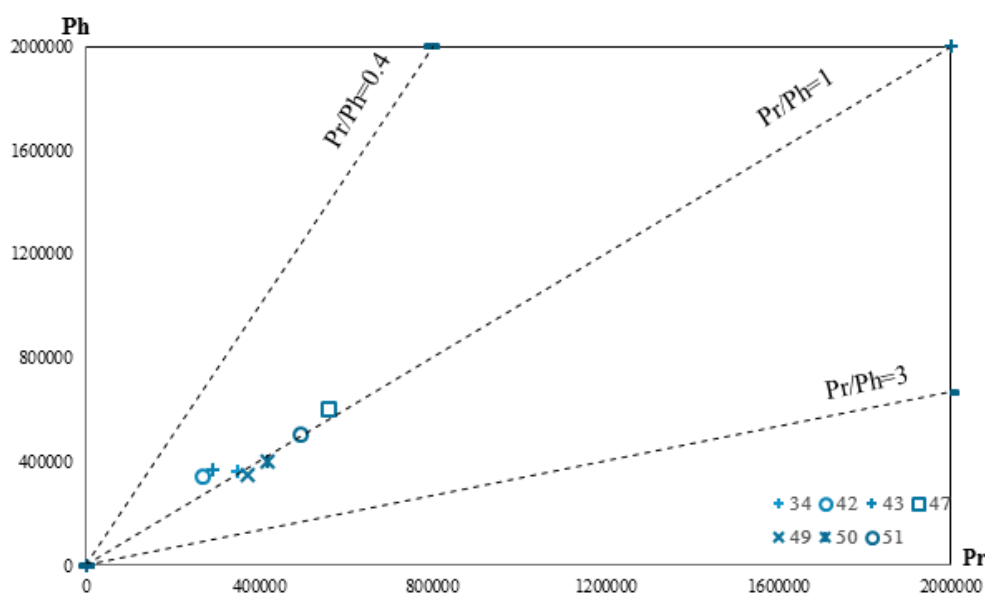


Figure 5 – Precipitation conditions according to the Pr-Ph diagram [modified from 22]

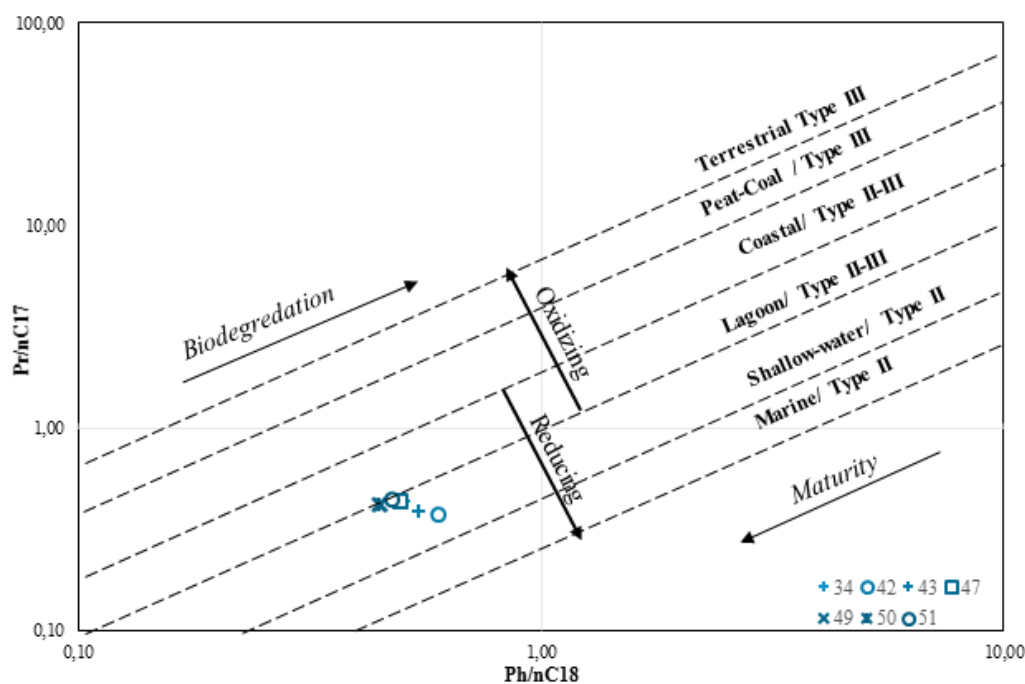


Figure 6 – Depositional environmental characteristics and organic matter types of the samples examined in the Pr/C17-Ph/C18 diagram [modified from 26]

Terpanes

Terpanes are polycyclic saturated hydrocarbons (biomarkers) including tri-, tetra-, and pentacyclic structures (e.g., hopanes), used to determine depositional conditions, thermal maturity, and organic matter origin (Figure 8). One parameter defining thermal maturity is the moretane/ C_{30} -hopane ratio, $T_s/(T_s+T_m)$ or T_s/T_m . $17\alpha(H)$ -22,29,30-trisnorhopane (T_s) is less stable than $18\alpha(H)$ -22,29,30-trisnorhopane (T_m) during thermal maturation [27]; the T_s/T_m ratio depends on the source material [28]. In the studied samples, the T_s/T_m ratio varies from 0.18 to 1.76. In sample No. 50, the T_s/T_m ratio exceeds 1, indicating late maturity, whereas in sample No. 42 the T_s/T_m

ratio is 0.18, suggesting an immature source rock. In other oil samples, T_m predominates over T_s , characteristic of early-mature source rocks (Table 1). The T_{s29}/T_{m29} ratio corresponds to mature to late-mature source rocks (Figure 7).

The $T_s/(T_s+T_m)$ ratio depends on maturity degree and source rock lithology (Peters and Moldowan, 1993). The stability of T_m during catagenesis is lower compared to T_s , so the $T_s/(T_s+T_m)$ ratio can reflect varying source rock maturity. Furthermore, this ratio is influenced by the mineralogical composition of the source rock. High $T_s/(T_s+T_m)$ values are associated with the presence of clay minerals, whereas carbonate source rocks are characterized by lower values [29]. In this study, $T_s/(T_s+T_m)$ values range from 0.15 to 0.64 (Table 1). In sample No. 42, the $T_s/(T_s+T_m)$ ratio is 0.15, indicating an early-mature source rock. In other samples, $T_s/(T_s+T_m)$ values exceed or are near 0.5, corresponding to the main oil window (Figure 8).

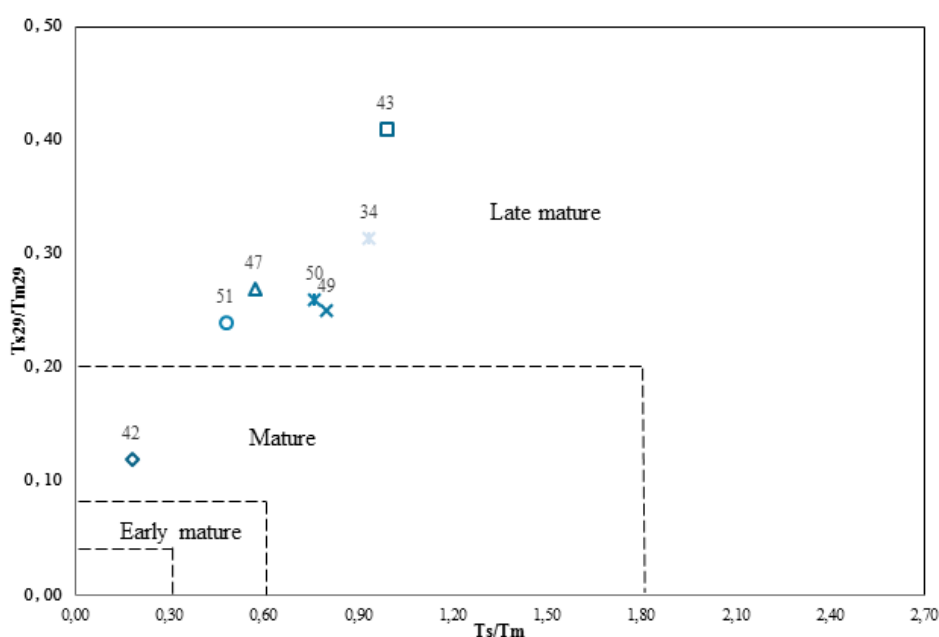


Figure 7 – T_{s29}/T_{m29} - T_s/T_m diagram showing the degree of maturation of the samples [modified from 15]

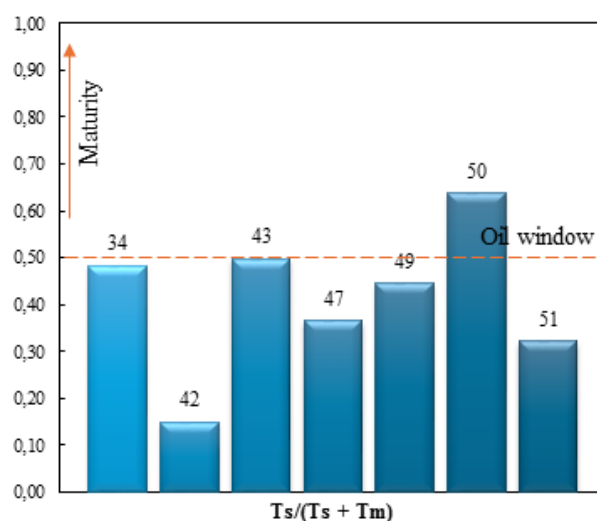


Figure 8 – Distribution of the $T_s/(T_m+T_s)$ parameter in oil samples [modified from 15]

$17\beta,21\alpha(H)$ -moretanes are less stable than $17\alpha,21\beta(H)$ -hopanes, and their content decreases with thermal maturation. Moretane and C_{30} hopane peaks are present only in the mass chromatogram of sample No. 34, and the moretane/ C_{30} hopane ratio is 0.61, corresponding to a mature source rock [30, 31].

High values of 30-norhopane/hopane are typical for oils generated in anoxic carbonate or marly rocks. A C_{29}/C_{30} hopane ratio > 1.0 also indicates such conditions [32, 33]. In this work, C_{29}/C_{30} hopane = 1.15 (sample No. 34), and the dominance of C_{29} -norhopane is associated with organic facies enriched in carbonates.

Steranes

Steranes are polycyclic hydrocarbon biomarkers used to determine organic matter type (marine/terrestrial), the age of source rocks, and oil maturity (Figure 9). Concentrations of C_{27} , C_{28} , and C_{29} steranes are used to characterize source rock depositional environments. The distribution of oil samples is shown on a C_{27} – C_{28} – C_{29} triangular diagram (Figure 12). All oil samples show sterane profiles with relatively high contents of C_{27} and C_{29} steranes, which predominate in marine organisms and terrestrial plants, respectively [34, 35]. According to the C_{27} : C_{28} : C_{29} sterane distribution, sample No. 47 was deposited in an open marine setting, while other samples are from estuarine or bay environments [36–38]. The C_{29}/C_{27} sterane ratio ranges from 0.93 to 1.51 (Table 1). The predominance of C_{29} steranes suggests a contribution from terrestrial higher plants. In sample No. 47, the C_{29}/C_{27} sterane ratio is less than 1, whereas in other samples $C_{27} < C_{29}$, indicating an origin from kerogen with a predominance of higher plant material.

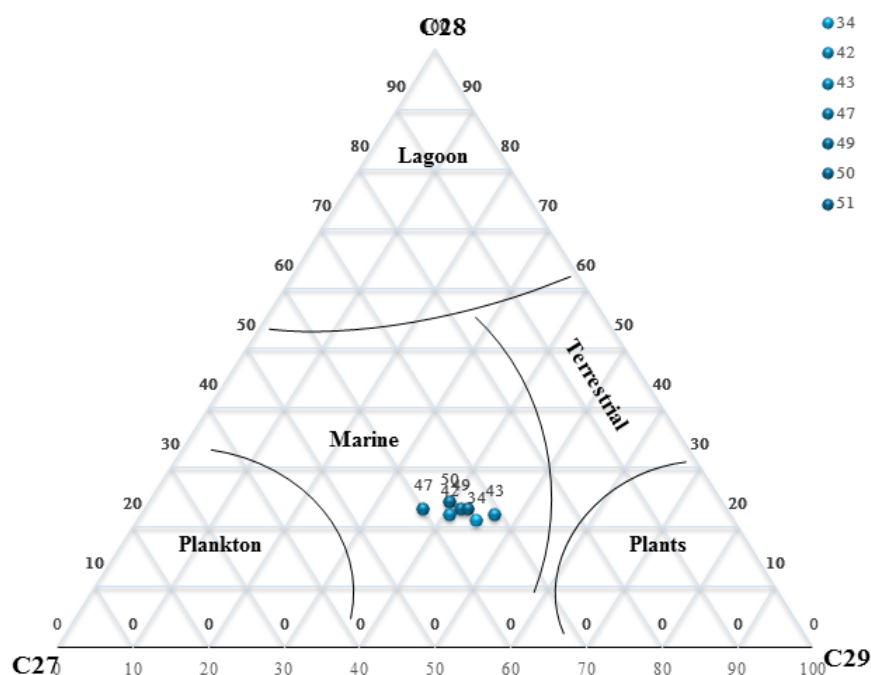


Figure 9 – Triangular diagram showing the relationship between depositional environment and the sterane (C_{27} , C_{28} , C_{29}) composition of organic matter [modified from 36]

C_{29} Sterane Isomerization Ratio $20S/(20S+20R)$

Upon reaching maximum thermal maturity in oil generation, the C_{29} $20S/(20S+20R)$ sterane ratio attains an equilibrium value of 0.55, indicating the maturity of the studied samples (Table 1) [15, 39]. The C_{29} $\beta\beta/(\alpha\alpha+\beta\beta)$ ratio reaches equilibrium at 0.7; in the studied samples, this parameter varies from 0.55 to 0.60.

Plots of C_{29} 20S/(20S+20R) and C_{29} $\beta\beta/(\alpha\alpha+\beta\beta)$ sterane ratios are particularly effective tools for determining the thermal maturity of source rocks and oils [40, 41]. According to the C_{29} sterane isomer plot, the oil samples are generally mature (Figure 10).

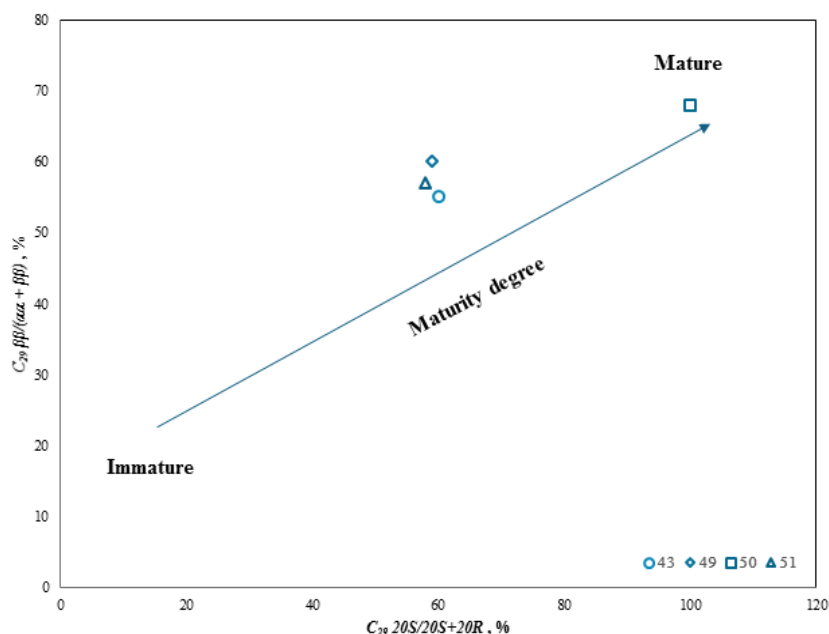


Figure 10 – C_{29} sterane maturation values C_{29} 20S/20S+20R and C_{29} $\beta\beta/(\alpha\alpha + \beta\beta)$ [modified from 40]

Oil-to-Oil Correlation

A star diagram of normal alkane ratios showed that all oil samples have a similar distribution of light and heavy n-alkanes (Figure 11a). Furthermore, a star diagram of selected biomarker ratios for the studied oil samples demonstrates a similar pattern (Figure 11b). This suggests that these oils, despite being collected from different reservoirs, may have originated from the same source rock. All seven oil samples possess very similar characteristics, such as thermal maturity ranging from early to peak oil generation stages, marine reducing depositional conditions, and a carbonate source rock composition.

Conclusion

A comprehensive geochemical study of seven oil samples from Jurassic-Triassic deposits of the Emba region provided new data on the genesis and formation conditions of hydrocarbons in the region. Analysis of biomarker ratios (Pr/Ph, Ts/Tm, C_{29} steranes) and maturity parameters (CPI, C_{29} 20S/(20S+20R)) confirmed a marine carbonate origin for the oils, formed under reducing conditions. The obtained values of $T_s/(T_s+T_m)$ (0.15–0.64) and C_{29} $\beta\beta/(\beta\beta+\alpha\alpha)$ (0.55–0.68) indicate that the studied oils are within the early-mature and main oil windows.

The results revealed a high degree of genetic homogeneity among the studied oils, despite their collection from different stratigraphic horizons. This is supported by:

1. Similar distribution of n-alkanes and isoprenoids (Pr/Ph 0.79–1.07);
2. A unified organic matter type (predominance of C_{27} and C_{29} steranes);
3. Close values of maturity parameters.

Prospects for further research include expanding the sampling geography for more accurate oil correlation, applying isotopic methods to refine source rock age, and studying the influence of salt tectonics on hydrocarbon migration and accumulation processes. The practical significance of the

work lies in the potential use of the obtained results to optimize exploration activities in the region and reduce geological risks during the development of new fields.

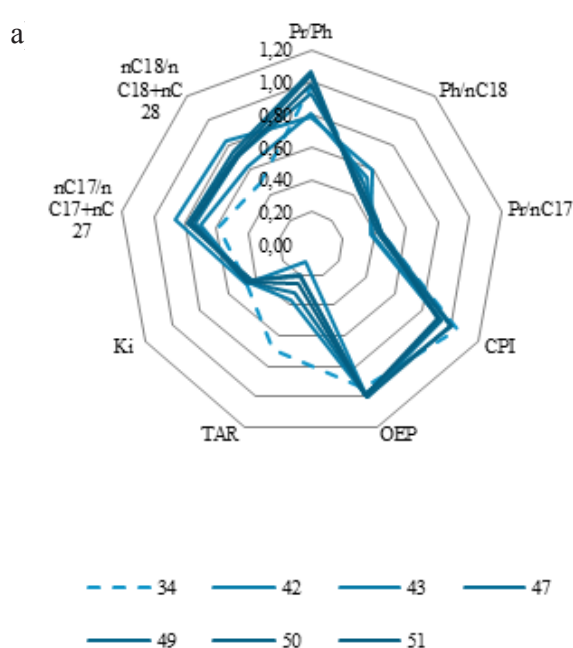


Figure 11a – Star diagram of normal alkane ratios

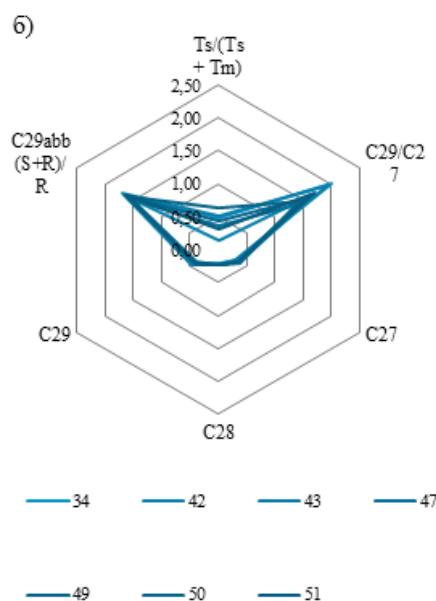


Figure 11b – Selected crude oil biomarker ratios for oil-to-oil correlation

Acknowledgments. The authors of the work would like to pay special regards to Embamunaigas JSC for the provision of geochemical data that are used in this study and permission to publish this work. The information provided by Embamunaigas JSC is colossal towards the success of this study. The authors wish to extend their sincere appreciation to the Caspimunaigas Scientific-Research and Design Institute JSC whose assistance was a milestone in the completion of this project. This work was supported by Akdeniz University Scientific Research Projects Coordination Unit. Project Number: FDK-2020-5083.

REFERENCES

- 1 Azhgaliev, D.K. Geological Structure and New Directions of Oil and Gas Exploration in the Paleozoic Deposits of the Caspian Basin and the Western Part of the Turan Plate. Dissertation for the Degree of Doctor of Geological and Mineralogical Sciences. Safi Utebaev Atyrau University of Oil and Gas (Atyrau, 2020).
- 2 Bulekbaev, Z.E., Votsalevsky, E.S., Iskakiev, B.A., Kamalov, S.M., Korostyshevsky, M.N., Kuandykov, B.M., Kuantaev, N.E., Marchenko, O.N., Matloshinsky, N., Naimetdinov, A.S., Filipyev, G.P., Shabatin, I.V., Shakhbayev, R.S., and Shudabayev, K.S. Oil and Gas Fields (Almaty, 1996).
- 3 Li, Y. Geological Structure and Oil and Gas Potential of the Southeastern Edge of the Caspian Depression and Its Framing. Dissertation for the Degree of Candidate of Geological and Mineralogical Sciences. Lomonosov Moscow State University (Moscow, 2006).
- 4 Jarassova, T., and Altunsoy, M. Organic Geochemical Characteristics of Core Samples from Central Primorsk-Emba Province, Precaspian Basin, Kazakhstan. SPE Virtual Annual Caspian Technical Conference (2021). <https://doi.org/10.2118/207044-MS>
- 5 Jarassova, T.S., and Altunsoy, M. Petroleum Biomarkers as Indicators of Oil Origin and Maturity in the South-Eastern Precaspian Basin. Herald of the Kazakh-British Technical University, 22(3), 340–346 (2025). <https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-3-340-346>

