

**ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ  
УНИВЕРСИТЕТІНІҢ**

**ХАБАРШЫСЫ**

**HERALD**

**OF THE KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY**

**ВЕСТНИК**

**КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

---

Volume 20, Issue 1  
January-March 2023

---

**ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ**

**HERALD  
OF THE KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY**

**ВЕСТНИК  
КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Алматы

№ 1 (64)

2023

Главный редактор – **Кулпешов Б.Ш.**

**ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ:**

**Акжалова А.Ж., Асилбеков Б.К., Ахметжанов А.Ж., Әбдірахманов А.Р.  
Баженов Н.А., Байжанов Б.С., Бейсенханов Н.Б., Бисембаев А.С.,  
Буркитбаев М.М., Досболаев М.К. Зазыбин А.Г., Ивахненко А.П., Исахов  
А.А., Исмаилов А.А., Kang Wanli, Кожабеков С.С., Коробкин В.В.,  
Курбатов А.П., Молдабаева Г.Ж., Нусупов К.Х., Пак А.А., Сарсенбекулы Б.,  
Судоплатов С.В., Тургазинов И.К., Умаров Ф.Ф., Шамои П.С.**

Издание зарегистрировано Министерством культуры и информации Республики Казахстан.  
Свидетельство о постановке на учет СМИ № 9757 – Ж от 03.12.2008 г.

Журнал зарегистрирован в Международном центре по регистрации сериальных изданий ISSN  
(ЮНЕСКО, г. Париж, Франция)

Подписной индекс – 74206

Издается с 2004 года. Выходит 4 раза в год.

**УЧРЕДИТЕЛЬ**

Казахстанско-Британский технический университет

ISSN 1998-6688

© Казахстанско-Британский  
технический университет, 2023

# МАЗМҰНЫ

---

---

## МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР

- Кулпешов Б.Ш., Судоплатов С.В.**  
СЫЗЫҚТЫҚ РЕТТЕЛГЕН ҚҰРЫЛЫМДАРДАҒЫ 1-ТРАНЗИТИВТІК ДЕРЛІГІ.....6
- Нұрланбек Д.Д.**  
УНИВЕРСАЛДЫҚ САҢДАРДЫҢ БАР БОЛУЫ ТУРАЛЫ.....14

## МҰНАЙ ГАЗ ИНЖЕНЕРИЯСЫ ЖӘНЕ ГЕОЛОГИЯ

- Дидух А.Г., Абдухалыков Д.Б., Омирбеков С.Н., Имашев Б.А., Атымтаева Б.К.**  
ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖАҒДАЙДА ҚҰБЫР БОЛАТЫНЫҢ СЫРТҚЫ ЖӘНЕ ІШКІ  
КОРРОЗИЯСЫНА ЗЕРТТЕУЛЕР ЖҮРГІЗУГЕ АРНАЛҒАН МОДЕЛЬДІК ҚОНДЫРҒЫ  
ЖАСАУ.....21
- Дидух А.Г., Габсаттарова Г.А., Боранбаева Л.Е., Благих Е.В.**  
БАТЫС ҚАЗАҚСТАН/МАҢҒЫШЛАҚ/АҚТӨБЕ КЕН ОРЫНДАРЫ МҰНАЙ  
ҚОСПАСЫНЫҢ ЖӘНЕ ДЕПРЕССОРЛЫҚ ҚОСПАМЕН ӨНДЕЛГЕН ҚҰМКӨЛ ТОБЫНЫҢ  
МҰНАЙ КЕН ОРЫНДАРЫНЫҢ ҚҰРАМЫ МЕН ҚЫЗДЫРУ ТЕМПЕРАТУРАСЫНЫҢ  
ӨТІМДІЛІГІНЕ ӘСЕРІ.....30

## ФИЗИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМДАР

- Әбдірахманов А.Р., Машеева Р.У.**  
АЙҚАСҚАН ЭЛЕКТР ЖӘНЕ МАГНИТ ӨРІСТЕГІ СОЛҒЫН РАЗРЯДТАҒЫ  
МИКРОБӨЛШЕКТЕРДІҢ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ.....38

## КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР

- Имед Эддин Семассель, Садок Бен Яхиа**  
ДРОН ЖЕЛІСІН ҚОЛДАУ ҮШІН WORD2VEC КӨМЕГІМЕН ҚОҢЫРАУ ДЕРЕКТЕРІН  
ЖАЗУДАН ҰТҚЫРЛЫҚТЫ ЕНГІЗУ.....45

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

**Кулпешов Б.Ш., Судоплатов С.В.**  
ПОЧТИ 1-ТРАНЗИТИВНОСТЬ В ЛИНЕЙНО УПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУРАХ.....6

**Нурланбек Д.Д.**  
О СУЩЕСТВОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ НУМЕРАЦИЙ.....14

## НЕФТЕГАЗОВАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ГЕОЛОГИЯ

**Дидух А.Г., Абдухалыков Д.Б., Омирбеков С.Н., Имашев Б.А., Атымтаева Б.К.**  
СОЗДАНИЕ МОДЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ВНЕШНЕЙ  
И ВНУТРЕННЕЙ КОРРОЗИИ ТРУБНОЙ СТАЛИ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ.....21

**Дидух А.Г., Габсаггарова Г.А., Боранбаева Л.Е., Благих Е.В.**  
ВЛИЯНИЕ СОСТАВА И ТЕМПЕРАТУРЫ ПОДОГРЕВА НА ТЕКУЧЕСТЬ СМЕСИ НЕФТИ  
ЗАПАДНОКАЗАХСТАНСКИХ/МАНГЫШЛАКСКИХ/АКТЮБИНСКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ  
И НЕФТИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ КУМКОЛЬСКОЙ ГРУППЫ, ОБРАБОТАННЫХ ДЕПРЕССОРНОЙ  
ПРИСАДКОЙ.....30

## ФИЗИЧЕСКИЕ НАУКИ

**Абдирахманов А.Р., Машеева Р.У.**  
ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МИКРОЧАСТИЦ В СТРАТЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В  
СКРЕЩЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЕ.....38

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

**Имед Еддине Семассел, Садок Бен Яхиа**  
ВСТРАИВАНИЕ МОБИЛЬНОСТИ ИЗ ЗАПИСИ ДАННЫХ О ВЫЗОВАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
WORD2VEC ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ СЕТИ С БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ.....45

# CONTENTS

---

---

## MATHEMATICAL SCIENCES

**Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V.**  
ALMOST 1-TRANSITIVITY IN LINEARLY ORDERED STRUCTURES.....6

**Nurlanbek D.D.**  
ON THE EXISTENCE OF UNIVERSAL NUMBERINGS.....14

## OIL AND GAS ENGINEERING, GEOLOGY

**Didukh A.G., Abdukhaly`kov D.B., Omirbekov S.N., Imashev B.A., Aty`mtaeva B.K.**  
CREATION OF A MODEL INSTALLATION FOR CONDUCTING STUDIES OF EXTERNAL  
AND INTERNAL CORROSION OF PIPE STEEL IN LABORATORY CONDITIONS.....21

**Diduh A.G., Gabsattarova G.A., Boranbaeva L.E., Blagih E.V.**  
INFLUENCE OF THE COMPOSITION AND HEATING TEMPERATURE ON THE FLOW  
OF THE MIXTURE OF OIL OF THE WEST KAZAKHSTAN/MANGYSHLAK/AKTOBE FIELDS  
AND OIL FIELDS OF THE KUMKOL GROUP TREATED WITH THE DEPRESSANT  
ADDITIVE.....30

## PHYSICAL SCIENCES

**Abdirakhmanov A.R., Masheyeva R.U.**  
INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF MICROPARTICLES IN THE GLOW  
DISCHARGE STRATUM IN A CROSSED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD.....38

## COMPUTER SCIENCE

**Imed Eddine Semassel, Sadok Ben Yahia**  
MOBILITY EMBEDDING FROM CALL DATA RECORD USING WORD2VEC TO  
SUPPORT NETWORK WITH UNMANNED AERIAL VEHICLE.....45

УДК 510.67

МРНТИ 27.03.66

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-6-13>

**Кулпешов Б.Ш.<sup>\*1,2</sup>, Судоплатов С.В.<sup>3,4</sup>**

<sup>1</sup>Казахстанско-Британский технический университет, 050000, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Институт математики и математического моделирования, 050000, г. Алматы, Казахстан

<sup>3</sup>Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 630090, г. Новосибирск, Россия

<sup>4</sup>Новосибирский государственный технический университет, 630073, г. Новосибирск, Россия

\*E-mail: [b.kulpeshov@kbtu.kz](mailto:b.kulpeshov@kbtu.kz),

## ПОЧТИ 1-ТРАНЗИТИВНОСТЬ В ЛИНЕЙНО УПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУРАХ

**Аннотация.** Настоящая статья касается понятия слабой о-минимальности, введенного М. Дикманном и первоначально глубоко исследованного Д. Макферсоном, Д. Маркером и Ч. Стейнхорном. Слабая о-минимальность является обобщением понятия о-минимальности, введенного А. Пиллэем и Ч. Стейнхорном в серии совместных статей. Как известно, упорядоченное поле вещественных чисел является примером о-минимальной структуры. В настоящей работе мы продолжаем исследование теоретико-модельных свойств о-минимальных и слабо о-минимальных структур. В частности, мы вводим понятие почти 1-транзитивности в линейно упорядоченных структурах и исследуем его свойства. Описаны почти 1-транзитивные о-минимальные и слабо о-минимальные линейные порядки. Установлено, что почти 1-транзитивный слабо о-минимальный линейный порядок изоморфен конечному числу конкатенаций почти 1-транзитивных о-минимальных линейных порядков. Исследованы свойства обогащений семейств почти 1-транзитивных линейно упорядоченных теорий. Найдены значения рангов для семейств почти 1-транзитивных о-минимальных и слабо о-минимальных линейных порядков. Найдены критерии сохранения почти 1-транзитивности и слабой о-минимальности для обогащения почти 1-транзитивной слабой о-минимальной теории произвольным одноместным предикатом. Установлена плотная упорядоченность почти 1-транзитивной слабо о-минимальной теории, являющейся почти омега-категоричной.

**Ключевые слова:** линейно упорядоченная структура, 1-транзитивность, о-минимальность, слабая о-минимальность, обогащение теорий, почти омега-категоричность.

**Кулпешов Б.Ш.<sup>\*1,2</sup>, Судоплатов С.В.<sup>3,4</sup>**

<sup>1</sup>Қазақстан-Британ техникалық университеті, 050000, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Математика және математикалық модельдеу институты, 050010, Алматы қ., Қазақстан

<sup>3</sup>РҒА Сібір бөлімі С.Л. Соболев атындағы математика институты, 630090, Новосібір қ., Ресей

<sup>4</sup>Новосібір мемлекеттік техникалық университеті, 630073, Новосібір қ., Ресей

\*E-mail: [b.kulpeshov@kbtu.kz](mailto:b.kulpeshov@kbtu.kz)

## СЫЗЫҚТЫҚ РЕТТЕЛГЕН ҚҰРЫЛЫМДАРДАҒЫ 1-ТРАНЗИТИВТІК ДЕРЛІГІ

**Андатпа.** Бұл жұмыс М.Дикманн енгізген және бастапқыда Д.Макферсон, Д.Маркер және Ч.Стейнхорн зерттеген әлсіз о-минималдылық түсінігіне қатысты. Әлсіз о-минималдылық – бұл А. Пиллай мен Ч. Стейнхорнның бірлескен мақалалар сериясында енгізген о-минималдылығы ұғымының жалпылауы. Белгілі болғандай, нақты сандардың реттелген өрісі о-минималды құрылымның алгебралық мысалы болып табылады. Бұл жұмыста біз о-минималды және әлсіз о-минималды құрылымдардың модельдік-теориялық қасиеттерін зерттеуді жалғастырамыз. Атап айтқанда, сызықтық реттелген құрылымдарға дерлік 1-транзитивтік ұғымын енгіземіз және оның қасиеттерін зерттейміз. 1-транзитивтік дерлік о-минималды және әлсіз о-минималды сызықтық реттер сипатталған. Дерлік 1-транзитивтік әлсіз о-минималды сызықтық реттелген дерлік 1-транзитивтік о-минималды сызықтық реттердің конкатенацияларының ақырғы санына изоморфты болатыны анықталды. Дерлік 1-транзитивтік сызықтық

реттелген теориялардың отбасыларының байыту қасиеттері зерттелінді. Дәрежелік мәндер 1-транзитивтік дерлік о-минималды және әлсіз о-минималды сызықтық реттердің отбасылары үшін табылады. Дерлік 1-транзитивтік әлсіз о-минималды теорияны ерікті бір орындық предикатпен байыту үшін дерлік 1-транзитивтік және әлсіз о-минималдылықты сақтау критерийі табылды. Омега-категориялық дерлік болатын 1-транзитивтік дерлік әлсіз о-минималды теория үшін реттелген тығыздығы дәлелденді.

**Тірек сөздер:** сызықтық реттелген құрылым, 1-транзитивтік, о-минималдылық, әлсіз о-минималдылық, теорияларды байыту, дерлік омега-категориялық.

**Kulpeshov B.Sh.,<sup>\*1,2</sup> Sudoplatov S.V.<sup>3,4</sup>**

<sup>1</sup>Kazakh-British Technical University, 050000, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, 050010, Almaty, Kazakhstan

<sup>3</sup>Sobolev Institute of Mathematics, 630090, Novosibirsk, Russia

<sup>4</sup>Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, Russia

\*E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

## ALMOST 1-TRANSITIVITY IN LINEARLY ORDERED STRUCTURES

**Abstract.** The present paper concerns the notion of weak o-minimality introduced by M. Dickmann and originally deeply studied by D. Macpherson, D. Marker, and C. Steinhorn. Weak o-minimality is a generalization of the notion of o-minimality introduced by A. Pillay and C. Steinhorn in series of joint papers. As is known, the ordered field of real numbers is an example of an o-minimal structure. We continue studying model-theoretic properties of o-minimal and weakly o-minimal structures. In particular, we introduce the notion of almost 1-transitivity in linearly ordered structures and study its properties. Almost 1-transitive o-minimal and weakly o-minimal linear orderings have been described. It has been established that an almost 1-transitive weakly o-minimal linear ordering is isomorphic to a finite number of concatenations of almost 1-transitive o-minimal linear orderings. Properties of expansions of families of almost 1-transitive linearly ordered theories are studied. Rank values for families of almost 1-transitive o-minimal and weakly o-minimal linear orderings have been found. A criterion for preserving both the almost 1-transitivity and weak o-minimality has been found at expanding an almost 1-transitive weak o-minimal theory by an arbitrary unary predicate. Dense ordering of an almost 1-transitive weakly o-minimal theory that is almost omega-categorical has been established.

**Key words:** linearly ordered structure, 1-transitivity, o-minimality, weak o-minimality, expansion of theories, almost omega-categoricity.

### 1. Введение

Пусть  $L$  – счетный язык первого порядка. Всюду в данной статье мы рассматриваем  $L$ -структуры и предполагаем, что  $L$  содержит символ бинарного отношения  $<$ , который интерпретируется как линейный порядок в этих структурах.

Будем говорить, что линейно упорядоченная структура  $M := \langle M, <, \dots \rangle$  является 1-транзитивной, если для любых  $a, b \in M$

$$tp(a/\emptyset) = tp(b/\emptyset).$$

Будем говорить, что линейно упорядоченная структура  $M := \langle M, <, \dots \rangle$  является почти 1-транзитивной, если  $dcl(\emptyset) = \emptyset$  и любое непустое  $\emptyset$ -определимое подмножество структуры  $A$ , не являющееся выпуклым, плотно в  $M$ , т.е. для любых  $a_1, a_2 \in A$  из условия  $a_1 < a_2$  следует, что существует  $a \in A$  такой, что  $a_1 < a < a_2$ .

**Факт 1.1** Любая 1-транзитивная линейно упорядоченная структура является почти 1-транзитивной.

**Пример 1.2** Пусть  $M := \langle Q_1(2), < \rangle$ , т.е.  $M$  – множество дуплетов, упорядоченных по типу  $Q$ . Тогда  $M$  – почти 1-транзитивная не 1-транзитивная структура.

**Пример 1.3** Пусть  $M := \langle \omega, < \rangle$  где  $\omega$  – порядок на множестве натуральных чисел. Очевидно, что  $M$  не является почти 1-транзитивной, поскольку  $dcl(\emptyset) \neq \emptyset$ .

**Факт 1.4** Пусть  $M$ -почти 1-транзитивная линейно упорядоченная структура. Тогда

(1)  $M$  не имеет ни наименьшего, ни наибольшего элементов.

(2) Любое выпуклое  $\emptyset$  определимое подмножество структуры  $M$  не имеет конечных точек в  $M$ .

Открытый интервал  $I$  в структуре  $M$  есть параметрически определимое подмножество структуры  $M$  вида

$$I = \{c \in M : M \models a < c < b\}$$

для некоторых  $a, b \in M \cup \{-\infty, \infty\}$ , где  $a < b$ . Аналогично мы можем определить замкнутые, полуоткрытые-полузамкнутые и т.п. интервалы в  $M$  так, что, например, произвольная точка структуры  $M$  является сама (тривиальным) замкнутым интервалом. Подмножество  $A$  линейно упорядоченной структуры  $M$  называется выпуклым, если для любых  $a, b \in A$  и  $c \in M$  всякий раз, когда  $a < c < b$ , мы имеем  $c \in A$ . Слабо о-минимальной структурой [1] называется линейно упорядоченная структура  $M := \langle M, <, \dots \rangle$  такая, что любое определимое (с параметрами) подмножество структуры  $M$  является объединением конечного числа выпуклых множеств в  $M$ . Вспомним, что такая структура  $M$  называется о-минимальной, если каждое определимое (с параметрами) подмножество структуры  $M$  является объединением конечного числа интервалов и точек в  $M$ . Вещественно замкнутые поля с собственным выпуклым кольцом нормирования обеспечивают важный пример слабо о-минимальных (не о-минимальных) структур.

**Предложение 1.5** Пусть  $M$  – почти 1-транзитивная о-минимальная структура. Тогда

(1)  $M$  является 1-транзитивной.

(2) либо  $\langle M, < \rangle$  – плотный линейный порядок без конечных точек, либо  $\langle M, < \rangle$  – дискретный линейный порядок без конечных точек.

Доказательство Предложения 1.5. (1) Допустим противное: существуют  $a, b \in M$  такие, что  $a \neq b$  и

$$tp(a/\emptyset) \neq tp(b/\emptyset).$$

Следовательно, существует  $L$ -формула  $\phi(x)$  такая, что

$$M \models \phi(a) \wedge \neg \phi(b)$$

Рассмотрим  $\phi(M)$ . В силу о-минимальности  $\phi(M)$  есть объединение конечного числа интервалов и точек, причем каждый такой интервал или точка являются  $\emptyset$ -определимыми.

Поскольку согласно допущению  $\phi(M) \neq M$ , то получаем, что  $dcl(\emptyset) \neq \emptyset$ .

(2) Если это не так, то рассмотрим следующую формулу:

$$\theta(x) := \forall y_1 \forall y_2 [y_1 < x < y_2 \rightarrow \exists t_1 \exists t_2 (y_1 < t_1 < x < t_2 < y_2)].$$

В силу допущения  $\theta(M) \neq M$  и  $\theta(M) \neq \emptyset$ . Также в силу о-минимальности  $\theta(M)$  есть объединение конечного числа интервалов и точек, откуда получим, что  $dcl(\emptyset) \neq \emptyset$ .

**Следствие 1.6** Пусть  $M$  – почти 1-транзитивный о-минимальный линейный порядок. Тогда  $M$  изоморфна  $\langle Q, < \rangle$  или  $M$  изоморфна  $\langle \omega^* + \omega, < \rangle$ .

**Предложение 1.7** Пусть  $M$  – бесконечный линейный порядок. Тогда следующие условия эквивалентны:

(1)  $M$  – 1-транзитивный;

(2)  $M$  – почти 1-транзитивный и о-минимальный.

## 2. Методы

В настоящей статье используются методы, которые получили свое развитие в теории моделей в восьмидесятые годы двадцатого века и позже. Среди них можно отметить методологию изучения упорядоченных структур на основе таких понятий, как о-минимальность и варианты о-минимальности. Типичным в такой ситуации является наложение строгих ограничений на множества, определяемые формулой с одной свободной переменной. Так, о-минимальная структура  $M$  может рассматриваться

как  $L$ -структура, где  $L \supset L_0 = \{<\}, <$  – линейный порядок на  $M$ , и каждое определимое подмножество структуры  $M$  является бескванторно  $L_0$ -определимым. Это дает установку для других понятий: заменяем  $L_0$  на некоторый другой известный язык, рассматриваем  $L$ -структуры такие, что  $L_0$ -редукт имеет обусловленный тип (например, линейный порядок), и требуем, чтобы каждое определимое подмножество структуры  $M$  являлось (бескванторно)  $L_0$ -определимым (можно требовать это для всех моделей данной теории).

### 3. Результаты

Пусть  $T$  – семейство полных теорий фиксированной сигнатуры  $\Sigma$ ,  $\phi$  – произвольное  $\Sigma$ -предложение. Тогда множество  $T_\phi := \{T \in T \mid T \models \phi\}$  называется  $\phi$ -окрестностью семейства  $T$ .

**Определение 3.1** [2] Пусть  $T$  – семейство полных теорий фиксированной сигнатуры  $\Sigma$ .

Определим ранг  $RS$  для семейства теорий следующим образом:

- (1)  $RS(T) = -1$ , если  $T = \emptyset$ .
- (2)  $RS(T) = 0$ , если  $T$  – конечное непустое семейство.
- (3)  $RS(T) \geq 1$  если  $T$  бесконечно.
- (4)  $RS(T) \geq \alpha + 1$ , если существуют попарно несовместные  $\Sigma$ -предложения  $\phi_n, n \in \omega$ , такие что  $RS(T_{\phi_n}) \geq \alpha$ .
- (5) Если  $\delta$  – предельный ординал, то  $RS(T) \geq \delta$ , если  $RS(T) \geq \beta$  для любого  $\beta < \delta$ .

Мы полагаем  $RS(T) = \alpha$  если  $RS(T) \geq \alpha$  и  $\neg[RS(T) \geq \alpha + 1]$ .

Если  $RS(T) \geq \alpha$  для любого  $\alpha$ , то мы полагаем  $RS(T) = \infty$ .

Семейство  $T$  называется  $\epsilon$ -тотально трансцендентным или тотально трансцендентным, если  $RS(T)$  является ординалом.

Если семейство  $T$   $\epsilon$ -тотально трансцендентно, с  $RS(T) = \alpha \geq 0$  то в качестве степени  $ds(T)$  семейства  $T$  рассматривается максимальное число попарно несовместных предложений  $\phi_i$ , для которых  $RS(T_{\phi_i}) = \alpha$ .

**Следствие 3.2** Пусть  $T$  – семейство всех почти 1-транзитивных  $o$ -минимальных линейных порядков. Тогда  $RS(T) = 0, ds(T) = 2$ .

**Пример 3.3** Пусть  $M := \langle Q + \omega^* + \omega + Q, < \rangle$ , где  $\omega^*$  – обратный порядок на множестве натуральных чисел (или порядок на множестве отрицательных целых чисел).

Тогда  $M$  – почти 1-транзитивный слабо  $o$ -минимальный линейный порядок, не являющийся 1-транзитивным. Также замечаем, что данная структура не является ни плотно упорядоченной, ни дискретно упорядоченной.

**Теорема 3.4** Пусть  $M$  – почти 1-транзитивный слабо  $o$ -минимальный линейный порядок. Тогда  $M$  изоморфна конечному числу конкатенаций почти 1-транзитивных  $o$ -минимальных линейных порядков.

**Доказательство теоремы 3.4.** Пусть  $M$  – почти 1-транзитивный слабо  $o$ -минимальный линейный порядок. Рассмотрим формулу  $\theta(x)$ , которая означает, что  $x$  не имеет ни непосредственного предшественника, ни непосредственного последователя. В силу слабой  $o$ -минимальности  $\theta(M)$  есть объединение конечного числа выпуклых множеств, т.е.

$$\theta(M) = \bigcup_{i=1}^n U_i,$$

где каждое  $U_i$  выпукло. Опять в силу слабой  $o$ -минимальности каждое  $U_i$  является  $\emptyset$ -определимым, и, следовательно, не имеет концевых точек, откуда

$$\langle U_i, < \rangle \simeq \langle Q, < \rangle.$$

Рассмотрим теперь формулу  $IS(x)$ , означающую, что  $x$  имеет непосредственного последователя, но не имеет непосредственного предшественника. Предположим, что  $IS(M)$  непустое. Тогда в силу слабой  $o$ -минимальности  $IS(M)$  есть объединение конечного числа выпуклых множеств, откуда элемент, удовлетворяющий формуле  $IS(x)$ , попадает в  $dcl(\emptyset)$ , т.е.  $dcl(\emptyset) \neq \emptyset$ . Следовательно,  $IS(M) = \emptyset$ . Аналогично можно показать, что  $IP(M) = \emptyset$ , где  $IP(x)$  означает, что  $x$  имеет непосредственного предшественника, но не имеет непосредственного последователя. Таким образом, если

$a \in \neg \theta(M)$ , то  $a$  имеет как непосредственного предшественника, так и непосредственного последователя. В силу слабой о-минимальности  $\neg \theta(M)$  есть объединение конечного числа выпуклых множеств, т.е.

$$\neg \theta(M) = \bigcup_{i=1}^n V_i,$$

где каждое  $V_i$  выпукло,  $\emptyset$ -определимо и не имеет конечных точек, откуда

$$\langle V_i, < \rangle \simeq \langle \omega^* + \omega, < \rangle.$$

Теорема доказана.

**Следствие 3.5** Пусть  $T$  – семейство всех почти 1-транзитивных слабо о-минимальных линейных порядков. Тогда  $RS(T)=1$ .

**Предложение 3.6** Пусть  $T$  – линейно упорядоченная теория. Если  $T$  почти 1-транзитивна, то не существует обогащения теории  $T$  какими-либо константными символами, сохраняющего почти транзитивность.

**Теорема 3.7** Пусть  $T$  – почти 1-транзитивная слабо о-минимальная теория. Тогда обогащение теории  $T$  произвольным одноместным предикатом сохраняет почти 1-транзитивность и слабую о-минимальность тогда и только тогда, когда такой предикат выделяет конечное число бесконечных выпуклых множеств без конечных точек.

**Доказательство теоремы 3.7.** ( $\Rightarrow$ ) В силу слабой о-минимальности любой одноместный предикат должен выделять лишь конечное число выпуклых множеств. Если какое-либо из выделенных выпуклых множеств является конечным или имеет хотя бы одну конечную точку, то получим, что определимое замыкание пустого множества не является пустым, что противоречит почти 1-транзитивности.

( $\Leftarrow$ ) Если одноместный предикат выделяет лишь конечное число выпуклых множеств, то в силу теоремы 63 [5] такое обогащение сохраняет слабую о-минимальность.

Если каждое выделенное этим предикатом выпуклое множество является бесконечным и не имеет конечных точек, то такое обогащение является почти 1-транзитивным.

**Следствие 3.8** Пусть  $T$  – о-минимальная теория. Если  $T$  почти 1-транзитивна, то не существует нетривиального обогащения теории  $T$  какими-либо одноместными предикатными символами, сохраняющего почти транзитивность.

Далее, обозначим через  $T_{AT,wom,\Sigma}^{dense}$  семейство всех почти 1-транзитивных слабо о-минимальных плотно упорядоченных теорий сигнатуры  $\Sigma$ .

**Следствие 3.9** Пусть  $\Sigma_k^1 = \{<, P_i^1\}_{i < k}$ , где  $k$  – некоторый кардинал. Тогда имеет место следующее:

(1) если  $\kappa < \omega$ , то  $RS(T_{AT,wom,\Sigma_k^1}^{dense}) = \kappa$ ;

(2) если  $\kappa \geq \omega$ , то  $RS(T_{AT,wom,\Sigma_k^1}^{dense}) = \infty$ .

**Доказательство следствия 3.9.**

(1) В силу теоремы 3.7 каждый одноместный предикат выделяет лишь конечное число бесконечных выпуклых множеств без конечных точек. Построим бесконечно ветвящееся дерево длины  $k$  для  $T_{AT,wom,\Sigma_k^1}^{dense}$ . На первом уровне различаем теории, в которых первый предикат  $P_1$  выделяет  $n$  бесконечных выпуклых множеств без конечных точек для каждого  $n < \omega$ . Далее, на  $i$ -том уровне ( $i \leq k$ ) различаем теории, в которых предикат  $P_i$  выделяет  $n$  бесконечных выпуклых множеств без конечных точек для каждого  $n < \omega$ . Поскольку других способов ветвления нет, то  $RS(T_{AT,wom,\Sigma_k^1}^{dense}) = \kappa$ .

(2) Так как имеется бесконечное число одноместных предикатов, то можно построить бесконечно ветвящееся дерево бесконечной длины, откуда  $RS(T_{AT,wom,\Sigma_k^1}^{dense}) = \infty$ .

**Предложение 3.10** Пусть  $T$  – о-минимальная теория. Если  $T$  почти 1-транзитивна, то не существует нетривиального обогащения теории  $T$  каким-либо отношением эквивалентности, разбивающим основное множество структуры на бесконечные выпуклые классы, сохраняющего почти 1-транзитивность и о-минимальность.

**Доказательство предложения 3.10.** В силу о-минимальности любое отношение эквивалентности

$E$  с бесконечными выпуклыми классами разбивает основное множество структуры лишь на конечное число  $E$ -классов, откуда каждый  $E$ -класс является  $\emptyset$ -определимым. Поскольку в силу  $\omega$ -минимальности каждое нетривиальное выпуклое бесконечное множество, являющееся определимым, должно иметь конечные точки, то  $E$  является универсальным отношением, т.е. для любых  $a, b \in M$  выполняется  $E(a, b)$ .

**Предложение 3.11** Пусть  $\Sigma_1^E := \{<, E^2\}$ , где бинарный символ  $E$  определяет отношение эквивалентности, разбивающее основное множество структуры на бесконечные выпуклые классы. Тогда  $RS(T_{AT, \omega, \Sigma_1^E}^{dense}) = \infty$ .

**Доказательство Предложения 3.11.** В слабо  $\omega$ -минимальной теории отношение эквивалентности может разбивать основное множество структуры на бесконечное число бесконечных выпуклых классов, при этом число классов, имеющих хотя бы одну конечную точку, должно быть конечно. Но учитывая почти 1-транзитивность, каждый  $E$ -класс не имеет конечных точек. Если  $M$  – основное множество структуры, то в силу слабой  $\omega$ -минимальности  $M/E$  имеет лишь конечное число максимальных выпуклых дискретных частей (и, как следствие, конечное число максимальных плотных частей).

Построим бесконечное ветвящееся дерево бесконечной длины. На первом уровне различаем подсемейства теорий, в которых

$$M/E \equiv m_1 + Q + \dots, \text{ где } 1 \leq m_1 < \omega.$$

На втором уровне для каждой  $m_1$ -той ветви различаем подсемейства теорий, в которых

$$M/E \equiv m_1 + Q + m_2 + Q + \dots, \text{ где } 2 \leq m_2 < \omega.$$

На  $k$ -том уровне ( $k < \omega$ ) для каждой  $(m_1, m_2, \dots, m_{k-1})$ -той ветви различаем подсемейства теорий, в которых

$$M/E \equiv m_1 + Q + \dots + m_{k-1} + Q + m_k + Q + \dots,$$

где  $2 \leq m_k < \omega$ . Таким образом,  $RS(T_{AT, \omega, \Sigma_1^E}^{dense}) = \infty$ .

**Определение 3.12** [3, 4] Пусть  $T$  – счетная полная теория,  $p_1(x_1), \dots, p_n(x_n) \in S_1(\emptyset)$ . Будем говорить, что тип  $q(x_1, \dots, x_n) \in S_n(\emptyset)$  является  $(p_1, \dots, p_n)$ -типом, если

$$p_1(x_1) \cup p_2(x_2) \cup \dots \cup p_n(x_n) \subseteq q(x_1, \dots, x_n)$$

Множество всех  $(p_1, \dots, p_n)$ -типов теории  $T$  будем обозначать через  $S_{p_1, \dots, p_n}(T)$ .

Теория  $T$  называется почти  $\omega$ -категоричной или почти  $\omega$ -категоричной, если для любых  $p_1(x_1), \dots, p_n(x_n) \in S_1(\emptyset)$  существует лишь конечное число типов  $q(x_1, \dots, x_n) \in S_{p_1, \dots, p_n}(T)$ .

**Предложение 3.13** Пусть  $M$  – почти 1-транзитивная слабо  $\omega$ -минимальная структура. Предположим, что  $Th(M)$  – почти  $\omega$ -категоричная. Тогда  $M$  является плотно упорядоченной.

**Доказательство предложения 3.13.** Согласно теореме 2.4 редукт структуры  $M$  на линейный порядок  $\{<\}$  является изоморфной конечному числу конкатенаций порядков  $\langle Q, <\rangle$  и  $\langle \omega^* + \omega, <\rangle$ .

Предположим, что имеется хотя бы один порядок, изоморфный  $\langle \omega^* + \omega, <\rangle$ . Тогда рассмотрим следующие формулы:

$$\begin{aligned} IS(x) - "x \text{ имеет непосредственного последователя",} \\ IP(x) - "x \text{ имеет непосредственного предшественника",} \\ S_1(x, y) - "y - непосредственный последователь элемента x" \\ S_n(x, y) - "y - n\text{-тый непосредственный последователь элемента x", } n \geq 1. \end{aligned}$$

В силу допущенного предположения следующее множество формул локально совместно:

$$\{IS(x) \wedge IP(x)\} \cup \{\exists y S_n(x, y) \mid n \geq 1\}.$$

Следовательно, существуют  $p \in S_1(\emptyset)$ , расширяющий это множество формул, и элементарное расширение  $M'$  структуры  $M$ , в котором тип  $p$  реализуется. Тогда для каждого  $n < \omega$  множество

$$p(x) \cup p(y) \cup \{S_n(x, y)\}$$

совместно, откуда число  $(p_1, p_2)$ -типов бесконечно, где  $p_i(x_i) := p(x_i), i \in \{1, 2\}$ . Получаем противоречие с почти  $\omega$ -категоричностью  $Th(M)$ .

**Пример 3.14** Пусть  $M = \langle M; <, P_1^1, P_2^1, R^2 \rangle$  --- линейно упорядоченная структура такая, что  $M$  есть непересекающееся объединение интерпретаций унарных предикатов  $P_1$  и  $P_2$ , при этом  $P_1(M) < P_2(M)$ . Мы отождествляем каждую интерпретацию  $P_i (i=1, 2)$  с множеством рациональных чисел  $\mathbb{Q}$ , упорядоченном как обычно. Отношение  $R(x, y)$  определяется следующим образом: для любых  $a, b \in P_1(M)$  имеет место

$$R(a, b) \Leftrightarrow a \leq b < a + \sqrt{2}.$$

Может быть установлено, что  $M$  – почти 1-транзитивная не 1-транзитивная слабо  $\omega$ -минимальная структура, являющаяся плотно упорядоченной, и при этом  $Th(M)$  не является почти  $\omega$ -категоричной.

**Заключение.** В настоящей статье введено новое понятие – почти 1-транзитивность в линейно упорядоченных структурах; исследованы его свойства и взаимосвязи с другими понятиями. заключаем, что новое понятие оказалось весьма продуктивным, поскольку были выявлены новые интересные факты в линейно упорядоченных структурах.

**Информация о финансировании.** Данные исследования поддержаны Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (Грант BR20281002).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Macpherson H.D., Marker D. and Steinhorn C. Weakly  $\omega$ -minimal structures and real closed fields // Transactions of the American Mathematical Society, 2000, volume 352, no. 12, pp. 5435–5483.
- 2 Sudoplatov S.V. Ranks for families of theories and their spectra // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, volume 42, no. 12, pp. 2959–2968.
- 3 Ikeda K., Pillay A., Tsuboi A. On theories having three countable models // Mathematical Logic Quarterly, 1998, volume 44, no. 2, pp. 161–166.
- 4 Судоплатов С.В. Классификация счетных моделей полных теорий. – Новосибирск: НГТУ. – Части 1 и 2. – 2018.
- 5 Baizhanov B.S. Expansion of a model of a weakly  $\omega$ -minimal theory by a family of unary predicates // The Journal of Symbolic Logic, 2001, volume 66, no. 3, pp. 1382–1414.

#### REFERENCES

- 1 Macpherson H.D., Marker D. and Steinhorn C. (2000) Weakly  $\omega$ -minimal structures and real closed fields // Transactions of the American Mathematical Society, volume 352, no. 12, pp. 5435–5483.
- 2 Sudoplatov S.V. (2021) Ranks for families of theories and their spectra // Lobachevskii Journal of Mathematics, volume 42, no. 12, pp. 2959–2968.
- 3 Ikeda K., Pillay A., Tsuboi A. (1998) On theories having three countable models // Mathematical Logic Quarterly, volume 44, no. 2, pp. 161–166.
- 4 Sudoplatov S.V. (2018) Klassifikacija schetnyh modelej polnyh teorij. – Novosibirsk: NGTU, chasti 1 i 2. (In Russian)
- 5 Baizhanov B.S. (2001) Expansion of a model of a weakly  $\omega$ -minimal theory by a family of unary predicates // The Journal of Symbolic Logic, volume 66, no. 3, pp. 1382–1414.

**Информация об авторах****Кулпешов Бейбут Шайыкович** (автор для корреспонденции)

Доктор физико-математических наук, член-корреспондент НАН РК, профессор Школы прикладной математики, Казахстанско-Британский технический университет, ул. Толе би, 59, 050000, г. Алматы, Казахстан; главный научный сотрудник Института математики и математического моделирования, ул. Пушкина, 125, 050010, г. Алматы, Казахстан.

ORCID ID: 0000-0002-4242-0463

E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

**Судоплатов Сергей Владимирович**

Доктор физико-математических наук, заместитель директора Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, пр. Академика Коптюга, 4, 630090, г. Новосибирск, Россия; заведующий кафедрой алгебры и математической логики Новосибирского государственного технического университета, пр. К. Маркса, 20, 630073, г. Новосибирск, Россия

ORCID ID: 0000-0002-3268-9389

E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

**Авторлар туралы мәліметтер****Кулпешов Бейбіт Шайықұлы** (корреспонденция авторы)

Физика-математика ғылымының докторы, Қазақстан Республикасы Ұлттық Ғылымдар Академиясының корреспондент мүшесі, Қолданбалы математика мектебінің профессоры, Қазақстан-Британ техникалық университеті, Төле би көш., 59, 050000, Алматы қ., Қазақстан; Математика және математикалық модельдеу институттың бас ғылыми қызметкері, Пушкин көш., 125, 050010, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-4242-0463

E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

**Судоплатов Сергей Владимирович**

Физика-математика ғылымдардың докторы, Ресей Ғылымдар Академиясының Сібір Бөлімшесінің С.Л. Соболев атындағы математика институты директорының орынбасары, Академик Коптюга даң., 4, 630090, Новосибирск қ., Ресей; Новосібір мемлекеттік техникалық университетінің алгебра және математикалық логика кафедрасының меңгерушісі, 630073, К.Маркс даң., 20, Новосибирск қ., Ресей

ORCID ID: 0000-0002-3268-9389

E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

**Information on the authors****Kulpeshov Beibut Shaiykovich** (corresponding author)

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Corresponding Member of National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan; Professor of School of Applied Mathematics, Kazakh-British Technical University, 59, Tole bi street, Almaty, 050000, Kazakhstan; Chief Researcher of Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, 125, Pushkin street, Almaty, 050010, Kazakhstan

ORCID ID: 0000-0002-4242-0463

E-mail: b.kulpeshov@kbtu.kz

**Sudoplatov Sergey Vladimirovich**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Director of Sobolev Institute of Mathematics, 4, academician Koptuyug av., 630090, Novosibirsk, Russia; Head of Algebra and Mathematical Logic Department of Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx av., 630073, Novosibirsk, Russia

ORCID ID: 0000-0002-3268-9389

E-mail: sudoplat@math.nsc.ru

UDC 510.5

IRSTI 27.03.45

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-14-20>**Nurlanbek D.D.**

Al-Farabi Kazakh National University, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

**ON THE EXISTENCE OF UNIVERSAL NUMBERINGS**

**Abstract.** The paper is devoted to research existence property of universal numberings for different computable families. A numbering  $\alpha$  is reducible to a numbering  $\beta$  if there is computable function  $f$  such that  $\alpha = \beta \circ f$ . A computable numbering  $\alpha$  for some family  $S$  is universal if any computable numbering  $\beta$  for the family  $S$  is reducible to  $\alpha$ . It is well known that the family of all computably enumerable (c.e.) sets has a computable universal numbering. In this paper, we study families of almost all c.e. sets, recursive sets, and almost all differences of c.e. sets, namely questions about the existence of universal numberings for given families. We proved that there is no universal numbering for the family of all recursive sets. For families of c.e. sets without an empty set or a finite number of finite sets, there still exists a universal numbering. However, for families of all c.e. sets without an infinite set, there is no universal numbering. Also, we proved that family  $\Sigma_2^{-1} \setminus B$  and the family  $\Sigma_1^{-1}$  has no universal  $\Sigma_2^{-1}$ -computable numbering for any  $B \in \Sigma_2^{-1}$ .

**Key words:** Computable numbering, computably enumerable sets, Rogers semilattices, Ershov's hierarchy, universal numbering.

**Нұрланбек Д.Д.**

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, 050000, Алматы қ., Қазақстан

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

**УНИВЕРСАЛ НӨМІРЛЕУЛЕР ТАБЫЛАТЫНДЫҒЫ ТУРАЛЫ**

**Аңдатпа.** Бұл мақала әр түрлі есептелімді үйірлердің универсал нөмірлеулері табылу қасиеттерін зерттеуге бағытталған. Қандайда бір  $\alpha$  нөмірлеуі басқа бір  $\beta$  нөмірлеуіне көшіріледі деп аталынады. Егер  $\alpha = \beta \circ f$  теңдігін қанағаттандыратын  $f$  есептелімді функциясы табылатын болса, кез келген  $S$  үйірі үшін  $\alpha$  нөмірлеуі универсал болып табылады. Егер  $S$  үйіріндегі кез келген  $\beta$  нөмірлеуі  $\alpha$  нөмірлеуіне көшірілетін болса, барлық рекурсив саналымды (р. с.) жиындар үйірінің универсал нөмірлеуі табылатындығы белгілі. Біз барлық дерлік жиындардың үйірлерін, рекурсив жиындардың және барлық дерлік р. с. жиындардың айырымының үйірлері үшін универсал нөмірлеулері табылатын табылмайтын қасиеттерін зерттейміз. Біз барлық рекурсив жиындардың үйірінде универсал нөмірлеу жоқ екенін дәлелдедік. Сондай-ақ, бос элементі жоқ, ақырлы жиындардың ақырлы саны жоқ р. с. жиындардың үйірінде универсал нөмірлеу болатынын көрсеттік. Ал ақырсыз р. с. жиыны жоқ барлық р. с. жиындардың үйіріне келетін болсақ, бұл жағдайда универсал нөмірлеу болмайтынын дәлелдедік. Сондай-ақ, біз  $\Sigma_2^{-1} \setminus B$  және  $\Sigma_1^{-1}$  үйірлерінде кез келген  $B \in \Sigma_2^{-1}$  үшін  $\Sigma_2^{-1}$ -есептелімді нөмірлеу болмайтынын дәлелдедік.

**Тірек сөздер:** есептелімді нөмірлеулер, рекурсив саналымды жиындар, Роджерс жарты торлары, Ершов иерархиясы, универсал нөмірлеулер.