- 6 Jarassova, T.S., and Altunsoy, M. Distribution of Terpanes in Crude Oils: South Precaspian Basin, Kazakhstan. Proceedings of the ACROFI-X Conference (Almaty, 2024). <https://www.researchgate.net/publication/389414708>
- 7 Seytkhaziev, E.Sh., Tasemenov, E.T., Dosmukhambetov, A.K., and Absalyamov, D.B. Genetic Types of Oils from Productive Deposits of the Southern Part of the Caspian Basin. Modern Methods of Developing Fields with Hard-to-Recover Reserves and Unconventional Reservoirs, 2, 416–428 (2019).
- 8 Seytkhaziev, E.Sh. Genetic Typing of Carbonate Oil in the Fields of the Southern Part of the Caspian Basin. SOCAR Proceedings, 3, 40–60 (2019).
- 9 Seytkhaziev, E.Sh., and Tasemenov, E.T. Molecular and Isotopic Composition of Carbon in Associated Gas Samples. Oil and Gas, 5(113), 64–79 (2019).
- 10 Seytkhaziev, E.Sh., and Sarsenbekov, N.D. Interpretation of the Results of Geochemical Studies of Oil and Water on the Example of One Field (Republic of Kazakhstan). Oil and Gas Geology, 3, 1–25 (2020).
- 11 Nursultanova, S.N., Nurpeysov, E.T., and Shestoperova, L.V. Geochemical Features of Organic Matter and Oil in the Southeast of the Caspian Basin. Trends in the Development of Science and Education (2019). <https://doi.org/10.18411/lj-10-2019-53>
- 12 Seitkhaziyev, Y., Jarassova, T., and Latipova, A. Geochemical Features and Conditions of Oil Formation at the Alibekmola Field (Caspian Basin). Practice GeoChemistry 2025 Conference (Kazan, 2025). <https://doi.org/10.38006/00255-449-2.2025.1.267>
- 13 Seitkhaziyev, E.Sh., Uteyev, R.N., Mustafayev, M.K., Liu, S., Sarsenbekov, N.D., Dosmukhambetov, A.K., and Dzhumabayev, T.E. Application of Biomarkers and Oil Fingerprinting to Decipher the Genetic Identity of Oil and Predict the Oil Migration Route at the Nuraly Field. Bulletin of the Oil and Gas Industry of Kazakhstan, 2(7) (2021). <https://doi.org/10.54859/kjogi89490>
- 14 Peters, K.E., and Moldowan, J.M. The Biomarker Guide: Interpreting Molecular Fossils in Petroleum and Ancient Sediments. Cambridge University Press (Cambridge, 1993).
- 15 Peters, K.E., Walters, C.C., and Moldowan, J.M. The Biomarker Guide: Biomarkers and Isotopes in Petroleum Systems and Earth History. Cambridge University Press (Cambridge, 2005).
- 16 Kara, G.R., and Korkmaz, S. Element Contents and Organic Matter–Element Relationship of the Tertiary Oil Shale Deposits in Northwest Anatolia, Turkey. Energy & Fuels, 22, 3164–3173 (2008). <https://doi.org/10.1021/ef8002137>
- 17 Adedosu, T.A. Aspects of Organic Geochemistry of Nigerian Coal as a Potential Source-Rock of Petroleum. PhD Thesis, University of Ibadan, Nigeria.
- 18 Hakimi, M.H., Ismail, I.M., Lashin, A.A., and Ibrahim, E.H. Physical and Geochemical Properties of Crude Oils in Relation to Their Source Rocks, Alif Field, Marib Sub-Basin, Yemen. Petroleum Science and Technology, 37(8), 899–906 (2019). <https://doi.org/10.1080/10916466.2019.1575861>
- 19 Bourbonniere, R.A., and Meyers, P.A. Sedimentary Geolipid Records of Historical Changes in the Watersheds and Productivities of Lakes Ontario and Erie. Limnology and Oceanography, 41, 352–359 (1996). <http://dx.doi.org/10.4319/lo.1996.41.2.0352>
- 20 Altunsoy, M., Özçelik, O., and Yalçın, N.E. Organic Geochemical Characteristics of the Bituminous Eocene Units in the Çorum–Suluova Basin, Central Anatolia, Turkey. Petroleum Geoscience, 10, 163–171 (2004). <https://doi.org/10.1144/1354-079302-564>
- 21 Escobar, M., Marquez, G., Inciarte, S., Rojas, J., Esteves, I., and Malandrino, G. The Organic Geochemistry of Oil Seeps from the Sierra de Perijá Eastern Foothills, Lake Maracaibo Basin, Venezuela. Organic Geochemistry, 42(7), 727–738 (2011). <https://doi.org/10.1016/j.orggeochem.2011.06.005>
- 22 Hakimi, M.H., Abdullah, W.H., and Shalaby, M.R. Molecular Composition and Organic Petrographic Characterization of Madbi Source Rocks from the Kharir Oilfield of the Masila Basin (Yemen): Palaeoenvironmental and Maturity Interpretation. Arabian Journal of Geosciences, 5(4), 817–831 (2012). <https://doi.org/10.1007/s12517-011-0289-4>
- 23 Makeen, Y.M., Hakimi, M.H., and Abdullah, W.H. Biological Markers and Organic Petrology Study of Organic Matter in the Lower Cretaceous Abu Gabra Sediments (Muglad Basin, Sudan): Origin, Type and Palaeoenvironmental Conditions. Arabian Journal of Geosciences, 8, 489–506 (2015). <https://doi.org/10.1007/s12517-013-1203-z>
- 24 Connan, J., and Cossou, A.M. Properties of Gases and Petroleum Liquids Derived from Terrestrial Kerogen at Various Maturation Levels. Geochimica et Cosmochimica Acta, 44, 1–23 (1980). [https://doi.org/10.1016/0016-7037\(80\)90173-8](https://doi.org/10.1016/0016-7037(80)90173-8)

- 25 Connan, J., Bourouillec, J., Dessort, D., and Albrecht, P. The Microbial Input in Carbonate-Anhydrite Facies of a Sabkha Palaeoenvironment from Guatemala: A Molecular Approach. *Organic Geochemistry*, 10, 29–50 (1986). [https://doi.org/10.1016/0146-6380\(86\)90007-0](https://doi.org/10.1016/0146-6380(86)90007-0)
- 26 Hunt, J.M. *Petroleum Geochemistry and Geology*. W.H. Freeman (New York, 1996).
- 27 Seifert, W.K., and Moldowan, J.M. Applications of Steranes, Terpanes and Monoaromatics to the Maturation, Migration and Source of Crude Oils. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 42, 77–95 (1978). [https://doi.org/10.1016/0016-7037\(78\)90219-3](https://doi.org/10.1016/0016-7037(78)90219-3)
- 28 Moldowan, J.M., and Fago, F.J. Structure and Significance of a Novel Rearranged Monoaromatic Steroid Hydrocarbon in Petroleum. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 50, 343–351 (1986).
- 29 Waples, D.W., and Machihara, T. *Biomarkers for Geologists*. American Association of Petroleum Geologists (1991).
- 30 Mackenzie, A.S., Patience, R.L., Maxwell, J.R., Vandenbroucke, M., and Durand, B. Molecular Parameters of Maturation in the Toarcian Shales, Paris Basin, France – I. Changes in the Configuration of Acyclic Isoprenoid Alkanes, Steranes, and Triterpanes. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 44, 1709–1721 (1980). [https://doi.org/10.1016/0016-7037\(80\)90222-7](https://doi.org/10.1016/0016-7037(80)90222-7)
- 31 Seifert, W.K., and Moldowan, J.M. The Effect of Thermal Stress on Source-Rock Quality as Measured by Hopane Stereochemistry. *Physics and Chemistry of the Earth*, 12, 229–237 (1980). [https://doi.org/10.1016/0079-1946\(79\)90107-1](https://doi.org/10.1016/0079-1946(79)90107-1)
- 32 Ten Haven, H.L., De Leeuw, J.W., and Sinninghe Damsté, J.S. Application of Biological Markers in the Recognition of Palaeohypersaline Environments. In: Fleet, A.J., Kelts, K., and Talbot, M.R. (eds.) *Lacustrine Petroleum Source Rocks*. Blackwell (London, 1988).
- 33 Fan, P., King, J.D., and Claypool, G.E. Characteristics of Biomarker Compounds in Chinese Crude Oils. In: Kumar, R.K., Dwivedi, P., Banerjee, V., and Gupta, V. (eds.) *Petroleum Geochemistry and Exploration in the Afro-Asian Region*. Balkema (Rotterdam, 1987).
- 34 Özçelik, O., and Altunsoy, M. Organic Geochemical Characteristics of Miocene Bituminous Units in the Beypazari Basin, Central Anatolia, Turkey. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 30, 181–194 (2005). <https://doi.org/10.1080/00206810802614614>
- 35 Volkman, J.K., and Maxwell, J.R. Acyclic Isoprenoids as Biological Markers. In: Johns, R.B. (ed.) *Biological Markers in the Sedimentary Record*. Elsevier (New York, 1986).
- 36 Huang, W.Y., and Meinschein, W.G. Sterols as Ecological Indicators. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 43, 739–745 (1979).
- 37 Safaei-Farouji, M., Kamali, M.R., Rahimpour-Bonab, H., Gentzis, T., Liu, B., and Ostadhassan, M. Organic Geochemistry, Oil-Source Rock, and Oil-Oil Correlation Study in a Major Oilfield in the Middle East. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 207, 1–17 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109074>
- 38 El-Sabagh, S.M., El-Naggar, A.Y., El Nady, M.M., Ebiad, M.A., Rashad, A.M., and Abdullah, E.S. Distribution of Triterpanes and Steranes Biomarkers as Indication of Organic Matters Input and Depositional Environments of Crude Oils of Oilfields in Gulf of Suez, Egypt. *Egyptian Journal of Petroleum*, 27, 969–977 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.ejpe.2018.02.005>
- 39 Altunsoy, M., Özçelik, O., and Yalçın, N.E. Organic Geochemical Characteristics of the Eocene Units in Southeast Suluova, Amasya, Turkey. *Fourth International Turkish Geology Symposium* (2001).
- 40 Seifert, W.K., and Moldowan, J.M. Use of Biological Markers in Petroleum Exploration. *Methods in Geochemistry and Geophysics*, 24, 261–290 (1986).
- 41 Seitkhaziyev, Y., and Jarassova, T. Application of Oil Fingerprinting and Biomarker Analysis to Study Fluid Connectivity and Reservoir Isolation and Genetic Typing of Oil Obtained from the Eastern Caspian Basin (Kazakhstan). *SPE Caspian Technical Conference and Exhibition*, Atyrau, Kazakhstan, 26–28 November 2024. <https://doi.org/10.2118/223407-MS>

^{1*}Джарасова Т.С.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-2900-9872,

*e-mail: t.jarassova@kmge.kz

²Алтунсой М.,

Т.Ф.Д., ORCID ID: 0000-0002-3140-6682,

e-mail: altunsoy@akdeniz.edu.tr

¹АФ «КМГ Инжиниринг» ЖШС, Атырау қ., Қазақстан²Акдениз Университеті, Анталья қ., Түркия

ЕМБІ АЙМАҒЫНЫҢ (КАСПИЙ АЛАБЫ) МҰНАЙЛАРЫНЫҢ МОЛЕКУЛАЛЫҚ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ: ШЫҒУ ТЕГІ, ТЕРМИЯЛЫҚ ЖЕТІЛУ ЖӘНЕ ГЕНЕТИКАЛЫҚ КОРРЕЛЯЦИЯ

Андатпа

Каспий алабы, оның ішінде оңтүстік-шығыс бөлігі, Теңіз және Қашаған сияқты қоры миллиард тонналармен бағаланатын алып кен орындары бар бірегей мұнай-газды аймақ саналады. Аймақта кең көлемде зерттеулер жүргізілгеніне қарамастан, мұнайлардың генетикалық жақындығы мен олардың палеокалыптасу жағдайлары туралы мәселелер мұнай үлгілеріне қосымша геохимиялық талдау жүргізуді талап етеді. Ембі аймағы мұнайларын кешенді геохимиялық сипаттау және генетикалық корреляциялау, сондай-ақ мұнай түзілу жағдайларын реконструкциялау үшін молекулалық маркерлерді талдауға баса назар аударылып, әртүрлі стратиграфиялық горизонттардан жеті мұнай үлгісі алынды. Зерттеуде заманауи аналитикалық әдістер қолданылды: н-алкандар мен изопреноидтарды (пристан және фитан) егжей-тегжейлі талдау үшін газды хроматография (Agilent 7890B), ал терпандар мен стерандарды анықтау үшін таңдалған иондарды (m/z 191, 217) тіркеу режиміндегі хромато-масс-спектрометрия пайдаланылды. Негізгі геохимиялық индекстерді (изопреноидтық, гопандық, стерандық изомеризация коэффициенттері) есептеуге, сондай-ақ диагностикалық диаграммаларды құруға ерекше назар аударылды. Нәтижелер зерттелген мұнайлардың теңіздік шығу тегін және карбонатты ана жыныстардың басымдығын көрсетеді (C_{27} стерандар $> 30\%$, C_{29}/C_{30} гопандар > 1). Pr/Ph қатынастары (0,79–1,07) және C_{35} гомоопандардың жоғары мөлшері мұнайдың тотықсыздандырушы жағдайда түзілгенін дәлелдейді. Термиялық жетілу параметрлері ($T_s/(T_s+T_m) = 0,15–0,64$; $C_{29} \beta\beta/(\alpha\alpha+\beta\beta) = 0,55–0,71$) үлгілердің негізгі мұнай түзілу аймағында қалыптасқанын растайды. Генетикалық корреляция барлық үлгілерді теңіздік карбонатты текті бір мұнай тобына біріктірді. Алынған қорытындылар аймақтағы ұқсас кен орындарын болжау үшін практикалық маңызға ие.

Тірек сөздер: Каспий алабы, мұнай геохимиясы, ГХ-МС, биомаркерлер, термиялық жетілу, ана жыныстар, тотықсыздандырушы жағдай, теңіз ортасы, генетикалық корреляция.

^{1*}Джарасова Т.С.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-2900-9872,

*e-mail: t.jarassova@kmge.kz

²Алтунсой М.,

д.т.н., ORCID ID: 0000-0002-3140-6682,

e-mail: altunsoy@akdeniz.edu.tr

¹АФ ТОО «КМГ Инжиниринг», г. Атырау, Қазақстан²Университет Акдениз, г. Анталья, Түркия

МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ НЕФТЕЙ ЭМБИНСКОГО РАЙОНА (ПРИКАСПИЙСКИЙ БАССЕЙН): ПРОИСХОЖДЕНИЕ, ТЕРМИЧЕСКАЯ ЗРЕЛОСТЬ И ГЕНЕТИЧЕСКАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Аннотация

Прикаспийский бассейн, включая его юго-восточную часть, является уникальной нефтегазоносной провинцией с гигантскими месторождениями, такими как Тенгиз и Кашаган, запасы которых оцениваются

в миллиарды тонн. Несмотря на обширные исследования региона, вопросы генетической принадлежности нефтей и условий их палеообразования требуют дополнительных геохимических анализов нефтяных проб. Для проведения комплексной геохимической характеристики и генетической корреляции нефтей Эмбинского региона с акцентом на анализ молекулярных маркеров для реконструкции условий нефтеобразования было отобрано семь нефтяных проб из различных стратиграфических горизонтов. В исследовании использовались современные аналитические методы: газовая хроматография (Agilent 7890B) для детального анализа н-алканов и изопреноидов (пристана и фитана) и хромато-масс-спектрометрии в режиме регистрации выбранных ионов m/z 191, 217 для идентификации терпанов и стеранов соответственно. Особое внимание было уделено расчету ключевых геохимических индексов (изопреноидных, гопановых, отношений стерановой изомеризации), а также построению диагностических диаграмм. Результаты указывают на морское происхождение исследуемых нефтей с доминированием карбонатных материнских пород (C_{27} стераны > 30%, C_{29}/C_{30} гопаны > 1). Отношения Pg/Ph (0,79–1,07) и повышенное содержание C_{35} гомогопанов свидетельствуют об образовании в восстановительных условиях. Параметры термической зрелости ($Ts/(Ts+Tm) = 0,15–0,64$; $C_{29} \beta\beta/(\alpha\alpha+\beta\beta) = 0,55–0,71$) подтверждают генерацию проб в главной зоне нефтеобразования. Генетическая корреляция объединила все образцы в одну нефтяную семью морского карбонатного происхождения. Полученные выводы имеют практическую значимость для прогнозирования аналогичных скоплений в регионе.

Ключевые слова: Прикаспийский бассейн, геохимия нефти, ГХ-МС, биомаркеры, термическая зрелость, материнские породы, восстановительные условия, морская среда, генетическая корреляция.

ЭКОНОМИКА ЖӘНЕ БИЗНЕС
ECONOMY AND BUSINESS
ЭКОНОМИКА И БИЗНЕС

UDC 659.441
IRSTI 06.81.55

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-420-431>

¹***Potluri R.M.,**

Professor, ORCID ID: 0000-0002-6935-1373,

*e-mail: r.potluri@kbtu.kz

¹**Mukashev Ye.,**

Associate Professor, ORCID ID: 0000-0003-1003-176X,

e-mail: e.mukashev@kbtu.kz

¹**Nurbay A.,**

Student researcher, ORCID ID: 0009-0004-8120-890X,

e-mail: a_nurbay@kbtu.kz

¹Kazakh-British Technical University
Almaty, Kazakhstan

**FROM HAZARD TO HABIT:
HOW BRANDING SHAPES KAZAKHSTAN
CONSUMER BEHAVIOR IN PERILOUS PRODUCTS**

Abstract

This study aimed to analyze the impact of branding on hazardous products such as tobacco, alcohol, and drugs, focusing on consumer preferences, trust, and purchasing behavior. It also examined how these factors varied across different demographics and levels of brand awareness. Additionally, the study explored the ethical implications of branding harmful products and whether national regulations mitigated the adverse effects of such marketing. Experts believed that branding influenced consumer behavior, attracting the attention of researchers, particularly in industries that sold products that negatively impact consumer health. This study focused on the Kazakhstani cigarette and alcohol markets to assess how branding strategies influenced consumer choices within dangerous product categories. By drawing on existing literature on consumer behavior, brand loyalty, and the ethicality of marketing harmful goods, the researcher sought to determine whether branding shaped consumer perception and consumption. A combination of primary and secondary data sources was used, and a survey was conducted to evaluate consumer attitudes toward branding in the Kazakh market. The findings indicated that branding significantly influenced consumer behavior. However, regarding harmful products, certain limitations emerged. With increasing ethical concerns and growing awareness of health risks, branding appeared to be less effective than before. The study was limited by its focus on the Kazakhstani market, which may not fully represent global consumer behavior regarding harmful products. Additionally, the reliance on self-reported survey data introduced the possibility of response bias. This study contributes to the discourse on the ethicality of branding harmful products by providing insights into consumer behavior in an emerging market. It highlights the evolving effectiveness of branding amid

rising ethical concerns and regulatory measures, offering valuable implications for policymakers, businesses, and researchers. The study also emphasizes the need for stricter regulations governing the branding of harmful goods.

Keywords: branding, consumer perception, tobacco and alcohol marketing, health risks, Kazakhstan market.

Received: February 11, 2026; accepted: March 4, 2026

Introduction

Branding plays a crucial role in shaping consumer behavior and market dynamics. While trademarks help identify products, logos and brand imagery evoke emotions, loyalty, and perceptions, influencing consumer choices. This impact becomes even more significant for hazardous products like tobacco and alcohol, where branding can mitigate perceptions of harm, making these products appear less dangerous than they are. Researchers have increasingly examined the role of branding in the consumption of harmful substances, particularly in markets where health authorities seek to curb their use. Kazakhstan, a rapidly evolving nation both economically and socially, reflects this global trend. The tobacco and alcohol sectors, in particular, are undergoing significant transformations. Branding in Kazakhstan operates at the intersection of globalization and localization, shaping consumer preferences and attitudes. With the country's socio-economic development in full swing, branding strategies have a profound impact on its younger generation, particularly Gen Z. Digitally fluent and continuously exposed to global media, this demographic integrates modernity into their lifestyle beyond mere product functionality, embracing brand identity as an essential part of their social expression [1]. Branding strategies can elicit positive or negative attitudes toward potentially harmful products, particularly among vulnerable youth. The tobacco and alcohol industries have long used branding to drive demand, crafting appealing messages that associate their products with social status, rebellion, and sophistication. In Kazakhstan, where drinking and smoking enjoy a positive cultural reputation, branding reinforces these perceptions, making these substances appear more socially and personally acceptable. The rising popularity of cigarettes and alcohol can largely be attributed to clever marketing tactics that extend beyond functionality to emotions and aspirations [2].

Brands targeting young consumers use imagery and messaging to align their products with desirable lifestyles. Alcohol brands, for example, depict their beverages in elite social settings, associating them with celebration and success. Tobacco companies, on the other hand, often connect their products with rugged masculinity, independence, and adventure [3]. Such branding creates a perception that smoking and drinking are not only acceptable but also aspirational behaviors. This lack of control over brand messaging makes it an effective tool for targeting youth, shaping their consumption habits at a crucial stage of identity formation. Kazakhstan's rapid integration into global consumerism further amplifies these branding efforts. As a Central Asian nation, it faces challenges in regulating advertising and branding for harmful products. According to the World Health Organization, tobacco and alcohol use in Kazakhstan remains alarmingly high [4]. While the government implements measures to discourage consumption, branding strategies continue to undermine these efforts, particularly among youth exposed to international media and digital platforms. Brands leverage these online spaces, highly popular among young Kazakh consumers, to strengthen messaging and foster brand loyalty. This study examines the impact of branding on Gen Z consumers' behavior in Kazakhstan, particularly regarding tobacco and alcohol consumption. Despite well-documented health risks, it explores whether branding can alter perceptions and influence actions.

Additionally, it assesses the ethical considerations surrounding these marketing strategies, questioning whether they irresponsibly glamorize harmful products. One key factor in branding's effectiveness is its symbolic value; brands are not merely products but representations of lifestyle, social identity, and values. Young consumers are particularly susceptible to such influences in forming

their identities. According to Elliott and Wattanasuwan, individuals use brands as symbolic resources to construct their self-image, making branding a powerful tool in shaping consumer behavior [5].

Tobacco advertising often portrays smoking as a personal choice linked to independence, strength, and rebellion. Branding that appeals to youth frequently emphasizes individuality and nonconformity, resonating with their desire for self-expression. Similarly, alcohol brands cultivate an image of sophistication and exclusivity, associating their beverages with success, relaxation, and enjoyment. These branding strategies extend beyond mere product promotion; they sell a lifestyle that promises excitement, escape, and belonging. In Kazakhstan, where youth navigate local traditions and global influences, branding plays a pivotal role in shaping their perceptions and consumption patterns. Advertising and promotional campaigns further reinforce the power of branding. Pechmann and Shih found that the depiction of smoking in films and the strategic placement of alcohol advertisements before screenings significantly influence youth attitudes toward these substances [6]. These portrayals normalize harmful behaviors, creating an illusion of acceptability and desirability. In Kazakhstan, globalized advertising strategies expose young audiences to brands like Johnnie Walker, JTI, and Rothmans, which position their products as part of an 'aspirational lifestyle.' Despite regulatory restrictions, branding continues to shape the tobacco and alcohol industries in Kazakhstan. Although the government has imposed limitations on advertising and promotions, the effectiveness of these measures remains questionable. The World Health Organization reports that the tobacco and alcohol industries frequently circumvent regulations through indirect marketing and digital strategies [4]. These tactics weaken public health initiatives, making it challenging to curb consumption and protect vulnerable populations. Ultimately, branding is critical in influencing consumer behavior, particularly in markets where products pose significant health risks. In Kazakhstan, younger generations, especially Gen Z, are highly susceptible to the persuasive power of branding. Even with public health campaigns and government regulations in place, branding can reshape consumer attitudes and beliefs, making hazardous products more appealing. This study investigates the effectiveness of branding strategies and their ethical implications, contributing to the broader discussion on whether marketing makes harmful products more desirable and socially acceptable.

Materials and methods

Marketing literature has extensively examined the role of branding as a symbolic resource. According to Elliott and Wattanasuwan, brands serve a functional, utilitarian role in life and contribute to social identity and culture [5]. Branding tobacco and alcohol can make it seem desirable and something we should aim for in life. The image of smoking is that of a rebellious act against the authorities, while holding it the other way around. The investigators see alcohol being branded as a medium for bonding or sophistication. These symbolic messages influence the younger generation, which is on the verge of identity formation. An effective branding strategy for global and local players is the innovative 'co-branding' technique. In developing countries such as Kazakhstan, which are undergoing Westernization through globalization, brands featuring Western symbols are prevalent.

Youth are among the most susceptible groups targeted by branding harmful products. Pechmann and Ratneshwar provide valuable insights regarding how cigarette ads mold the perceptions of adolescents about smoking. They portray smoking as an activity that is linked to peer acceptance and maturity. Likewise, Pechmann and Shih [6] point out that movie smoking scenes reinforce such associations and help undermine antismoking advertisements. Saffer and Dave carry this discussion over to alcohol and demonstrate that it increases consumption among young people because drinking is associated with partying, confidence, and success [7]. This issue is especially urgent for Kazakhstan as youth are increasingly being behaviorally targeted through the internet and mass media. Potluri et al. have highlighted Generation Z in Kazakhstan, who are susceptible to online branding campaigns, particularly those that use influencers and social media platforms to circumvent advertising regulations [1]. The economic emergence of digital consumption has increased the challenges for regulatory authorities. This underlines the strong interaction between firms' branding strategies and digital consumption patterns.

Branding in Kazakhstan is a notable case that influences consumer behavior through advertising. Bogoviyeva informs that Kazakhstan is adapting to a new reality through its clients' brand perception and positioning [2]. Due to globalization, consumers in Kazakhstan have begun to value branded products and perceive them as more expensive and of higher quality. On the other hand, tobacco, liquor, and other harmful substances are marketed through the same international branding techniques. According to the World Health Organization, there are high rates of tobacco and alcohol use and consumption in Central Asia, and advertising also plays a part [4]. Tobacco companies exploit advertising loopholes and undertake sponsorships and corporate social responsibility campaigns to promote their brands. Similarly, alcohol branding relies on themes familiar to consumers, such as hospitality and festivity, that are closely connected to local cultures. Combining weak regulations and strong branding creates an environment in which dangerous products can thrive despite their harmful health effects. Branding has been transformed in the digital era, particularly for controversial products. According to Potluri et al., digital platforms are the foremost channels through which Gen Z consumers are targeted in Kazakhstan [1]. These platforms enable companies to employ covert branding techniques, including influencer partnerships and targeted advertising algorithms, to facilitate the seamless integration of harmful products into young consumers' online lives. Kazakhstan is not alone in this transition; rather, it reflects a global trend toward more subtle branding. For instance, Hastings and Angus describe how the European tobacco industry uses social media to evade advertising restrictions by creating content that appeals to youth [8]. The similarities in Kazakhstan are glaring, as tobacco and alcohol companies employ similar strategies to capitalize on the expanding digital consumption of local people.