**Нурланбек Д.Д.**

Казахский Национальный университет имени аль-Фараби, 050000, г. Алматы, Казахстан

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

**О СУЩЕСТВОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ НУМЕРАЦИЙ**

**Аннотация.** Данная статья посвящена исследованию свойства существования универсальных нумераций для различных семейств. Говорят, что нумерация  $\alpha$  сводится к нумерации  $\beta$ , если существует вычислимая функция

$f$  такая, что  $\alpha = \beta \circ f$ . Вычислимая нумерация  $\alpha$  для некоторого семейства  $S$  универсальна, если любая вычислимая нумерация  $\beta$  для семейства  $S$  сводится к  $\alpha$ . Хорошо известно, что семейство всех вычислимо перечислимых (в.п.) множеств имеет вычислимую универсальную нумерацию. В данной работе мы изучаем семейства почти всех в.п. множеств, рекурсивные множества и почти все разности в.п. множеств, а именно вопросы о существовании универсальных нумераций для данных семейств. Мы доказали, что для семейства всех рекурсивных множеств не существует универсальной нумерации. Также для семейств в.п. множества без пустого элемента, без конечного числа конечных множеств, все еще есть универсальная нумерация. Что касается семейств всех в.п. множества без бесконечного множества, то в этом случае универсальной нумерации не будет. Также мы доказываем, что семейство  $\Sigma_2^{-1} \setminus B$  и семейство  $\Sigma_1^{-1}$  не имеют универсальной  $\Sigma_2^{-1}$ -вычислимой нумерации для любой  $B \in \Sigma_2^{-1}$

**Ключевые слова:** вычислимые нумерации, вычислимо перечислимые множества, полурешетки Роджерса, иерархия Ершова, универсальная нумерация.

### 1. Introduction

The paper studies computable numberings for different families. In particular, we will investigate families for the existence of computable numberings and universal numberings.

The standard numberings of the family of all c.e. sets and of the family of all unary partial computable functions are denoted by  $\{W_x\}_{x \in \omega}$  and  $\{\varphi_x\}_{x \in \omega}$ , respectively. A binary function  $\langle x, y \rangle$  given by the rule

$$\langle x, y \rangle = \frac{(x + y)^2 + 3x + y}{2}$$

is a bijection of  $\omega^2$  onto  $\omega$ , which is called *Cantor's pairing function*. By  $l$  and  $r$  we denote the uniquely defined functions such that  $\langle l(x), r(x) \rangle = x$ ,  $l(\langle x, y \rangle) = x$ , and  $r(\langle x, y \rangle) = y$  for all  $x, y \in \omega$ . For a finite set  $X$  we denote its cardinality by  $card(X)$ .

Let  $S$  be any countable set. By [1] any surjective mapping of the set of all natural numbers  $\omega$  onto  $S$  is called *numbering* for the family  $S$ .

We say that numbering  $\alpha$  is *computable* if the set  $\{(x, n) : x \in \alpha(n)\}$  is computably enumerable, and by  $Com(S)$  we denote the set of all computable numberings for the family  $S$ . A family  $S$  is called *computable* if  $Com(S)$  is non-empty.

A numbering  $\alpha$  is *reducible to*  $\beta$ , if there exists a computable function  $f$  such that  $\alpha(x) = \beta(f(x))$  for all  $x \in \omega$ , and we denote it as  $\alpha \leq \beta$ .

We say that numberings  $\alpha, \beta$  are equivalent if  $\alpha \leq \beta$  and  $\beta \leq \alpha$ , and denote it as  $\alpha \equiv \beta$ . By  $deg(\alpha)$  we denote the set of all numberings which equivalent to  $\alpha$ , i.e.  $deg(\alpha) = \{\beta : \beta \equiv \alpha\}$ . For family  $S$  the degree structure  $(\{deg(\alpha) : \alpha \in Com(S)\}, \leq)$  is called *Rogers semilattice* of  $S$ . It is important to note that if the Rogers semilattice has the largest element, then the numberings to this degree are called universal. That is, a computable numbering  $\alpha$  of a family  $S$  is called *universal* if  $\beta \leq \alpha$  for all computable numberings  $\beta \in Com(S)$ . More details about the properties of the classical Rogers semilattice can be found, for example, in [1-13].

Later, in [14], it was proposed to generalize the concepts of the Rogers semilattice for various computational classes. In this paper, we will be interested in generalizations for the Ershov hierarchy. Recall here that a set  $A \subseteq \omega$  is in Ershov's hierarchy class  $\Sigma_n^{-1}$  if  $A$  is *n-computably enumerable (n-c.e.)*, i.e., if  $A = \lim_s A_s$  for a uniformly computable sequence of functions  $A_s$  such that  $A_0 = \emptyset$  and for each  $x$ , there are at most  $n$  many  $s$  such that  $A_s(x) \neq A_{s+1}(x)$ . Here, by  $A_s(x)$  we denote the characteristic function for the set  $A_s$ . Furthermore, a set  $A$  is a *difference of computably enumerable sets (d-c.e.)* if  $A$  is 2-c.e., i.e., if  $A$  is of the form  $A_0 \setminus A_1$  for computably enumerable sets  $A_0$  and  $A_1$ .

### 2. Main provisions. Material and methods.

We call a numbering  $\alpha$  for a family  $S$  is  $\Sigma_n^{-1}$ -*computable* (or equivalently, *n-computable*), if the relation  $\{(x, n) : x \in \alpha(n)\}$  is in  $\Sigma_n^{-1}$ . Note that if a family of sets  $S$  has a  $\Sigma_n^{-1}$ -computable numbering, then every set in  $S$  is in  $\Sigma_n^{-1}$ . For a family  $S$  by  $Com_n^{-1}(S)$  we will denote the set of all  $\Sigma_n^{-1}$ -computable numberings for the family  $S$ . The quotient structure of  $Com_n^{-1}(S)$  modulo equivalence of the numberings ordered by the relation reducibility of numberings is also called Rogers semilattice and denote it as  $\mathcal{R}_n^{-1}(S)$ . Similarly, a numbering  $\alpha \in Com_n^{-1}(S)$  is called universal in  $Com_n^{-1}(S)$  if  $\beta \leq \alpha$  for all  $\beta \in Com_n^{-1}(S)$ .

The study of Rogers semilattices in the Ershov hierarchy is interesting because in it a number of unexpected results have been obtained. For example, it was shown in [15] that there is a family  $S$  consisting of just two  $d$ -c.e. sets such that  $Com_2^{-1}(S)$  has no universal numbering, despite the fact that in classical numbering theory every finite family has a universal numbering. Khutoretskii's theorem states that the Rogers semilattice of any family of c.e. sets have either at most one or infinitely many elements [9]. Furthermore, a lemma used in the inductive step of the proof of this theorem demonstrates that, no Rogers semilattice can be partitioned into a principal ideal and a principal filter. But, Badaev and Lempp in [16] show that such decomposition is possible for some family of  $d$ -c.e. sets. The question of whether the full statement of Khutoretskii's Theorem fails for families of  $d$ -c.e. sets remains open. In view of the properties of the F. Stephan operator [17], it suffices to research Rogers semilattices for families of sets at two lower levels in the Ershov hierarchy. Other results on Rogers semilattices in Ershov hierarchy can be found, for example, in [18-26].

In section 2.1, we prove that the following families have no universal computable numberings: the family of all computable sets (theorem 1); for any infinite c.e. set  $A$  the family of all c.e. sets without set  $A$  (theorem 3). In case when  $A$  is a finite set, then the family of all c.e. sets without set  $A$  has a universal computable numbering (theorem 2). From this result in the set of all c.e. sets we can characterize finite sets in terms of Rogers semilattices. Namely, a c.e. set  $A$  is finite iff Rogers semilattice  $\mathcal{R}_1^{-1}(\Sigma_1^{-1} \setminus A)$  has the greatest element (corollary 2). In section 2.2 we focused on  $\Sigma_2^{-1}$ -computable numberings. In particular, we prove that the following families have no universal  $\Sigma_2^{-1}$ -computable numberings: the family of all c.e. sets; for any  $d$ -c.e. set  $A$  the family  $\Sigma_2^{-1} \setminus A$ .

### 3. Results and Discussion

#### 3.1. Computable numberings

This section provides the proofs of existence (or not) of the computable numberings and universal computable numberings for some families of c.e. sets. Let's denote by  $Rec$  the family of all computable sets.

**Theorem 1.** The family  $Rec$  is computable and  $Rec$  has no universal computable numbering.

*Proof.* First of all, we will prove that the family  $Rec$  has a computable numbering (see also [27]). We will construct, step by step, an approximation for numbering  $\nu$  as follow: we present the construction for a fixed number  $e$  and additional, we will construct a computable function  $r$ .

*Step 0.* Assume that  $\nu_0(e) = \emptyset$  and  $r(0) = 0$ .

*Step  $s+1$ .* If  $\forall y \leq r(s) [\varphi_{e,s}(y) \downarrow \in \{0,1\}]$ , then assume that

$$\nu_{s+1}(e) = \{x: x \leq r(s) \ \& \ \varphi_{e,s}(x) = 1\} \text{ and } r(s+1) = r(s) + 1.$$

Otherwise, assume that  $\nu_{s+1}(e) = \nu_s(e)$  and  $r(s+1) = r(s)$ .

The construction's description is complete.

Assume  $\nu(x) = \bigcup_s \nu_s(x)$  for all  $x \in \omega$ .

Now we show that  $\nu$  is a computable numbering for the family  $Rec$ . At first, from construction it is not hard to see that  $\nu$  is computable numbering for some family, i.e.  $\{(x, e): x \in \nu(e)\}$  is c.e.

Let's show that image of  $\nu$  is  $Rec$ . If  $\varphi_e$  is characteristic function, i.e.  $\{0,1\}$ -valued total function, then obvious that  $r(s)$  increases to infinite and  $\nu(e)$  to be a set  $\{x: \varphi_e(x) = 1\}$ . That is  $\nu(e)$  is computable set whose characteristic function is  $\varphi_e$ . If  $\varphi_e$  is not characteristic function, i.e. either  $\{0,1\}$ -valued nor total function, then there is minimal  $n$ , such that  $\varphi_{e,s}(n) \notin \{0,1\}$  or  $\varphi_e(n)$  is undefined. By construction function  $r(s)$  do not increase more than  $n$ , so  $\nu(e)$  remains finite.

For any recursive set  $A$  there is  $e$  such that  $\nu(e) = A$ . So, for the set  $A$  there is its characteristic recursive function  $\varphi_e$ . Since  $\varphi_e$  is  $\{0,1\}$ -valued total function, as discussed above  $\nu(e)$  is a set which characteristic function is  $\varphi_e$ .

Now we will prove that for the family  $Rec$  there is no universal computable numbering.

Assume  $\alpha$  be any computable numbering for the family  $Rec$ . Let  $\{K_s\}_{s \in \omega}$  be a computable approximation for the halting problem. We will define numbering  $\beta$  as follow: for any  $x \in \omega$

$$\beta(2x) = \alpha(x)$$

and define  $\beta(2x+1)$  with the following construction

*Step 0.* Assume  $\beta_0(2x + 1) = \emptyset$  and  $r(0) = 0$ .

*Step  $s+1$ .* If  $\varphi_{x,s}(2x + 1) \downarrow = y$  and  $\beta_s(2x + 1) \cap [0, r(s)] = \alpha_s(y) \cap [0, r(s)]$ , then assume  $\beta_{s+1}(2x + 1) = K_s \cap [0, r(s)]$  and  $r(s + 1) = r(s) + 1$ .

Otherwise,  $\beta_{s+1}(2x + 1) = \beta_s(2x + 1)$  and  $r(s + 1) = r(s)$ .

The construction's description is complete. Assume  $\beta(x) = \bigcup_s \beta_s(x)$ .

Let's show that  $\beta$  is computable numbering for the family *Rec*. Since  $\alpha$  is computable numbering and by construction clear that  $\beta$  is computable numbering for some family. It is clear that  $\beta(2x) \in \text{Rec}$ . Now, let  $x$  be any number. If  $\varphi_x(2x + 1)$  undefined, then by construction  $\beta_s(2x + 1) = \beta_0(2x + 1) = \emptyset$  for all  $s \in \omega$ . So  $\beta(2x + 1) = \emptyset$  which belongs to *Rec*. If  $\varphi_x(2x + 1)$  is defined and equal to some  $y$ , then  $\beta(2x + 1)$  is finite set, because  $\alpha(y) \neq K$ . Really, let  $m$  be the least number such that  $\alpha(y)$  and  $K$  different from each other. Then  $\beta_s(2x + 1) \cap [0, r(s)] \neq \alpha_s(y) \cap [0, r(s)]$  when  $r(s) = m$ . Function  $r(s)$  does not increase more than  $m$ , so  $\beta(2x + 1)$  remains finite.

Now, suppose that  $\beta \leq \alpha$ . Moreover, suppose  $\varphi_e$  is a recursive function which reduces  $\beta$  to  $\alpha$ . It is clear that  $\varphi_e(2e + 1) \downarrow = y$  for some  $y$ . As discussed above there is  $m$  such that  $\beta(2e + 1) \cap [0, m] \neq \alpha(y) \cap [0, m]$ . So  $\beta(2e + 1) \neq \alpha(\varphi_e(2e + 1))$  which contradicts that  $\varphi_e$  reduces  $\beta$  to  $\alpha$ . Hence  $\alpha$  can not be universal computable numbering. Theorem 1 is proved.

Now, we will show that there still be universal computable numbering for a family of all c.e. sets even if we remove any finite set.

**Theorem 2.** Let  $F$  be any finite set and  $S$  be a family of all c.e. sets without  $F$ . Then  $S$  has universal numbering.

*Proof.* By Friedberg's work [3], we know that there is Friedberg numbering for the family of c.e. sets. For instance, if we remove one element from the family, we still can have Friedberg numbering for a given family, we just enumerate them in other way.

The construction of computable universal numbering for the family  $S$  is split into two parts.

Case I. Assume that  $F = \emptyset$ . We construct infinitely many  $\alpha_i(x)$  numberings that enumerates  $W_x$  with the  $\{i\}$ , i.e.  $\alpha_n(x) = W_x \cup \{n\}$ . Lets define the numbering  $\beta$  as follow:

$$\beta(\langle n, x \rangle) = \alpha_n(x).$$

It is not hard to see that  $\beta$  is computable numbering for the family  $S$ .

Now, let  $\nu$  be a computable numbering for the family  $S$ . Since  $S \subseteq \{W_i : i \in \omega\}$  there is computable function  $f$  such that  $\nu(x) = W_{f(x)}$ . Let  $\nu_s$  be a computable approximation for the numbering  $\nu$ . Lets define a function  $h(x)$  as follow:

$$h(x) = l(\mu_s[l(s) \in \nu_s(x)])$$

Since  $\nu(x) \neq \emptyset$  for any  $x$  the function  $h$  is total computable. So numbering  $\nu$  is reducible to  $\beta$  via computable function  $g(x) = \langle h(x), f(x) \rangle$ . Indeed, since  $h(x) \in \nu(x) = W_{f(x)}$  we know that  $\alpha_{h(x)}(f(x)) = W_{f(x)} \cup \{h(x)\} = W_{f(x)}$ . Consequently,  $\nu(x) = W_{f(x)} = \alpha_{h(x)}(f(x)) = \beta(\langle h(x), f(x) \rangle)$ . Which means that  $\beta$  is universal numbering for the family  $S$ .

Case II. Assume that  $F \neq \emptyset$ . For this case universal numbering  $\beta$  we can define as follows: for any  $x$  let  $\beta(x) = \bigcup_s \beta_s(x)$ , where  $\beta_0(x) = \emptyset$  and

$$\beta_{s+1}(x) = \begin{cases} W_{x,s+1}, & \text{if } W_{x,s+1} \neq F; \\ \beta_s(x), & \text{if } W_{x,s+1} = F. \end{cases}$$

Again, let  $\nu$  be a computable numbering for the family  $S$ . As in the previous case there is computable function  $f$  with  $\nu(x) = W_{f(x)}$  for any  $x$ . Since  $\nu(x) \neq F$  there is infinitely many  $s$  such that  $W_{f(x),s} \neq F$ . Then  $\beta(f(x)) = \nu(x)$ . Theorem 2 is proved.

**Corollary 1.** If  $S$  is a family of all c.e. sets without finitely many finite sets, then  $S$  has universal numbering. We can see the change if we remove some infinite set from the family  $S$ .

**Theorem 3.** Let  $F$  be any infinite c.e. set and  $S$  be a family of all c.e. sets without  $F$ . Then  $S$  has no universal numbering.

*Proof.* Proof of this theorem looks like proof of theorem 1. So as not to be repeated, we will only give the construction. Let  $F_s$  be a computable approximation for c.e. set  $F$  and  $\alpha$  be a computable numbering for the family  $S$ . We will define numbering  $\beta$  as follow: for any  $x \in \omega$

$$\beta(2x) = \alpha(x)$$

and define  $\beta(2x + 1)$  with the following construction

*Step 0.* Assume  $\beta_0(2x + 1) = \emptyset$  and  $r(0) = 0$ .

*Step  $s+1$ .* If  $\varphi_{x,s}(2x + 1) \downarrow = y$  and  $\alpha_s(y) = \beta_s(2x + 1)$ , then assume  $\beta_{s+1}(2x + 1) = F_s \cap [0; r(s)]$  and  $r(s + 1) = r(s) + 1$ .

Otherwise, assume  $\beta_{s+1}(2x + 1) = \beta_s(2x + 1)$  and  $r(s + 1) = r(s)$ .

The construction description is complete. Let  $\beta(x) = \cup_s \beta_s(x)$ .

According to previous theorems, in the set of all c.e. sets we can define the notion of "finite sets" in terms of Rogers semilattices.

**Corollary 2.**  $W_e$  is finite set iff there is universal computable numbering for the family  $\{W_i: i \in \omega\} \setminus \{W_e\}$ .

### 3.2. $\Sigma_2^{-1}$ -computable numberings

In this section, we will use the following approximation for  $\Sigma_2^{-1}$ -set.

**Lemma 1.** A set  $B$  is  $\Sigma_2^{-1}$  iff there is  $\{0,1\}$ -valued computable function  $f(x,s)$  such that for all  $x$ , the following conditions is hold:

1.  $B(x) = \lim_s f(x,s)$ , with  $f(x,0) = 0$ ;
2.  $(\{s: f(x,s+1) \neq f(x,s)\}) \leq 2$

here,  $B(x)$  is characteristic function for  $B$ . The function  $f$  is called  $\Sigma_2^{-1}$ -approximation for the set  $B$ .

**Theorem 4.** Let  $B$  be a  $\Sigma_2^{-1}$ -set. Then the family  $S = \Sigma_2^{-1} \setminus \{B\}$  has no universal numbering in  $Com_2^{-1}(S)$ .

*Proof.* Let  $\nu \in Com_2^{-1}(S)$  be any numbering. We will construct a numbering  $\beta \in Com_2^{-1}(S)$  such that  $\beta \not\leq \nu$ . Let  $f_B(x,s)$  be a  $\Sigma_2^{-1}$ -approximation for  $B$ . Let  $f_\nu(x,y,s)$  be a  $\Sigma_2^{-1}$ -approximation for numbering  $\nu$ . We define a  $\Sigma_2^{-1}$ -approximation  $f_\beta(x,y,s)$  for numbering  $\beta$  as follow: for all  $x,y,s$  assume

$$f_\beta(2x, y, s) = f_\nu(x, y, s),$$

and define  $f_\beta(2x + 1, y, s)$  with the following construction.

*Step 0.* Assume  $f_\beta(2x + 1, z, 0) = 0$  for all  $x,z$  and  $r(x,0) = 0$ .

*Step  $s+1$ .* Let  $x = l(s)$ . If  $\varphi_{x,s}(2x + 1) \downarrow = y$  and  $f_\beta(2x + 1, z, s) = f_\nu(y, z, s)$  for all  $z \leq r(x,s)$ , then for all  $z \leq r(x,s)$  set  $f_\beta(2x + 1, z, s + 1) = f_B(z, s + 1)$  and  $r(x, s + 1) = r(x, s) + 1$ .

Otherwise, assume  $f_\beta(2x + 1, z, s + 1) = f_\beta(2x + 1, z, s)$  and  $r(x, s + 1) = r(x, s)$ .

Construction description is complete. Assume that,  $\beta(x)(y) = \lim_s f_\beta(x, y, s)$ .

It is not hard to see that  $f_\beta(x, z, 0) = 0$  for all  $x,z$ , and  $card(\{s: f_\beta(x, z, s + 1) \neq f_\beta(x, z, s)\}) \leq 2$  because the function  $\lambda s. f_\beta(2x + 1, z, s)$  can change its value just because changes value  $\lambda s. f_B(z, s)$ .

In the case when  $B$  is finite the construction undergoes a few changes: assume that  $f_B(x, s) = \chi_B(x)$  for all  $x,s$ . In this case at step 0 we start from the set  $\omega$  instead  $\emptyset$  (this means we assume  $f_\beta(2x + 1, z, 0) = 1$  for all  $x,z$ ).

Now, suppose that  $\mu \leq \nu$ , then there is total computable function  $\varphi_e$  such that  $\mu(x) = \nu(\varphi_e(x))$  for all  $x$ . On strength of  $\mu \leq \nu$  via  $\varphi_e$  follows  $\mu(2e + 1) = \nu(y)$  for  $y = \varphi_e(2e + 1)$ . Since for any  $z$  there is infinitely many  $s$  such that  $f_\beta(2e + 1, z, s) = f_\nu(y, z, s)$  the function  $\lambda s. r(e, s)$  is increase to infinite, so

$$\lim_s f_\nu(y, z, s) = \lim_s f_\beta(2e + 1, z, s) = \lim_s f_B(z, s)$$

for all  $z$ . Hence  $\nu(y) = B$ . This is impossible, because  $\nu$  is numbering for family which does not contains the set  $B$ . Theorem 4 is proved.

**Corollary 3.** The family  $\Sigma_1^{-1}$  has no universal numbering in  $Com_2^{-1}(\Sigma_1^{-1})$ .

For proof the corollary 3 enough to take any proper  $\Sigma_1^{-1}$ -c.e. set instead of  $B$  in the construction of the theorem 4.

### 3. Conclusion

In conclusion, we proved that there is no universal numbering for the family of all recursive sets. Also, for families of c.e. sets without an empty element, without a finite number of finite sets, there is still a universal numbering. As for the families of all c.e. sets without an infinite set, then in this case there will be no universal numbering. We proved that family  $\Sigma_2^{-1} \setminus \{B\}$  and the family  $\Sigma_1^{-1}$  has no universal  $\Sigma_2^{-1}$ -computable numbering for any  $B \in \Sigma_2^{-1}$ .

### 4. Acknowledgments

The work of the authors is supported by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan, grant AP08856834 “Problems on Rogers semilattices of families of sets in the first and second levels of the Ershov hierarchy”.

## REFERENCES

- 1 Yu. L. Ershov. (1977) Theory of Numerations, Nauka, Moscow. (In Russian)
- 2 Badaev S.A., Goncharov S.S. Theory of numberings: open problems. // Computability Theory and Its Applications, Amer. Math. Soc., Providences, 2000, pp. 23–38.
- 3 Friedberg, R.M. Three theorems on recursive enumeration. I. Decomposition. II. Maximal set. III. Enumeration without duplication. J. Symb. Log. 23, 309–316 (1958)/
- 4 Badaev S.A. On minimal enumerations, Siberian Adv. Math., 1992, v. 2, no. 1, pp. 1–30.
- 5 Badaev S.A. On cardinality of semilattices of numberings of non-discrete families, Sib. Math. J., 1993, v. 34, no. 5, pp. 795–800.
- 6 Badaev S.A. Minimal numberings of positively computable families/ Algebra and Logic, 1994, v. 33, no. 2, pp. 131–141.
- 7 Goncharov S.S., Badaev S.A. Families with one-element Rogers semi-lattice. Algebra and Logic, 1998, v. 37, no. 1, pp. 21–34.
- 8 Khutoretsky A.B. Two existence theorems for computable numerations. Algebra i Logika, 1969, v. 8, no. 4, pp. 484–492. (In Russian).
- 9 Khutoretsky A.B. On the cardinality of the upper semilattice of computable numberings, Algebra and Logic, 1971, v. 10, no. 5, pp. 348–352.
- 10 Rogers H. Godel numberings of partial computable functions. J. Symbolic Logic, 1958, v. 23, no. 3, pp. 49–57.
- 11 Selivanov V.L. Enumerations of families of general recursive functions. Algebra and Logic, 1976, v. 15, no. 2, pp. 128–141.
- 12 Selivanov V.L. Two theorems on computable enumerations. Algebra and Logic, 1976, v. 15, no. 4, pp. 297–306.
- 13 Badaev S.A., Goncharov S.S., Sorbi A. "Isomorphism types of Rogers semilattices for families from different levels of the arithmetical hierarchy. Algebra and Logic, 45:6 (2006), 361–370.
- 14 Goncharov S.S. and Sorbi A. Generalized computable numerations and nontrivial Rogers semilattices. Algebra and Logic, 36, no. 6, 359–369 (1997).
- 15 Abeshev K.Sh. On the existence of universal numberings for finite families of d.c.e. sets, Math. Log. Quart. 60, no. 3, 161–167 (2014).
- 16 Badaev S.A., Lempp S. A decomposition of the Rogers semilattice of a family of d.c.e. sets, The Journal of Symbolic Logic, v. 74, no 2, 2009.
- 17 I. Herbert, S. Jain, S. Lempp, M. Mustafa, and F. Stephan. Reductions between types of numberings, Ann. Pure Appl. Log., 170, no. 12 (2019), article 102716, pp. 1–25.
- 18 Abeshev K.Sh., Badaev S.A., Mustafa M. Families without minimal numberings, Algebra and Logic, v. 53, no 4, 2014.
- 19 Badaev S.A., Kalmurzayev B.S., Mukash N., Mustafa M. One-element Rogers semilattices in the Ershov hierarchy, Algebra and Logic, v. 60, no 4, 2021.

- 20 Badaev S.A., Mustafa M., Sorbi A. Friedberg numberings in the Ershov hierarchy, Arch. Math. Logic, v. 54, 2015.  
21 Badaev S.A., Mustafa M., Sorbi A. Rogers semilattices of families of two embedded sets in the Ershov hierarchy, Mathematical Logic Quarterly, v. 58, no 4–5, 2012.  
22 Badaev S.A. and Talasbaeva Zh.T. Computable numberings in the hierarchy of Ershov, Mathematical Logic in Asia, S. S. Goncharov (Ed.), World Scientific, NJ, 17–30 (2006).  
23 Kalmurzayev B.S. Embeddability of the semilattice  $L_m$  in Rogers semilattices, Algebra and Logic, v. 55, no 3, 2016.  
24 Mustafa M., Sorbi A. Positive undecidable numberings in the Ershov hierarchy, Algebra and Logic, v. 50, no 6, 2012.  
25 Ospichev S.S. Properties of numberings in various levels of the Ershov hierarchy, Journal of Mathematical Sciences, v. 188, no 4, 2013.  
26 Ospichev S.S. Friedberg numberings in the Ershov hierarchy, Algebra and Logic, v. 54, no 4, 2015.  
27 Odifreddi P. Classical Recursion Theory, Elsevier, Amsterdam, 1989.

### Information about author

#### Nurlanbek Dias Daurenuly

Master student, Kazakh National University named after al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.

ORCID ID: 0000-0002-1275-1413

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

### Автор туралы мәліметтер

#### Нұрланбек Диас Дәуренұлы

Магистрант, әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, Қазақстан.

ORCID ID: 0000-0002-1275-1413

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

### Информация об авторе

#### Нурланбек Диас Дауренулы

Магистрант, Казахский Национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан.

ORCID ID: 0000-0002-1275-1413

E-mail: nurlanbek.dias21@gmail.com

УДК 620.193.2; 620.193.92

МРНТИ 73.39.97

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-21-29>

**Дидух А.Г., Абдухалыков Д.Б.,\* Омирбеков С.Н., Имашев Б.А., Атымтаева Б.К.**

Филиал «Центр исследований и разработок АО «Казтрансойл» 050000, г.Алматы, Казахстан

\*E-mail: [d.abdukhalikov@kaztransoil.kz](mailto:d.abdukhalikov@kaztransoil.kz)

## **СОЗДАНИЕ МОДЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ВНЕШНЕЙ И ВНУТРЕННЕЙ КОРРОЗИИ ТРУБНОЙ СТАЛИ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ**

**Аннотация.** В статье представлено описание модельной лабораторной установки для проведения исследований гидродинамических параметров, испытаний гелевых поршней, присадок и ингибиторов, исследований внешней и внутренней коррозии трубной стали, работы системы электрохимической защиты, состава и свойств грунта. Особенностью установки является ее многозадачность с широким спектром одновременных и отдельных исследований с моделированием технологии трубопроводного транспорта. Степень влияния присадок на реологические параметры или ингибиторов коррозии, оценку внутренней коррозии проводят в испытываемой среде: нефти/нефтемеси/воде/нефтеводяной смеси. Исследования активности внешней коррозии на трубопровод проводят путем подбора параметров работы системы ЭХЗ и состояния, качества защитного покрытия на участке трубопровода, погруженного в грунт. При этом возможно применение грунтов с разнообразных участков трубопроводов с различной коррозионной активностью, а также изменение их физико-химических свойств – влажности, содержания солей. Представлены предварительные данные влияния влажности грунта на его удельное электрическое сопротивление и скорость коррозии металла, результаты которых коррелируют с полевыми исследованиями.

Дальнейшие исследования позволят воспроизводить условия, приближенные к реальным, при транспортировке нефти и воды с целью оценки и определения оптимальных режимов транспортировки и технологии защиты трубопроводов от коррозии для достижения оптимальных технико-экономических показателей для производства.

**Ключевые слова:** модельный лабораторный стенд, трубопровод, реология, ингибиторы, электрохимическая защита, грунт.

**Дидух А.Г., Абдухалыков Д.Б.,\* Омирбеков С.Н., Имашев Б.А., Атымтаева Б.К.**

«Казтрансойл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы 050000, Алматы қ., Қазақстан

\*E-mail: [d.abdukhalikov@kaztransoil.kz](mailto:d.abdukhalikov@kaztransoil.kz)

## **ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖАҒДАЙДА ҚҰБЫР БОЛАТЫНЫҢ СЫРТҚЫ ЖӘНЕ ІШКІ КОРРОЗИЯСЫНА ЗЕРТТЕУЛЕР ЖҮРГІЗУГЕ АРНАЛҒАН МОДЕЛЬДІК ҚОНДЫРҒЫ ЖАСАУ**

**Аннотация.** Мақалада гидродинамикалық параметрлерді зерттеу, гель поршеньдерін, қоспалар мен ингибиторларды сынау, болат құбырдың сыртқы және ішкі коррозиясын зерттеу, электрохимиялық қорғаныс жүйесінің жұмысы, топырақтың құрамы мен қасиеттері үшін құбырдың зертханалық қондырғысының сипаттамасы берілген.

Қондырғының ерекшелігі оның құбыр тасымалдау технологиясын имитациялайтын кең ауқымды бір мезгілде және бөлек зерттеулер спектрімен көп мақсаттылығы болып табылады. Қосымдардың реологиялық параметрлерге немесе коррозия ингибиторларына әсер ету дәрежесі, ішкі коррозияны бағалау зерттелетін ортада – мұнай-мұнай-қоспасы-су-мұнай-су қоспасында жүргізіледі. Құбырдағы сыртқы коррозияның белсенділігін зерттеу ЭХҚ жүйесі жұмысының параметрлерін және жерге бағырылған құбыр учаскесіндегі қорғаныс жабынының күйі мен сапасын таңдау арқылы жүзеге асырылады. Бұл жағдайда әртүрлі коррозиялық белсенділігі бар

құбырлардың түрлі учаскелеріндегі топырақты қолдану, сондай-ақ олардың физикалық-химиялық қасиеттерін, ылғалдылығын, тұздылығын өзгертуге болады. Топырақ ылғалдылығының оның электрлік кедергісіне және металдың коррозиясының жылдамдығына әсері туралы алдын ала деректер келтірілген, олардың нәтижелері далалық зерттеулермен сәйкес келеді.

Одан әрі зерттеулер өндірістің оңтайлы техникалық-экономикалық көрсеткіштеріне қол жеткізу мақсатында тасымалдаудың оңтайлы режимдерін және құбырларды коррозиядан қорғау технологияларын бағалау және анықтау мақсатында мұнай мен суды тасымалдау кезінде нақты жағдайға жақындатылған жағдайларды келтіруге мүмкіндік береді.

**Тірек сөздер:** модельді зертханалық стенд, құбыр, реология, ингибиторлар, электрохимиялық қорғаныс құралдары, топырақ.

**Didukh A.G., Abdukhaly`kov D.B.,\* Omirbekov S.N., Imashev B.A., Aty`mtaeva B.K.**

Branch “Research and development centre “Kaztransoil” JSC 050000, Almaty, Kazakhstan

\*E-mail: d.abdukhalykov@kaztransoil.kz

## CREATION OF A MODEL INSTALLATION FOR CONDUCTING STUDIES OF EXTERNAL AND INTERNAL CORROSION OF PIPE STEEL IN LABORATORY CONDITIONS

**Abstract.** The article describes a model laboratory installation for conducting studies of hydrodynamic parameters, testing of gel pistons, additives and inhibitors, studies of external and internal corrosion of pipe steel, operation of the electrochemical protection (ECP) system, soil composition and properties. A feature of the installation is its multitasking with a wide range of simultaneous and separate studies, simulating the technology of pipeline transport. The degree of influence of additives on rheological parameters or corrosion inhibitors, the assessment of internal corrosion is carried out in the test medium - oil / oil mixture / water / oil-water mixture. Studies of the activity of external corrosion on the pipeline are carried out by selecting the parameters of the ECP system and the state and quality of the protective coating on the pipeline section immersed in the ground. In this case, it is possible to use soils from various sections of pipelines with different corrosive activity, as well as changes in their physical and chemical properties - humidity, salt content. Preliminary data on the influence of soil moisture on its electrical resistivity and metal corrosion rate are presented, the results of which correlate with field studies.

Further research will make it possible to reproduce conditions close to real during the transportation of oil and water in order to assess and determine the optimal modes of transportation and technologies for protecting pipelines from corrosion in order to achieve optimal technical and economic indicators for production.

**Key words:** model laboratory installation, pipeline, rheology, inhibitors, electrochemical protection, soil

**Введение.** Транспортирование жидких и газообразных сред посредством трубопроводов является одной из объемных и надежных путей доставки. В природе металлические конструкции подвергаются коррозионным процессам, и трубопроводы не являются исключением. В нашей работе рассмотрим воздействие внешней коррозии на подземные трубопроводы. Так, в статье [1] представлен обзор механизмов коррозии и разрушения подземных газопроводов и нефтепроводов, таких как водородное растрескивание (НІС), водородное охрупчивание (НЕ), коррозионная усталость (СF), коррозионное растрескивание под напряжением (SCC) и микробиологическая коррозия (МІС). Также подробно рассмотрены и проанализированы факторы, влияющие на внешнюю коррозию, и возможные формы растрескивания трубных сталей в грунте под действием окружающей среды (ЕАС).

В работе [2] представлены факторы развития внешней коррозии, которыми являются атмосферные осадки, температура, топография, распределение влаги, размер частицы грунта, классификация почвы, насыщенность влаги, удельное сопротивление, рН и химический состав компонентов грунтов (хлориды, сульфаты, бикарбонаты). Влажность является многомасштабным параметром и используется для характеристики, количественного определения и моделирования процессов коррозии. Далее подземный трубопровод рассматривается как электрохимическая система ввиду того, что в полевых условиях образуются элементы электрохимической ячейки с анодами и катодами, распределенными по поверхности металлического трубопровода. Почва обеспечивает ионную проводящую среду для катионов и анионов, а металлическая непрерывность создает короткий путь между анодами и катодами, что приводит к разности потенциалов внутри металлической конструкции, погруженной в грунт. Катодные агенты в основном состоят из кислорода, растворенного в воде (электролит) или влажном

грунте. Исследования движения воды и растворенных веществ в грунте и транспорта кислорода сквозь грунт рассмотрены в [3].

Результаты исследований авторов [4] показывают, что коррозия стали зависит от толщины слоя грунта, при этом максимальная скорость коррозии регистрируется под слоем грунта толщиной 5 мм за счет конкурентного влияния блокирующего действия слоя грунта и его влагоудерживающей способности на коррозию. Так, коррозия ускоряется с увеличением толщины грунта из-за возрастания количества воды. При дальнейшем увеличении мощности грунтового слоя начинает преобладать блокирующее влияние грунта на диффузию коррозионно-активных веществ.

**Основная часть.** С целью выявления закономерностей развития коррозионных процессов на магистральных трубопроводах, а также разработки в дальнейшем научно обоснованных технических решений по совершенствованию мер предупреждения развития коррозии, основанных на эффективном регулировании средств противокоррозионной защиты (изоляция, система электрохимзащита - ЭХЗ, ингибиторы и т.д.), разработана и изготовлена лабораторная установка для моделирования технологий трубопроводного транспорта (рисунок 1).

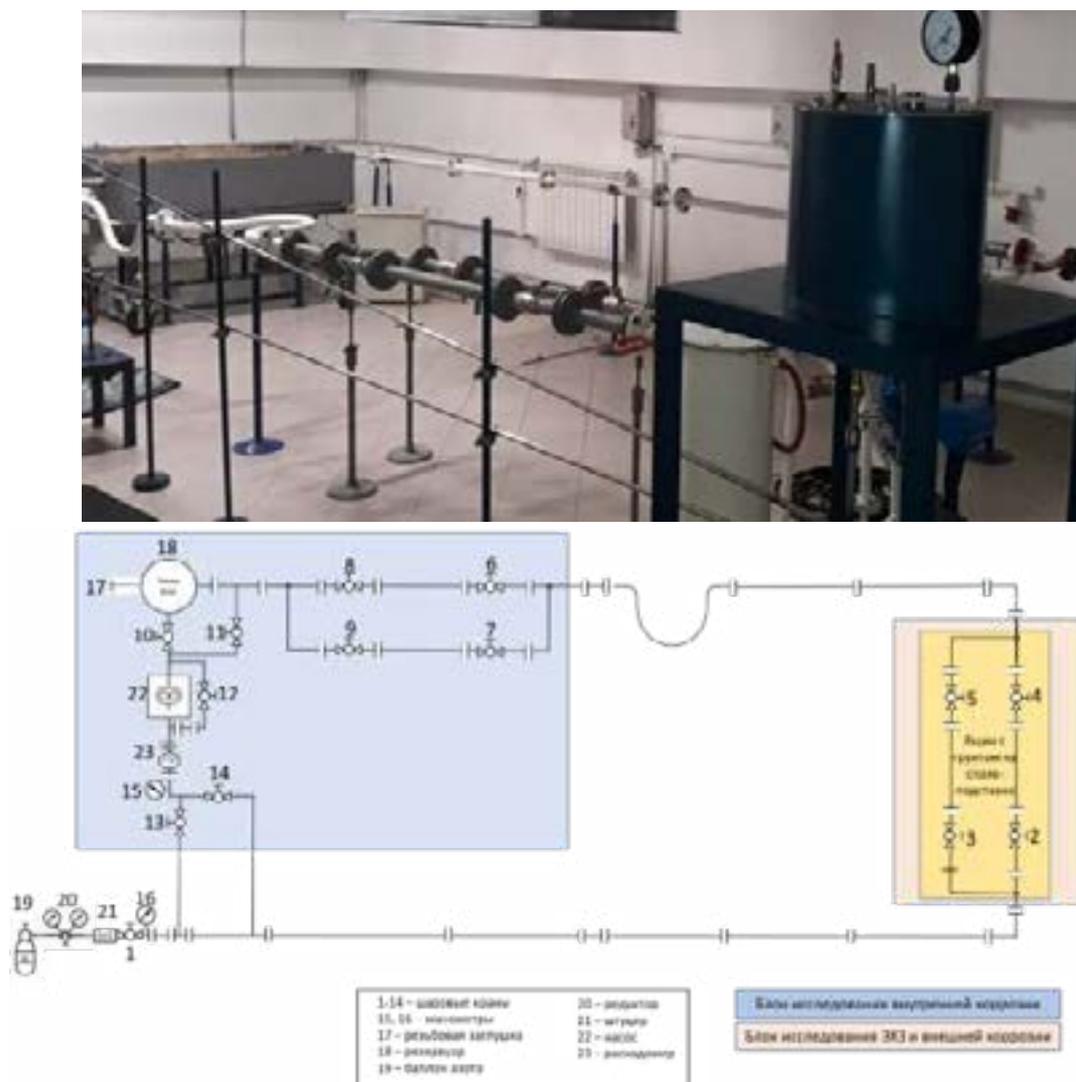


Рисунок 1 – Внешний вид и принципиальная схема лабораторной установки для моделирования технологий трубопроводного транспорта

Данная установка состоит из нескольких блоков и предназначена для моделирования технологий и процессов трубопроводного транспорта и исследований процессов внутренней и внешней коррозии, гидродинамических испытаний (противотурбулентные присадки), исследований технологий физико-химического воздействия на нефть (режимы транспортировки, депрессорные присадки, гелевые поршни).

Задачей установки является наработка оптимальных технологических параметров при:

- испытании режимов транспортировки нефти/воды;
- испытании присадок в нефти, предназначены для исследования влияния различных депрессорных присадок на реологические параметры транспортируемой нефти/нефтесмеси;
- оценке эффективности противотурбулентных присадок на гидродинамической установке;
- испытании и исследовании свойств гелевых поршней при имитации функции работы трубопровода.
- коррозионных исследованиях внутренней коррозии путем экспозиции образцов-свидетелей (гравиметрический метод) и для проведения измерений скорости коррозии при определении агрессивности перекачиваемых рабочих сред по величине сопротивления датчиков коррозии (электрохимический метод). С целью определения интенсификации внутренней коррозии и определения эффективности применяемых мер (ингибиторы коррозии) по защите от коррозии трубопровода;
- коррозионных исследованиях внешней коррозии в зависимости от свойств, состояния, наличия грунтов, изоляционных покрытий трубопровода, электродов сравнения, блуждающих токов при различных параметрах работы блока электрохимзащиты и подборе оптимальных параметров ЭХЗ. С целью оптимизации мер по защите нефтепроводов/водоводов от коррозии;
- проведении опытно-промышленных испытаний реагентов (ингибиторы парафиноотложения, депрессорные/реологические присадки, противотурбулентные присадки, ингибиторы коррозии) или технологий, используемых в трубопроводном транспорте нефти/воды с последующей рекомендацией о возможности их применения в промышленных условиях.

Далее рассмотрены в качестве противокоррозионных мер защиты от внешней коррозии блок электрохимзащиты и исследование грунта.

Блок электрохимзащиты предназначен для коррозионных и электрометрических исследований, представляет собой модель системы катодной защиты трубопровода и состоит из станции катодной защиты (далее – СКЗ), анодного заземлителя (далее – АЗ) и защищаемой линейной части трубопровода. Для исследований внешней коррозии предусмотрен участок линейной части трубопровода с линией байпаса. Все фланцевые соединения на шаровых кранах 2-5 имеют изолирующие прокладки, изолирующие втулки и шайбы на болтовых соединениях фланцев для возможности проведения исследований катодной защиты на отдельных участках. Установлена регулируемая подставка для поддержки емкости с грунтом, в который помещается участок трубы с байпасом. Смену грунта производят механическим путем. В случае необходимости путем вращения механизма на подставке снижают емкость с грунтом ниже уровня линейной части трубопровода. Трубопровод имеет фланцевое соединение для отсечения защитных токов от основного трубопровода, а также для исследования эффективности работы диэлектрических прокладок, втулок и шайб при электрохимической защите трубопроводов. Напряжение в СКЗ подбирается в зависимости от величины плотности тока, которая соответственно коррелирует со значениями переходного сопротивления между трубой и электролитической средой, а также коррозионной активностью грунтов.