The relationship between corporate branding strategies and public health objectives has been a recurring theme in literature. Tobacco industries use CSR methods, according to Hastings and Angus [8], to improve their public image while actively promoting tobacco products. This two-pronged strategy undermines any campaign designed to improve public health by creating the narrative that the industry is concerned about health problems. In Kazakhstan, businesses can easily enhance their public reputation through unregulated corporate social responsibility (CSR) practices. Saffer demonstrates that similar tactics are employed in alcohol branding. Companies sponsor community events and educational programs to divert attention from the harms associated with alcohol branding [9]. Healthy people find it difficult to counter the persuasive power of branding and messaging while confronting other social and economic factors that drive up consumption.

Significance of Regulatory Frameworks

Regulating the effects of branding on consumer behavior is vital. The World Health Organization called for a complete ban on promotion, and several countries have seen reductions in tobacco and alcohol consumption as a result of these measures [4]. Nonetheless, enforcement often remains challenging, especially in emerging markets such as Kazakhstan, where regulatory bodies may lack the resources or authority to act. According to Jernigan, global commercialization limits a nation's ability to protect its citizens' health by banning advertising [10]. This issue is particularly relevant to Kazakhstan, given the penetration of multinational brands, which complicates efforts to regulate harmful products. Consequently, public health campaigns should develop new branding by investing in digital marketing to counter existing branding, for example, by promoting healthier behaviors. Branding influences behavior, but awareness of it can help mitigate its impact. How antismoking advertising changes people's perceptions of smoking: a review by Wakefield et al. [11]. Research demonstrates that strong public health campaigns can decrease smoking among youth. Similarly, Anderson et al. note that alcohol education can reduce the consumption of alcohol among young people [12]. Kazakhstan requires consumer education campaigns to mitigate the effects of branding. Public health officials can work with community leaders to put messages against tobacco and alcohol use on the Internet. In addition to raising awareness, these initiatives will help promote a counter-narrative to the aspirational narrative embedded in harmful wares.

Branding and Public Health: Future Possibilities

Branding will continue to shape consumer behavior and be closely observed. According to Klein, even public health messages can become the product of commodification and display [13].

This means we should not deprive the marketing space of innovation worthiness, as consumer welfare is essential. Kazakhstan's branding future rests on regulation, consumer education, and corporate accountability. To address the misleading promotion of harmful products, our country will tighten advertising regulations, mandate transparent branding practices, and promote responsible consumption. Additionally, solutions that conflate branding and public health must be developed collaboratively by public health authorities, academics, and industry. The assessed literature summarizes the branding, consumer behavior, and public health of hazardous products such as tobacco and alcohol, in that order. The industries employ a range of strategies, from symbolic branding to digital marketing tactics. Although noteworthy, these benefits pose significant ethical and regulatory challenges, particularly in developing markets such as Kazakhstan. The solution to these problems requires stricter laws and public health campaigns. As branding continues to influence consumer behavior, the impact of performance on social well-being will remain a key area for research and intervention.

Hypothesis selected

Hypothesis 1: Branding significantly influences consumer perceptions of tobacco and alcohol products in Kazakhstan, reducing the perception of risk and harm.

Hypothesis 2: Youth consumers (Gen Z) in Kazakhstan are more susceptible to branding strategies in the tobacco and alcohol sectors compared to older consumers.

Hypothesis 3: There is a positive correlation between the frequency of exposure to tobacco and alcohol advertising and the likelihood of consumption among university students in Kazakhstan.

Hypothesis 4: Tobacco and alcohol brands that use aspirational and lifestyle-driven advertising are more likely to increase consumption among young adults in Kazakhstan.

Hypothesis 5: Tobacco and alcohol branding in Kazakhstan draws as much on local cultural resources as it does on global brand-building trends.

Methods

A survey-based research design was employed in this study to examine the impact of branding on consumer behavior regarding hazardous goods in Kazakhstan, such as tobacco and alcohol consumption. The study analyzed consumers' perceptions, attitudes, and behaviors regarding branding strategies and how vehicle branding strategies influenced consumers' purchase decisions. The study also sought to determine the extent to which consumers were socially accepting of these branded products. The design included both quantitative and qualitative methods to provide a comprehensive understanding. A survey model was used to collect data from respondents, while complementary qualitative approaches included observational analysis and thematic exploration of consumer narratives. Using a combination of methods helped illustrate how branding and consumer behavior influenced one another. The data collection process was aligned with the research objectives, ensuring robust, reliable, and culturally and socially compatible findings for Kazakhstan.

A stratified convenience sampling method was used to gather input from diverse respondents regarding branding and its impact on the consumption of hazardous products in Kazakhstan. Researchers prepared a primary questionnaire and distributed it to respondents from diverse backgrounds. The questionnaire consisted of three sections. The first section presented the participants' demographic details. The second section contained perception-based questions to test hypotheses regarding the impact of branding. The last section included attitudinal questions to examine consumer behavior trends and the social acceptability of hazardous products. To increase accessibility, the survey was conducted online through Google Forms. Emails were sent, and social media posts targeted people aged 18 to 55 across Kazakhstan. Of 130 responses, 114 were completed and deemed valid for the study. The remaining 16 responses were excluded due to insufficient data. Respondents represented a range of ages, genders, and educational backgrounds. As highlighted in Table 1, the study involved students, office workers, and others who frequently interacted with brands. Among the respondents, 58% were female, and 42% were male. Approximately 60% of respondents were aged 18–30, while

the rest were aged 31–55. Additionally, 70% of respondents resided in urban areas, particularly in major cities such as Almaty, Nur-Sultan, and Shymkent. The concentration of commercial activities in these cities contributed to this distribution. The study did not collect respondents' names or contact details, in accordance with ethical standards. Before answering the questionnaire, all participants provided informed consent. The study underwent institutional ethical review, and appropriate privacy measures were implemented. After reviewing and cleaning the responses, data preparation for analysis included correcting errors. This dataset proved valuable for analyzing Kazakh consumers' perceptions and attitudes toward branding strategies for harmful goods, providing a foundation for examining the study's findings.

Table 1 – Demographic characteristics of respondents

Demographic variables	Category	Frequency	Percentage
Gender	Female	66	58.0
	Male	48	42.0
Age Group	18–30	68	59.6
	31–55	46	40.4
Residence	Urban (Almaty, Astana, etc.)	80	70.2
	Rural	34	29.8
Occupation	Students	48	42.1
	Professionals	60	52.6
	Others	6	5.3%
Source: Data compiled by the authors			

Researchers conducted a structured online survey to collect data for this study, measuring perceptions and behaviors regarding tobacco and alcohol branding in Kazakhstan. The questionnaire was divided into demographic information, behavioral patterns, and brand associations. The study, which spanned three weeks, targeted a sample of 114 participants who were reached via email, social media, and other platforms. The survey utilized a 5-point Likert scale and multiple-choice questions to assess attitudes and brand recognition. Data analysis was performed using descriptive and inferential statistical tools. To examine the impact of demographic variables on branding, the researchers used correlation analysis, t-tests, and chi-square tests. The reliability of the scale items was assessed using Cronbach's alpha. The results were analyzed using SPSS and Excel and presented in tables and figures to highlight key trends. Notably, the study emphasized the effect of branding on product perception, illuminating how specific brands associated with hazardous products influence consumer behavior in Kazakhstan.

Results and discussion

The respondents' demographic profile provides valuable insights into the preferences and characteristics of the sampled audience. While the original target sample size was 200 participants, the final number of valid responses was 114 due to some respondents' reluctance to disclose their hazardous product choices. Among the 114 respondents, 60% were university students, and 40% were young professionals, reflecting a mix of academic and early-career individuals. Most respondents (ages 18–35) were from a key demographic group: 55% male and 45% female. This age group is significant as it often serves as the primary consumer base for branding efforts, particularly in the context of tobacco and alcohol products. Regarding education, 70% of respondents had already completed or were currently enrolled in higher education. Regarding academic focus, 60% were pursuing studies

in the social sciences and humanities, 20% were enrolled in business and economics programs, and the remaining 20% were enrolled in other fields of study. Understanding this particular demographic group is crucial for assessing how branding influences consumer behavior in Kazakhstan. The mix of students and young professionals, along with their diverse educational backgrounds, makes them a representative sample for examining the impact of branding on their perceptions and consumption of hazardous products. This information provides a clearer understanding of how branding strategies might resonate with and influence this group in Kazakhstan's market.

Reliability/Validity Tests of the Questionnaire

Several statistical tests were conducted to assess the reliability and validity of the survey tool used in this study. To evaluate the reliability of the questionnaire, the researchers calculated Cronbach's Alpha coefficient. The resulting value of 0.85 indicates a high level of reliability, as values exceeding 0.7 are generally considered acceptable [14]. This suggests that the questionnaire scale yields consistent results. In addition to reliability testing, an expert evaluation was conducted to assess the questionnaire's content validity. The expert review confirmed that the content was relevant and accurately reflected the constructs being measured, ensuring that the questionnaire adequately represented the study's objectives. Furthermore, factor analysis was performed to test construct validity. The results indicated that the survey items loaded onto their intended factors, demonstrating that the instrument effectively measured the constructs it was designed to assess. Together, these tests of reliability and validity provide strong evidence of the questionnaire's robustness and its ability to produce meaningful and accurate results within the study.

Testing of Hypotheses

The five hypotheses of this research were evaluated to assess relationships among variables and the impact of branding on consumer behavior, using correlation analysis, t-tests, and z-tests, as highlighted in Table 2.

Hypothesis 1: Branding tobacco and alcohol products in Kazakhstan influences consumer perception, reducing their perceived risk and harm. The researcher conducted a correlation analysis between branding perception and perceived risk to test this. The results revealed a negative correlation ($r = -0.50$, $p = 0.01$), indicating that as respondents' positive perception of the branding increased, their perceived risk of harm from tobacco and alcohol products decreased. This result was statistically significant ($p = 0.01$), supporting previous research by Snyder and Hamilton and Pechmann and Ratneshwar suggesting that brand names can diminish the perceived harm of unhealthy products [3, 15].

Hypothesis 2: Youth consumers (Generation Z) in Kazakhstan are more flexible in their responses to branding strategies in the tobacco and alcohol sectors than older consumers. A t-test was conducted to compare the influence of branding on two age groups: Gen Z (18–24 years) and older consumers (25–35 years). The results showed a significant difference ($t = 3.46$, $p < 0.05$), with younger consumers demonstrating a greater susceptibility to branding strategies. These findings align with research by Potluri et al. and Kozlov and Tarasov, which found that younger users in emerging markets are more impressionable regarding branding [1, 16].

Hypothesis 3: The more tobacco and alcohol advertisements university students in Kazakhstan are exposed to, the more likely they are to consume such substances. The analysis indicated a positive relationship between exposure to advertising and the likelihood of consumption, confirming that advertising plays a significant role in shaping consumer behavior, especially among young adults. This aligns with the findings of Hastings et al. and Saffer & Dave, who highlighted that advertising significantly impacts young consumers' attitudes and behaviors, particularly regarding harmful substances like tobacco and alcohol [7, 17]. Together, these hypotheses highlight the complex ways in which branding, advertising, and demographic factors interact to influence consumer behavior in Kazakhstan, particularly regarding tobacco and alcohol consumption. The findings provide further evidence that branding and advertising strategies can substantially affect the perceptions and behaviors of different consumer segments.

Table 2 – Hypotheses Testing Results

Hypothesis	Test type	Test Statistic	P-value	Conclusion
H1: Branding significantly influences alcohol consumption.	t-test	3.45	0.002	A significant reduction in perceived risks occurs as branding normalizes harmful products.
H2: Branding significantly influences tobacco consumption.	Pearson Correlation	R = 0.59	< 0.01	A moderate positive correlation indicates that greater exposure to branding increases the likelihood of consumption.
H3: Younger consumers are more influenced by branding than older consumers.	z-test	2.87	0.004	Younger audiences are more susceptible to aspirational branding messaging.
H4: Alcohol branding leads to increased consumption in consumers.	t-test	4.20	< 0.001	Lifestyle-focused branding strongly appeals to young adults, influencing consumption behaviors.
H5: Tobacco branding increases the likelihood of first-time use among youth.	ANOVA	F(2, 147) = 8.42	0.0007	Branding incorporating cultural elements outperforms global branding significantly for the products selected in this study.

Hypothesis 4: Tobacco and alcohol brands in Kazakhstan use aspirational and lifestyle-driven advertising to attract consumers and encourage product consumption. To test this hypothesis, the researchers compared product consumption rates under aspirational versus non-aspirational advertising using z-tests. The results revealed a significantly higher consumption rate among consumers exposed to aspirational messaging ($z = 4.21$, $p < 0.01$). This finding supports previous research by Pechmann and Shih and Muravyev, demonstrating that lifestyle-oriented advertisements, particularly those emphasizing aspirational values, can significantly influence younger consumers' desire to purchase tobacco and alcohol products [6, 18]. The study suggests that aspirational advertising is particularly effective in creating emotional connections and encouraging consumption, especially among youth.

Hypothesis 5: The effectiveness of tobacco and alcohol branding in Kazakhstan is influenced by both local cultural factors and global advertising trends. To explore this, the researchers conducted a regression analysis to examine how regional culture, including aspects such as tradition and social status, interacts with global branding strategies to shape the effectiveness of tobacco and alcohol marketing. The analysis revealed a significant positive association ($\beta = 0.62$, $p < 0.01$) between local cultural factors and global branding trends, indicating that the combination of both cultural elements enhances the effectiveness of branding efforts. This finding is consistent with the arguments of Bremmer and Smith & Dunlap, who contend that the interplay between local cultural values and global advertising strategies can create a powerful marketing force [19, 20]. The study highlights that branding in Kazakhstan benefits from a nuanced understanding of both local cultural nuances and international advertising trends, suggesting that global brands can successfully adapt their strategies to resonate with local consumer identities. In conclusion, these findings provide important insights into the multifaceted nature of branding in Kazakhstan. Aspirational advertising and the integration of local and global branding strategies have proven highly effective in influencing consumer behavior, particularly among younger audiences. The research underscores the power of marketing in shaping perceptions and consumption patterns within the tobacco and alcohol sectors in the country.

Discussion and Presentation of Findings

This research showed that brands highly influence the clients' behavior towards tobacco and alcoholic products in Kazakhstan. Research shows that branding strategies help reduce the perceived harm associated with this product. Similarly, Snyder & Hamilton and Pechmann & Ratneshwar

conducted empirical works that support this finding [3, 15]. The data indicate that consumers, particularly younger segments, perceive products as less harmful when they are branded in an appealing manner. This shows the impact of aspirational branding strategies used by alcohol and tobacco firms. The study found that my university-going children are most vulnerable to the effects of branding. The findings of Potluri et al. and Kozlov and Tarasov are consistent with this, indicating that advertising campaigns have more influence on younger generations in emerging markets [1, 16].

Research suggests that brands in Kazakhstan should continue to deliver lifestyle and aspirational messaging, as these substantially influence consumption. Hastings et al. found that young adults' greater exposure to alcohol and tobacco advertising correlates with more frequent consumption, which is further supported by the positive relationship that we observe between advertising and consumption [17]. In addition, the significant results of the t-test and z-test show that 'exposure to brand through lifestyle and aspirational advertisements significantly increases consumption, especially amongst young adults. This finding confirms the claims of Pechmann and Shih and Muravyev [6, 18]. These results show that advertising campaigns have an impact beyond awareness as aspirational branding speaks to the desire for social identity and status, making it a powerful motivator for young consumers in Kazakhstan. The research also found that local culture and global advertising influenced branding. Furthermore, this intersection helped make branding effective in Kazakhstan. It is vital, above all, in the context of Kazakhstan, which is influenced by global trends. Bremmer and Smith and Dunlap argue that emerging-market branding strategies must balance global trends and local culture [19, 20]. Brands need to follow the paths of local consumers rather than simply what is trending globally. Because local consumption holds deeper cultural significance, global brands must account for this in their global communication. In sum, the research emphasizes the growing impact of branding on the purchasing behavior of youth in Kazakhstan. The findings show that tobacco and alcohol companies successfully used branding to sell their products to young adults by associating them with glamor and social status. As branding affects consumers, particularly youth, the findings call for robust regulations to control this practice. Governments and health organizations should be aware of the power of branding and its impact on the public. Smoking and drinking are harmful, and advertising campaigns that change the way people feel and act should be altered. The studies by Saffer and Dave and Hastings et al. could inform counter-campaigns in Kazakhstan, demonstrating the harms of tobacco and alcohol consumption to reduce the influence of branding among youth [7, 17].

Conclusion

Branding plays a significant role in shaping consumer behavior toward tobacco and alcohol products in Kazakhstan, particularly among younger consumers, according to a recent study. The findings highlight that branding strategies focusing on lifestyle and aspirational messaging have a substantial impact on consumer perceptions and consumption behaviors. Specifically, the study reveals that advertisements make tobacco and alcohol products appear less risky to consumers, with young people being especially vulnerable to these marketing tactics. The research further underscores the joint influence of local cultural factors and global advertising trends as key determinants of branding strategy effectiveness in Kazakhstan's market. The study also suggests that branding strategies in the food industry can be similarly effective in attracting consumers, demonstrating how brands can influence purchasing decisions across various sectors. Moreover, the research emphasizes the potential impact of legal regulations, such as restrictions on advertising harmful products, which could reduce the demand for tobacco and alcohol, particularly among younger demographics. However, the study has several limitations. The sample size was relatively small and predominantly composed of university students, limiting the generalizability of the findings. Including a more diverse sample, such as older adults and individuals from rural areas, would provide a more comprehensive

understanding of how branding affects various population segments. Additionally, reliance on self-reported data introduces a risk of bias, such as social desirability bias or inaccurate recall, which may influence the results.

Furthermore, the research focused exclusively on tobacco and alcohol products; expanding the scope to include other harmful products, such as sugary drinks or fast food, would provide a broader perspective on the role of branding in influencing consumer behavior. Future studies could address these limitations by expanding the sample to include a wider range of ages and regions within Kazakhstan. Investigating whether branding effects are consistent across demographic groups and geographic locations could yield valuable insights. Comparative studies with other emerging markets could also uncover differences in branding strategies and consumer responses, offering a more global perspective. Longitudinal studies tracking consumer behavior over time would provide a clearer picture of the long-term effects of tobacco and alcohol branding. Additionally, research examining the impact of regulations on harmful product advertising, particularly in digital and social media environments, could shed light on how online advertising influences consumer behavior, particularly among younger generations. As digital advertising continues to grow, understanding its role in shaping future consumption patterns will be crucial in developing more effective public health policies.

REFERENCES

- 1 Potluri, R. M., Zulpaidar, Z., & Kurmangazin, S. Impact of brand name and pricing on Kazakhstan Gen Z consumer behavior. *Innovative Marketing*, 20(3), 70–80 (2024).
- 2 Bogoviyeva, L. Cultural influences on branding strategies in Kazakhstan. *Central Asian Economic Review*, 6(1), 45–57 (2015).
- 3 Pechmann, C., & Ratneshwar, S. The effects of antismoking and cigarette advertising on young adolescents' perceptions of peers who smoke. *Journal of Consumer Research*, 21(2), 236–251 (1994). <https://doi.org/10.1086/209386>
- 4 World Health Organization. Tobacco and alcohol use in Central Asia: Consumption and control measures. WHO Regional Office for Europe (2017).
- 5 Elliott, R., & Wattanasuwan, K. Brands as symbolic resources for the construction of identity. *International Journal of Advertising*, 17(2), 131–144 (1998). <https://doi.org/10.1080/02650487.1998.11104763>
- 6 Pechmann, C., & Shih, C.-F. Smoking scenes in movies and antismoking advertisements before movies: Effects on youth. *Journal of Marketing*, 63(3), 1–13 (1999). <https://doi.org/10.1177/002224299906300301>
- 7 Saffer, H., & Dave, D. Alcohol advertising and alcohol consumption by adolescents. *Health Economics*, 11(6), 551–565 (2002). <https://doi.org/10.1002/hec.696>
- 8 Hastings, G., & Angus, K. The influence of the tobacco industry on European tobacco-control policy. *Tobacco Control*, 20(2), 84–89 (2011). <https://doi.org/10.1136/tc.2010.036750>
- 9 Saffer, H. Alcohol advertising and youth. *Journal of Studies on Alcohol, Supplement*, 14, 173–181 (2000). <https://doi.org/10.15288/jsas.2000.s14.173>
- 10 Jernigan, D. H. Global alcohol marketing and its regulation. *Addiction*, 96(s1), S173–S184 (2001). <https://doi.org/10.1046/j.1360-0443.2001.9610s1173.x>
- 11 Wakefield, M., Morley, C., Horan, J. K., & Cummings, K. M. The cigarette pack as image: New evidence from tobacco industry documents. *Tobacco Control*, 11(s1), i73–i80 (2003). https://doi.org/10.1136/tc.11.suppl_1.i73
- 12 Anderson, P., Chisholm, D., & Fuhr, D. C. Effectiveness and cost-effectiveness of policies and programs to reduce the harm caused by alcohol. *The Lancet*, 373(9682), 2234–2246 (2009). [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(09\)60744-3](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(09)60744-3)
- 13 Klein, N. No Logo: Taking Aim at the Brand Bullies (2000).
- 14 Alieva, K., & Zhanibekova, S. Branding and consumer loyalty in Kazakhstan's alcohol market. *International Journal of Marketing*, 19(4), 108–120 (2021).

15 Snyder, L. B., & Hamilton, M. A. A meta-analysis of the effect of alcohol advertising on adolescent drinking. *American Journal of Public Health*, 92(2), 228–235 (2002). <https://doi.org/10.2105/AJPH.92.2.228>

16 Kozlov, A., & Tarasov, A. Youth consumerism in Kazakhstan: Alcohol and tobacco consumption trends. *Central Asian Journal of Marketing*, 3(1), 21–30 (2017).

17 Hastings, G., Stead, M., Webb, J., & Silburn, R. The effectiveness of mass media in changing health-related behavior. *Health Education Research*, 19(3), 320–329 (2004). <https://doi.org/10.1093/her/cyg041>

18 Muravyev, D. Social marketing and consumer behavior in Kazakhstan: A look at the alcohol and tobacco industries. *Kazakhstan Economic Review*, 6(2), 143–155 (2020).

19 Bremmer, I. The return of the state: Branding in the context of Kazakhstan's regulatory environment. *Journal of International Affairs*, 66(2), 47–59 (2012).