#### **Материалы и методы**

В соответствии с требованиями нормативных документов [5, 6] условия экспериментов подобраны таким образом, чтобы приблизиться к реальным производственным условиям эксплуатации. В исследованиях применяли образцы-свидетели, изготовленные из металла трубопровода, а также поверненное оборудование.

Как видно из рисунка 2, для экспериментов подготовлена электрохимическая ячейка, заполненная средой (грунтом), а также электрод сравнения и коррозиметр (Монитор, Эксперт) для снятия показаний скорости коррозии. В грунте находится изолированный (Поликеном) трубопровод, образцы-свидетели, анодные заземлители (в нашем случае металлические стержни), разность потенциалов создается с помощью источника постоянного тока или СКЗ.

В исследованиях магистральных трубопроводов для определения удельного электрического сопротивления грунта (УЭСГ) производилось шурфование и отбор проб на глубине прокладки трубопровода с интервалами от 50 до 200 мм и на расстоянии от 0,5 до 0,7 м от боковой стенки трубы.



Рисунок 2 – Общий вид блока ЭХЗ модельной установки

«При исследовании применяли следующие средства контроля и вспомогательные устройства:

- источник постоянного тока;
- миллиамперметр класса точности не ниже 1,5 с диапазонами 200 или 500 мА;
- вольтметр с входным сопротивлением не менее 1 Мом;
- модельный стенд с принципиальной эл. схемой ( рисунок 3а).
- электроды внешние (А, В) размером 44×40 мм (40 мм - высота электрода) в виде прямоугольных пластин (из стали) с ножкой, к которым крепились проводники-токоподводы, при этом одна сторона каждой пластины ячейки изолировалась;
- электроды внутренние (М, N) из медной проволоки диаметром от 1 до 3 мм и длиной на 10 мм больше высоты ячейки;
- шкурка шлифовальная;
- вода дистиллированная;
- ацетон» [5].

Отобранную пробу песчаных грунтов увлажняли до полного влагонасыщения, а глинистых – до достижения мягкопластичного состояния. Затем поверхность электродов чистили абразивным материалом, обезжиривали и промывали дистиллированной водой. Установку внешних и внутренних электродов проводили, как показано на рисунке 3. УЭСГ измеряется по четырехэлектродной схеме (рисунок 3 б, в). Внешние электроды с поверхностью  $S_p$  м<sup>2</sup> поляризовали током  $I_1$  и измеряли падение напряжения  $V_1$  между двумя внутренними электродами при расстоянии  $I_{MN}$  между ними. Электрическое сопротивление грунта  $R_{гп}$ , Ом, определяли по формуле (1)

$$R_{гп} = \frac{V_1}{I_1} \quad (1)$$

где  $V_1$  - падение напряжения между двумя внутренними электродами, В;  $I_1$  - сила тока в ячейке, А.

$\rho$ , Ом·м - УЭСГ высчитывают по формуле

$$\rho = \frac{R_{гп} \times S_p}{R_{MN}} \quad (2)$$

где  $R_{MN}$  – расстояние между внутренними электродами, м.

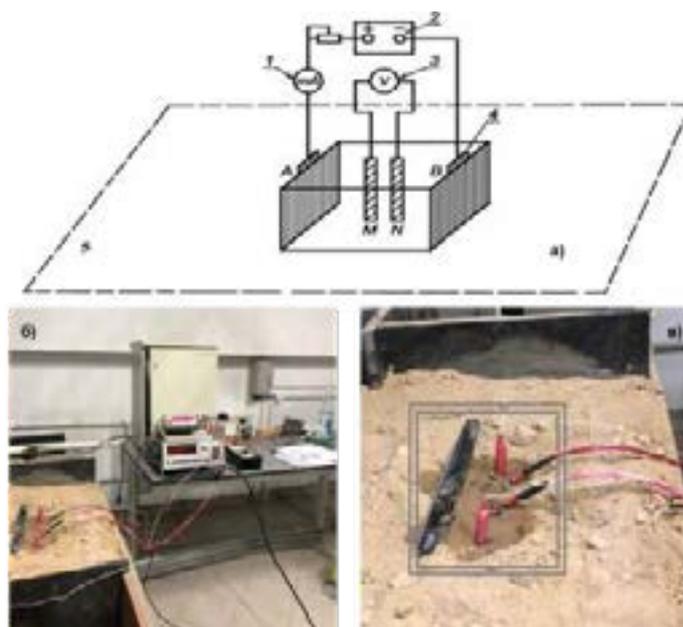


Рисунок 3 – Схематический и общий вид установки для определения УЭСГ в лабораторных условиях

### Результаты и обсуждение

Изменение скорости коррозии трубной стали и удельного сопротивления грунта в зависимости от его влажности представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Зависимость скорости коррозии металла (17Г1С) от степени влажности грунта

№ п/п	Влажность грунта, %	Скорость коррозии металла, мм/год		Удельное сопротивление грунта, Ом·м
		Грунт* + Раствор 3% NaCl + 3% Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	Грунт *	Грунт *
1	15,2	0,908	0,076	0,78
2	9,1	0,651	0,025	
3	4,2	0,509	0,010	
4	1,02	0,292	0,03	
5	0,86	0,208	0,01	3341,3

\* – 1. Электропроводность – 856,4 мс/см  
 2. рН – 7,11  
 3. Сульфаты – 3,26 ммоль на 100 г почвы = 0,16 %  
 4. Хлориды – 6,5 ммоль на 100 г почвы = 0,23 %  
 5. Бикарбонаты: – 0,4 ммоль на 100 г почвы = 0,024 %

Для определения скорости коррозии металла в грунте в лабораторных условиях имитировали две коррозионные среды: одна без добавления солей, вторая с добавлением 3% NaCl и 3% Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>. В обоих случаях влажность грунта довели до 0,86% и до 15,2%. Как видно из таблицы 1, скорость коррозии металла увеличивается с повышением влажности грунта. При влажности грунта 15,2% наибольшие значения скорости коррозии (0,908 мм/год) наблюдаются в среде, где добавлен солевой раствор.

**Заключение.** Представленные результаты коррелируют с результатами полевых исследований и физико-химических анализов грунтов, отобранных в шурфах на МН, свидетельствуют о том, что большое содержание основных коррозионных компонентов (таких как хлорид и сульфат-ионов) в почве в совокупности с высокими значениями влажности приводит к увеличению скорости коррозии металла. Данные результаты показывают применимость лабораторной установки для моделирования технологий трубопроводного транспорта для выявления закономерностей развития коррозионных процессов на магистральных трубопроводах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Muhammad Wasima, Milos B. Djukic. External corrosion of oil and gas pipelines: A review of failure mechanisms and predictive preventions // Journal of Natural Gas Science and Engineering. Volume 100. April 2022. 104467.
- 2 Changkyu Kima, Lin Chena, Hui Wang, Homero Castaneda. Global and local parameters for characterizing and modeling external corrosion in underground coated steel pipelines: A review of critical factors // Journal of Pipeline Science and Engineering journal. Volume 1. Issue 1. March 2021. P. 17–35.
- 3 Cole I.S., Marney D. The science of pipe corrosion: A review of the literature on the corrosion of ferrous metals in soils // Corrosion Science. Volume 56. March 2012. P. 5–16.
- 4 Hongwei Liu, Yuning Dai, Y. Frank Cheng. Corrosion of underground pipelines in clay soil with varied soil layer thicknesses and aerations // Arabian Journal of Chemistry. Volume 13. Issue 2. February 2020. P. 3601–3614.
- 5 ГОСТ 9.602 – 2016. Единая система защиты от коррозии и старения. Сооружения подземные. Общие требования к защите от коррозии.
6. СТ. РК ГОСТ Р 51164-2005 (ГОСТ Р 51164-98, IDT). Трубопроводы стальные магистральные. Общие требования к защите от коррозии.

REFERENCES

- 1 Muhammad Wasima, Milos B. Djukic. External corrosion of oil and gas pipelines: A review of failure mechanisms and predictive preventions // Journal of Natural Gas Science and Engineering. Volume 100. April 2022. 104467.
- 2 Changkyu Kima, Lin Chena, Hui Wang, Homero Castaneda. Global and local parameters for characterizing and modeling external corrosion in underground coated steel pipelines: A review of critical factors // Journal of Pipeline Science and Engineering journal. Volume 1. Issue 1. March 2021. P. 17–35.
- 3 Cole I.S., Marney D. The science of pipe corrosion: A review of the literature on the corrosion of ferrous metals in soils // Corrosion Science. Volume 56. March 2012. P. 5–16.
- 4 Hongwei Liu, Yuning Dai, Y. Frank Cheng. Corrosion of underground pipelines in clay soil with varied soil layer thicknesses and aerations // Arabian Journal of Chemistry. Volume 13. Issue 2. February 2020. P. 3601–3614.
- 5 GOST 9.602 – 2016. Edinaja sistema zashhity ot korrozii i starenija. Sooruzhenija podzemnye. Obshhie trebovanija k zashhite ot korrozii.
6. ST. RK GOST R 51164-2005 (GOST R 51164-98, IDT). Truboprovody stal'nye magistral'nye. Obshhie trebovanija k zashhite ot korrozii.

**Информация об авторах**

**Дидух Александр Геннадьевич**

Кандидат химических наук, заместитель директора, филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан  
 ORCID ID: 0000-0002-7626-6580  
 E-mail: a.didukh@kaztransoil.kz

**Абдухалыков Дамир Бакытович** (автор для корреспонденции)

Кандидат химических наук, руководитель лаборатории коррозии, филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек-жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан  
 ORCID: 0000-0001-7023-947X  
 E-mail: d.abdukhalykov@kaztransoil.kz

**Омирбеков Султан Нуржакыпович**

Научный сотрудник лаборатории физико-химических исследований, филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек-жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан  
 ORCID ID: 0000-0002-8972-0092  
 E-mail: s.omirbekov@kaztransoil.kz

**Имашев Бауржан Аскарбекович**

Научный сотрудник лаборатории коррозии, филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек-жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан  
 ORCID ID: 0000-0003-3044-7586  
 E-mail: bimashev@kaztransoil.kz

**Атымтаева Бекзат Кенесарыевна**

Техник-лаборант лаборатории физико-химических исследований, филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», Жібек-жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID: 0000-0001-8960-9047

E-mail: b.atymtaeva@kaztransoil.kz

**Авторлар туралы мәліметтер**

**Дидух Александр**

Химия ғылымдарының кандидаты, директордың орынбасары, «КазТрансОйл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-7626-6580

E-mail: a.didukh@kaztransoil.kz

**Абдухалыков Дамир (корреспонденция авторы)**

Химия ғылымдарының кандидаты, тоттану зертханасының басшысы, «КазТрансОйл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0001-7023-947X

E-mail: d.abdukhalykov@kaztransoil.kz

**Өмірбеков Сұлтан**

Физика-химиялық зерттеулер зертханасының ғылыми қызметкері, «КазТрансОйл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-8972-0092

E-mail: s.omirbekov@kaztransoil.kz

**Имашев Бауржан**

Тоттану зертханасының ғылыми қызметкері, «КазТрансОйл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0003-3044-7586

E-mail: bimashev@kaztransoil.kz

**Атымтаева Бекзат**

Физика-химиялық зерттеулер зертханасының техник-зертханашысы, «КазТрансОйл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID: 0000-0001-8960-9047

E-mail: b.atymtaeva@kaztransoil.kz

**Information about authors**

**Didukh Aleksandr**

Ph.D., Deputy Director, Branch “Research and Development Center of JSC “KazTransOil”, Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: a.didukh@kaztransoil.kz

ORCID ID: 0000-0002-7626-6580

**Abdukhalykov Damir (corresponding author)**

Ph.D., Head of the Laboratory of Corrosion, Branch “Research and Development Center of KazTransOil JSC”, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: d.abdukhalykov@kaztransoil.kz

ORCID ID: 0000-0001-7023-947X

**Omirbekov Sultan**

Research Fellow of the Laboratory of Physical and Chemical Research, Branch “Research and Development Center of KazTransOil JSC”, Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: s.omirbekov@kaztransoil.kz

ORCID ID: 0000-0002-8972-0092

**Imashev Baurzhan**

Research Fellow of the Laboratory of Corrosion, Branch “Research and Development Center of KazTransOil JSC”, Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: bimashev@kaztransoil.kz

ORCID ID: 0000-0003-3044-7586

**Atymtayeva Bekzat**

Laboratory Technician of the Laboratory of Physical and Chemical Research, Branch “Research and Development Center of KazTransOil JSC”, Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

E-mail: b.atymtaeva@kaztransoil.kz

ORCID ID: 0000-0001-8960-9047

УДК 553.982

МРНТИ 53.03.15

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-30-37>

**Дидух А.Г., Габсаттарова Г.А., Боранбаева Л.Е., Благих Е.В.\***

Филиал «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», 050000, г. Алматы, Казахстан

\*E-mail: e.blagikh@rdc.kaztransoil.kz

### **ВЛИЯНИЕ СОСТАВА И ТЕМПЕРАТУРЫ ПОДОГРЕВА НА ТЕКУЧЕСТЬ СМЕСИ НЕФТИ ЗАПАДНОКАЗАХСТАНСКИХ/МАНГЫШЛАКСКИХ/АКТЮБИНСКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ И НЕФТИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ КУМКОЛЬСКОЙ ГРУППЫ, ОБРАБОТАННЫХ ДЕПРЕССОРНОЙ ПРИСАДКОЙ**

**Аннотация.** В статье представлены результаты исследования влияния состава и температуры подогрева на текучесть смеси нефти западноказахстанских/мангышлакских/актюбинских месторождений (транспортируются по магистральному нефтепроводу Кенкияк – Кумколь) и нефти месторождений Кумкольской группы (обработанных депрессорной присадкой); степень снижения реологических параметров зависит от температуры нагрева, содержания парафинов и асфальто-смолистых веществ и условий охлаждения, кроме того, у парафинистых нефтей существует оптимальная температура подогрева, при которой эффект термообработки наибольший. Эта температура всегда выше температуры плавления парафинов, находящихся в нефти. При этом создаются наиболее благоприятные условия для дендритной кристаллизации парафина с образованием наименее прочной структуры. При подогреве высокозастывающих нефтей ниже температуры плавления парафинов может наблюдаться резкое ухудшение реологических параметров нефтей из-за образования прочной мелкокристаллической структуры; полученные результаты исследований физико-химических и реологических свойств нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская составов 30–70 и 40–60% показали, что при принятии решения о применении технологии подогрева нефти для улучшения режимов перекачки необходимо учитывать негативный эффект от нагрева до температуры 35 и 45 °С, так как это приведет к ухудшению реологических свойств нефти и снизит эффективность действия депрессорной присадки (которой обрабатывается кумкольская составляющая нефтесмеси). Для улучшения текучести нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская можно рассматривать возможность нагрева нефти до 55 °С либо увеличение доли западноказахстанской составляющей наряду с отсутствием подогрева нефтесмеси (смешение компонентов при фактических температурах).

**Ключевые слова:** нефть, месторождение, температура потери текучести, кинематическая вязкость, нагрев, состав.

**Дидух А.Г., Габсаттарова Г.А., Боранбаева Л.Е., Благих Е.В.\***

«ҚазТрансойл» АҚ зерттеулер мен әзірлемелер орталығы» филиалы 050000, Алматы қ., Қазақстан

\*E-mail: e.blagikh@rdc.kaztransoil.kz

### **БАТЫС ҚАЗАҚСТАН/МАҢҒЫШЛАҚ/АҚТӨБЕ КЕН ОРЫНДАРЫ МҰНАЙ ҚОСПАСЫНЫҢ ЖӘНЕ ДЕПРЕССОРЛЫҚ ҚОСПАМЕН ӨНДЕЛГЕН ҚҰМКӨЛ ТОБЫНЫҢ МҰНАЙ КЕН ОРЫНДАРЫНЫҢ ҚҰРАМЫ МЕН ҚЫЗДЫРУ ТЕМПЕРАТУРАСЫНЫҢ ӨТІМДІЛІГІНЕ ӘСЕРІ**

**Андатпа.** Мақалада Батыс Қазақстан/Маңғышлақ/Ақтөбе кен орындары мұнайының («Кенкияк-Құмкөл» магистральдық мұнай құбырымен тасымалданады) және Құмкөл тобы кен орындары мұнайы (депрессорлық қосыммен өнделген) қоспасының аққыштығына құрамы мен қыздыру температурасының әсерін зерттеу нәтижелері ұсынылған. Айдау режимдерін жақсарту үшін мұнайды қыздыру технологиясын қолдану кезінде 35 және 45 °С температураға дейінгі қыздыру теріс әсер беретіндігін ескеру қажеттігі көрсетілген. Өйткені бұл мұнайдың реологиялық қасиеттерінің нашарлауына әкеледі және депрессорлық қосым әсерінің тиімділігін төмендетеді. Батыс Қазақстан және Құмкөл мұнай қоспаларының аққыштығын жақсарту үшін мұнайды 55 °С дейін қыздыру мүмкіндігін, немесе мұнай қоспасын қыздырмай – нақты температуралар кезінде компоненттердің араласуы, Батыс Қазақстан құрамдастарының үлесін ұлғайту мүмкіндігін қарастыру қажет.

**Тірек сөздер:** мұнай, кен орны, аққыштығы жоғалту температурасы, кинематикалық тұтқырлық, қыздыру, құрам.  
**Diduh A.G., Gabsattarova G.A., Boranbaeva L.E., Blagih E.V.\***

Branch “Research and development centre “Kaztransoil” JSC 050000, Almaty, Kazakhstan  
\*E-mail: e.blagikh@rdc.kaztransoil.kz

## **INFLUENCE OF THE COMPOSITION AND HEATING TEMPERATURE ON THE FLOW OF THE MIXTURE OF OIL OF THE WEST KAZAKHSTAN/MANGYSHLAK/AKTOBE FIELDS AND OIL FIELDS OF THE KUMKOL GROUP TREATED WITH THE DEPRESSANT ADDITIVE**

**Abstract.** The article presents the results of the study of the influence of the composition and temperature of heating on the flow of the mixture of oil of West Kazakhstan/Mangyshlak/Aktobe fields (transported through the main pipeline «Kenkiyak-Kumkol») and oil fields of Kumkol group (treated with depressant); degree of rheological reduction depends on heating temperature, wax and asphalt-resin content and cooling conditions, and paraffin oils have an optimal heating temperature, where the heat treatment effect is greatest. This temperature is always higher than the melting point of the paraffins in the oil. At the same time, the most favorable conditions are created for dendritic crystallization of paraffin with the formation of the least stable structure. When heating high-frozen oil below the melting point of paraffins, there may be a sharp deterioration of the rheological parameters of the oil due to the formation of a solid fine-crystalline structure; the results of the physical-crystalline research are obtained. The chemical and rheological properties of the oil mixture of ZKNS-Kumkol formulations 30-70 and 40-60% have shown that the negative effect from heating to 35 and 45 °C must be taken into account when deciding on the use of oil heating technology to improve transmission modes, because this will lead to deterioration of rheological properties of oil and will reduce the effectiveness of the depressant additive (which is used to process the Kumkol component of the oil mixture). In order to improve the flow of the oil mixture ZKNS-Kumkolskaya can consider the possibility of heating the oil up to 55 °C, or increasing the share of the West Kazakhstan component along with the absence of heating of the oil mixture (mixing of components at actual temperatures).

**Key words:** oil, field, pour point, kinematic viscosity, heating, composition.

### **Введение**

Подогрев нефти является одним из классических, давно применяемых путей улучшения текучести парафинистой нефти для обеспечения ее безопасной и стабильной транспортировки по магистральному трубопроводу. При рассмотрении возможности/целесообразности применения теплового подогрева нефти немаловажным вопросом является исследование и подбор эффективной температуры подогрева, так как это в итоге влияет на энерго- и ресурсосбережение применяемой технологии [1–5].

Целью данной статьи является исследование влияния состава и температуры подогрева на текучесть смеси нефти западноказахстанских/мангышлакских/актюбинских месторождений и нефти месторождений Кумкольской группы, обработанных депрессорной присадкой.

### **Основные положения**

Как известно, для транспортирования высокопарафинистых нефтей используют способ температурной обработки перекачиваемой нефти. При данной обработке нефть необходимо нагревать до температур выше 60 °C. Нагревание и в дальнейшем охлаждение нефти приводят к образованию кристаллов парафинов различной прочности. Следует учесть, что прочность кристаллических решеток зависит от содержания асфальтенов и смол и величины формируемого кристалла. Нагревание парафинистой нефти также изменяет такие реологические характеристики нефти, как напряжение сдвига, эффективная вязкость и температура потери текучести [6].

В настоящей работе представлены результаты исследования анализа состава и температуры подогрева на хладотекучие свойства смесей нефти западноказахстанских/мангышлакских/актюбинских месторождений [7], транспортируемых по магистральному нефтепроводу Кенкиак – Кумколь (далее – ЗКНС), с нефтью месторождений Кумкольской группы (далее – кумкольская нефть). Исследуемые нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская нефть имели составы 30–70 и 40–60 объем %, соответственно.