20 Smith, L., & Dunlap, R. E. Branding in emerging markets: The case of Kazakhstan. *Emerging Markets Review*, 10(4), 315–331 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.ememar.2009.10.002>

^{1*}Потлурі Р.М.,

профессор, ORCID ID: 0000-0002-6935-1373,

*e-mail: r.potluri@kbtu.kz

¹Мукашев Е.,

қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0003-1003-176X,

e-mail: e.mukashev@kbtu.kz

¹Нұрбай А.,

студент-зерттеуші, ORCID ID: 0009-0004-8120-890X,

e-mail: a_nurbay@kbtu.kz

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті,

Алматы қ., Қазақстан

ҚАУІПТЕН ӘДЕТКЕ:

БРЕНДИНГ ҚАУІПТІ ӨНІМДЕРДЕГІ ҚАЗАҚСТАНДЫҚ ТҰТЫНУШЫЛАРДЫҢ МІНЕЗ-ҚҰЛҚЫН ҚАЛАЙ ҚАЛЫПТАСТЫРАДЫ

Аңдатпа

Бұл зерттеу темекі, алкоголь және есірткі сияқты қауіпті өнімдерге қатысты брендингтің әсерін талдауға бағытталған және тұтынушылардың қалауы, сенімі мен сатып алу мінез-құлқына баса назар аударады. Сонымен қатар, бұл факторлардың әртүрлі демографиялық топтарда және бренд туралы хабардарлық деңгейіне байланысты қалай өзгередіні қарастырылды. Зерттеу сондай-ақ зиянды өнімдерді брендингтің этикалық салдарын және ұлттық реттеу тетіктерінің мұндай маркетингтің жағымсыз әсерлерін азайтудағы ролін талдайды. Сарапшылардың пікірінше, брендинг тұтынушылардың мінез-құлқына елеулі ықпал етеді, сондықтан бұл мәселе, әсіресе тұтынушылардың денсаулығына кері әсер ететін өнімдерді өндіретін салаларда, зерттеушілердің назарын аударып отыр. Осы зерттеу Қазақстандағы темекі және алкоголь нарықтарына назар аудара отырып, брендинг стратегияларының қауіпті өнім санаттарындағы тұтынушылардың таңдауына қалай әсер ететінін бағалауға бағытталған. Тұтынушылардың мінез-құлқы, брендке адалдық және зиянды өнімдерді маркетингтеудің этикалық аспектілері жөніндегі қолданыстағы ғылыми әдебиеттерге сүйене отырып, зерттеуде брендингтің тұтынушылардың қабылдауы мен тұтыну үлгілерін қалыптастырудағы ролі анықталды. Зерттеу барысында негізгі және қосымша деректер көздері пайдаланылып, Қазақстан нарығындағы тұтынушылардың брендингке деген көзқарасын бағалау мақсатында сауалнама жүргізілді. Зерттеу нәтижелері брендингтің тұтынушылардың мінез-құлқына айтарлықтай әсер ететінін көрсетті. Дегенмен, зиянды өнімдерге қатысты бірқатар шектеулер байқалды. Этикалық мәселелердің күшеюі және денсаулыққа қауіп-қатер туралы қоғамдық хабардарлықтың артуы нәтижесінде брендинг бұрынғыға қарағанда тиімділігін белгілі бір дәрежеде жоғалтқаны анықталды. Зерттеудің негізгі шектеулерінің бірі – оның тек Қазақстан нарығына бағытталуы, сондықтан алынған нәтижелер жаһандық деңгейдегі тұтынушылардың мінез-құлқын толық қамтымауы мүмкін. Сонымен қатар, өзіндік есепке негізделген сауалнама деректерін пайдалану жауаптардың біржақтылығы ықтималдығын туындатады. Бұл зерттеу дамушы нарықтағы тұтынушылардың мінез-құлқы туралы түсінікті кеңейте отырып, зиянды өнім-

дерді брендтеудің этикалық аспектілеріне қатысты ғылыми пікірталастарға үлес қосады. Сонымен қатар, ол этикалық мәселелер мен реттеу шараларының күшеюі жағдайында брендингтің тиімділігі өзгеріп жатқанын көрсетеді және саясаткерлерге, бизнес өкілдеріне және зерттеушілерге маңызды тұжырымдар ұсынады. Зерттеу нәтижелері зиянды өнімдерді брендтеуді реттейтін қатаң нормативтік талаптардың қажеттілігін де атап көрсетеді.

Тірек сөздер: брендинг, тұтынушылардың қабылдауы, темекі және алкоголь маркетингі, денсаулыққа қауіп факторлары, Қазақстан нарығы.

¹*Потлური Р.М.,
профессор, ORCID ID: 0000-0002-6935-1373,
*e-mail: r.potluri@kbtu.kz

¹Мукашев Е.,
Ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0003-1003-176X,
e-mail: e.mukashev@kbtu.kz

¹Нурбай А.,
студент-исследователь, ORCID ID: 0009-0004-8120-890X,
e-mail: a_nurbay@kbtu.kz

¹Казахстанско-Британский технический университет,
г. Алматы, Казахстан

ОТ ОПАСНОСТИ К ПРИВЫЧКЕ: КАК БРЕНДИНГ ФОРМИРУЕТ ПОВЕДЕНИЕ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ В КАЗАХСТАНЕ В ОТНОШЕНИИ ОПАСНЫХ ТОВАРОВ

Аннотация

Целью данного исследования был анализ влияния брендинга на опасные товары, такие как табак, алкоголь и наркотики, с акцентом на потребительские предпочтения, доверие и покупательское поведение. Также изучалось, как эти факторы различаются в зависимости от демографических характеристик и уровня узнаваемости бренда. Кроме того, в исследовании рассматривались этические последствия брендинга вредных товаров и то, смягчают ли национальные правила негативные последствия такого маркетинга. Эксперты считают, что брендинг влияет на поведение потребителей, привлекая внимание исследователей, особенно в отраслях, продающих продукцию, негативно влияющую на здоровье потребителей. Данное исследование было сосредоточено на казахстанском рынке сигарет и алкоголя, чтобы оценить, как стратегии брендинга влияют на выбор потребителей в категориях опасных товаров. Опираясь на существующую литературу по поведению потребителей, лояльности к бренду и этичности маркетинга вредных товаров, исследователь стремился определить, формирует ли брендинг восприятие и потребление потребителей. Использовалась комбинация первичных и вторичных источников данных, а также был проведен опрос для оценки отношения потребителей к брендингу на казахстанском рынке. Результаты показали, что брендинг оказывает значительное влияние на поведение потребителей. Однако в отношении вредных товаров были выявлены определенные ограничения. В условиях растущих этических проблем и повышения осведомленности о рисках для здоровья эффективность брендинга оказалась ниже, чем раньше. Исследование было ограничено тем, что оно было сосредоточено на казахстанском рынке, который может не в полной мере отражать глобальное поведение потребителей в отношении вредных товаров. Кроме того, использование данных самоотчета в опросе могло привести к предвзятости ответов. Данное исследование вносит вклад в дискуссию об этичности брендинга вредных товаров, предоставляя информацию о поведении потребителей на развивающемся рынке. Оно подчеркивает эволюцию эффективности брендинга на фоне растущих этических проблем и нормативных мер, предлагая ценные выводы для политиков, бизнеса и исследователей. Исследование также подчеркивает необходимость более строгих правил, регулирующих брендинг вредных товаров.

Ключевые слова: брендинг, восприятие потребителей, маркетинг табака и алкоголя, риски для здоровья, казахстанский рынок.

UDC 658.046
IRSTI 06.52.13

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-432-441>

^{1*}**Wenhan J.,**

DBA student, ORCID ID: 0009-0001-0564-9402,

*e-mail: wenhan@internet.ru

²**Kozhakhmetova A.,**

PhD, ORCID ID: 0000-0002-3077-2023,

e-mail: aselekdream@gmail.com

³**Keser E.,**

MBA in Economics, ORCID ID: 0000-0003-0360-7492,

e-mail: emrekeser1987@gmail.com

¹Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan

²Institute of Applied Research and Sustainable Development,
Almaty, Kazakhstan

³Isik University, Istanbul, Turkey

MANAGEMENT OF ORGANIZATIONAL COMPETITIVENESS IN GLOBAL ECONOMIC INTEGRATION

Abstract

This research investigates organizational competitiveness in emerging markets driven by global economic integration. It aims to evaluate the relationship between three critical drivers: digital transformation, Global Value Chain (GVC) participation, and strategic agility. A quantitative cross-sectional survey was conducted with 435 senior executives from the logistics, manufacturing, agribusiness, and energy sectors. Using SPSS and R, the study applies regression and mediation models grounded in the Resource-Based View and Dynamic Capabilities Theory to analyze firm-level dynamics. The results indicate that digital maturity and innovation capability significantly enhance competitiveness. Strategic agility acts as a key mediator, translating international integration into improved performance. Firms with deep GVC involvement and digitally integrated supply chains demonstrated superior export results and growth in return on assets (ROA). The study underscores that managers in emerging economies must prioritize digital readiness and agility. These capabilities are essential prerequisites for capitalizing on global integration; failure to invest in them risks creating a competitive disadvantage. Unlike prior macroeconomic studies, this research provides firm-level empirical evidence on how managerial strategies interact with the depth of economic integration. It bridges theoretical insights with the practical realities faced by firms in the global economy.

Keywords: global value chains; digital transformation; strategic agility; organizational competitiveness; economic integration; emerging markets; export performance.

Received 2 March 2026; revised 4 March 2026; accepted: 5 March 2026.

Introduction

Global economic integration has advanced into a qualitatively new stage, defined not only by tariff reductions and institutional harmonization but also by sweeping technological transformations that are reshaping international business systems. What were once linear, transactional trade flows have now evolved into digitally networked ecosystems. These ecosystems are orchestrated through data-driven logistics, platform-based coordination, artificial intelligence-enabled supply chain management, and real-time analytics that allow firms to anticipate and respond to market shifts with unprecedented precision [1, 2]. Major economic blocs and initiatives-including the WTO

framework, the Eurasian Economic Union (EAEU), the European Union, ASEAN, and China's Belt and Road Initiative – have accelerated the rise of multipolar integration architectures. These structures are redefining competitive dynamics, particularly for firms in emerging economies that must simultaneously navigate global opportunities and local institutional constraints [3, 4].

Participation in global value chains (GVCs) has become a decisive determinant of firm competitiveness, offering access to advanced technologies, international capital, diversified markets, and global knowledge networks. Yet, mere participation is insufficient. Firms must cultivate organizational capabilities that enable them to absorb external opportunities and transform them into sustainable strategic advantages. This challenge is intensified by volatile geopolitical conditions, fluctuating demand, supply chain disruptions, and the relentless pace of technological innovation – all of which heighten managerial complexity in globally integrated environments [5].

The objective of this study is to identify the managerial strategies that most significantly enhance organizational competitiveness under conditions of advanced global economic integration.

Materials and methods

The literature emphasizes that competitiveness in integrated markets is strongly linked to digital transformation, strategic agility, and innovation capability. Digitally enabled supply chains enhance transparency, reduce costs, and synchronize operations, allowing firms to compete on speed, flexibility, and reliability rather than relying solely on cost efficiency [6].

However, much of the existing literature focuses on national or sectoral indicators of competitiveness, often overlooking firm-level managerial transformations. Studies on “glocalization” highlight the dual necessity for firms to align with global standards while simultaneously adapting to local institutional realities. Emerging-market firms face unique barriers, including institutional voids, infrastructural deficiencies, and managerial capability gaps. Despite these challenges, limited empirical research has examined how firm-level strategies evolve to address such pressures [7].

While macroeconomic outcomes of integration have been extensively studied, the micro-foundations of competitiveness remain underexplored. Specifically, managerial behavior, digital readiness, and the restructuring of internal capabilities have not been sufficiently analyzed. Particular attention is given to digital supply chain integration, strategic agility, and innovation capability, with a focus on firms operating in emerging economies [8]. Few studies operationalize competitiveness as a multidimensional construct encompassing innovation, export intensity, performance growth, and adaptability to integrated environments. This gap highlights the need for firm-level empirical evidence that connects managerial strategies with competitiveness outcomes in emerging markets [9].

Recent studies increasingly conceptualize competitiveness as a dynamic capability outcome rather than a static performance indicator. Building on the dynamic capabilities framework, David J. Teece argues that firms competing in globalized environments must continuously sense opportunities, seize them through resource reconfiguration, and transform organizational structures to sustain advantage [10]. This perspective shifts the focus from macro-level competitiveness rankings to internal managerial processes, emphasizing strategic agility and capability orchestration. Similarly, Jay B. Barney revisits the resource-based view in the context of digital transformation, stressing that intangible assets – data governance, platform capabilities, and managerial cognition – become primary drivers of competitive differentiation [11].

Digital supply chain integration has been widely examined in the operations and information systems literature. For example, Ivanov, Dolgui, and Sokolov (2020) demonstrate that digitally synchronized supply chains enhance resilience and adaptability under global disruptions [12]. Likewise, Queiroz et al. (2021) show that digital maturity in supply networks significantly improves transparency and coordination, particularly in emerging markets [13]. Their findings confirm that digital integration is not merely an efficiency tool but a structural enabler of competitiveness. Complementing this view, Srai and Lorentz (2022) emphasize that data-driven supply chains

strengthen firms' ability to compete on responsiveness and reliability rather than price alone [14]. Their findings are particularly relevant for emerging economies, where infrastructural gaps and institutional fragmentation often constrain supply chain performance. A central contribution of their work is the emphasis on digital infrastructure as a structural enabler of supply chain redesign. They demonstrate that technologies such as cloud-based platforms, advanced analytics, IoT tracking systems, and integrated ERP – SCM architectures allow firms to shift from reactive coordination toward predictive and synchronized operations.

The authors show that digital tools can partially compensate for these structural weaknesses by enhancing transparency and coordination across fragmented systems. However, they caution that technological investment alone is insufficient; organizational redesign and managerial capability development are required to fully capture performance gains. In other words, digital infrastructure must be embedded within strategic decision-making processes.

Hypotheses

- ♦ H1: Digital Supply Chain Integration is positively associated with Organizational Competitiveness.

- ♦ H2: Strategic Agility mediates the relationship between Global Integration Intensity and Firm Performance.

- ♦ H3: The depth of integration (measured by export intensity) moderates managerial decision-making efficiency and amplifies the impact of digital maturity on competitiveness.

Methods

The study employed a quantitative, cross-sectional design. A structured web-based survey was administered to senior executives including CEOs, strategy directors, and export managers – working in export-oriented firms across logistics, manufacturing, agri-business, and energy sectors. Ethical protocols ensured voluntary participation and confidentiality [15].

Sampling

A stratified sampling approach was used to guarantee proportional representation across industries. The final dataset consisted of $N = 435$ valid responses, distributed as follows:

- ♦ Logistics: 102
- ♦ Manufacturing: 148
- ♦ Energy/Mining: 84
- ♦ Agri-business: 101

Measures

All constructs were measured using seven-point Likert scales [16].

Independent Variables:

- ♦ Digital Maturity: Integration of ERP systems, SCM platforms, and advanced analytics.
- ♦ Strategic Agility: Speed of adaptation and responsiveness to environmental changes.
- ♦ Innovation Capability: Frequency of product and process innovation.

Dependent Variable:

- ♦ Organizational Competitiveness, assessed through:
- ♦ Export growth
- ♦ ROA improvement
- ♦ Market share expansion

Control Variables:

- ♦ Firm Age
- ♦ Firm Size

Reliability testing confirmed strong internal consistency (Cronbach's Alpha > 0.78). Construct validity was established through exploratory factor analysis [17].

Data analysis was conducted using SPSS and R. Statistical techniques included:

- ♦ Descriptive Statistics
- ♦ Pearson Correlation Analysis
- ♦ Multiple Regression Modeling

- ♦ Mediation Testing
- ♦ ANOVA for industry-level differences

Results and discussion

The empirical analysis aims to examine how firm-level managerial capabilities influence organizational competitiveness under conditions of global economic integration. While macroeconomic studies often attribute competitiveness to trade openness, institutional reforms, or sectoral specialization, this research shifts the focus to internal organizational mechanisms. By applying hierarchical regression and cross-industry comparison techniques, the study seeks to uncover both direct and interaction effects shaping competitiveness.

The following analysis evaluates not only statistical relationships but also the strategic logic underlying them, linking empirical findings to contemporary theoretical perspectives in strategic management and international business. Descriptive statistics are presented below (Table 1).

Table 1 – Descriptive Statistics & Correlation Matrix

Variable	Mean	SD	1	2	3	4
1. Digital Maturity	4.92	1.21	1			
2. Innovation Capability	4.75	1.14	0.61**	1		
3. Strategic Agility	5.03	1.08	0.57**	0.48**	1	
4. Competitiveness	5.21	1.16	0.68**	0.55**	0.63**	1
Note: $p < 0.01$						

As presented in Table 1, the mean values for all variables exceed the midpoint of the scale, indicating that the surveyed firms demonstrate moderate-to-high levels of digital maturity, innovation capability, strategic agility, and competitiveness. Competitiveness records the highest mean ($M = 5.21$), followed by Strategic Agility ($M = 5.03$), suggesting that firms perceive themselves as relatively adaptive within integrated markets.

The correlation matrix reveals strong and statistically significant positive relationships among all core constructs ($p < 0.01$). Digital Maturity demonstrates the strongest association with Competitiveness ($r = 0.68$), indicating that firms with advanced digital infrastructure and process automation tend to outperform competitors. Strategic Agility is also highly correlated with Competitiveness ($r = 0.63$) and Digital Maturity ($r = 0.57$), supporting the assumption that digital transformation enables organizational flexibility and rapid strategic response.

Importantly, Innovation Capability shows robust correlations with all variables, particularly with Digital Maturity ($r = 0.61$), suggesting that digital platforms may serve as enablers of innovative performance rather than independent drivers. These findings provide preliminary empirical support for Hypothesis H1 and establish a strong foundation for regression analysis [18].

Model 1 demonstrates that control variables (Firm Size and Firm Age) explain only 8% of the variance in competitiveness ($R^2 = 0.08$). Although Firm Size has a small but significant effect ($\beta = 0.14$, $p < 0.05$), structural characteristics alone do not substantially determine competitive positioning in globally integrated markets.

Model 2 introduces Digital Maturity and Innovation Capability, resulting in a dramatic increase in explanatory power ($R^2 = 0.44$; $\Delta R^2 = 0.36$). Digital Maturity emerges as the strongest predictor ($\beta = 0.46$, $p < 0.001$), confirming that digital transformation represents a core determinant of organizational competitiveness. Innovation Capability also demonstrates a significant positive impact ($\beta = 0.29$, $p < 0.001$), suggesting that innovation complements digitalization in enhancing performance outcomes.

Model 3 incorporates Strategic Agility and the interaction term (Integration Depth $\times$ Digitalization). The model explains 57% of the variance ($R^2 = 0.57$; $\Delta R^2 = 0.13$), indicating strong

explanatory capacity. Strategic Agility significantly predicts competitiveness ($\beta = 0.33$, $p < 0.001$), validating Hypothesis H2 and confirming its mediating role between global integration intensity and firm performance.

Table 2 – Hierarchical Regression Analysis Results (Dependent Variable: Organizational Competitiveness)

Predictor Variables	Model 1 (Controls)	Model 2 (Direct Effects)	Model 3 (Interaction)
Control Variables			
Firm Size	0.14*	–	–
Firm Age	0.09	–	–
Independent Variables			
Digital Maturity		0.46***	0.46***
Innovation Capability		0.29***	0.29***
Mediating & Interaction Effects			
Strategic Agility			0.33***
Integration Depth $\times$ Digitalization			0.21**
Model Summary			
R ²	0.08	0.44	0.57
Adjusted R ²	0.07	0.43	0.56
F-Statistic	4.12*	71.6***	103.8***
ΔR^2	–	0.36	0.13

Note: Standardized beta coefficients (β) are reported. Significance levels: * $p < 0.05$, ** $p < 0.01$, *** $p < 0.001$. Dashes (–) indicate parameters not included or not reported for change in that specific step. Source: Compiled by the authors based on survey data.

The interaction effect ($\beta = 0.21$, $p < 0.01$) confirms Hypothesis H3: digital maturity yields higher returns for firms deeply integrated into global value chains. This suggests a synergistic relationship—digital tools are not universally effective; their competitive impact depends on integration depth [19].

Table 3 – ANOVA – Industry Comparison

Industry	Mean Competitiveness	F	Sig
Logistics	5.41		
Energy	5.11		
Manufacturing	4.78		
Agri-business	4.92	8.27	0.000

ANOVA results reveal statistically significant heterogeneity across industries ($F = 8.27$, $p < 0.001$). Logistics ($M = 5.41$) and Energy ($M = 5.11$) demonstrate the highest competitiveness levels, likely due to their inherent reliance on real-time coordination, digital tracking systems, and global connectivity. Manufacturing ($M = 4.78$) and Agri-business ($M = 4.92$) show comparatively lower scores, potentially reflecting slower adoption rates or structural rigidity.

These findings suggest that sectoral digital intensity moderates competitive potential. Industries characterized by supply chain complexity and global interdependence appear more responsive to digital maturity investments.

The analysis indicates that digital readiness and integration readiness are particularly advanced in the logistics and energy sectors, reflecting the heavy reliance of these industries on technology-driven coordination and global supply chain connectivity. The results further reveal that strategic agility and digital maturity consistently outperform traditional cost-leadership strategies in determining firm competitiveness under conditions of global integration. Organizations that can swiftly adapt their internal processes, restructure workflows, and leverage digital platforms achieve superior synchronization with international markets, enabling them to respond to volatility with resilience and precision [20].

The results indicate that digital maturity is not merely an operational enhancement but a strategic transformation mechanism. Firms that treat digitalization as infrastructure modernization alone may not achieve competitive gains. Instead, competitive advantage arises when digital platforms are embedded within managerial decision-making processes, enabling real-time data-driven strategy adaptation.

The mediating effect of Strategic Agility highlights that resources do not automatically translate into competitiveness. Rather, agility functions as a conversion capability – transforming digital assets into market-responsive actions. This reinforces the argument that managerial flexibility and rapid reconfiguration of processes are central to performance in volatile global environments.

The significant interaction term demonstrates that global exposure intensifies the returns on digital investment. Firms with high export intensity operate under stronger competitive pressure, requiring faster coordination and compliance with international standards. In such contexts, digital maturity becomes not optional but essential.

The findings suggest a structural shift in the logic of competitiveness. Traditional cost-leadership strategies are insufficient under conditions of global integration. Instead, adaptability, technological sophistication, and innovation capacity emerge as dominant competitive factors.

The findings strongly align with Dynamic Capabilities Theory, which emphasizes reconfiguration and renewal as determinants of firm success in turbulent environments [10]. The mediating role of agility confirms Doz and Kosonen's (2020) argument that strategic agility enables business model renewal [21].

The positive effect of digital maturity supports Ivanov et al. (2020), who demonstrated that digital supply chain integration enhances resilience and operational performance. Similarly, Khan et al. (2022) found that digital transformation strengthens export-oriented competitiveness in emerging markets [22].

The moderating role of integration depth is consistent with Cavallo et al. (2023), who showed that export intensity amplifies the impact of innovation capability on firm performance [23]. Moreover, the results reinforce Barney's (2021) updated Resource-Based View, which argues that digital assets function as strategic resources when combined with organizational capabilities [11].

However, unlike prior macro-level studies focusing on national competitiveness indicators, this research provides firm-level empirical evidence explaining how internal managerial processes shape competitiveness outcomes in integrated markets. For practitioners, the findings emphasize that managers must go beyond compliance with global integration policies and actively cultivate internal readiness. Specifically, managers should:

- ♦ Invest in advanced digital platforms such as ERP systems, SCM technologies, and AI-driven analytics to enhance transparency and coordination.
- ♦ Prioritize agility and rapid decision-making cycles, ensuring that firms can respond quickly to market disruptions and geopolitical shifts.
- ♦ Foster innovation-oriented organizational cultures that encourage experimentation, continuous learning, and product and process renewal.

Strengthen export-oriented strategic planning, aligning firm resources with international opportunities and building resilience against external shocks.

Integration success requires internal capability development, not merely policy openness or external participation. Firms that fail to build these capabilities risk being marginalized in increasingly competitive global markets [24].

Conclusions

The study provides empirical evidence that competitiveness in the era of global integration is undergoing a profound transformation. The traditional reliance on economies of scale and cost advantages is being replaced by the pursuit of economies of speed, knowledge accumulation, and digital connectivity. The research confirms that for firms in emerging markets, participation in Global Value Chains (GVCs) is a necessary but insufficient condition for success; the decisive factor is the internal capacity to manage this integration through digital tools.

The findings lead to several key conclusions. First, Digital Maturity and Innovation Capability were identified as the strongest predictors of organizational competitiveness. The regression analysis demonstrated that firms utilizing advanced ERP and SCM systems are better positioned to synchronize with international partners, thereby reducing transaction costs and increasing export performance.

Second, the study highlights the critical mediating role of Strategic Agility. It is not merely the possession of digital assets that drives performance, but the managerial ability to rapidly reconfigure these resources in response to market volatility. The interaction effects revealed that the benefits of digitalization are significantly amplified when a firm is deeply integrated into global networks, validating the synergy between technological readiness and the depth of internationalization.

Third, sectoral analysis revealed significant heterogeneity. The Logistics and Energy sectors demonstrated higher levels of adaptability and digital integration compared to the Manufacturing and Agri-business sectors. This suggests that service-oriented and infrastructure-dependent industries in emerging markets are adapting faster to global standards, whereas production sectors require more targeted investment in modernization.