Свойства исходных проб западноказахстанской и кумкольской нефти представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Основные свойства исходных нефтей

Показатель Indicator	ЗКНС ZKNS	Кумкольская нефть Kumkol oil
Температура потери текучести, °С	-21	+12
Плотность 20 °С, кг/м <sup>3</sup> Density 20 °С, kg/m <sup>3</sup>	850,1	822,5
Кинематическая вязкость при 20 °С, мм <sup>2</sup> /с Kinematic viscosity at 20 °С, mm <sup>2</sup> /s	17,17	10,12
Парафины, % Paraffins, %	6,8	10,5
Смолы, % Resins, %	12,0	8,0

Из результатов видно, что кумкольская нефть содержит большое количество парафинов, что приводит к увеличению значений температуры потери текучести [8–9] данной нефти. ЗКНС, наоборот, имеет меньшее количество парафинов, но характеризуется высоким содержанием смол. Поэтому для данной нефти свойственна низкая температура потери текучести и высокая вязкость.

#### Материалы и методы

Пробы ЗКНС и кумкольской нефти предварительно отобраны на нефтеперекачивающих станциях и доставлены для исследования. Перед подготовкой нефтесмесей кумкольская нефть была предварительно нагрета до 60 °С и обработана депрессорной присадкой (дозировкой 200 ppm). Смешение ЗКНС с кумкольской нефтью проводили при температуре ЗКНС 0%/ кумкольская 20%. Температуру потери текучести определяли с помощью прибора «S.D.M.– 530»; кинематическую вязкость определяли на приборе «SVM3001».

Значения плотности (при 20%) нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская составили:

- для состава 30–70%  $\rho_{20}=830,7$  кг/м<sup>3</sup>;
- для состава 40–60%  $\rho_{20}=834,1$  кг/м<sup>3</sup>.

Далее проводили подогрев нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская (составов 30–70%, 40–60%) при 35%, 45% и 55%. После подогрева пробы нефтесмеси охлаждали при медленном перемешивании до комнатной температуры. Полученную смесь хранили при температуре 6–8 °С при регулярном перемешивании. Периодически из общего объема смеси отбирали количество нефти, необходимое для анализа (анализы проводили в первый, седьмой, 14-й и 20-й день). Для сравнения проводили исследования нефтесмесей без тепловой обработки (далее – ТО).

Результаты исследований нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская представлены в таблицах 2–5.

Таблица 2 – Изменение температуры потери текучести (Тпт) и кинематической вязкости нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская (с депрессорной присадкой) составов 30–70%, 40–60% в первый день исследований

Состав ЗКНС – Кумколь, % Composition of ZKNS – Kumkol, %	Тпт, °С Pour point, °С	Кинематическая вязкость, мм <sup>2</sup> /с Kinematic viscosity, mm <sup>2</sup> /s				
		20°С	30°С	40°С	50°С	60°С
Без ТО/Without HT						
30–70	+3	8,629	6,591	5,130	4,148	3,457
40–60	-9	9,031	6,865	5,375	4,344	3,717
ТО 35 °						
30–70	+6	8,675	6,637	5,193	4,105	3,493
40–60	-3	9,044	6,905	5,397	4,395	3,828
ТО 45 °						

30–70	+6	9,232	6,906	5,293	4,154	3,492
40–60	-6	9,554	5,917	5,519	4,374	3,716
ТО 55 °						
30–70	-3	8,953	6,767	5,286	4,198	3,637
40–60	-9	9,447	7,161	5,560	4,387	3,580

Таблица 3 – Изменение температуры потери текучести (Тпт) и кинематической вязкости нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская (с депрессорной присадкой) составов 30–70%, 40–60% в первый день исследований

Состав ЗКНС – Кумколь, % Composition of ZKNS – Kumkol, %	Тпт, °С Pour point, °С	Кинематическая вязкость, мм <sup>2</sup> /с Kinematic viscosity, mm <sup>2</sup> /s				
		20 °С	30 °С	40 °С	50 °С	60 °С
Без ТО/Without HT						
30–70	+3	8,682	6,610	5,151	4,126	3,529
40–60	-6	9,068	6,887	5,374	4,245	3,647
ТО 35 °						
30–70	+6	8,752	6,654	5,206	4,130	3,532
40–60	-3	9,121	6,916	5,392	4,250	3,706
ТО 45 °						
30–70	+6	9,249	6,906	5,293	4,163	3,391
40–60	-3	9,591	7,172	5,510	4,323	3,518
ТО 55 °						
30–70	0	9,523	7,185	5,563	4,379	3,724
40–60	-6	8,698	6,610	5,156	4,106	3,767

Таблица 4 – Изменение температуры потери текучести (Тпт) и кинематической вязкости нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская (с депрессорной присадкой) составов 30–70%, 40–60% в 14-й день исследований

Состав ЗКНС – Кумколь, % Composition of ZKNS – Kumkol, %	Тпт, °С Pour point, °С	Кинематическая вязкость, мм <sup>2</sup> /с Kinematic viscosity, mm <sup>2</sup> /s				
		20 °С	30 °С	40 °С	50 °С	60 °С
Без ТО/Without HT						
30–70	+3	8,817	6,730	5,228	4,226	3,590
40–60	-6	9,273	7,126	5,514	4,640	3,772
ТО 35 °						
30–70	+6	8,559	6,583	5,078	4,151	3,309
40–60	-3	9,085	6,898	5,368	4,394	3,708
ТО 45 °						
30–70	+6	9,045	6,766	5,194	4,284	3,458
40–60	-3	9,591	7,190	5,530	4,543	4,031
ТО 55 °						
30–70	+3	8,525	6,533	5,123	4,226	3,614
40–60	-3	9,656	7,241	5,605	4,551	3,872

Таблица 5 – Изменение температуры потери текучести (Тпт) и кинематической вязкости нефтесмесей ЗКНС-Кумкольская (с депрессорной присадкой) составов 30–70%, 40–60% в 20-й день исследований

Состав ЗКНС – Кумколь, % Composition of ZKNS – Kumkol, %	Тпт, °С Pour point, °С	Кинематическая вязкость, мм <sup>2</sup> /с Kinematic viscosity, mm <sup>2</sup> /s				
		20 °С	30 °С	40 °С	50 °С	60 °С
Без ТО/Without HT						
30–70	+6	8,836	6,774	5,343	4,231	3,631
40–60	0	9,392	7,144	5,518	4,695	4,005
ТО 35 °						
30–70	+9	9,078	6,898	5,396	4,208	3,582
40–60	+3	9,317	7,202	5,480	4,297	3,938
ТО 45 °						
30–70	+9	9,670	7,153	5,435	4,258	3,500
40–60	+3	9,473	7,236	5,494	4,455	3,793
ТО 55 °						
30–70	+6	9,492	7,118	5,478	4,315	3,534
40–60	0	9,525	7,212	5,579	4,398	3,729

### Результаты и обсуждение

Как видно из данных таблиц 2–5, увеличение содержания нефти западноказахстанских/мангышлакских/актюбинских месторождений в нефтесмеси улучшает хладотекучие свойства нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская.

Моделирование условий нагрева нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская показало (таблицы 2–5), что, подогрев нефтесмеси до 35 и 45 °С не только не влияет, но и приводит к незначительному ухудшению текучести формируемой нефтесмеси. Это объясняется тем, что при охлаждении термообработанной нефти формируется новая дисперсная система, в которой присутствуют крупные парафиновые ассоциаты, затрудняющие пространственное структурообразование благодаря неравномерному распределению в объеме нефти. Снижение значений реологических параметров зависит от содержания в нефти парафинов и асфальто-смолистых веществ, а также от температуры нагрева и условий охлаждения.

Доказано что, повышение температуры нагрева до 55 °С приводит к улучшению хладотекучих свойств нефти, так как при более высоких температурах наблюдается наиболее глубокое растворение высокомолекулярных твердых парафинов. Данные условия необходимы для получения менее прочной структуры кристаллизации парафинов, такой как дендритная. Однако при подогреве высокопарафинистых нефтей ниже температуры плавления парафинов может наблюдаться резкое ухудшения реологических свойств нефтей из-за образования прочной мелкокристаллической структуры.

При этом следует учесть, что повторный нагрев нефти с ранее дозированной депрессорной присадкой выше 55 °С также приводит к улучшению хладотекучих свойств благодаря активации действия присадки, при этом наблюдается уменьшение слипаемости, изменение структуры кристаллов и увеличение степени дисперсности за счет изменения процесса кристаллизации парафинов в нефти [9–10].

Вместе с тем, согласно полученным результатам, смешение ЗКНС с кумкольской смесью без дополнительного нагрева не приводит к ухудшению реологических параметров формируемой нефтесмеси. Наблюдаемые при этом значения реологических параметров почти сопоставимы с результатами при нагреве нефти до 55 °С, а также ниже значений, полученных после подогрева до температуры 35 и 45 °С и остаются достаточно стабильными, незначительно повышаясь на 20-й день.

### Заключение

Таким образом, исследования физико-химических и реологических свойств нефтесмеси ЗКНС-

Кумкольская составов 30–70 и 40–60% показали, что при принятии решения о применении технологии подогрева нефти для улучшения режимов перекачки необходимо учитывать негативный эффект от нагрева до температуры 35 и 45 °С, так как это приведет к ухудшению реологических свойств нефти и снизит эффективность действия депрессорной присадки (которой обрабатывается кумкольская составляющая нефтесмеси). Для улучшения текучести нефтесмеси ЗКНС-Кумкольская можно рассматривать возможность нагрева нефти до 55 °С либо увеличение доли западноказахстанской составляющей наряду с отсутствием подогрева нефтесмеси (смешение компонентов при фактических температурах).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Коршак А.А., Шманов Н.Н., Мамонов Ф.А., Пирогов А.Г., Махмотов Е.С., Нечваль А.М. Магистральные трубопроводы. – Уфа: ДизайнполиграфСервис, 2008. – 448 с.
- 2 Махмотов Е.С., Саяхов Б.К., Пирогов А.Г. Транспортировка нефтесмесей и поставка воды в Республике Казахстан. – Алматы: Ел-Шежіре, 2017. – 236 с.
- 3 Муфтахов Е.М. Реологические свойства нефтей и нефтепродуктов. – М.: УГНТУ, Уфа, 2001. – 71 с.
- 4 Евдокимов И.Н., Елисеев Н.Ю. Молекулярные механизмы вязкости жидкости и газа/ Часть 1. Основные понятия. – М.: РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 2005. – 59 с.
- 5 Мурачев И.В. Влияние термообработки на температуру застывания и реологические свойства нефти / И.В. Мурачев; науч. рук. Л. В. Чеканцева, Е. В. Мальцева // Проблемы геологии и освоения недр : Труды XX Международного симпозиума имени академика М.А. Усова студентов и молодых ученых, посвященного 120-летию со дня основания Томского политехнического университета, Томск, 4-8 апреля 2016 г. : в 2 т. – Томск: Изд-во ТПУ, 2016. – №2. – С. 381–384.
- 6 Аллахвердиева Д.Т., Евдокимов И.Н. Влияние термообработки на температуру застывания нефти // Наука и технология углеводородов. – 2002. – № 1. – С. 50–53.
- 7 Банатов В.В. Реологические свойства вязких нефтей и нефтепродуктов и их регулирование комплексными методами воздействия: Дис. ... канд. тех. наук. – Тюмень, 2005. – 63 с.
- 8 Халикова Д.А. Влияние высокомолекулярных парафиновых углеводородов на свойства нефтей и асфальтосмолопарафиновых отложений: Дис. ... канд. техн. наук. – Казань, 2008.
- 9 Тугунов П.И. Нестационарные режимы перекачки нефти и нефтепродуктов. – М.: Недра, 1984. – С.14.
- 10 Евдокимов И.Н., Елисеев Д.Ю., Елисеев Н.Ю. Отрицательная аномалия вязкости жидких нефтепродуктов после термообработки // Химия и технология топлив и масел. – 2002. – № 3. – С. 26–29.
- 11 Алдыяров Т.К., Махмотов Е.С., Дидух А.Г., Габсагтарова Г.А., Боранбаева Л.Е. Реология нефтей и нефтесмесей (транспортируемых АО «КазТрансОйл») – Алматы: ТОО «Журнал «Дала», 2012. – 416 с.

### REFERENCES

- 1 Korshak A.A., Shmanov N.N., Mamonov F.A., Pirogov A.G., Mahmotov E.S., Nechval' A.M. (2008) Magistral'nye truboprovody. – Ufa: DizajnpoligrafServis. 448 p. (In Russian)
- 2 Mahmotov E.S., Sajahov B.K., Pirogov A.G. (2017) Transportirovka neftesmesej i postavka vody v Respublike Kazahstan. – Almaty: El-Shezhire. 236 p. (In Russian)
- 3 Muftahov E.M. (2001) Reologicheskie svojstva neftej i nefteproduktov. – M.: UGNTU, Ufa. 71 p. (In Russian)
- 4 Evdokimov I.N., Eliseev N.Ju. (2005) Molekuljarnye mehanizmy vjazkosti zhidkosti i gaza/ Chast' 1. Osnovnyje ponjatija. – M.: RGU nefiti i gaza imeni I.M. Gubkina. 59 p. (In Russian)
- 5 Murachev I.V. Vlijanie termoobrabotki na temperaturu zastyvanija i reologicheskie svojstva nefiti / I.V. Murachev; nauch. ruk. L. V. Chekanceva, E. V. Mal'ceva // Problemy geologii i osvoenija neдр : trudy XX Mezhdunarodnogo simpoziuma imeni akademika M.A. Usova studentov i molodyh uchenyh, posvjashhennogo 120-letiju so dnja osnovanija Tomskogo politehnicheskogo universiteta, Tomsk, 4-8 aprilja 2016 g. : v 2 t. – Tomsk : Izd-vo TPU, 2016. No2. – P. 381–384. (In Russian)
- 6 Allahverdieva D.T., Evdokimov I.N. (2002) Vlijanie termoobrabotki na temperaturu zastyvanija nefiti // Nauka i tehnologija uglevodorodov. No 1. P. 50–53. (In Russian)
- 7 Banatov V.V. (2005) Reologicheskie svojstva vjazkih neftej i nefteproduktov i ih regulirovanie kompleksnymi metodami vozdejstvija: Dis. ... kand. teh. nauk. – Tjumen'. 63 p. (In Russian)
- 8 Halikova D.A. (2008) Vlijanie vysokomolekuljarnyh parafinovyh uglevodorodov na svojstva neftej i asfal'tosmoloparafinovyh otlozhenij: Dis. ... kand. tehn. nauk. – Kazan'. (In Russian)
- 9 Tugunov P.I. (1984) Nestacionarnye rezhimy perekachki nefiti i nefteproduktov. – M.: Nedra. P.14. (In Russian)
- 10 Evdokimov I.N., Eliseev D.Ju., Eliseev N.Ju. (2002) Otricateľ'naja anomalija vjazkosti zhidkih nefteproduktov posle termoobrabotki // Himija i tehnologija topliv i masel. No 3. P. 26–29. (In Russian)

11 Aldyjarov T.K., Mahmotov E.S., Diduh A.G., Gabsattarova G.A., Boranbaeva L.E. (2012) Reologija neftej i neftesmesej (transportiruemyh AO "KazTransOil") – Almaty: TOO "Zhurnal "Dala". 416 p. (In Russian)

### **Информация об авторах**

#### **Дидух Александр Геннадиевич**

Кандидат химических наук, заместитель директора филиала «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID: 0000-0003-4393-6274

E-mail: A.Didukh@kaztransoil.kz

#### **Габсаттарова Гульнара Амангельдиевна**

Кандидат химических наук, руководитель лаборатории исследований нефти и нефтепродуктов филиала «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл», ул. Жибек жолы, 154, 050000, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID: 0000-0002-0858-1511

E-mail: G.Gabsattarova@kaztransoil.kz

#### **Боранбаева Лаура Ергалиевна**

Научный сотрудник лаборатории исследований нефти и нефтепродуктов филиала «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл» 154, ул. Жибек жолы, 050000, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID: 0000-0002-3160-331X

E-mail: L.Boranbaeva@kaztransoil.kz

#### **Благих Евгений Владимирович (автор для корреспонденции)**

Техник-лаборант лаборатории исследований нефти и нефтепродуктов филиала «Центр исследований и разработок АО «КазТрансОйл» 154, ул. Жибек жолы, 050000, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID: 0000-0002-7744-5855

E-mail: E.Blagikh@rdc.kaztransoil.kz

### **Information about authors**

#### **Didukh Alexander Gennadievich**

Candidate of Chemical Sciences, Deputy Director of the branch "Research and Development center of KazTransOil JSC", Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan.

ORCID ID: 0000-0003-4393-6274

E-mail: a.didukh@kaztransoil.kz

#### **Gabsattarova Gulnara Amangeldievna**

Candidate of Chemical Sciences, Head of the laboratory for research of oil and oil products of the branch "Research and Development center of KazTransOil JSC", Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan ORCID ID: 0000-0002-0858-1511

E-mail: g.gabsattarova@kaztransoil.kz

#### **Boranbaeva Laura Ergalievna**

Researcher of the laboratory for research of oil and oil products of the branch "Research and Development center of KazTransOil JSC", Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

ORCID ID: 0000-0002-3160-331X

E-mail: l.boranbaeva@kaztransoil.kz

**Blagikh Evgeny Vladimirovich** (corresponding author)

Laboratory technician of the laboratory for research of oil and oil products of the branch "Research and Development center of KazTransOil JSC", Zhibek-zholy, 154, 050000, Almaty, Kazakhstan

ORCID ID: 0000-0002-7744-5855

E-mail: e.blagikh@rdc.kaztransoil.kz

#### **Авторлар туралы мәліметтер**

**Дидух Александр Геннадьевич**

Химия ғылымдарының кандидаты, «ҚазТрансОйл» АҚ ҒЗО» филиалы директорының орынбасары, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы, Қазақстан

ORCID ID: 0000-0003-4393-6274

E-mail: a.didukh@kaztransoil.kz

**Ғабсаттарова Гүлнар Амангелдіқызы**

Химия ғылымдарының кандидаты, «ҚазТрансОйл» АҚ ҒЗО» филиалының мұнай және мұнай өнімдерін зерттеу зертханасының меңгерушісі, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы, Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-0858-1511

E-mail: g.gabsattarova@kaztransoil.kz

**Боранбаева Лаура Ерғалиқызы**

«ҚазТрансОйл» АҚ ҒЗО» филиалының мұнай және мұнай өнімдерін зерттеу зертханасының ғылыми қызметкері, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы, Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-3160-331X

E-mail: l.boranbaeva@kaztransoil.kz

**Благих Евгений Владимирович** (корреспонденция авторы)

«ҚазТрансОйл» АҚ ҒЗО» филиалының мұнай және мұнай өнімдерін зерттеу зертханасының лаборанты, Жібек жолы көш., 154, 050000, Алматы, Қазақстан

ORCID ID: 0000-0002-7744-5855

E-mail: e.blagikh@rdc.kaztransoil.kz

УДК 537.52

МРНТИ 29.27.07

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-38-44>

**Abdirakhmanov A.R.,\*<sup>1</sup> Masheyeva R.U.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Engineering Profile Laboratory, Al-Farabi Kazakh National University, 050040, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Wigner Research Centre for Physics, Complex Fluid Research Department, H-1121, Budapest, Hungary

## INVESTIGATION OF THE PROPERTIES OF MICROPARTICLES IN THE GLOW DISCHARGE STRATUM IN A CROSSED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD

**Abstract.** In this work, the behavior of charged micron-sized particles in the DC glow discharge stratum at low pressure in a crossed magnetic and electric field was experimentally studied. The experiment was conducted in a vertically oriented gas-discharge glass tube. A homogeneous magnetic field was created using a two-section Helmholtz coil. The results showed that the micron-sized dust particles move in the opposite direction to the  $E \times B$  drift as the magnetic field induction increases. Once the induction reaches a specific threshold ( $B > 10$  mT), the dust particles start rotating and forming counter-rotating vortex pairs on the horizontal plane. Moreover, it was observed that the shape of the dust structures changes from a disk to an ellipsoid. The PIV (particle image velocimetry) method was employed to analyze the dust vortices' dynamic behavior, and the generation of the co-vortex rotation was explained through the dust particles' charge gradient, which was orthogonal to the ion drag force.

**Key words:** glow discharge, magnetic field, complex plasma.

**Әбдірахманов А.Р.,\*<sup>1</sup> Машеева Р.У.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Инженерлік бейінді зертхана, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, 050040, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Вигнер атындағы физиканы зерттеу орталығы, Кешенді сұйықтықтарды зерттеу бөлімі, Н-1121, Будапешт қ., Венгрия

## АЙҚАСҚАН ЭЛЕКТР ЖӘНЕ МАГНИТ ӨРІСТЕГІ СОЛҒЫН РАЗРЯДТАҒЫ МИКРОБӨЛШЕКТЕРДІҢ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ

**Аңдатпа.** Бұл жұмыста айқасқан магнит және электр өрісіндегі төмен қысымдағы тұрақты тоқты жарқыл разрядының стратасындағы микрон өлшемдегі зарядталған бөлшектердің қозғалысы экспериментті түрде зерттелінді. Эксперимент вертикальды бағыттағы разрядтық шыны түтікшеде жасалынды. Біртекті магнит өрісі екі секциялы Гельмгольц катушкасының көмегімен туындайды. Магнит өрісінің индукциясы артқан кезде микронды өлшемді тозанды бөлшектер  $E \times B$  дрейфіне қарама-қарсы бағытта қозғалатыны байқалды. Магнит өрісінің индукциясы белгілі бір шекті мәнге жеткенде ( $B > 10$  мТл) тозанды бөлшектері айналмалы қозғалысқа ие болатыны және көлденең жазықтықта бір-біріне қарма-қарсы бағытталған құйынды жұптар түзілетіні байқалды. Сондай-ақ тозанды құрылымдардың пішіні дискіден эллипсоидқа дейін өзгеретіні байқалды. Тозанды құйындарының динамикалық қасиетін зерттеу үшін PIV (particle image velocimetry) әдісі қолданылды. Құйынның бір-біріне қарама-қарсы айналуының себебі иондық елірту күшіне ортогональды тозанды бөлшектер зарядының градиентімен түсіндірілді.