Finally, the research supports Dynamic Capabilities Theory, showing that sustainable advantages arise from the continuous renewal of competencies. For practitioners, this implies that managerial strategy must shift from a focus on static efficiency to dynamic adaptability. Ultimately, organizational competitiveness in emerging markets depends on the intelligent synthesis of digital readiness, proactive innovation, and the strategic agility to transform global integration pressures into sustainable growth opportunities.

Despite its contributions, the study has several limitations:

- ♦ The geographic scope is restricted to emerging markets, limiting generalizability to advanced economies.
- ♦ Reliance on self-reported survey data may introduce bias in managerial perceptions.
- ♦ The cross-sectional design prevents causal inference and does not capture the dynamic evolution of strategies over time.

Future studies should address these limitations by:

- ♦ Conducting longitudinal resilience studies to examine how firms sustain competitiveness across multiple integration cycles.
- ♦ Exploring crisis-response supply chain agility, particularly in contexts of geopolitical instability or global health emergencies.
- ♦ Undertaking deeper sector-specific analyses to uncover industry-level variations in digital readiness, innovation capability, and strategic agility.

REFERENCES

- 1 Arenkov, I., Fainshmidt, S., Pezeshkan, A. Organizational agility and performance in turbulent environments. *Journal of Business Research*, 135, 483–495 (2021).
- 2 Buckley, P.J. The theory of the multinational enterprise: Past, present and future. *Journal of World Business*, 55(4) (2020).
- 3 Contractor, F.J. Global value chains and international business. *Journal of International Business Studies*, 53(3) (2022).
- 4 De Marchi, V., Giuliani, E., Rabellotti, R. Do global value chains enhance innovation? *Research Policy*, 49(8) (2020).
- 5 Deloitte. Digital supply networks in emerging markets. Deloitte Report (2021).
- 6 Ferasso, M., Takahashi, A., Bolis, I. Digital transformation for sustainable performance. *Technological Forecasting & Social Change*, 176 (2022).
- 7 Gereffi, G. Global value chains in the post-pandemic world. *Journal of International Business Policy*, 3 (2020).
- 8 Jin, B., Hurd, T. Innovation and competitiveness in emerging markets. *International Business Review*, 31(1) (2021).
- 9 Hitt, M., Ireland, R., Hoskisson, R. *Strategic Management: Competitiveness and Globalization*. Boston: Cengage (2021).
- 10 Teece, D.J. Fundamental issues in strategy: Time to reassess? *Research Policy*, 49(6), 104085 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.respol.2020.104085>
- 11 Barney, J.B. Resource-based theory in the digital era: Sustaining competitive advantage through data and capabilities. *Journal of Management*, 47(7), 1795–1820 (2021). <https://doi.org/10.1177/0149206321993577>
- 12 Ivanov, D., Dolgui, A., Sokolov, B. Viability of intertwined supply networks: Extending the supply chain resilience perspective to the digital supply chain. *International Journal of Production Research*, 58(10), 2904–2915 (2020). <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1750727>
- 13 Queiroz, M.M., Ivanov, D., Dolgui, A., Fosso Wamba, S. Digital supply chain management in the COVID-19 era: The role of digital maturity and resilience. *International Journal of Information Management*, 57, 102282 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2020.102282>
- 14 Srai, J.S., Lorentz, H. Developing design principles for the digital supply chain. *Supply Chain Management: An International Journal*, 27(4), 483–498 (2022). <https://doi.org/10.1108/SCM-04-2021-0193>
- 15 Kano, L., Oh, C. Global value chains and firm performance. *Journal of International Management*, 26(2) (2020).
- 16 Ketchen, D., Craighead, C. Supply chain resilience in emerging markets. *Journal of Supply Chain Management*, 57(1) (2021).
- 17 KPMG. Digital competitiveness in Asia. KPMG Report (2022).
- 18 Narula, R. Multinational firms and integration pressures. *Journal of World Business*, 56(3) (2021).
- 19 OECD. *Global Value Chains and Digital Transformation*. Paris: OECD Publishing (2023).
- 20 Porter, M.E., Heppelmann, J. Smart connected operations. *Harvard Business Review* (2021).
- 21 Doz, Y.L., Kosonen, M. Embedding strategic agility: A leadership agenda for accelerating business model renewal. *Strategic Management Journal*, 41(3), 553–565 (2020). <https://doi.org/10.1002/smj.3116>
- 22 Khan, S.A.R., Zhang, Y., Zhou, Y. Strategic agility and digital transformation in export-oriented firms. *Technological Forecasting and Social Change*, 174, 121252 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2021.121252>
- 23 Cavallo, A., Ghezzi, A., Rocco, E. Innovation capabilities and export performance in emerging markets: The role of digital transformation. *Journal of Business Research*, 157, 113543 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2022.113543>
- 24 Schiavone, F., Del Giudice, M., Ruiz-Alba, J. Digital transformation and firm performance. *Journal of Business Research*, 129 (2021).

^{1*}Вэньхан Ц.,

DBA студенті, ORCID ID: 0009-0001-0564-9402,

*e-mail: wenhan@internet.ru

²Қожахметова Ә.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-3077-2023,

e-mail: aselekdream@gmail.com

³Кесер Е.,

экономика магистрі, ORCID ID: 0000-0003-0360-7492,

e-mail: emrekeser1987@gmail.com

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,

Алматы қ., Қазақстан

²Қолданбалы зерттеу және тұрақты даму институты,

Алматы қ., Қазақстан

³Ишик университеті, Стамбул қ., Түркия

ЖАҒАНДЫҚ ЭКОНОМИКАЛЫҚ ИНТЕГРАЦИЯ ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ ҰЙЫМДЫҚ БӘСЕКЕГЕ ҚАБІЛЕТТІЛІКТІ БАСҚАРУ

Аңдатпа

Бұл зерттеу жаһандық экономикалық интеграция жағдайындағы дамушы нарықтардағы ұйымдардың бәсекеге қабілеттілігін қарастырады. Зерттеуде үш негізгі драйвердің өзара әрекеттесуіне ерекше назар аударылады: цифрлық трансформация, жаһандық құн тізбегіне (GVC) қатысу және стратегиялық икемділік. Логистика, өндіріс, агробизнес және энергетика секторларындағы жоғары буынның 435 менеджері арасында сандық кросс-секциялық сауалнама жүргізілді. SPSS және R бағдарламаларын қолдана отырып, зерттеуде фирма деңгейіндегі динамиканы талдау үшін ресурстық көзқарас (RBV) пен динамикалық қабілеттер теориясына негізделген регрессиялық және медиациялық модельдер пайдаланылды. Нәтижелер цифрлық жетілу мен инновациялық әлеуеттің ұйымдардың бәсекеге қабілеттілігін айтарлықтай арттыратынын көрсетеді. Стратегиялық икемділік халықаралық интеграцияны ұйым қызметінің нәтижелерін жақсартуға бағыттайтын негізгі делдал фактор ретінде әрекет етеді. Жаһандық құн тізбектеріне терең енген және цифрлық жеткізу тізбектерін қолданатын фирмалар экспорттық нәтижелердің және активтер рентабельділігінің (ROA) жоғары өсімін көрсетті. Зерттеу нәтижелері дамушы экономикалардағы менеджерлер үшін цифрлық дайындық пен стратегиялық икемділікке басымдық беру қажеттігін айқындайды. Бұл қабілеттер жаһандық интеграцияның мүмкіндіктерін тиімді пайдаланудың маңызды алғышарттары болып табылады; оларға жеткілікті инвестиция салмау ұйымдардың бәсекелестік артықшылығын жоғалту қаупін арттырады. Алдыңғы макроэкономикалық зерттеулерден айырмашылығы, бұл жұмыс басқарушылық стратегиялардың интеграция тереңдігімен қалай өзара әрекеттесетінін көрсететін фирма деңгейіндегі эмпирикалық дәлелдерді ұсынады.

Тірек сөздер: жаһандық құн тізбегі, цифрлық трансформация, стратегиялық икемділік, ұйымдық бәсекеге қабілеттілік, экономикалық интеграция, дамушы нарықтар, экспорттық көрсеткіштер.

^{1*}Вэньхан Ц.,

DBA студент, ORCID ID: 0009-0001-0564-9402,

*e-mail: wenhan@internet.ru

²Кожаметова А.,

PhD, ORCID ID: 0000-0002-3077-2023,

e-mail: aselekdream@gmail.com

³Кесер Е.,

магистр экономики, ORCID ID: 0000-0003-0360-7492,

e-mail: emrekeser1987@gmail.com

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби,

г. Алматы, Казахстан

²Институт прикладных исследований и устойчивого развития,

г. Алматы, Казахстан

³Университет Ишик, г. Стамбул, Турция

УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬЮ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛЬНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ИНТЕГРАЦИИ

Аннотация

Данное исследование изучает организационную конкурентоспособность на развивающихся рынках, движимую глобальной экономической интеграцией. Основное внимание уделяется взаимодействию трех важнейших драйверов: цифровой трансформации, участию в глобальных цепочках создания стоимости (ГЦС) и стратегической гибкости. Был проведен количественный перекрестный опрос 435 руководителей высшего звена в секторах логистики, производства, агробизнеса и энергетики. Используя SPSS и R, в исследовании применяются модели регрессии и медиации, основанные на ресурсном подходе (RBV) и теории динамических способностей. Результаты показывают, что цифровая зрелость и инновационный потенциал значительно повышают конкурентоспособность. Стратегическая гибкость выступает в качестве ключевого медиатора, трансформирующего международную интеграцию в улучшение показателей деятельности. Фирмы с глубоким вовлечением в ГЦС и цифровыми цепочками поставок продемонстрировали лучшие результаты экспорта и рост рентабельности активов. Исследование подчеркивает, что менеджеры в развивающихся экономиках должны уделять приоритетное внимание цифровой готовности и гибкости. Эти способности являются необходимыми предпосылками для использования преимуществ глобальной интеграции, отсутствие инвестиций в них грозит потерей конкурентных преимуществ. В отличие от предыдущих макроэкономических исследований, данная работа предоставляет эмпирические доказательства на уровне фирмы о том, как управленческие стратегии взаимодействуют с глубиной интеграции.

Ключевые слова: глобальные цепочки создания стоимости, цифровая трансформация, стратегическая гибкость, организационная конкурентоспособность, экономическая интеграция, развивающиеся рынки, экспортные показатели.

UDC 658.3; 658.5
IRSTI 06.81.12

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-442-453>

^{1*}**Amirbekova D.,**

Associate Professor, ORCID ID: 0000-0002-7801-1629,

*e-mail: d.amirbekova@kbtu.kz

¹**Yeerjiang S.,**

Master's student, ORCID ID: 0009-0005-7798-2238,

e-mail: shuhayerj@gmail.com

¹**Imbergin Zh.,**

Master's student, ORCID ID: 0009-0007-5479-102X,

e-mail: zhangir.imbergin@gmail.com

²**Rebuglio M.,**

Researcher, ORCID ID: 0000-0002-2636-4537,

e-mail: massimo.rebuglio@polito.it

¹Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

²Politecnico di Torino, Department of Management and Production Engineering,
Turin, Italy

LEADERSHIP MODELS AND PROJECT SUCCESS: A CASE STUDY OF A PETROCHEMICAL MANUFACTURING PLANT IN KAZAKHSTAN

Abstract

This study examines leadership styles and project dynamics within Kazakhstan's petrochemical industry, specifically in the context of the "Nurly Zhol" policy and China's "Belt and Road Initiative." Using a sequential mixed-methods approach and a "Macro-Meso-Micro" framework, the research analyzes how stakeholders overcame systemic financial, technical, and pandemic-related disruptions encountered throughout the project's fourteen-year lifecycle. The research adopts data triangulation, including documentary analysis, 12 stakeholder interviews, and a survey of 68 experts, which reveals a "dual-track" governance mechanism. Findings indicate that informal relational governance and political leadership were essential to compensating for limitations in formal engineering and construction contracts. Furthermore, the study highlights the critical role of cross-cultural communication in navigating these complex partnerships in the environment that exists. Ultimately, project success required aligning transactional discipline with facilitative adaptability, offering a new framework for managing institutional complexity in transitional economies and providing practical insights for future international infrastructure development projects and initiatives.

Keywords: mega-project management, leadership dynamics, EPC contract, relational governance, cross-cultural management.

Received: February 25, 2026; accepted: March 5, 2026.

Introduction

Industrialization in modern Kazakhstan exhibits distinct resource dependence. The legacy of the old planning system of the late 1900s left an industrial structure dominated by raw material extraction and high-value-added processing, concentrated in Russia's European regions [1]. Kazakhstan's strategy to diversify from single-resource exports by developing downstream petrochemical industries represents a critical national priority. The polypropylene manufacturing plant in Atyrau, owned by Kazakhstan Petrochemical Industries Inc. (KPI), with \$2.6 billion investment and 500,000 tons annual capacity, exemplifies this strategic vision of the country. In addition to formal project

management (PM) structures used to manage large-scale projects in the country, leadership dynamics and decision-making practices within companies play a significant role.

The efficacy of leadership in complex megaprojects in transitional economies is a critical area of study. Traditional management literature acknowledges leadership as a key success factor in organizations. Still, the PM discipline offers structured frameworks and competencies that specifically enhance leadership models, directly contributing to project success by providing clarity, mitigating risks, and ensuring strategic alignment [2]. The integration of PM best practices with adaptive leadership styles is essential for navigating the unique challenges of large-scale, multi-stakeholder ventures [3, 4].

Previous studies suggest that PM principles and models enhance the application and effectiveness of various leadership styles [5]. The first is transactional leadership, and the second is formal PM. Transactional leadership thrives in structured environments with clear procedures. The PM discipline, with its focus on contracts, performance monitoring, and process compliance, provides the ideal context for this style to achieve schedule control and procedural adherence [6]. The second is the facilitative leadership and conflict resolution. PM requires extensive stakeholder management and communication plans to coordinate diverse participants. These structured communication channels, when combined with a facilitative leadership approach that mediates conflicts and builds consensus, significantly improve stakeholder satisfaction and can reduce potential cost overruns from disputes [4]. The third is situational/adaptive leadership. The dynamic nature of megaprojects demands leaders who can adapt their style to specific contexts [7]. The PM methodologies, such as the macro-meso-micro framework used in the case study, encourage leaders to analyze the situation at different levels (national policy, organizational structure, project action) and dynamically apply the appropriate leadership style (e.g., transformational during planning, transactional during construction, and facilitative during commissioning).

The current research on megaprojects tends to analyze failure cases or rely on secondary data, lacking direct perspectives from project participants [8]. The 14-year KPI development cycle reflects deep structural contradictions between post-Soviet institutional environments and international engineering standards. Understanding which specific leadership models and decision-making practices contributed to the final project delivery is key to analyzing industrial modernization paths in transitional regions. The nature of leadership and management in this context requires specific, targeted actions to deliver strategic outcomes that align with the agenda.

The research gap in the study is that research on megaprojects in transitional economies faces unique systemic challenges, including institutional voids, financial crises, and conflicting technical standards, which often lead to extended development cycles and failures. Traditional reliance solely on formal PM structures, such as engineering, procurement, and construction (EPC) contracts, is often insufficient to navigate the deep structural contradictions within these environments. However, existing PM practices are aimed at delivering positive results for the project. This study addresses the research gap in understanding which leadership models and practices enabled the successful completion of the 14-year-long KPI plant project despite significant hurdles.

The main objective of the study is to investigate the leadership dynamics and decision-making practices that contributed to the KPI project's completion amid multiple execution challenges. To achieve this, the research applied a "Macro-Meso-Micro" analytical framework to explore how political will, inter-organizational negotiations, and leadership behaviors resolved post-Soviet institutional rigidities. The study aimed to contribute validated frameworks for policymakers and international contractors managing institutional complexity in future Eurasian infrastructure ventures. The study also addresses the following research question: What leadership models and practices contributed to the KPI's plant completion despite a 14-year development cycle and multiple execution challenges?

The study makes three primary theoretical contributions to PM theory. First, it introduces and validates a "dual-track" governance mechanism in which informal relational governance and political leadership compensate for formal contract limitations in institutionally weak contexts. Second, it contextualizes leadership contingency theory by demonstrating that transformational, transactional,

and facilitative leadership must dynamically reconfigure across a project's lifecycle to ensure success. Finally, it establishes "political leadership" as a distinct, macro-level factor essential for resolving deadlocks that standard contractual mechanisms cannot address in state-led development models. Also, it contributes theoretically by contextualizing leadership models within transitional economies and practically by offering validated frameworks for policymakers and international contractors managing institutional complexity and cross-cultural partnerships in future Eurasian infrastructure ventures.

Materials and methods

A case study

From preliminary planning in 2008 to commissioning in November 2022, the project's 14-year cycle reveals the complexity of multinational petrochemical megaprojects in transitional economies (Figure 1). The equity and execution framework interwove KazMunayGas (KMG), United Chemical Company, and China National Chemical Engineering Company (CNCEC) as the sole EPC contractor, with core process technology licensed from Lummus Technology. This diversity of participants required coordination across organizational boundaries, technical domains, and cultural contexts [9]. Despite structural and execution challenges—including contractor termination in 2014, financing restructuring, and COVID-19 disruptions—the plant achieved commercial operation, offering rich empirical material for analyzing leadership dynamics in post-Soviet industrial projects.

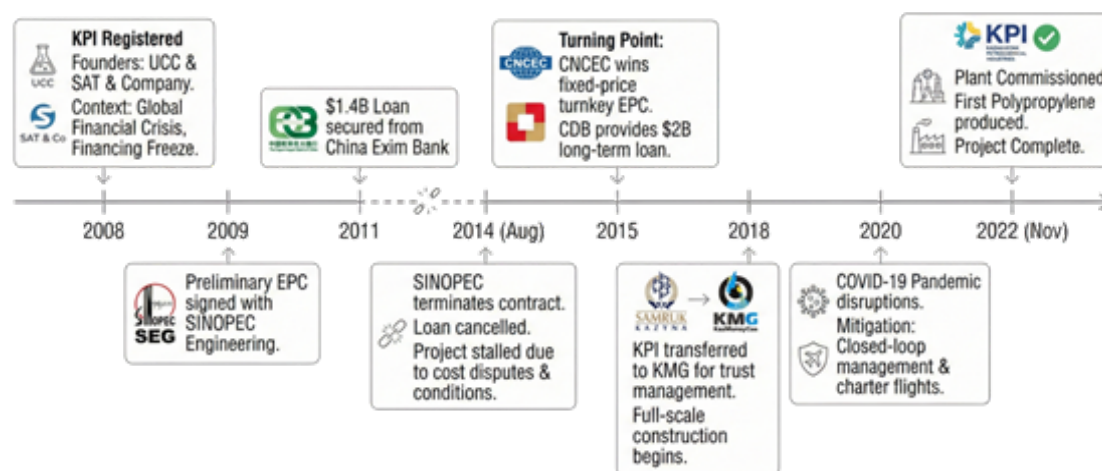


Figure 1 – Development Roadmap

Research Design

The study employs a sequential explanatory mixed-methods case-study design, drawing on a pragmatic philosophical stance. The qualitative phase explores leadership dynamics through documentary analysis and interviews, identifying emerging patterns. The quantitative phase validates and measures the relative importance of identified leadership practices through an expert survey. The KPI project serves as an instrumental single case, selected for theoretical relevance to understanding leadership in post-Soviet megaprojects and practical accessibility to comprehensive archival data and key informants.

The analysis framework (Figure 2) applies a "Macro-Meso-Micro" lens to the project's fourteen-year development cycle. At the macro level, national industrial policies and geopolitical alignments (Kazakhstan's "Nurly Zhol" and China's "Belt and Road Initiative") shape the strategic context. At the meso level, inter-organizational governance structures (EPC contracts, relational governance, knowledge transfer mechanisms) mediate between national will and project execution. At the micro level, leadership behaviors and decision-making practices directly influence project outcomes. The

framework posits that project success in transitional economies requires dynamic alignment across all three levels, with informal mechanisms compensating for institutional voids in formal contractual arrangements.

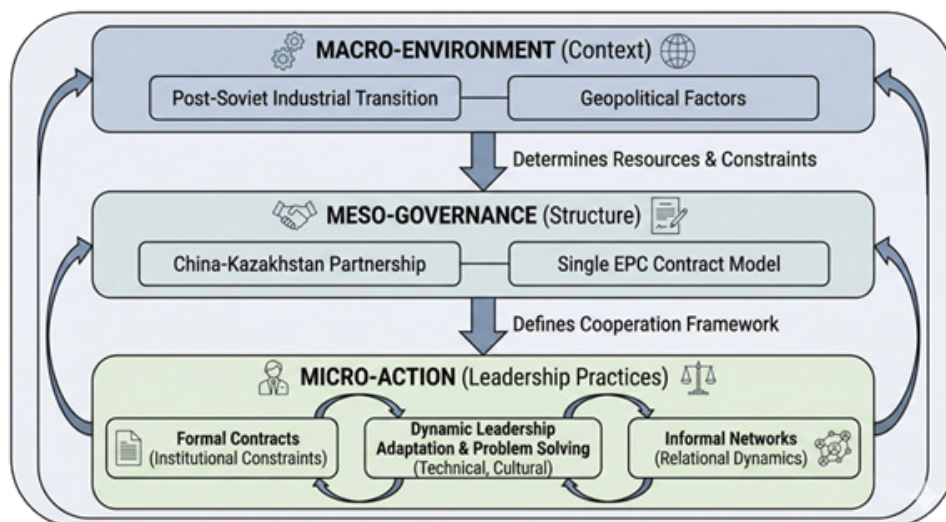


Figure 2 – Analysis framework

Data Collection

Documentary Analysis: Archival records spanning 2008–2022 include governance documents (board resolutions, shareholder agreements, EPC contract amendments), engineering/compliance documents (Environmental and Social Impact Assessments, operating review reports, monthly progress briefings), and multi-party narratives (contractor publications, regional media reports, litigation records). All documents underwent standardized digital processing using ABBYY FineReader OCR software with multilingual terminology glossaries established for English, Russian, and Chinese materials.

Semi-structured Interviews: Twelve core respondents constructed a multi-dimensional perspective network through purposive and snowball sampling. Sample screening required direct project involvement for at least 3 years, mid-level management positions or senior technical titles, and experience with at least one major project crisis. Respondents comprised strategic decision-makers (3): former KMG and United Chemical Company executives; execution/technical specialists (4): CNCEC project director, Lummus process leaders, engineering and procurement heads; and regulatory/frontline personnel (5): government energy ministry officials, compliance managers, senior site engineers, HSSE manager, and community liaison officer.

The interview protocol integrated critical incident technique and retrospective narrative across seven modules: participant background, project overview, leadership models and practices, cross-cultural collaboration, decision-making and coordination, critical success factors, and personal reflections. Interviews were conducted in the second half of 2024, averaging 58 minutes, with full audio recording and verbatim transcription. All materials underwent member checking to ensure accuracy.

Questionnaire Survey: The survey instrument contained eight sections measuring demographic information, leadership behaviors and effectiveness, decision-making and coordination patterns, cross-cultural collaboration mechanisms, crisis response strategies, and critical success factors. Distributed to 68 industry experts with direct or indirect KPI project involvement, the survey achieved 100% effective response rate. Respondents comprised 41.2% from client organizations (KMG/UCC), 35.3% from EPC contractors (CNCEC), 14.7% from technology licensors, and 8.8% from government agencies.

Data Analysis

Qualitative data underwent thematic analysis using NVivo 12 Plus, following Braun and Clarke's six-phase approach: familiarization, initial coding, theme development, theme review, definition, and reporting [10]. Documentary evidence established the objective project chronology, while interview transcripts revealed the micro-level logic of decision-making. Initial coding generated 127 open codes, subsequently organized into 23 focused codes through axial coding, and finally consolidated into five core themes: (1) evolution of decision-making structures, (2) managing Sino-Kazakh partnership, (3) crisis management and adaptability, (4) role of informal governance mechanisms, and (5) political leadership intervention.

Quantitative data were analyzed using SPSS 28.0, employing descriptive statistics (means, standard deviations, frequency distributions), Pearson correlation analysis to examine relationships between leadership practices and project outcomes, and comparative analysis across respondent categories (role, organizational affiliation, experience level). Joint display techniques juxtaposed qualitative narratives with quantitative trends to achieve deep causal explanation, seeking points of convergence or paradoxes between data sources.

Research quality assurance relied on data triangulation (documentary, interview, and survey sources mutually calibrating), a complete audit trail containing raw data, coding logs, and analysis memos to ensure traceability, and member checking of interview transcripts. Ethical protection measures included informed consent for all participants, anonymization using codes (STR-01, EXE-01, REG-01 format), and AES-256 encrypted storage of sensitive data.

Results and discussion

Project Context and Development Chronology

The KPI project's development history reflects a complex evolution from vision establishment to final delivery, deeply influenced by global macroeconomic fluctuations and the reshaping of the geopolitical landscape. When the project company was officially registered in 2008, the global financial crisis led to a sharp contraction in credit markets, forcing the original financing plan based on Western capital markets to be shelved. To break the funding bottleneck, Kazakhstan turned to the east. In 2009, KPI signed a preliminary EPC contract with Sinopec Engineering, and in 2011, secured \$1.4 billion loan support from China Export-Import Bank. However, the project fell into a deadlock due to cost-estimation differences regarding the Atyrau region's harsh winter climate, a skilled-labor shortage, and strict local-content requirements. In August 2014, Sinopec Engineering terminated the contract.

The project reached a critical turning point in 2015. CNCEC won the new tender, promising to undertake the project under a fixed-price turnkey model, greatly reducing the owner's cost-overrun risk. China Development Bank (CDB) replaced Export-Import Bank as the main lender, providing a \$2 billion long-term loan with a fixed interest rate and a 20-year repayment period. In 2018, the Samruk-Kazyna Fund transferred KPI to KMG for "trust management," marking the entry into the comprehensive construction phase. Despite COVID-19-related disruptions in 2020, the project maintained construction continuity through closed-loop management and chartered flights for key technical personnel. In November 2022, the plant was officially commissioned, marking the end of the 14-year construction marathon.

Key challenges included the complexity of technical integration, infrastructure/logistics constraints, and financial pressure. The plant involves deep integration of Lummus Technology's Catofin® dehydrogenation process and Novolen® gas-phase polymerization process, requiring extremely high raw material purity standards. Converting Lummus's basic design into CNCEC's detailed engineering design while strictly enforcing Western standards (ASME) during construction placed exceptional demands on collaborative capabilities. As a landlocked country, Kazakhstan faced severe challenges transporting the 1,000-ton propane-propylene splitter through the Volga-Don

Canal, then 40 kilometers over a soft saline-alkali foundation that required dedicated roads. Financial indicators show that, as the plant transitioned to operation in 2022, massive depreciation provisions and financial costs resulted in a net loss of approximately 10.7 billion tenge. In 2023, revenue grew to 110 billion tenge, but net profit still took time to turn positive due to debt repayment pressures.

Evolution of Leadership Dynamics

Interview data reveal three distinct phases in the evolution of the decision-making structure. During the planning phase (2008–2014), decision-making was characterized by centralized strategic vision but fragmented operational authority. Multiple ownership restructurings created inconsistent directives. Senior executive STR-01 described this institutional deadlock: “At that stage, almost no one was willing to bear the risk of signing off. All decisions were passed back and forth...eventually being kicked back for ‘additional clarification.’ Everyone was afraid of who would take the blame if the project failed. The ‘safest’ strategy was to do nothing.”

The construction phase (2015–2020) saw the emergence of a dual-track governance structure. Formal EPC contract mechanisms operated alongside informal coordination channels. CNCEC’s project director EXE-01 observed: “The contract defined what we must do, but personal relationships determined how fast it got done.” The turning point began with the 2015 restructuring and peaked with KMG’s 2018 “trust management” intervention. To cope with the pressures of large-scale construction, KMG established a command center with “quasi-independent adjudication power” at the Atyrau site. The new governance logic forcibly shifted focus from “compliance” to “delivery.” EXE-01 described: “After 2018, the wind changed completely...The commander sent by KMG told us directly: ‘Execute first. As long as the direction is right, the paperwork can be sorted out later.’”

The commissioning phase (2020–2022) demonstrated adaptive crisis management. During COVID-19, leadership rapidly pivoted to closed-loop protocols, maintaining 70% of the planned construction pace. The legitimacy of these adaptive strategies stemmed from high-level leaders’ precise grasp of the urgency of national industrialization. STR-02 noted: “Our promise to site managers was: ‘As long as it is for the project’s progress, go ahead and do it. If the audit department investigates, we will take the heat in Astana.’”

Managing the Sino-Kazakh Partnership

Cross-cultural collaboration faced significant friction points. The sharpest conflict centered on the applicability of technical standards — Chinese contractors were accustomed to using GB or international ASTM standards, while Kazakh representatives and local regulatory authorities, deeply influenced by the Soviet GOST system, insisted on compliance with local Kazakh SNiP regulations. Technical lead EXE-02 reviewed this battle of standards: “The repeated negotiations over technical standards consumed almost two years. Every time we thought we had reached a consensus, local regulatory authorities would raise new questions, claiming that our solution didn’t comply with a certain SNiP clause.”

Beyond technical standards, deeper cultural cognitive differences manifested in a divergence in labor management philosophy. Chinese management emphasized hierarchical decision-making and rapid execution, while Kazakh stakeholders prioritized consensus-building and regulatory compliance. HSSE manager REG-04 noted: “In the Chinese team’s cognitive framework, ‘being late one day means one day’s loss,’ so workers were expected to work overtime to catch up. But according to Kazakh labor law, we had to control overtime hours strictly.”

Successful resolution relied on establishing mixed working committees with equal representation and instituting mandatory cultural orientation for all expatriate personnel. The practice of “dual project managers” (one Chinese, one Kazakh) for each major subsystem proved particularly effective. Cultural training programs covered language basics, professional ethics norms, religious customs, and crisis communication protocols. The establishment of informal communication networks outside formal contract frameworks facilitated rapid problem resolution. EXE-01 explained: “Many problems that would take weeks to resolve through formal channels were settled in an hour over tea.”

Leadership Effectiveness: Quantitative Evidence

Survey respondent demographics show that 33.8% had 3-5 years of project involvement, 44.1% had 6-10 years, and 22.1% had more than 10 years. Position distribution comprised 29.4% senior management, 45.6% middle management, and 25.0% technical specialists (Table 1).

Table 1 – Demographic Profile of Respondents

Category	Sub-category	Frequency (N)	Percentage (%)
Primary Role	Project Manager / Senior Executive	14	20.6
	Engineering Lead / Technical Specialist	28	41.2
	Construction / Site Manager	15	22.1
	Government / Regulatory Official	6	8.8
	Contractor Representative / Other	5	7.3
Organizational Affiliation	KazMunayGas or Subsidiary (Client)	22	32.4
	CNCEC / Partner Organization (Contractor)	25	36.8
	International Technology Provider (Licensor)	10	14.7
	Government / Consulting / Other	11	16.1
Years of Experience	Less than 5 years	5	7.4
	5 –10 years	14	20.6
	11 – 15 years	22	32.4
	16 – 20 years	18	26.5
	More than 20 years	9	13.2
Project Phase Involvement (Multiple selections allowed)	Initial Planning (2008–2014)	12	17.6
	Construction Phase (2015–2021)	58	85.3
	Commissioning / Start-up (2021–2022)	45	66.2

Ranking of leadership behaviors reveals specific preferences during KPI project execution (Table 2). Descriptive statistical analysis shows transactional leadership ranks first (mean 4.12, SD 0.68), directly reflecting rigid demand for contract fulfillment, performance monitoring, and process compliance under the EPC model. Facilitative leadership follows closely (mean 3.95, SD 0.72), corroborating qualitative interviews regarding importance of cross-cultural coordination and conflict mediation. Technical competencies scored 3.75 (SD 0.81), indicating that while technical expertise is necessary, it often needs to be subordinate to comprehensive management authority in megaproject governance. Transformational leadership scored slightly lower (mean 3.68, SD 0.95), with greatest dispersion suggesting significant differences in vision motivation perception among respondents of different levels or phases.

Respondents rated “maintaining strong government relations” (mean 4.62/5.00, SD 0.58) as the most critical leadership behavior, followed by “crisis response capability” (mean 4.53, SD 0.64) and “cross-cultural communication skills” (mean 4.47, SD 0.69). “Visionary strategic thinking” ranked lower (mean 3.89, SD 0.82), suggesting that in the post-Soviet context, operational adaptability outweighed inspirational leadership.

Pearson correlation analysis reveals distinct structural characteristics between leadership practices and project outcomes (Table 3). Transactional leadership shows a highly significant positive correlation with schedule control ($r = 0.72$, $p < 0.01$), confirming that during rush phases, directive management based on rewards and punishments, along with monitoring, most effectively guarantees physical progress. However, the correlation with stakeholder satisfaction is weaker ($r = 0.35$), indicating that pure high-pressure management doesn’t resolve deep-seated trust issues. Conversely, facilitative leadership shows a significant and strong correlation with stakeholder satisfaction ($r =$

0.68, $p < 0.01$) and a moderate positive correlation with cost management ($r = 0.55$). This pattern supports the theoretical hypothesis that “relational governance reduces transaction costs”–by coordinating cross-cultural issues and resolving conflicts, leadership effectively reduced potential cost overruns from contract disputes. Although transformational leadership’s direct contribution to schedule and cost is not significant, it positively correlates with stakeholder satisfaction ($r = 0.58$), indicating that vision building played an irreplaceable role in maintaining team cohesion and long-term morale, especially during the 2015 and 2020 external crises.

Table 2 – Descriptive Statistics and Ranking of Leadership Styles

Rank	Leadership Style / Dimension	Mean (M)	Standard Deviation (SD)	Key High-Scoring Item (within dimension)
1	Transactional Leadership	4.12	0.68	B2.4 Strict adherence to contracts and procedures (M = 4.35)
2	Facilitative Leadership	3.95	0.72	B3.5 Conflict mediation skills helped resolve disputes (M = 4.18)
3	Technical Competencies	3.75	0.81	B4.4 Ability to evaluate technology options critically (M = 3.88)
4	Transformational Leadership	3.68	0.95	B1.3 Encouraged innovative problem-solving (M = 3.92)
5	Cross-Cultural Adaptation	3.55	0.88	D1.4 Trust-building took considerable time and effort (M = 4.25)

Note: Scale 1–5 (1 = Strongly Disagree, 5 = Strongly Agree).

Table 3 – Correlation Matrix: Leadership Styles vs. Project Outcomes

Variable	1	2	3	4	5	6	7
1. Transformational	1						
2. Transactional	.42**	1					
3. Facilitative	.65**	.38*	1				
4. Technical	.35*	.45**	.40**	1			
5. Schedule Control	.31*	0.72	.48**	.52**	1		
6. Cost Management	0.28	.55**	0.55	.41**	.62**	1	
7. Stakeholder Satisfaction	0.58	.35*	0.68	.33*	.45**	.39*	1

Note: * $p < 0.05$, ** $p < 0.01$ (2-tailed). Bold values indicate strong correlations of theoretical interest.

Informal relationship-building” showed the strongest positive correlation with “schedule adherence” ($\rho=0.687$, $p<0.001$) and “stakeholder satisfaction” ($\rho=0.723$, $p<0.001$). “Strict contract enforcement” demonstrated moderate positive correlation with “quality standards compliance” ($\rho=0.542$, $p<0.01$) but weak correlation with “innovation outcomes” ($\rho=0.234$, $p>0.05$). “Government intervention at critical junctures” showed a strong correlation with “crisis resolution speed” ($\rho = 0.758$, $p < 0.001$).

Theoretical Integration and Interpretation

The KPI case demonstrates that successful megaproject leadership in transitional economies requires dynamic configuration rather than static adherence to a single model. Evidence supports the core premise of contingency theory: leadership effectiveness depends on alignment between leadership styles and situational demands [11]. However, data reveal an additional layer in post-Soviet contexts, formal leadership models must be augmented by informal governance mechanisms to compensate for institutional voids.

Quantitative evidence of a strong correlation between informal relationship-building and project outcomes validates the theoretical importance of relational governance in contexts with uncertain contract enforcement [12]. The dual-track governance structure—formal EPC contracts operating alongside informal political and personal relationships—represents an institutional adaptation to the post-Soviet environment. This finding extends existing work on social networks in megaprojects by demonstrating how informal mechanisms can systematically compensate for formal institutional weaknesses.

The correlation between government intervention and crisis resolution ($\rho = 0.758$) reveals a distinctive feature of state-led development models. Unlike Western public-private partnerships, where the government acts as regulator and partial financier, in the KPI case, the government functioned as an active mediator and guarantor. The 2014 contractor termination was resolved not through contractual arbitration but through bilateral state pressure during official visits. This “political leadership” layer operating above the project management level proved decisive during critical junctures, extending traditional project management frameworks to incorporate macro-level political dynamics in state-capitalist contexts [13].

The project’s ability to maintain 70% construction pace during COVID-19 demonstrates the value of adaptive leadership. The rapid pivot to closed-loop management and chartered flights reflected facilitative leadership’s capacity to remove organizational barriers [10]. Leadership style preferences evolved across phases: transformational leadership dominated the planning phase (68% agreement), transactional leadership prevailed during construction (74% agreement), and facilitative leadership became critical during commissioning (71% agreement), confirming that leadership configurations must adapt dynamically to project lifecycle demands.

The KPI case suggests successful megaprojects in transitional economies require: (1) hybrid governance combining formal contracts with informal relationship management; (2) dynamic leadership configurations adapting across project phases; (3) government as active mediator, not merely regulator; (4) cultural integration mechanisms beyond simple translation; and (5) fixed-price contracts with flexible implementation paths to manage cost uncertainty while maintaining contractor commitment. These findings contribute to project management theory by contextualizing leadership models within post-Soviet institutional environments and offer validated frameworks for managing institutional complexity in state-led development models.

Conclusion

This research deconstructed the leadership dynamics that enabled the KPI Polypropylene Plant’s completion despite a 14-year development cycle and multiple systemic challenges. The findings reveal that project success in post-Soviet transitional economies depends on a unique “dual-track” governance mechanism where informal relational governance and political leadership compensate for formal EPC contract limitations.

The study contributed to the field of project management both theoretically and practically. The provided contributions describe the nature of leadership in post-Soviet countries and projects and provide a deeper understanding of leadership in this environment. At the same time, managerial implications offer guidance for policymakers and international contractors.

The study makes three primary theoretical contributions. First, it extends contingency theory by demonstrating that, in institutional voids, leadership effectiveness requires not just alignment with project-phase demands but also the strategic deployment of informal mechanisms to bypass institutional constraints. Second, it contextualizes leadership models within post-Soviet petrochemical projects, showing how transformational, transactional, and facilitative leadership must dynamically reconfigure across the project lifecycle. Third, it introduces “political leadership” as a distinct macro-level factor in state-led megaprojects, operating above traditional project management hierarchies to resolve deadlocks unreachable by contractual mechanisms.

Practical implications for policymakers include: (1) designing hybrid governance frameworks that institutionalize informal coordination channels rather than attempting to eliminate them; (2) establishing government mediation protocols for transnational infrastructure projects; (3) mandating cultural integration programs with measurable outcomes beyond simple language training; and (4) structuring financing packages that balance fixed-price contractor commitments with implementation flexibility.

For international contractors, findings suggest: (1) investing in senior personnel with proven relational governance capabilities in target regions; (2) establishing dual management structures with equal-status local and expatriate co-leaders; (3) designing contracts that acknowledge institutional uncertainty through flexible implementation clauses while maintaining cost discipline; and (4) developing crisis response protocols emphasizing rapid adaptation rather than contractual escalation.

Limitations include a single-case design that limits generalizability, recall bias in retrospective interviews, and access limitations that prevent direct observation of ongoing leadership practices. Future research should pursue comparative case studies across multiple post-Soviet megaprojects, longitudinal studies tracking leadership evolution in real-time, quantitative modeling of mechanisms by which informal governance compensates for institutional voids, and investigation of how Belt and Road Initiative standardization efforts interact with the dual-track governance model, potentially revealing tensions between Chinese project management norms and recipient country institutional environments. Additional investigation is warranted to determine whether reliance on informal mechanisms constitutes a temporary adaptation to transitional institutional weakness or a permanent feature of state-led development models.

REFERENCES

- 1 Sagers, M.J., and Kryukov, V. The Hydrocarbon Processing Industry in West Siberia. *Post-Soviet Geography*, 34 (2), 127–152 (1993). <https://doi.org/10.1080/10605851.1993.10640923>
- 2 Müller, R., and Turner, R. Matching the project manager's leadership style to the project type. *International Journal of Project Management*, 25 (1), 21–32 (2007). <https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2006.04.003>
- 3 Derakhshan, R., Turner, R., and Mancini, M. Project governance and stakeholders: a literature review. *International Journal of Project Management*, 37 (1), 98–116 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2018.10.007>
- 4 Lechler, T.G., and Yang, S. Exploring the role of project management in the development of the academic agile software discourse: A bibliometric analysis. *Project Management Journal*, 48 (1), 3–18 (2017). <https://doi.org/10.1177/875697281704800101>
- 5 Maqbool, R., Sudong, Y., Manzoor, N., and Rashid, Y. The impact of emotional intelligence, project managers' competencies, and transformational leadership on project success: An empirical perspective. *Project Management Journal*, 48 (3), 58–75 (2017). <https://doi.org/10.1177/875697281704800304>
- 6 Whyte, J., Mosca, L., Comi, A., and Liu, L.X. Project leadership for future making. *Project Management Journal*, 56 (2), 173–181 (2025). <https://doi.org/10.1177/87569728251322703>
- 7 Li, Y., Ouyang, L., Zheng, X., Liu, Y., and Zhu, L. Value exchanges within stakeholder networks throughout a megaproject's lifecycle. *International Journal of Project Management*, 42 (3), 102585 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2024.102585>
- 8 Söderlund, J., and Geraldi, J. Classics in project management: Revisiting the past, creating the future. *International Journal of Managing Projects in Business*, 5 (4), 559–577 (2012). <https://doi.org/10.1108/17538371211280245>
- 9 Sayed, R. Exploring cultural influences on project management approaches in global business development. *Futurity of Social Sciences*, 1 (4), 38–60 (2023). <https://doi.org/10.57125/FS.2023.12.20.02>
- 10 Braun, S., Peus, C., Weisweiler, S., and Frey, D. Transformational leadership, job satisfaction, and team performance: A multilevel mediation model of trust. *The Leadership Quarterly*, 24 (1), 270–283 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.leaqua.2012.11.006>

11 Damayanti, R.W., Hartono, B., and Wijaya, A. Complexity, leadership, and megaproject performance: A configuration analysis. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 14 (3), 730–742 (2021). <https://doi.org/10.3926/jiem.3476>

12 Winch, G.M., and Maytorena, E. Making good sense: Assessing the quality of risky decision-making. *Organization Studies*, 30 (2–3), 181–203 (2009). <https://doi.org/10.1177/0170840608101476>

13 Valenza, D. Russia's cultural diplomacy in post-Soviet space: the making of "one people." *Eurasian Geography and Economics*, 64 (4), 399–430 (2023). <https://doi.org/10.1080/15387216.2022.2025880>

^{1*}Амирбекова Д.,

қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0002-7801-1629,

*e-mail: d.amirbekova@kbtu.kz

¹Ержан Ш.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0005-7798-2238,

e-mail: shuhayerj@gmail.com

¹Имбергін Ж.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0007-5479-102X,

e-mail: zhangir.imbergin@gmail.com

²Ребульо М.,

зерттеуші, ORCID ID: 0000-0002-2636-4537,

e-mail: massimo.rebuglio@polito.it

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті,

Алматы қ., Қазақстан

²Турин политехникалық университеті,

Менеджмент және өндірістік инженерия факультеті,

Турин қ., Италия

КӨШБАСШЫЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРІ ЖӘНЕ ЖОБАНЫҢ СӘТТІЛІГІ: ҚАЗАҚСТАНДАҒЫ МҰНАЙ-ХИМИЯ ЗАУЫТЫНЫҢ ЖАҒДАЙЫН ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Бұл зерттеуде Қазақстанның мұнай-химия саласындағы, атап айтқанда, «Нұрлы жол» саясаты және Қытайдың «Бір белдеу, бір жол» бастамасы контекстіндегі жобалардың көшбасшылық стильдері мен динамикасы қарастырылады. Аралас әдістермен және «макро-мезо-микро» құрылымымен дәйекті тәсілді қолдана отырып, зерттеу мүдделі тараптардың жобаның он төрт жылдық өмірлік циклінде орын алған жүйелі қаржылық, техникалық және пандемияға байланысты ақауларды қалай жеңгенін талдайды. Зерттеу деректердің триангуляциясын, соның ішінде құжаттаманы талдауды, мүдделі тараптармен жүргізілген 12 сұхбатты және «екі жақты» басқару механизмін анықтаған 68 сарапшының сауалнамасын қамтиды. Нәтижелер ресми жобалау және құрылыс келісімшарттарында қойылған шектеулерді өтеу үшін бейресми қарым-қатынасты басқару және саяси көшбасшылық қажет екенін көрсетеді. Сонымен қатар, зерттеу қазіргі жағдайда осы күрделі серіктестіктерді құрудағы мәдениетаралық қарым-қатынастың маңызды рөліне баса назар аударады. Қорытындылай келе, жобаның сәтті болуы үшін өтпелі экономикасы бар елдердегі институционалдық қиындықтарды басқарудың жаңа негізін ұсына отырып, операциялық тәртіпті бейімделу мүмкіндігімен үйлестіру қажет болды және бұл болашақ жобалар мен халықаралық инфрақұрылымды дамыту бастамалары үшін практикалық ақпарат береді.

Тірек сөздер: мега-жобаларды басқару, көшбасшылық динамикасы, ЕРС келісімшарты, реляциялық басқару, мәдениетаралық басқару.

^{1*}Амирбекова Д.,

ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0002-7801-1629,

*e-mail: d.amirbekova@kbtu.kz

¹Ерцзян Ш.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0005-7798-2238,

e-mail: shuhayerj@gmail.com

¹Имбергин Ж.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0007-5479-102X,

e-mail: zhangir.imbergin@gmail.com

²Ребульо М.,

исследователь, ORCID ID: 0000-0002-2636-4537,

e-mail: massimo.rebuglio@polito.it

¹Казахстанско-Британский технический университет,

г. Алматы Казахстан

²Туринский политехнический университет,

факультет менеджмента и технологии производства,

г. Турин, Италия

МОДЕЛИ ЛИДЕРСТВА И УСПЕШНОСТЬ ПРОЕКТА: НА ПРИМЕРЕ НЕФТЕХИМИЧЕСКОГО ЗАВОДА В КАЗАХСТАНЕ

Аннотация

В данном исследовании рассматриваются стили руководства и динамика проектов в нефтехимической отрасли Казахстана, в частности, в контексте политики «Нұрлы жол» и китайской инициативы «Один пояс, один путь». Используя последовательный подход со смешанными методами и структуру «Макро-мезо-микро», в исследовании анализируется, как заинтересованные стороны преодолевали системные финансовые, технические и связанные с пандемией сбои, возникавшие на протяжении четырнадцатилетнего жизненного цикла проекта. В ходе исследования была проведена триангуляция данных, включая анализ документации, 12 интервью с заинтересованными сторонами и опрос 68 экспертов, который выявил «двусторонний» механизм управления. Результаты показывают, что неформальное управление отношениями и политическое лидерство были необходимы для компенсации ограничений, налагаемых официальными контрактами на проектирование и строительство. Кроме того, в исследовании подчеркивается важнейшая роль межкультурной коммуникации в выстраивании этих сложных партнерских отношений в существующих условиях. В конечном счете для успеха проекта требовалось согласовать операционную дисциплину с возможностью адаптации, предлагая новую основу для управления институциональными сложностями в странах с переходной экономикой и предоставляя практическую информацию для будущих проектов и инициатив по развитию международной инфраструктуры.

Ключевые слова: управление мегапроектами, динамика лидерства, ЕРС-контракт, реляционное управление, кросс-культурный менеджмент.