**Тірек сөздер:** жарқыл разряд, магнит өрісі, комплексті плазма.

Абдирахманов А.Р.,\*<sup>1</sup> Машеева Р.У.<sup>2</sup><sup>1</sup> Лаборатория инженерного профиля, КазНУ им. аль-Фараби, 050040, г. Алматы, Казахстан<sup>2</sup> Исследовательский центр физики имени Вигнера, Департамент исследований комплексных жидкостей, H-1121, г. Будапешт, Венгрия

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МИКРОЧАСТИЦ В СТРАТЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В СКРЕЩЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЕ

**Аннотация.** В данной работе экспериментально исследовано поведение заряженных пылевых частиц микронного размера в страте тлеющего разряда постоянного тока при низком давлении в скрещенном магнитном и электрическом поле. Эксперимент проводился в вертикально ориентированной газоразрядной стеклянной трубке. Однородное магнитное поле создавалось с помощью двухсекционной катушки Гельмгольца. Результаты показали, что с увеличением индукции магнитного поля пылевые частицы микронного размера движутся в направлении, противоположном дрейфу  $E \times B$ . При достижении индукцией порогового значения ( $B > 10$  мТл) пылевые частицы начинают вращаться и формировать противовращающиеся вихревые пары в горизонтальной плоскости. Также было замечено, что форма пылевых структур меняется от диска до эллипсоида. Для анализа динамического поведения пылевых вихрей был использован метод PIV (particle image velocimetry), и возникновение сонаправленного вращения вихрей было объяснено градиентом заряда пылевых частиц, который ортогонален силе ионного сопротивления.

**Ключевые слова:** тлеющий разряд, магнитное поле, комплексная плазма.

### Introduction

Dusty plasma refers to a type of plasma that contains electrically charged micro- and/or nanoparticles, known as dust particles, alongside neutral atoms, electrons, and ions. These dust particles can either enter the plasma from outside or be generated within it through internal processes. Compared to traditional electron-ion plasmas, dusty plasmas display several unique and peculiar characteristics, such as strong coupling [1], dust acoustic waves [2], and instabilities due to ion flux [3]. Furthermore, dusty plasma deviates from the shielded Coulomb interaction [4], making it a fascinating subject for fundamental research in plasma physics. Additionally, the significance of dusty plasma research extends to practical applications such as plasma etching, sputtering technologies in microelectronics, and the production of films and nanoparticles [5-6]. A crucial task for both fundamental research and practical applications in dusty plasma is to regulate the dynamics of dust particles through methods such as the use of external electric fields [7], laser manipulation [8], and magnetic fields [9-10]. In particular, magnetic fields are employed to control the spatial position, degree of ordering, and motion of plasma-dust structures.

There is significant interest in studying the behavior of dust particles under the influence of crossed electric and magnetic fields [11-12]. This is particularly relevant for advanced experimental facilities, such as magnetrons and ion engines for future rockets, which heavily rely on such configurations [13]. When electric and magnetic fields are crossed, an  $E \times B$  drift velocity perpendicular to both fields arises, imparting additional momentum to charged particles including dust particles. The  $E \times B$  drift is exploited for removing silicon particles from large-area homogeneous hydrogenated amorphous silicon films. The efficiency of silicon dust removal is directly proportional to the strength of the external magnetic field [14].

### Main provisions

For the first time, rotating dust vortices in a glow discharge stratum were observed.

### Materials and Methods (Experimental Part)

To study the properties of microparticles, an experimental setup based on a glow discharge was developed. In a vertically oriented discharge tube with a diameter of 3 cm, glow discharge plasma is ignited in the interelectrode space of 60 cm. The following experimental parameters were chosen as optimal: argon gas pressure of 0.36 torr and discharge current of 1.44 mA. A two-section Helmholtz coil, the axis of which is perpendicular to the discharge axis, is used as a magnetic field source. The schematic diagram of the experimental setup is shown in Figure 1.

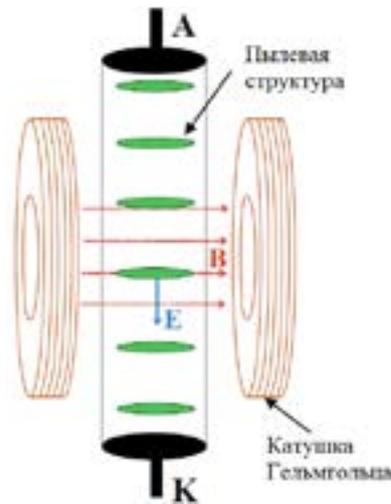
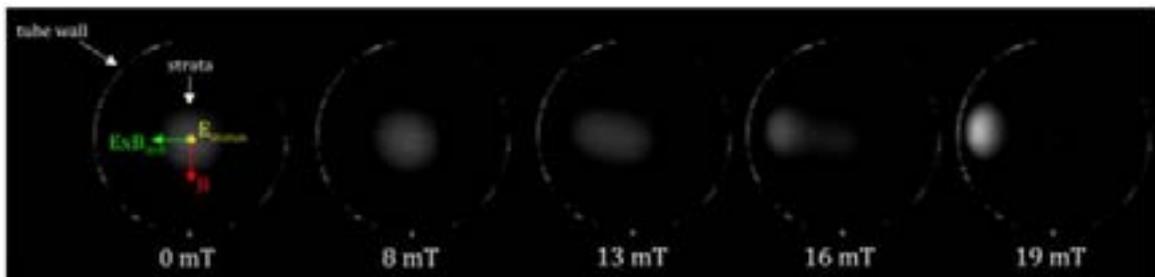
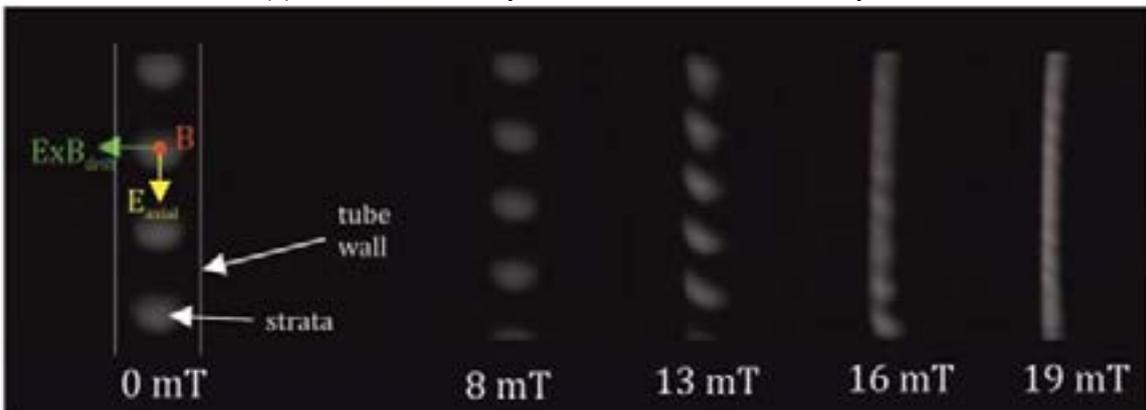


Figure 1 – Schematic diagram of the experimental setup. Anode denoted as "A" and the cathode as "K". Arrows are used to indicate the force lines of both the axial electric field and the magnetic field.

Monodisperse micron-sized dust particles of melamine-formaldehyde are initially inside the tube and fall downwards during injection with subsequent formation of a dust structure in the glow discharge stratum. It should be noted that the electric field in the stratum is sufficient to compensate the gravitational force acting on the dust particles. A Phywe Hall sensor was used to measure the distribution of magnetic field induction. It was found to be uniformly distributed in the area where the dust particles were being studied. To observe the dynamics of the dust particles, a solid-state laser was used to illuminate them, and their movements were recorded using a video camera. Before examining the behavior of the micron particles levitating in the plasma, let us first focus on the dynamics of the plasma itself, specifically the stratum in which the particles are suspended (Figure2).



(a) In the horizontal plane, the view is from the top.



(b) In the vertical plane, the view is from the side.

Figure 2 – Illustration of the glow discharge stratum in the presence of crossed electric and magnetic fields.

Once the magnetic field is activated, there is a shift in the spatial position of the stratum that traps the dust particles, indicating a change in the path of charged particles in the presence of crossed electric and magnetic fields. The magnetic field exerts a force across the axial electric field, causing plasma particles to move perpendicularly to both forces. This causes electrons and ions to drift in the direction of the  $E \times B$  drift. A clearer visualization of this process can be seen in Figure 3

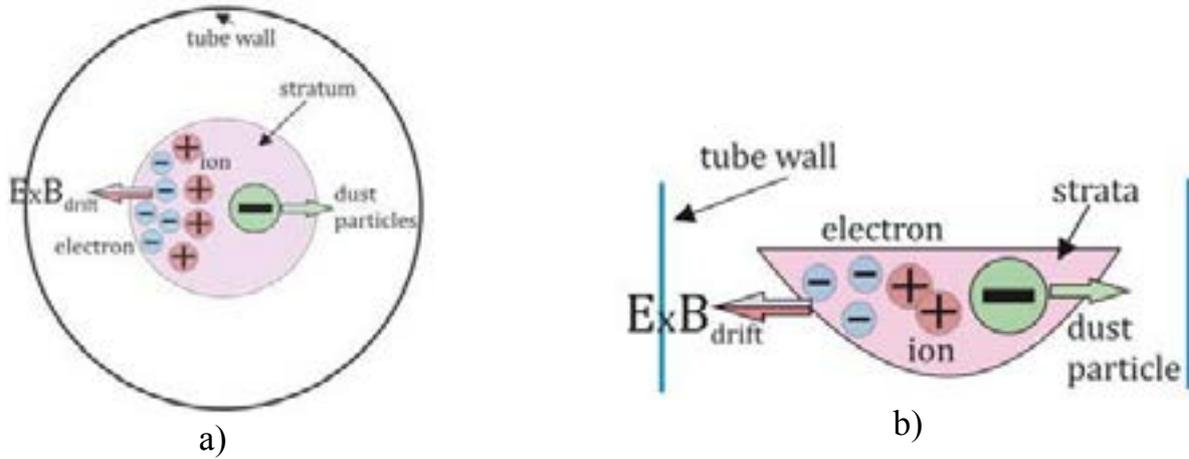
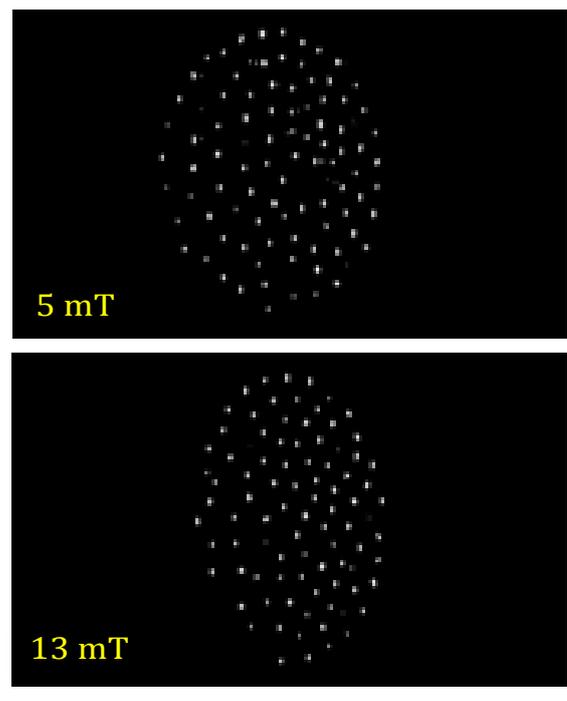
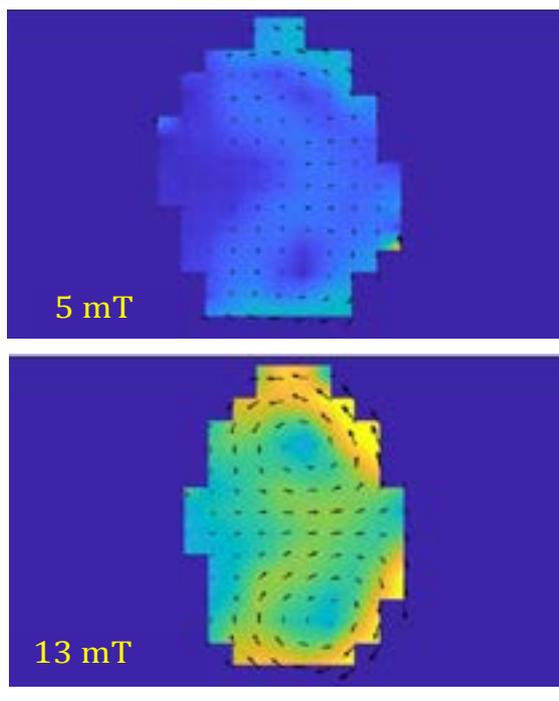
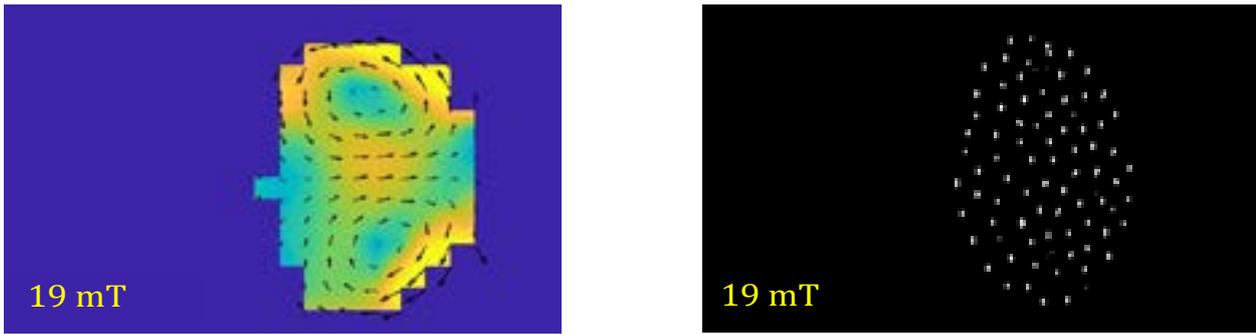


Figure 3 – Graphic representation of drift of charged particles in a crossed field a) horizontal plane b) vertical plane

Changing the trajectory of charged particles in a crossed field leads to a modification of the dust particle dynamics in the glow discharge stratum. At first, the dust particles form a disc-shaped crystal structure. However, when the magnetic field is turned on, they start moving in the direction opposite to the drift. This type of behavior of nanoparticles has been observed previously in electron resonance plasma with gas  $\text{SiH}_4$ . When the magnetic field induction in the dust structure reaches about 5 mT, the vortex motion of dust particles begins, where rotational motions are observed opposite to each other (clockwise (vortex 1) and counterclockwise (vortex 2)), as shown in Figure 4. To analyze the rotational characteristics, such as the linear velocity of the dust vortices, the PIV (particle image velocimetry) method was used.





– Dust vortices in the glow discharge stratum. The direction of dust vortices is shown by an arrow.

Figure 4 – Dust vortices in the glow discharge stratum. The direction of dust vortices is shown by an arrow.

a) Processed frames using the PIV method b) Original frames

The PIV method was utilized to automatically determine the linear velocity of rotating particles based on the velocity map presented in Figure 4, for discharge current values of 1.4 mA. The velocity map indicates that the dust particles located in the peripheral region of the discharge layer exhibit higher velocity than those closer to the center, which is consistent with the vortex characteristics. Figure 5 illustrates the relationship between the linear velocity of rotating vortices along the radius at various magnetic field inductions at 1.4 mA. It can be observed that the velocity of the vortices increases with an increase in magnetic field induction.

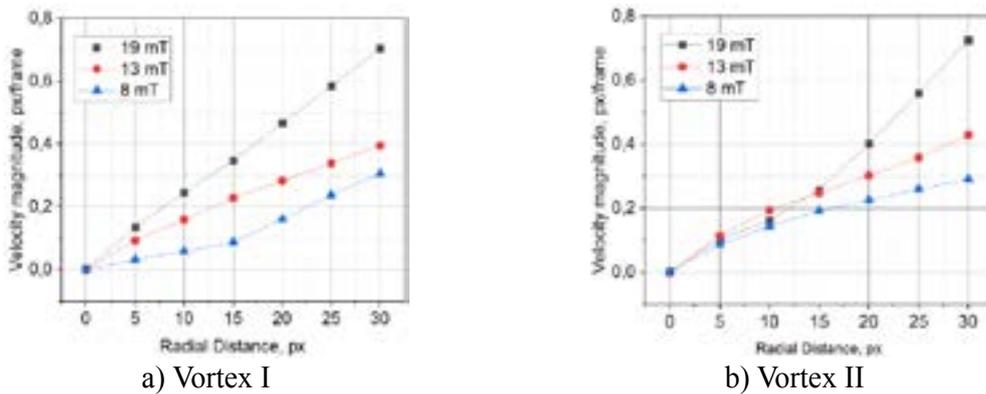


Figure 5 – The dependence of linear velocities of dust particles in vortices on radial distance

### Results and Discussion

Studying the behavior of dust particles suspended in the glow discharge stratum proved to be an intriguing subject. Upon activation of the transverse magnetic field, various types of dust particle movement can be observed. It has been noted that for  $B < 10$  mT, charged particles such as electrons and ions undergo migration towards the electric drift. The presence of charge causes heavy micron particles to be expelled in the opposite direction. As illustrated in the schematic diagram, Figure 6 provides evidence of the formation of rotating vortices originating from two sources. By superimposing two frames (first frame at 0 mT and second frame at 8 mT), it becomes clear how the plasma (comprised of ions and electrons) and charged dust particles move in opposite directions upon activation of the magnetic field. This phenomenon is driven by two mechanisms: ion drag force and charge gradient. Upon reaching the critical point where  $B > 10$  mT, rotating vortices can be observed rotating in the opposite direction. The schematic diagram in Figure 6 illustrates the direction of the force, which is perpendicular to the direction of the transverse magnetic field generated by the coil. This causes the dust vortices to rotate in different directions, which was observed during the experiment. Therefore, it is anticipated that dust particles would rotate co-directionally in the horizontal plane. Similar behavior has been observed in a strong magnetic field in the RF discharge, and previous studies have reported that the rotation of vortices could be attributed to the charge gradient of microparticles, even in the absence of a magnetic field [16-18].

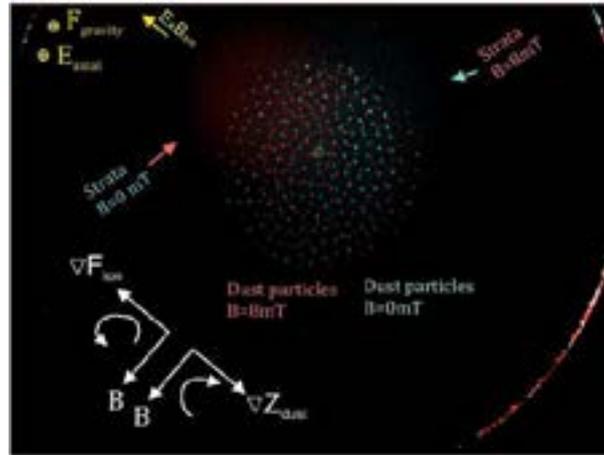


Figure 6 – Two primary mechanisms are responsible for the rotation of dust vortices.

### Conclusion

In summary, in the experiment, the co-rotational motion of dust vortices in the glow discharge stratum was recorded in ExB field configuration. The rotational properties were studied using the PIV method, and two different mechanisms were identified. The orthogonal alignment of the magnetic field direction with ion and charge gradients created dust vortices rotating in opposite directions from each other in the horizontal plane. Further theoretical calculations will be necessary to provide a more detailed qualitative analysis, and this will be a focus of future research.

### REFERENCES

- 1 Bonitz M., Henning C., Block D. Complex plasmas: a laboratory for strong correlations // Reports on Progress in Physics, 2010, vol.73, p.066501.
- 2 Rao N.N., Shukla P.K., Yu, M.Y. Dust-acoustic waves in dusty plasmas // Planetary and Space Science, 1990, vol.38, p.543–546.
- 3 Kählert H. Ion-dust streaming instability with non-maxwellian ions // Physics of Plasmas, 2015, vol.22, p.073703.
- 4 Ludwig P., Jung H., Kählert H., Joost, J.-P. Greiner, F. Moldabekov Zh. A., Carstensen J., Sundar S., Bonitz M., Piel, A. Non-maxwellian and magnetic field effects in complex plasma wakes // EPJ D, 2017, vol.52, p.124004.
- 5 Abraham J. W., Hinz A., Strunskus T., Faupel F., Bonitz M. Formation of polymer-based nanoparticles and nanocomposites by plasma-assisted deposition methods // The European Physical Journal D, 2018, vol. 72.
- 6 Vignitchouk L., Ratynskaia S., Toliaş P., Pitts R.A., Temmerman G. De, Lehnen M., Kiramov D. Accumulation of beryllium dust in ITER diagnostic ports after off-normal events // Nuclear Materials and Energy, 2019, vol.20, p.100684.
- 7 Bastykova N.K., Donkó Z., Kodanova S.K., Ramazanov T.S., Moldabekov Z.A. Manipulation of dusty plasma properties via driving voltage waveform tailoring in a capacitive radiofrequency discharge // IEEE Transactions on Plasma Science, 2016, vol.44, p. 545–548.
- 8 Melzer A. Laser manipulation of particles in dusty plasmas // Plasma Sources Science and Technology, 2001, vol.10, p. 303–310.
- 9 Jaiswal S., Hall T., LeBlanc S., Mukherjee R., Thomas E. Effect of magnetic field on the phase transition in a dusty plasma // Physics of Plasmas, 2017, vol.24, p.113703.
- 10 Abdirakhmanov A.R., Moldabekov Z.A., Kodanova S.K., Dosbolayev M.K., Ramazanov T.S. Rotation of dust structures in a magnetic field in a dc glow discharge // IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, vol.47, p. 3036–3040.
- 11 Melzer A., Puttscher M. Transverse forces on dust particles in a magnetized sheath with crossed electric and magnetic fields // Physics of Plasmas, 2017, vol. 24, p. 053701.
- 12 Puttscher M., Melzer A. Dust particles under the influence of crossed electric and magnetic fields in the sheath of an rf discharge // Physics of Plasmas, 2014, vol.21, p.123704.
- 13 Mazouffre S. Electric propulsion for satellites and spacecraft: established technologies and novel approaches // Plasma Sources Science and Technology, 2016, vol.25, p.123.
- 14 Fujiyama H., Kawasaki H., Yang S.C. and Matsuda Y. Dynamics of Silicon Particles in DC Silane Plasmas Transported by a Modulated Magnetic Field // Jpn. J. App. Phys, 1994, vol.33. p. 4216-4220.