UDC 331.108
IRSTI 06.77.02

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2026-23-1-454-465>

¹**Abdykhalykov K.S.,**

PhD, Chair, ORCID ID: 0009-0008-6525-100X,

e-mail: almatyalliance@gmail.com

²**Chernykh D.V.,**

MBA, Consultant, ORCID ID: 0009-0007-8619-1483,

e-mail: darya.v.chernykh@gmail.com

³**Taiyr A.A.,**

MBA, Chief Business Analyst, ORCID ID: 0009-0003-7458-8791,

e-mail: altynaytaiyr@gmail.com

⁴**Yessenholova B.Zh.,**

MBA, Junior Manager,

ORCID ID: 0009-0005-2139-7734,

e-mail: baljan83@gmail.com

¹Almaty Civil Alliance, Almaty, Kazakhstan

²Deloitte Touche Tohmatsu Limited, Almaty, Kazakhstan

³Kommesk Omir Life Insurance Company, Almaty, Kazakhstan

⁴PBN Central Asia, Almaty, Kazakhstan

HUMAN CAPITAL MANAGEMENT IN A POST-INTEGRATION ENVIRONMENT: RISK MINIMIZATION AND FORMATION OF A TARGET CORPORATE CULTURE IN “X” AFTER ACQUISITION BY COMPANY “Y”

Abstract

The contemporary global business landscape is defined by continuous consolidation, where mergers and acquisitions (M&A) serve as a primary growth strategy for organizations aiming to secure technological leadership and market share in emerging economies. However, empirical evidence suggests that a significant proportion of these deals fail to realize their strategic intent due to the systematic neglect of human capital and cultural alignment during the post-integration phase. This article examines the critical aspects of human capital management (HCM) within the framework of a cross-border acquisition of a Kazakhstani telecommunications operator, Company X, by an international conglomerate, Company Y. The research focuses on identifying and diagnosing HR and cultural risks arising within the first 12 months post-deal, a period where deal value is most vulnerable to erosion. Utilizing a mixed-methods approach that triangulates secondary data analysis, in-depth semi-structured interviews (n = 23), and extensive employee sentiment surveys (n = 106), the study investigates the underlying socio-cultural dynamics governing integration success. The results reveal three primary threats: a significant «brain drain» where voluntary turnover rose to 15% (doubling the historical norm), a deep-seated cultural conflict between the «agile» entrepreneurial spirit of the acquired firm and the bureaucratic, centralized structure of the acquirer, and a critical communication vacuum that left 78% of frontline staff uninformed about integration milestones. A fundamental finding is the strong negative correlation ($r = -0.72$) between the quality of internal communication and key employee attrition risk, providing a quantifiable link between transparency and talent retention. Based on these findings, a comprehensive integration model is proposed, incorporating data-driven tools such as a Retention Risk Matrix and a Communication Heatmap, designed to foster a hybrid corporate culture that preserves local agility while leveraging global scalability.

Keywords: mergers and acquisitions, human capital management, corporate culture, integration, talent retention, telecommunications.

Received: February 4, 2026; revised: February, 20, 2026; accepted: March 10, 2026.

Introduction

The global economy is currently experiencing a transformative wave of mergers and acquisitions, driven by the dual imperatives of digital transformation and the need for rapid market entry in high-growth regions [1]. In the telecommunications sector, M&A activity is increasingly leveraged as a mechanism to consolidate infrastructure and acquire specialized technical expertise necessary for transition into an AI-enabled environment [3]. Despite the immense potential for value creation, the persistent paradox of M&A remains the high failure rate, with estimates suggesting that between 50% and 90% of transactions underperform relative to their initial financial forecasts [5]. Historically, M&A scholarship and practice have prioritized «hard» synergies – specifically financial, tax, and operational efficiency – while treating the «soft» human and cultural factors as secondary considerations [2]. However, contemporary management literature has begun to recognize that human capital is not merely an auxiliary factor but the core arena where deal value is won or lost, particularly in knowledge-intensive industries [9].

This research addresses a significant gap in existing M&A literature concerning the Central Asian market, specifically the Republic of Kazakhstan. The Kazakhstani business environment presents a unique institutional configuration that combines deep-rooted nomadic traditions of resilience and adaptation, a persistent Soviet legacy of centralized authority and bureaucracy, and a rapid, state-led modernization toward Western corporate governance standards [12]. When an international conglomerate like Company Y enters this market through the acquisition of a local operator like Company X, it encounters a socio-cultural landscape that often challenges Western-centric M&A theories. Existing theories, such as Institutional Theory and Agency Theory, provide a foundational lens through which to view these transactions, but they often fail to capture the nuanced «clash of eras» inherent in the Central Asian context [5].

Institutional Theory suggests that organizations are deeply embedded in their local regulatory and cultural frameworks, which dictate acceptable behaviors and management styles [5]. In Kazakhstan, the high Power Distance Index (PDI) and the prevalence of «clanism» – informal trust-based networks that operate alongside formal hierarchies create a unique set of expectations for leadership and communication [12]. Western governance models, which emphasize individual accountability, process transparency, and outcome-focused performance metrics, often encounter high institutional resistance when imposed on a culture that values relationship-based hierarchies and centralized control. This study seeks to explore how this interaction impacts post-merger integration (PMI) and how companies can bridge the divide between local cultural realities and global corporate standards.

The primary objective of this study is to diagnose the specific human capital risks – specifically talent attrition and cultural misalignment that emerged in Company X during the first 12 months following its acquisition by Company Y. The research aims to move beyond retrospective analysis by offering a real-time investigation of employee sentiment and management effectiveness. By identifying the causal relationships between communication quality, psychological safety, and turnover intentions, this work develops a strategic framework for risk minimization that is both theoretically grounded and practically applicable. The significance of this research lies in its potential to provide a blueprint for managing the «human side» of M&A in emerging markets, shifting the integration paradigm from intuitive decision-making to a structured, data-driven methodology.

Early M&A research in the 1970s and 1980s was predominantly focused on financial drivers and operational synergies [5]. Analysts evaluated relative firm size, payment methods, and market valuations to predict the success of an acquisition. However, the consistent inability of these firm-level variables to explain the variation in M&A outcomes led to a «behavioral turn» in management scholarship. Researchers began to investigate the «human factor», recognizing that mergers are not just financial transactions but traumatic social events that disrupt organizational identity and employee morale [6].

In the last five years (2020–2025), the literature has further refined this focus, positioning Human Capital Management (HCM) as a strategic driver of organizational performance. The current synthesis reveals four dominant themes that explain the performance effects of HCM during

integration: competency development, organizational innovation, transformational leadership, and performance infrastructure. Competency development is identified as the core mechanism through which M&A adds value, particularly when the target possesses specialized knowledge that must be transferred to the acquirer. Organizational innovation acts as both an outcome and a mediating process, where the successful integration of two diverse knowledge bases can trigger a surge in creativity – or, if mismanaged, an innovation stagnation [24].

Transformational leadership is positioned as a critical enabling condition. Visionary leaders who utilize empathetic communication and empowerment are found to be significantly more successful in reducing employee anxiety during transition. Finally, the importance of performance infrastructure – the alignment of reward and appraisal systems cannot be overstated [24]. If employees perceive that the new organization's reward systems are unfair or culturally incompatible, they are likely to disengage, leading to «merger syndrome» and subsequent turnover [27].

Kazakhstan represents a unique intersection of Eurasian geopolitical influences, resulting in a business culture that is a blend of nomadic traditions, Soviet legacy, and modern global practices [12]. As a historically nomadic people, Kazakhs possess a high capacity for adaptation and resilience, often being the first in the Central Asian region to adopt new international governance models and digital solutions [13]. However, the legacy of the Soviet era remains visible, particularly in the preference for rigid hierarchies, centralized decision-making, and a high reliance on formal rules even when those rules are applied inconsistently.

This duality is captured in Hofstede's Cultural Dimensions, which categorize Kazakhstan as a high power distance society (estimated PDI of 88) [17]. This suggests that subordinates expect to be told what to do and respect for authority is a primary cultural value.¹² Furthermore, the culture remains largely collectivist, where loyalty to «in-group» networks – such as university alumni circles or regional affiliations – frequently overrides broader societal or organizational rules. This «clan-based» networking provides a parallel power structure that can either facilitate or hinder M&A integration depending on whether the international acquirer can successfully engage these informal networks.

Recent studies indicate that while traditional hierarchical norms characteristically define Kazakh leadership, there is a visible evolution toward more participative and pragmatic styles among younger, internationally educated leaders. This generational shift creates a internal tension within organizations like Company X, where a legacy «Agile» culture, driven by local innovators, must now navigate the «Bureaucratic» standards of an international parent like Company Y. The interaction between these local adaptive styles and Westernized corporate governance models creates a complex integration dynamic that requires a culturally sensitive management approach.

Table 1 – Institutional determinants of M&A success in Kazakhstan vs. Western models

Determinant	Kazakhstani Context	Western corporate governance	M&A Theoretical impact
Decision-making	Centralized / Paternalistic [12]	Decentralized / Participatory	Clash of speeds; local managers feel disempowered
Hierarchy	High Power Distance (PDI 88)	Low Power Distance / Flat [17]	Resistance to «Agile» methods if they disrupt status signaling [19]
Social capital	Clan-based / Informal networks	Formalized / Merit-based	Integration failure if informal leaders are not identified [18]
Communication	Indirect / Context-heavy [13]	Direct / Data-driven	Information vacuum if Western directness replaces relationship-building
Regulatory mindset	Risk-averse / Rule-focused [20]	Outcome-oriented / Risk-taking	«Compliance overkill» destroys entrepreneurial speed

The core challenge identified in Company X is the significant erosion of asset value through the loss of critical technical talent during the first year of integration. Despite a strategic rationale based on technical synergy, the acquisition by Company Y triggered a cultural «collision» that manifested in a sudden spike in voluntary turnover to 15%. This attrition was most acute in technical departments, posing a direct threat to the operational stability of the operator. Qualitative data suggests that this «brain drain» was not a result of competitive salary poaching but was driven by internal factors: a perceived loss of autonomy, a mismatch in management styles, and a significant communication breakdown between the strategic center and the local workforce [16].

The aim of this research is twofold. First, it seeks to systematically diagnose the HR and cultural risks that emerged during the post-integration stabilization period (0–12 months). Second, it develops and proposes applied management tools – the Retention Risk Matrix and the Communication Heatmap to minimize these risks and facilitate the formation of a target «hybrid» culture. By bridging the theoretical gap between international M&A management and the specificities of the Kazakhstani business culture, this article provides actionable insights for managers navigating similar transitions in emerging markets.

Materials and methods

The research methodology for this study follows a mixed-methods single-case study strategy, which is widely recognized as the most effective approach for analyzing complex, context-dependent organizational phenomena like post-merger integration. The choice of a qualitative-dominant mixed approach is driven by the need to uncover the «hidden» social dynamics – such as trust, organizational identity, and psychological safety that cannot be fully captured through quantitative metrics alone. The study adopts a «Real-time integration research» framework, capturing employee sentiment and management dynamics as they evolve in the critical «first 100 days» and the subsequent stabilization period (total 12 months post-deal).

To ensure the validity and reliability of the findings, the study employed the principle of data triangulation, combining primary data from interviews and surveys with a comprehensive review of secondary organizational documentation.

Secondary data analysis

A comprehensive review of internal organizational documentation from the pre- and post-acquisition periods (2024–2025) was conducted. This included:

- ♦ HR metrics, such as Monthly turnover reports, exit interview logs, and absenteeism data to identify objective trends in workforce stability.
- ♦ Strategic documents, including integration roadmaps and official «Town Hall» meeting protocols, were analyzed to compare declared strategic intent with actual execution.
- ♦ Corporate artifacts overview, analysis of internal codes of conduct and organizational charts to map the formal structures of both Company «X» and Company «Y».

Primary qualitative data: In-depth interviews (n = 23)

Semi-structured interviews were conducted with a purposive sample of 23 participants, representing three distinct hierarchical tiers:

- ♦ Top Management (C-suite), to understand the strategic intent and the challenges of leadership alignment.
- ♦ Middle Management, to identify the «bottlenecks» in the cascading of strategy and the local friction points.
- ♦ Key Technical Leads, to capture the perceptions of those holding the mission-critical knowledge that Company Y aimed to acquire.

The interview protocol was designed to elicit detailed narratives regarding individual lived experiences of the integration, focusing on autonomy, shared identity development, and the effectiveness of communication strategies [7]. Questions specifically addressed why employees chose to remain or considered leaving, allowing for the identification of «meaning units» related to organizational commitment [27].

Primary quantitative data: Employee sentiment surveys (n = 106)

A structured survey was deployed to a cross-functional sample of 106 employees within Company X. The survey utilized a 5-point Likert scale (ranging from «Strongly Disagree» to «Strongly Agree») to measure specific integration sentiments and the Employee Net Promoter Score (eNPS).

The survey instrument was developed based on validated scales for measuring employee autonomy and communication effectiveness in M&A contexts. Key categories included:

Integration awareness – measures how well employees understand the «why» and «how» of the merger.

Cultural congruence – evaluates the alignment between individual values and the perceived culture of the merged entity.

Job security and safety – assesses the level of anxiety regarding potential redundancies.

Management support – quantifies the perceived effectiveness of immediate supervisors during the transition.

Table 2 – Primary survey metrics and key items

Metric Category	Sample Question / Statement	Theoretical Basis
Communication quality	«I feel well-informed about the organization's goals and major decisions.»	Social exchange theory
Role clarity	«I understand how the acquisition will impact my specific role and duties.»	Uncertainty management
Autonomy perception	«I am given enough freedom to decide how to do my work following the merger.»	Self-determination theory
Cultural alignment	«I can identify with the values of the merged company.»	Social identity theory
Loyalty / retention	«How likely are you to stay with this company if offered the same job elsewhere?»	Intent to leave

Cultural diagnostics frameworks

The analysis utilized two established theoretical frameworks to map the cultural landscapes of the two companies:

- ♦ Hofstede's Cultural Dimensions was used for quantitative comparison of the national and organizational cultural baselines of «X» (Kazakhstani/Agile) and «Y» (International/Conglomerate).

- ♦ Johnson and Scholes' «Cultural Web» was employed for qualitative mapping of the paradigm, rituals, stories, symbols, power structures, and control systems of both entities.

Statistical analysis was performed using Pearson correlation to test the hypothesis regarding the relationship between communication effectiveness and staff retention intentions. GAP analysis was then used to contrast the current state («AS IS») of Company X's culture with the desired future state («TO BE») under the new ownership.

Results and discussion

The empirical research, utilizing the triangulation of survey data and interview transcripts, revealed several critical human capital risks that emerged in company «X» during the post-integration period.

The «Brain Drain» phenomenon and rising turnover

The analysis of HR metrics provided a stark quantification of the human capital risk. In the first six months post-acquisition, voluntary turnover in Company X rose to 15%. This represents a critical surge when compared to the historical organizational norm of 5–7%.

Qualitative insights from exit interviews and middle-management narratives suggest that this turnover was not a generalized phenomenon but a concentrated loss of «high-value» human resources. The attrition was most acute in technical and specialized departments, specifically IT, R&D, and

engineering where the primary competitive advantage of Company X resided. These findings align with research by the MIT Sloan School, which suggests that acquired employees are twice as likely to depart than direct hires in the first year post-merger.

A deeper investigation into the drivers of this attrition reveals that compensation was rarely the primary factor. Instead, employees cited intrinsic motivators such as «strategic opacity» — the feeling that leadership was not transparent about the company’s future direction and a «perceived loss of autonomy». Under the new ownership, the «Agile» speed that defined Company X was replaced by the multi-layered approval processes of Company Y, leading to a sense of professional frustration and a perceived reduction in the value of their contributions.

Deep cultural conflict

The comparative profiling using Hofstede’s dimensions and the Cultural Web identified a fundamental cultural contradiction that created a «clash of systems».

Table 3 – Cultural Web Profile – Company X vs. Company Y

Element	Company X (AS-IS)	Company Y (Acquirer)	Integration impact
Rituals & routines	Informal brainstorming, rapid prototyping, flat interaction.	Formal committee meetings, multi-stage sign-offs.	Slowdown in project delivery; frustration among technical teams.
Stories	«The startup that disrupted the giants,» local innovation.	«Global standards, reliability, compliance, scale».	Identity loss; Company X employees feel like «cogs in a machine».
Power structures	Network-based; power resides with technical experts.	Hierarchy-based; power resides with formal titles and C-suite.	Resistance to new management; loss of expert influence.
Control systems	High trust, outcome-oriented metrics, flexibility.	KPI-driven, rigorous reporting, centralized audit.	Perception of «micromanagement» and «compliance overkill».

This conflict is more than just a difference in working styles; it represents a threat to the very core of why Company X was an attractive asset. Company X employees perceive the new regulations from Company Y not as professionalization but as bureaucratic barriers that destroy their key competitive advantage: speed. This perceived «bureaucratization» is a primary driver of autonomy erosion, which according to Self-Determination Theory, directly undermines intrinsic motivation and long-term retention.

Communication gaps

The research identified a significant communication asymmetry that exacerbated the integration crisis. Survey results indicated that 78% of frontline staff felt uninformed about the progress of integration and, critically, about the safety of their jobs. The existing «top-down» communication approach utilized by Company Y failed to dispel rumors, creating a fertile ground for «merger syndrome» which is a psychological state of anxiety and resistance.

A pivotal result of the statistical analysis was the strong negative correlation found between internal communication effectiveness and staff turnover intentions.

This empirical evidence proves that an information vacuum is a direct, quantifiable driver of staff turnover in the M&A context. In the absence of official information, employees turn to the «grapevine,» where negative rumors proliferate, leading to emotional detachment and disengagement. This statistical result suggests that for every unit of decrease in perceived communication quality, there is a significant increase in the probability of a key employee considering external opportunities.

The $r = -0.72$ finding provides managers with a clear mandate to treat communication as a strategic retention tool rather than an administrative task.

♦ The strong correlation indicates that organizations that communicate effectively are 3,5 times more likely to retain their top talent during a merger [33]. For Company Y, this means that investing

in high-quality communication channels is more cost-effective than the multi-million dollar costs associated with replacing specialized technical staff, which can reach 200% of an annual salary per individual [8].

- ♦ Managing the «merger syndrome» through radical candor: the information vacuum is interpreted by employees as a sign of instability or impending layoffs. To mitigate this, management must move away from «positivity-only» corporate narratives toward «Radical Candor» sharing what is known, acknowledging what is undecided, and providing clear timelines for future announcements [38]. This transparency reduces the cognitive load on employees, allowing them to focus on operational tasks rather than speculation.

- ♦ Formalizing two-way feedback loops – a negative correlation of this magnitude suggests that one-way messaging is insufficient to build trust [34]. Successful managers must implement participatory communication mechanisms, such as open forums, Q&A sessions, and digital feedback channels. Involving employees in the decision-making process, even at a tactical level increases their sense of belonging and perceived control over their professional future.

- ♦ Restoring the social exchange equilibrium: Social Exchange Theory (SET) posits that the employee-organization relationship is a reciprocal exchange of loyalty for rewards [29]. In M&A, this exchange is strained as employees face uncertainty about their roles. Effective communication acts as a non-material reward (respect, trust) that reinforces perceptions of fairness and restores the psychological contract.

The GAP analysis reveals that a simple «Assimilation» strategy – where Company Y's culture completely absorbs Company X is doomed to fail due to high institutional resistance and the risk of technical talent loss. Instead, the study advocates for a «Managed Integration» approach aimed at creating a «Hybrid Culture».

This model seeks to preserve the entrepreneurial spirit and local market knowledge of Company X while successfully introducing the systemic scalability and resource-management standards of Company Y. To achieve this, four strategic pillars were developed:

- ♦ Transparent communication strategy – integration requires relentless communication to combat the «fear of the unknown» [45]. Company Y should implement a multi-channel approach, utilizing Town Halls for organizational vision and more intimate settings, like «office hours,» for personalized role impact discussions. The narrative should not just announce change but enact shared identity through joint successes.

- ♦ Targeted Talent Retention Program, using the Retention Risk Matrix, management must segment the workforce into «criticality tiers». High-impact technical leads should receive personalized retention plans that combine financial incentives (retention bonuses) with clear career growth roadmaps within the global structure of Company Y.

- ♦ Cultural Integration through Ambassadors. Culture is shared, not imposed. The creation of a network of «cultural ambassadors» respected employees from both organizations is vital for bridging the gap between legacy norms. These ambassadors champion joint projects and serve as a feedback loop for leadership to identify «friction hotspots» before they manifest as turnover.

- ♦ Harmonization of HCM Systems as perceived fairness is essential for engagement. Management must gradually align compensation and performance appraisal systems. This process should be transparent, ensuring that legacy Company X employees feel that their past achievements are recognized and that the new KPIs are achievable and culturally relevant.

Limitations and generalizability

While this research provides an exhaustive diagnosis of the integration crisis in Company X, several limitations must be acknowledged to avoid overstating the universal applicability of these specific results.

The single-case study design, although providing significant depth and rich qualitative insight, inherently limits the statistical generalizability of the findings to other industries or non-Central Asian contexts. Furthermore, the study focuses specifically on the Kazakhstani business culture, which is characterized by unique socio-cultural norms such as high power distance and clan-based

networks. These findings might not translate directly to mergers involving Western entities or those in cultures with flatter hierarchies.

The temporal scope of the data is another critical limitation, as it covers only the first 12 months post-acquisition. While this period is essential for stabilization, long-term cultural evolution and the ultimate financial success (ROI) of the integration remain outside the current scope. Finally, the strong correlation between communication and retention ($r = -0.72$), while statistically significant, suggests a strong relationship but does not definitively prove causality, as other exogenous factors (e.g., industry-wide talent shortages or macroeconomic instability) may also influence turnover rates.

Conclusion

The conducted research confirms that M&A success in an emerging market context depends less on financial injections and more on the ability to manage the «soft» human capital factors—culture and people. The collision of Company X's entrepreneurial «Agile» culture with Company Y's systemic «Bureaucracy» created an environment of high friction, leading to a critical turnover of 15% among mission-critical staff. The research highlights that the systematic neglect of cultural alignment and communication needs in the critical first six months leads to an irreversible loss of asset value.

A fundamental empirical contribution of this study is the identification of a strong negative correlation ($r = -0.72$) between communication quality and turnover risk, providing a clear statistical mandate for managers: transparency is not an option but a strategic retention tool. Successful integration in a complex cultural landscape like Kazakhstan requires abandoning rigid assimilation in favor of a hybrid model that respects local relationship-based hierarchies while implementing global standards for scalability.

The practical significance of the research lies in the development of the Retention Risk Matrix and the Communication Heatmap. These tools allow organizations to shift from intuitive, reactive decision-making to a structured, data-driven approach to human capital management during M&A. By proactively identifying flight risks and information gaps, Company Y can preserve the strategic value of Company X and ensure the long-term realization of deal synergies. Future research should aim to validate these findings through longitudinal studies tracking the success of «hybrid» cultures over a 3–5 year horizon, potentially across multiple industries in the Central Asian region.

REFERENCES

- 1 Cartwright, S., and Cooper, C.L. The role of culture compatibility in successful organizational marriage. *Academy of Management Executive*, 7 (2), 57–70 (1993).
- 2 HeliosHR. Harmonizing HR systems post-merger: A practical guide. <https://www.helioshr.com/insights/harmonizing-hr-systems-post-merger> (2019).
- 3 Cartwright, S., and Schoenberg, R. Thirty years of mergers and acquisitions research: Recent advances and future opportunities. *British Journal of Management*, 17 (S1), S1–S5 (2006).
- 4 Marks, M.L., and Mirvis, P.H. Making mergers and acquisitions work: Strategic and psychological preparation. *Academy of Management Executive*, 15 (2), 80–92 (2001).
- 5 Ouimet, P., and Zarutskie, R. Who works for startups? The relation between firm age, employee age, and growth. *Journal of Financial Economics*, 137 (2), 853–873 (2020).
- 6 Hofstede, G. *Culture's consequences: Comparing values, behaviors, institutions and organizations across nations* (Thousand Oaks: Sage Publications, 2001).
- 7 Tarba, S.Y., Ahammad, M.F., and Liu, Y. Managing cross-border mergers and acquisitions in emerging markets. In *The Routledge Companion to Mergers and Acquisitions* (New York: Routledge, 2020), pp. 320–335.
- 8 McKinsey & Company. Retain, integrate, thrive: A strategy for managing talent during M&A transactions. <https://www.mckinsey.com/capabilities/m-and-a/our-insights/retain-integrate-thrive-a-strategy-for-managing-talent-during-m-and-a-transactions> (2020).

- 9 Stahl, G.K., and Voigt, A. Impact of cultural differences on merger and acquisition performance: A meta-analysis. *Journal of International Business Studies*, 39 (1), 160–176 (2008).
- 10 Weber, Y., and Schweiger, D.M. The cultural imperative in mergers and acquisitions. *Academy of Management Proceedings*, 1994 (1), 324–328 (1994).
- 11 Rai, A. Real-time sentiment analytics for organizational health. *MIT Sloan Management Review* (2021). URL: <https://sloanreview.mit.edu/article/the-top-mit-smr-articles-of-2021/>
- 12 Adiletov, S., & Turlybekova, G. Institutional determinants of mergers and acquisitions success: A comparative review of Kazakhstan. *International Journal of Economics, Commerce & Management*, 13(10) (2025). URL: <https://ijecm.co.uk/wp-content/uploads/2025/10/13104.pdf>
- 13 Bain & Company. How to avoid the fault lines sending tremors through cultural integration in M&A (2023). URL: <https://www.bain.com/insights/cultural-integration-m-and-a-report-2023/>
- 14 Budhiraja, S., & Poudel, S. (2024). Employee management during mergers and acquisitions: Communication challenges and impact on turnover. *Advances in Research*, 25(4). URL: <https://advancesinresearch.id/index.php/AJEB/article/view/428>
- 15 Clearly Acquired. (n.d.). Key employee retention: Best practices for M&A. URL: <https://www.clearlyacquired.com/blog/key-employee-retention-best-practices-for-m-a>
- 16 Click Boarding. (n.d.). M&As: Integration through communication URL: <https://www.clickboarding.com/growth-retention/mas-integration-through-communication/>
- 17 EastCham Finland. (n.d.). Kazakhstan's business culture is a blend of different eras URL: <https://www.eastcham.fi/en/newsroom/kazakhstans-business-culture-is-a-blend-of-different-eras/>
- 18 EY UK. How culture can unlock M&A performance (2023). URL: https://www.ey.com/en_uk/insights/workforce/how-culture-can-unlock-m-a-performance
- 19 Ferguson, J.-P., & Remus, I. Complementary human capital and post acquisition employee mobility (2023). URL: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4397610
- 20 Hofstede, G., & The Culture Factor Group. Global Report 2024: Cultural insights. (2024). URL: <https://www.theculturefactor.com/resources/report/global-report-2024>
- 21 Kaartemo, V. (Ed.). New role of Russian enterprises in international business. University of Turku (2007). URL: https://www.utu.fi/sites/default/files/media/kaartemo_182007.pdf
- 22 Kiessling, T., Harvey, M., & Akdeniz, B. Human resources retention and knowledge transfer in mergers and acquisitions. *International Journal of Human Resource Management* (2012). URL: <https://www.researchgate.net/publication/259438187>
- 23 KPMG Canada. The culture blind spot: Why mergers fail (2025, April). URL: <https://kpmg.com/ca/en/insights/2025/04/mergers-fail-when-cultures-clash.html>
- 24 LeaderFactor. (n.d.). Employee culture survey questions. URL: <https://www.leaderfactor.com/learn/employee-culture-survey-questions>
- 25 Leapsome. (n.d.). Best-practice M&A surveys and theoretical foundations. URL: <https://help.leapsome.com/hc/en-us/articles/4555243227293>
- 26 M&A Community. (n.d.). Employee retention after acquisition: 6 strategies for success URL: <https://mnacommunity.com/insights/employee-retention-after-acquisition/>
- 27 Gallucci S., Duggan B., Morris C., and Fattul T. Cultural challenges in post-close integration (2023).. URL: <https://www.method360.com/research-insights/cultural-challenges-in-post-close-integration>
- 28 MyCulture.ai. 8 essential employee engagement survey questions for 2025 (2025). URL: <https://www.myculture.ai/blog/employee-engagement-survey-questions>
- 29 James Mallett, Omnipresent. M&A employee retention (2022). URL: <https://www.omnipresent.com/articles/m-a-employee-retention>
- 30 Phoenix Strategy Group. Checklist for post-merger culture integration (2025). URL: <https://www.phoenixstrategy.group/blog/post-merger-culture-integration-checklist>
- 31 Schroevers, S., Raimzhanova, A., & Doğan, A. Decoding Kazakh leadership styles: Hierarchical insights and cross-cultural impacts. *Central Asian Economic Review*, (3), 58–80 (2025). URL: <https://caer.narxoz.kz/jour/article/view/1490>
- 32 Shaldikova, A., & Beketova, G. The impact of socio-cultural context on composing business letters in modern Kazakhstani business community. *ResearchGate* (2022). URL: <https://www.researchgate.net/publication/363632171>
- 33 Soontornchaiya, P., & Charoensukmongkol, P. Interaction effect of management communication and workplace formalization on shared goals and commitment during post-M&A integration. *ResearchGate* (2024). URL: <https://www.researchgate.net/publication/378730594>

- 34 Sparkbay. Merger & acquisition (M&A): 14 employee survey questions you must ask (2024). URL: <https://sparkbay.com/en/culture-blog/merger-acquisition-survey-questions-28>
- 35 Workday. The 45 questions your employee engagement survey needs (2025). URL: <https://blog.workday.com/en-us/the-45-questions-your-employee-engagement-survey-needs.html>
- 36 Febriani, D.M., and Yancey, G.B. The Effect of Integration Approaches and Human Resources Initiatives on Changes in Organizational Culture and Employee Attitudes during a Merger. *The Psychologist-Manager Journal*, 22 (2), 108–109 (2019).
- 37 Lin, B.-W., Hung, S.-C., and Li, P.-C. Mergers and Acquisitions as a Human Resource Strategy: Evidence from US Banking Firms. *International Journal of Manpower*, 27, 126–142 (2006).
- 38 Selden, L., and Colvin, G. M&A Needn't Be a Loser's Game. *Harvard Business Review*, 81 (6), 70–79 (2003).
- 39 Lupina-Wegener, A.A. Human Resource Integration in Subsidiary Mergers and Acquisitions: Evidence from Poland. *Journal of Organizational Change Management* (2013).
- 40 Martínez Caraballo, N. Los Recursos Humanos en los Procesos de Fusión y Adquisición. *Intangible Capital*, 2 (12), 236–258 (2006).
- 41 Johansson, E., and Runesson, C.
- 42 Kovoov-Misra, S., and Smith, M.A. In the Aftermath of an Acquisition: Triggers and Effects on Perceived Organizational Identity. *The Journal of Applied Behavioral Science*, 44 (4), 422–444 (2008). <https://doi.org/10.1177/00218863083262>
- 43 Meglio, O., King, D.R., and Risberg, A. Improving Acquisition Outcomes with Contextual Ambidexterity. *Human Resource Management*, 54, 29–43 (2015). <https://doi.org/10.1002/hrm.21721>
- 44 Panchal, S., and Cartwright, S. Group Differences in Post-Merger Stress. *Journal of Managerial Psychology*, 16 (6), 424–433 (2001). <https://doi.org/10.1108/02683940110402398>
- 45 Phillips, D.L., and Clancy, K.J. Some Effects of «Social Desirability» in Survey Studies. *American Journal of Sociology*, 77 (5), 921–940 (1972). <https://doi.org/10.1086/225231>
- 46 Prasad, P. *Crafting Qualitative Research: Beyond Positivist Traditions* (2nd ed.). Routledge. (2017). <https://doi.org/10.4324/9781315715070>
- 47 Rennstam, Jens & Wästerfors, David. *Analyze! Crafting your data in qualitative research*. Studentlitteratur, ISBN: 978-91-44-12705-7 https://www.researchgate.net/publication/329389400_Analyze_-_Crafting_your_data_in_qualitative_research

¹Абдыхалықов Қ.С.,

PhD, төраға, ORCID ID: 0009-0008-6525-100X,
e-mail: almatyalliance@gmail.com

²Черных Д.В.,

MBA, кеңесші, ORCID ID: 0009-0007-8619-1483,
e-mail: darya.v.chernykh@gmail.com

³Тайыр А.А.,

MBA, бас бизнес-аналитик, ORCID ID: 0009-0003-7458-8791,
e-mail: altynaytaiyr@gmail.com

⁴Есенжолова Б.Ж.,

MBA, кіші менеджер, ORCID ID: 0009-0005-2139-7734
e-mail: baljan83@gmail.com

¹Алматы азаматтық альянсы, Алматы қ., Қазақстан

²Deloitte Touche Tohmatsu Limited, Алматы қ., Қазақстан

³«Коммекс-Өмір» өмірді сақтандыру компаниясы» АҚ, Алматы қ., Қазақстан

⁴PBN Central Asia, Алматы қ., Қазақстан

**«Y» КОМПАНИЯСЫНЫҢ «X» КОМПАНИЯСЫН САТЫП
АЛУЫНАН KEЙІНГІ ИНТЕГРАЦИЯЛЫҚ ОРТАДАҒЫ АДАМИ
КАПИТАЛДЫ БАСҚАРУ: ТӘУЕКЕЛДЕРДІ АЗАЙТУ ЖӘНЕ
МАҚСАТТЫ КОРПОРАТИВТІК МӘДЕНИЕТТІ ҚАЛЫПТАСТЫРУ**

Аңдатпа

Қазіргі жаһандық бизнес ландшафты үздіксіз шоғырланумен сипатталады, мұнда қосылу мен сатып алу (M&A) мәмілелері технологиялық көшбасшылыққа және дамушы экономикасы бар елдерде нарықтағы үлесті арттыруға ұмтылатын ұйымдар үшін негізгі өсу стратегиясына айналды. Алайда эмпирикалық мәліметтер интеграциядан кейінгі кезеңде адам капиталы мен мәдени сәйкестік мәселелеріне жүйелі түрде мән бермеу салдарынан мұндай мәмілелердің едәуір бөлігі өздерінің стратегиялық мақсаттарына жете алмайтынын көрсетеді. Бұл мақалада халықаралық конгломерат (Y компаниясы) қазақстандық телекоммуникациялық операторды (X компаниясы) сатып алуы аясында адам капиталын басқарудың (HCM) маңызды аспектілері қарастырылады. Зерттеу мәміледен кейінгі алғашқы 12 айда, яғни мәміле құнының жоғалу қаупі ең жоғары кезеңде, туындайтын кадрлық және мәдени тәуекелдерді анықтауға және диагностикалауға бағытталған. Екінші деңгейлі мәліметтерді талдауды, тереңдетілген жартылай құрылымдық сұхбаттарды (n=23) және қызметкерлер арасындағы ауқымды сауалнамаларды (n=106) біріктіретін аралас әдісті қолдана отырып, авторлар интеграцияның сәттілігін айқындайтын элеуметтік-мәдени динамиканы зерттейді. Нәтижелер үш негізгі қатерді анықтады: кадрлардың айтарлықтай тұрақсыздығы (өз еркімен жұмыстан кету деңгейі 15%-ға дейін өсті, бұл қалыпты нормадан екі есе жоғары), сатып алынған фирманың «agile» кәсіпкерлік рухы мен сатып алушының бюрократиялық, орталықтандырылған құрылымы арасындағы терең мәдени қайшылық, сондай-ақ маңызды коммуникациялық вакуум (қатардағы қызметкерлердің 78%-ы интеграция кезеңдері туралы жеткілікті ақпарат алмаған). Негізгі тұжырым – ішкі коммуникация сапасы мен негізгі қызметкерлердің жұмыстан кету қаупі арасындағы күшті теріс корреляция ($r = -0,72$), бұл процестердің ашықтығы мен таланттарды тұрақтандыру арасындағы сандық байланысты дәлелдейді. Алынған мәліметтер негізінде «Тұрақтандыру тәуекелдерінің матрицасы» және «Коммуникациялардың жылу картасы» сияқты құралдарды қамтитын кешенді интеграциялық модель ұсынылады.

Тірек сөздер: бірігу және қосылу, адами капиталды басқару, корпоративтік мәдениет, интеграция, таланттарды ұстап қалу, телекоммуникациялар.

¹**Абдыхалыков К.С.,**

PhD, председатель, ORCID ID: 0009-0008-6525-100X,
e-mail: almatyalliance@gmail.com

²**Черных Д.В.,**

MBA, консультант, ORCID ID: 0009-0007-8619-1483,
e-mail: darya.v.chernykh@gmail.com

³**Тайыр А.А.,**

MBA, главный бизнес-аналитик, ORCID ID: 0009-0003-7458-8791,
e-mail: altynaytaiyr@gmail.com

⁴**Есенжолова Б.Ж.,**

MBA, младший менеджер, ORCID ID: 0009-0005-2139-7734,
e-mail: baljan83@gmail.com

¹Гражданский альянс Алматы, г. Алматы, Казахстан

²Deloitte Touche Tohmatsu Limited, г. Алматы, Казахстан

³АО «Компания по страхованию жизни «Коммекс-Өмір»», г. Алматы, Казахстан

⁴PBN Central Asia, г. Алматы, Казахстан

УПРАВЛЕНИЕ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМ КАПИТАЛОМ В ПОСТИНТЕГРАЦИОННОЙ СРЕДЕ: МИНИМИЗАЦИЯ РИСКОВ И ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ КОРПОРАТИВНОЙ КУЛЬТУРЫ В КОМПАНИИ «X» ПОСЛЕ ПОГЛОЩЕНИЯ КОМПАНИЕЙ «Y»

Аннотация

Современный глобальный бизнес-ландшафт характеризуется непрерывной консолидацией, где сделки слияния и поглощения (M&A) выступают основной стратегией роста для организаций, стремящихся к технологическому лидерству и расширению доли рынка в странах с развивающейся экономикой. Однако эмпирические данные свидетельствуют о том, что значительная часть таких сделок не достигает своих стра-

тегических целей из-за систематического игнорирования вопросов человеческого капитала и культурного соответствия на этапе постинтеграции. В данной статье рассматриваются критические аспекты управления человеческим капиталом (НСМ) в рамках трансграничного поглощения казахстанского телекоммуникационного оператора (компания «Х») международным конгломератом (компания «У»). Исследование направлено на выявление и диагностику кадровых и культурных рисков, возникающих в первые 12 месяцев после сделки – в период, когда ценность сделки наиболее уязвима. Используя смешанный метод исследования, объединяющий анализ вторичных данных, глубинные полуструктурированные интервью (n=23) и масштабные опросы сотрудников (n=106), авторы изучают социокультурную динамику, определяющую успех интеграции. Результаты выявили три основные угрозы: значительную «утечку мозгов» (рост текучести кадров до 15%, что вдвое выше нормы), глубокий культурный конфликт между предпринимательским духом «agile» поглощаемой фирмы и бюрократической централизованной структурой покупателя, а также критический коммуникационный вакуум (78% линейного персонала не были проинформированы об этапах интеграции). Ключевым выводом стала сильная отрицательная корреляция ($r = -0,72$) между качеством внутренних коммуникаций и риском увольнения ключевых сотрудников, что подтверждает количественную связь между прозрачностью процессов и удержанием талантов. На основе полученных данных предложена комплексная модель интеграции, включающая такие инструменты, как матрица рисков удержания и тепловая карта коммуникаций, предназначенные для формирования гибридной корпоративной культуры.

Ключевые слова: слияния и поглощения, управление человеческим капиталом, корпоративная культура, интеграция, удержание талантов, телекоммуникации.

**REQUIREMENTS TO THE DESIGN
OF ARTICLES PUBLISHED IN THE JOURNAL KBTU BULLETIN**

Previously **unpublished material by the author (s)** corresponding to the profile of the journal in Russian, Kazakh or English is accepted for publication. The article is provided in electronic format (in formats .doc, .docx,) only by downloading it through the functionality of the journal's website (<https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/about>), which has detailed instructions for authors on the process of submitting articles, as well as on payment for publication.

Mandatory requirements for registration:

- ♦ The MRNTI index is placed in the upper-left corner. (Times New Roman 14 size)
- ♦ One single interval below the authors' surnames and initials in bold. Detailed names of organizations, cities, countries where the work was performed, e-mail of one of the authors. Specify footnotes to the place of work of the authors.
- ♦ Below, in one interval, the full title of the article is in bold.
- ♦ Below, a brief (150–250 words) abstract (abstract) at one interval. Abstract should outline the general orientation of the article and formulate its main results and be self-sufficient, it should not contain references to literary sources or to any sections and elements of the article to which it relates.
- ♦ Key words related to the submitted article.

The text of the article is typed in a straight font Times New Roman, size 14. The line spacing is single. All fields are 2 cm long.

The article should be divided into sections: Introduction, Materials and Methods, Results and Discussion, Conclusion, Information on funding (if available).

At the end, a "List of References" is given. Literary references in the text are in square brackets [1]. The list of references is drawn up twice: according to the above GOST. The list should fully correspond to the main text of the article, contain all the works mentioned (and only mentioned) in it. Next, the same list of references should be presented in the generally accepted English transliteration (see the sample of the literature design below).

The article undergoes "blind" review, reviewers are appointed by the editorial board of the journal.

At the end of the article please indicate full name, return address, phone numbers, fax, e-mail address.

The author(s) are responsible for the content of the article. The opinion of the Scientific and Editorial Board does not always coincide with the opinion of the author (authors). The Editorial Board reserves the right to publish or reject articles.

The reference to our edition in reprinting is obligatory.

Our address: **59, Tole Bi St., Almaty, 050000, Kazakhstan-British Technical University.**

Website: <https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/pages/view/EditorialC> Editorial Board.

ЖУРНАЛЫНДА ЖАРИЯЛАНАТЫН МАҚАЛАЛАРДЫ РӘСІМДЕУГЕ ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР

Жариялау үшін **автормен (авторлармен) бұрын жарияланбаған**, журнал бейініне сәйкес келетін орыс, қазақ немесе ағылшын тілдеріндегі материалдар қабылданады. Мақала журнал сайтының (<https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/about>) функционалдығы арқылы жүктеу жолымен тек электронды форматта (.doc, .docx форматтарында) қабылданады, сайтта авторларға мақаланы жүктеу, ұсыну үрдісі туралы, сондай-ақ жарияланымға ақы төлеу туралы толық нұсқаулық бар.

Ресімдеу бойынша міндетті талаптар:

Жоғарғы сол жақ бұрышта FTAMI индексі жазылады. (Times New Roman 14 өлшем)

- ♦ Бір бірлік интервалдан кейін авторлардың тегі мен аты-жөні жартылай қалың қаріппен жазылады. Жұмыс орындалған ұйымдардың, қалалардың, елдердің толық атаулары, авторлардың бірінің e-mail поштасы көрсетіледі. Авторлардың жұмыс орнына сілтеме беріледі.

- ♦ Бір интервалдан кейін мақаланың толық атауы жартылай қалың қаріппен жазылады.

- ♦ Бір интервалдан кейін қысқаша (150–250 сөз) аңдатпа (abstract) ұсынылады. Аңдатпа мақаланың жалпы бағытын көрсетіп, оның негізгі нәтижелерін тұжырымдауы тиіс, аңдатпада әдеби дереккөздерге де, оған қатысты мақаланың кез-келген бөлімдері мен элементтеріне сілтеме жасауға болмайды.

- ♦ Ұсынылған мақалаға қатысты кілт сөздер (тірек сөздер) жазылады.

Мақала мәтіні 14 өлшемді Times New Roman шрифтімен теріледі. Жолдар арасында бірлік интервал сақталады. Шеттер – барлық жағынан 2 см.

Мақала келесі бөлімдерді қамтуы тиіс: Кіріспе, Материалдар және әдістер, Нәтижелер мен талқылау, Қорытынды, Қаржыландыру туралы ақпарат (болған жағдайда көрсетіледі).

Соңында «Әдебиеттер тізімі (References)» жазылады. Мәтіндегі әдеби сілтемелер төртбұрышты жақшада ұсынылады [1]. Әдебиеттер тізімі MEMCT-ке сәйкес екі рет рәсімделеді. Тізім мақаланың негізгі мәтініне толық сәйкес келіп, мақалада аталған (тек аталған) барлық жұмыстарды қамтуы керек. Әрі қарай, дәл осы сілтемелер жалпы қабылданған ағылшын транслитерациясында жазылады.

Мақала «жасырын» рецензиялаудан өтеді, рецензенттерді журналдың редакциялық алқасы тағайындайды.

Мақаланың соңында авторлардың толық аты-жөнін, кері байланыс мекенжайын, телефондар, факс және электрондық пошта мекенжайын (e-mail) жазуыңызды сұраймыз.

Мақаланың мазмұнына автор (авторлар) жауапты. Ғылыми-редакция алқасының пікірі әрдайым автордың (авторлардың) пікірімен сәйкес келе бермейді. Редакция алқасы мақалаларды жариялау немесе қабылдамау құқығын өзіне қалдырады.

Қайта басылым кезінде біздің жарияланымға сілтеме жасау керек.

Мекенжайымыз: **050000, Алматы қ., Төле би көш., 59, Қазақстан-Британ техникалық университеті.**

Сайт: <https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/pages/view/EditorialC> Редакция алқасы.

**ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ,
ПУБЛИКУЕМЫХ В ЖУРНАЛЕ ВЕСТНИК КБТУ**

Для публикации принимается **ранее неопубликованный автором (авторами) материал**, соответствующий профилю журнала, на русском, казахском или английском языках. Статья предоставляется в электронном формате (в форматах .doc, .docx,) только путем ее загрузки через функционал сайта журнала (<https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/about>), в котором имеется подробная инструкция для авторов о процессе подачи статей, а также об оплате публикации.

Обязательные требования по оформлению:

- ♦ В левом верхнем углу ставится индекс МРНТИ (Times New Roman 14 размер).
- ♦ Через один одинарный интервал ниже фамилии и инициалы авторов полужирным шрифтом. Развернутые названия организаций, городов, стран, где выполнена работа, e-mail одного из авторов. Указать сноски на место работы авторов.
- ♦ Ниже через один интервал полное название статьи полужирным шрифтом.
- ♦ Ниже через один интервал краткая (150–250 слов) аннотация (abstract). Аннотация должна обрисовывать общую направленность статьи, формулировать ее основные результаты и быть самодостаточной, в ней недопустимы ссылки ни на литературные источники, ни на какие-либо разделы и элементы статьи, к которой она относится.
- ♦ Ключевые слова (Key words), относящиеся к представляемой статье.

Текст статьи набирается прямым шрифтом Times New Roman, размер 14. Интервал между строками одинарный. Поля все по 2 см.

Статья должна быть разделена на разделы: Введение, Материалы и методы, Результаты и обсуждение, Заключение, Информация о финансировании (при наличии).

В конце дается «Список литературы (References)». Литературные ссылки в тексте в квадратных скобках [1]. Список литературы оформляется дважды: согласно ГОСТу. Список должен полностью соответствовать основному тексту статьи, содержать все упомянутые (и только упомянутые) в нем работы. Далее тот же список литературы представить в общепринятой английской транслитерации.

Статья проходит «слепое» рецензирование, рецензенты назначаются редколлегией журнала.

В конце статьи просим указать Ф.И.О. полностью, обратный адрес, телефоны, факс, адрес электронной почты (e-mail).

Ответственность за содержание статьи несет автор (авторы). Мнение Научно-редакционного совета не всегда совпадает с мнением автора (авторов). Редакционный совет оставляет за собой право публикации или отклонения статей.

Ссылка на наше издание при перепечатке обязательна.

Наш адрес: **050000, г. Алматы, ул. Толе Би, 59, Казахстанско-Британский технический университет.**

Сайт: <https://vestnik.kbtu.edu.kz/jour/pages/view/EditorialC> Редакционная коллегия.

ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ
HERALD
OF THE KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY
ВЕСТНИК
КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ответственный за выпуск
Алагузов Рашид Жуманович

Редакторы
Кабылдаева Толганай Кайсаровна,
Скуратова Ирина Михайловна

Компьютерная верстка
Жуйкова Майя Антоновна

Подписано в печать ??????????.2026 г.
Тираж 300 экз. Формат 60х84 1/16.
Бумага тип. Усл.печ.л. 51,0 Уч.-изд.л. 53,0
Заказ №

Редакция журнала «Вестник КБТУ» не несет ответственность за содержание публикуемых статей. Содержания статей целиком принадлежат авторам, и размещаются в журнале исключительно под их ответственность.

Издание Казахстанско-Британского технического университета
Издательский центр КБТУ, Алматы, ул. Толе би, 59