15 M. Choudhary, S. Mukherjee, P. Bandyopadhyay. Collective dynamics of large aspect ratio dusty plasma in an inhomogeneous plasma background: Formation of the co-rotating vortex series // Phys. Plasmas, 2018, vol.25, p.023704.

16 M. Choudhary, R. Bergert, S. Mitic, M. Thoma. Three-dimensional dusty plasma in a strong magnetic field: Observation of rotating dust tori // Phys. Plasmas, 2020, vol.27, p.063701.

17 C. Dai, C. Song, X. Guo, W. Sun, Z. Guo, F. Liu, F. He. Rotation of dust vortex in a metal saw structure in dusty plasma // Plasma Sci. Technol, 2020, vol.22, p.034008.

### Information about authors

Abdirakhmanov Assan Ramazanovich (corresponding author)

Engineering Profile Laboratory, Al-Farabi Kazakh National University, 050040, Almaty, Kazakhstan

ORCID ID 0000-0001-6652-1923

E-mail: abdirakhmanov@physics.kz

Masheyeva R.U.

Wigner Research Centre for Physics, Complex Fluid Research Department, H-1121, Budapest, Hungary

ORCID ID 0000-0002-6950-662X

E-mail: masheyeva.ranna@gmail.com

### Авторлар туралы мәліметтер

Әбдірахманов А.Р. (корреспонденция авторы)

Инженерлік бейінді зертхана, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, 050040, Алматы қ., Қазақстан

ORCID ID 0000-0001-6652-1923

E-mail: abdirakhmanov@physics.kz

Машеева Р.У.

Вигнер атындағы физиканы зерттеу орталығы, Кешенді сұйықтықтарды зерттеу бөлімі, H-1121, Будапешт қ., Венгрия

ORCID ID 0000-0002-6950-662X

E-mail: masheyeva.ranna@gmail.com

### Информация об авторах

Абдирахманов Асан Рамазанович (автор для корреспонденции)

Лаборатория инженерного профиля, КазНУ им.аль-Фараби, 050040, г. Алматы, Казахстан

ORCID ID 0000-0001-6652-1923

E-mail: abdirakhmanov@physics.kz

Машеева Р.У.

Исследовательский центр физики имени Вигнера, Департамент исследований комплексных жидкостей, H-1121, г. Будапешт, Венгрия

ORCID ID 0000-0002-6950-662X

E-mail: masheyeva.ranna@gmail.com

УДК 004

МРНТИ 20.53

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2023-20-1-45-53>

**Imed Eddine Semassel,<sup>\*1</sup> Sadok Ben Yahia<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Department of Computer Science, Faculty of Sciences of Tunis, El Manar University, Tunis, Tunisia

<sup>2</sup>Tallinn Univeristy of Technology, Tallinn, Estonia

\*E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

## MOBILITY EMBEDDING FROM CALL DATA RECORD USING WORD2VEC TO SUPPORT NETWORK WITH UNMANNED AERIAL VEHICLE

**Abstract.** Call Detail Records (CDRs) are records that provide information about phone conversations and text messages. CDR data has been proved in several studies to give useful information on people's mobility patterns and associations with fine-grained temporal and geographical characteristics. This paper proposes to embed the traces recorded in the CDRs to extract meaningful information. These latter provide insights about the location that may need support to cover or recover the network. After embedding the users' trajectories step, we use the embedding results to recommend the antennas with coordinates and support demand needed to a fleet of Unmanned Aerial Vehicle. Finally, we ended up with a capacitated vehicle routing problem that we solved using a Google open-source software named OR-Tools.

**Key words:** Mobility embedding, Word embedding, Word2Vec, CDR data.

**Имед Эддин Семассель,<sup>\*1</sup> Садок Бен Яхиа<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Тунис жаратылыстану факультеті, Эль-Манар университетінің информатика бөлімі

<sup>2</sup>Таллин технологиялық университеті, Таллин қ., Эстония

\*E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

## ДРОН ЖЕЛІСІН ҚОЛДАУ ҮШІН WORD2VEC КӨМЕГІМЕН ҚОҢЫРАУ ДЕРЕКТЕРІН ЖАЗУДАН ҰТҚЫРЛЫҚТЫ ЕНГІЗУ

**Аңдатпа.** Қоңыраулар туралы мәліметтер жазбалары (CDR) телефон сөйлесулері мен мәтіндік хабарлар туралы ақпаратты беретін жазбалар болып табылады. CDR деректері адамдардың ұтқырлық үлгілері мен ұсақ түйіршікті уақытша және географиялық сипаттамалары бар ассоциациялар туралы пайдалы ақпарат беру үшін бірнеше зерттеулерде дәлелденді. Бұл құжат маңызды ақпаратты алу үшін CDR-де жазылған іздерді енгізуді ұсынады. Бұл соңғылар желіні жабу немесе қалпына келтіру үшін қолдау қажет болуы мүмкін орын туралы түсінік береді. Пайдаланушылардың траекториясының қадамын енгізгеннен кейін біз енгізу нәтижелерін координаттары бар антенналарды ұсыну және ұшқышсыз ұшу аппараты флотына қажетті қолдау көрсету үшін пайдаланамыз. Бұл, мақалада Google-дың OR-Tools деп аталатын ашық бастапқы бағдарламалық құралын пайдаланып, көлік құралын бағыттау мәселесін шештік.

**Тірек сөздер:** ұтқырлықты ендіру, Word ендіру, Word2Vec, CDR деректері.

Имед Еддине Семассел,<sup>\*1</sup> Садок Бен Яхиа<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Департамент компьютерных наук Тунисского факультета естественных наук,  
Университет Эль-Манар, Тунис

<sup>2</sup>Таллинский университет технологий, г. Таллин, Эстония

\*E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

## ВСТРАИВАНИЕ МОБИЛЬНОСТИ ИЗ ЗАПИСИ ДАННЫХ О ВЫЗОВАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ WORD2VEC ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ СЕТИ С БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

**Аннотация.** Записи сведений о вызовах (CDR) – это записи, содержащие информацию о телефонных разговорах и текстовых сообщениях. Некоторые исследования доказали, что данные CDR дают полезную информацию о моделях мобильности людей и связях с точными временными и географическими характеристиками. В данной статье предлагается встраивать трассировки, записанные в CDR, для извлечения значимой информации. Трассировки предоставляют информацию о местоположении, для которого может потребоваться поддержка для покрытия или восстановления сети. После внедрения траекторий пользователей мы используем обработанные результаты, для того чтобы рекомендовать антенны с координатами и запросом на поддержку, необходимые для парка беспилотных летательных аппаратов. В данной статье мы столкнулись с проблемой маршрутизации транспортных средств с вместимостью, которую мы решили с помощью программного обеспечения Google с открытым исходным кодом под названием OR-Tools.

**Ключевые слова:** встраивание мобильности, встраивание Word, Word2Vec, данные CDR.

### Introduction

Mobile phones are used by over ninety percent of individuals in their everyday lives. These are moving, arguably leaving traces of their movements, which may create a lot of data and information. A Telecom Service Provider records the data of telephone calls or Short Message Services (SMS) that flows via such devices, referred to as Call Data Record in the rest of this document (CDR). The latter is a data structure that stores details on a certain telephonic activity.

Mobile phones are often regarded as the most popular and convenient mode of communication [1]. Researchers can investigate topics that primarily rely on CDR data to gain insights into the location of distinct populations and their evolution over time using mathematical modeling methodologies [7,10].

By nature, CDRs are generated in large volumes. One of their main advantages is that they can be viewed as a wide-area sensor network as long as they provide a statistically valid representation of the distribution of individuals in a given region and can be combined with other data sources to track extensive and diverse groups of people [2].

Furthermore, and despite this, they may be used to supplement self-reported data from interviews and questionnaires, which are time-consuming, labor-intensive, and difficult to predict dynamic changes. CDRs are one type of passively gathered data that is increasingly being used in research alongside other big data types [5].

Telecom providers collect a large number of CDRs regularly, from which it is feasible to extract additional information at little cost and develop valuable datasets. We may acquire helpful information from the study of this data [8], such as city planning, user profiling, disease spread patterns, natural disasters, and the occurrence and influence of social events.

The ability to predict population movement insights based on just a single mobile source, such as CDRs, is a very challenging task.

We investigate whether valuable information is encoded in embeddings that a sequence of locations includes. Our motivation comes from the Word2vec approaches, which recommends the following words based on the assumption that similar words appear in similar contexts. Traces recorded by the telecom providers can be modeled similarly and represented by the embedded vectors to predict the next population movement and, thus, predict the activity load in the locations.

Our proposition embeds the traces recorded in the CDRs to extract meaningful information. The latter provides insights about the location that may need support to cover or recover the network. After embedding

the users' trajectories, we recommend the antennas with coordinates and support demand needed for a fleet of Unmanned Aerial Vehicles (aka drones). We end up with a capacitated vehicle routing problem that we solve using a Google open-source tool named OR-Tools.

We structure the remainder of the paper as follows. First, in section 2, we present scrutiny of the related works that used the embedding technology. Then, Section 3 describes the CDRs dataset we have used. Then Section 4 describes our proposition, starting with the main idea and embedding step, passing by evaluating our work with a bunch of algorithms, arriving at a use case that uses a fleet of unmanned aerial vehicles to solve the obtained routing problem. Finally, we present some concluding remarks and future work that can improve results in Section 6.

### Related work

In Natural Language Processing (NLP), word embedding technology refers to language models and feature learning methods. It is frequently utilized in text and seeks to learn the vectorized representation of words. Recently word embedding methods have been widely employed to learn dense vector representation of locations in mobility data. Many methods rely on the word2vec model [9] aiming to learn trajectory embedding vectors.

Zhu et al. [14] trained a skip-gram model word2vec [9] to create location embeddings, which were then used to comprehend the human mobility between urban places. Location2vec was proposed, which uses mobile cell stations as words taking advantage of the word2vec to learn embedding vectors considering the interaction between locations and moving objects.

In [4], the authors generated vector representations of locations, constructed based on how people move between them, their algorithm named motion-to-vector(Mot2vec) has two steps. First, the trajectories are preprocessed and converted into sequences of locations. Then, the location embeddings are constructed using a Skip-gram Word2vec model. The meaningful representation provided by Mot2vec defines a metric of similarity for evaluating locations connectivity and identifying mobility patterns among different categories of people.

The study of [11] offered an inference technique that employs embeddings to represent GPS trajectories using the Word2vec approach, which is then combined with multiple classification models to infer attributes such as gender, age, marital status, and if the user has children. The results of this study confirmed the efficacy of Word2vec outside of the NLP domain, demonstrating that the approach can predict demographics with accuracy.

In [12] they trained a GCN aided skip-gram model named GCN-L2V to learn representations that embed context information in human mobility as flow graph and spatial adjacency as a spatial graph. The approach could capture relationships among locations and provide a notion of semantic similarity in a spatial environment. Quantitative experiments and case studies demonstrated that the representations learned by GCN-L2V are effective and may be imported as features for down-streaming tasks.

In addition to these works, there exist other works as [13] that focus on the recommending POI (point of interest) with embedding vectors using word2vec.

We also rely on word2vec in our approach as all the mentioned works. The difference resides in the use of only the CDR data users as inputs, which is less informative. These latter are embedded to predict and recommend antennas that need support to cover or recover the charge in case saturation or antennas fail due to a disaster. These recommended antennas are fed into a vehicle routing system that manages the unmanned aerial vehicle fleet.

### CDR Datasets

The anonymous CDRs data contains the time and location where every individual sends or receives a call and/or a text message. In this regard, as part of the D4D challenge in \$2015\$, Sonatel-Orange Telecom made CDRs available to the research community. The idea is to use data from mobile phone calls to accelerate a country's socio-economic growth. Researchers can explore numerous areas directly influencing development variables using anonymized CDR data sets.

The considered data includes the time and location where users make a phone call are briefly described below:

**Dataset 1:** it represents the traffic per pair of antennas for the \$1,666\$ antennas (*aka* sites) hourly. The dataset contains monthly voice traffic between the sites, and data about monthly traffic text messages between the antennas (sites).

**Dataset 2:** It represents fine mobility data spread per user over an interval of two weeks for an entire year.

These data are unique at the individual level for about \$300,000\$ users randomly sampled.

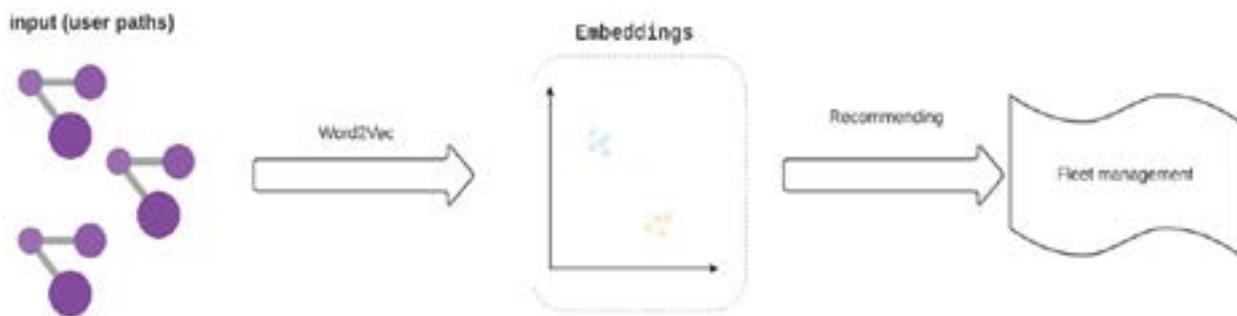
**Dataset 3:** It summarizes the rounded one-year mobility data volume (country district level) at the individual level for approximately \$150,000\$ randomly sampled users.

Methodology

Our approach aims to automatically recommend antennas to a fleet of unmanned aerial vehicles based only on CDRs data. The latter contains records that include users' mobility. We leveraged the user's fine mobility data spread over two weeks to generate the user's mobility paths from it. Then we use these paths to determine antennas that may need support. Finally, a routing algorithm manages a fleet of unmanned aerial vehicles according to their capacities and the needs of the antennas.

The overall system model presented in our approach comprises three stages, and its workflow is flagged in Figure 1:

- Corpus extractions step,
- Embedding step, and
- Recommending step.



We proceed as node2vec algorithm, it aims to generate vector representations of nodes on a graph through random walks to form a sequence of nodes as sentences in natural language processing (NLP), then pass it to the word2vec algorithm to produce the embedding, and capture some of the semantics of the nodes by placing semantically similar nodes close together in the embedding. First, we use the user's movements instead of random walks in our proposed approach. Then we pass these walks as input to the word2vec to get the embedding of the nodes. Finally, we use embedding to predict the next moves of users. This latter helps make early actions to support the antennas in case of antenna saturation or failure.

We applied our work to a subset of the data, which contains records of one district. This latter includes 71 antenna spots with high activity on average compared to the other districts of the DAKAR region.

Node2vec applies a random walks exploration on a given graph to generate many sequences of nodes. These latter are considered sentences, the inputs for the word2vec model that embeds the nodes. The word2vec model groups word with high context similarity in near neighborhoods. This method results in vector representations of nodes.

In our approach, we apply node2vec starting with random walks. The latter is replaced with the user's movements. We extract the path for each user, which results in a corpus of paths that can be interpreted as sentences. Indeed since this corpus is produced from users' movements, it preserves contextual information of areas. In other words, the corpus can be viewed as the description of the district through the user's movements.

After the corpus extraction, the word2vec model generates embeddings for each antenna. The embeddings are vector representations of the antennas that capture the semantics produced on the basis of the user's movements. Similar vectors are placed close together in the embedding space. Figure 2 shows the embeddings for each antenna.

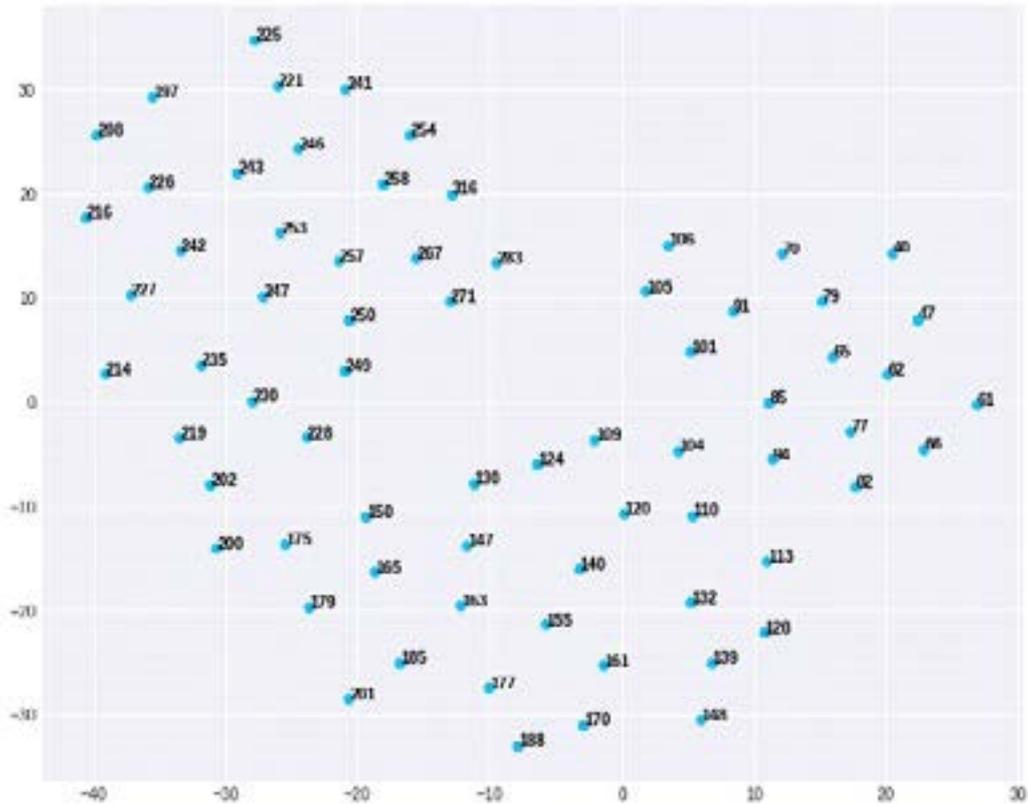


Figure 2 – The embeddings for each antenna

Finally, we use the embeddings results to recommend unmanned aerial vehicle fleet antennas. This latter supports the antennas to ensure the reliability of the communication services in case of saturation or help rescue operations in case of disasters. First, we compute the mean distances between antennas according to the user's trajectory. We considered the user mobility rate for each antenna visited since it can be viewed as how far the user moves away from the antenna. Then we train a recommending algorithm with the resulted dataset, and we predict the users' next moves. By counting this latter, we gain insights about the charge the antennas will face as presented in Figure 3.

**Approach evaluation**

To evaluate our approach, we used three accuracy metrics named MAE (Mean Absolute Error), MSE (Mean Squared Error), and RMSE (Root Mean Squared Error), with a list of recommendation algorithms presented in Table 1, and Table 2.

MAE represents the average of the absolute difference between the actual and predicted values. MSE represents the average of the squared difference between the original and predicted values. RMSE measures the standard deviation and it is the square root of MSE.

The algorithms showed better results with our approach, where we used the distances between embedded vectors of the antennas instead of using the geographical distances between antennas. Our approach outperforms all algorithms in both accuracy and time. Statistics shown in Tables 1, and Table 2 are sorted according to the RMSE metric.

Table 1 – The accuracy metrics for recommendation algorithms using the embedded vectors of the antennas

Algorithm	RMSE	MSE	MAE	fit_time	test_time
KNNBaseline	0.147769	0.021836	0.110582	9.917238	11.370682
KNNBasic	0.151011	0.022804	0.111156	7.823353	11.032049
SVDpp	0.176208	0.031049	0.142616	7.016650	0.456572

BaselineOnly	0.178941	0.032020	0.143688	0.231516	0.098518
SVD	0.180857	0.032709	0.146929	3.538417	0.300407
KNNWithMeans	0.182629	0.033353	0.137166	8.787129	11.479792
KNNWithZScore	0.183184	0.033556	0.137315	8.676554	10.777294
SlopeOne	0.193250	0.037345	0.147194	0.187910	0.202224
NormalPredictor	0.271933	0.073948	0.218916	0.0718180	0.166444
CoClustering	0.474721	0.225360	0.438905	2.116327	0.129506

Table 2 – The accuracy metrics for recommendation algorithms without using the embedded vectors of the antennas

Algorithm	RMSE	MSE	MAE	fit_time	test_time
KNNBasic	0.404790	0.163878	0.273863	14.272777	17.845253
KNNBaseline	0.4157248	0.172828	0.278298	14.757514	18.107223
SVDpp	0.464500	0.215766	0.335290	6.434196	0.632079
KNNWithMeans	0.535915	0.287218	0.369874	13.830763	17.630687
KNNWithZScore	0.571756	0.326909	0.376868	16.480092	20.197913
SlopeOne	0.621707	0.386525	0.425297	0.241426	0.317950
SVD	0.663268	0.439982	0.469696	2.962695	0.226513
BaselineOnly	0.677504	0.459033	0.500647	0.395443	0.199885
CoClustering	0.817951	0.669534	0.620654	3.089043	0.200401
NormalPredictor	1.060172	1.123993	0.823223	0.118616	0.236111

Next, since KNNBaseline has shown the best accuracy according to the metrics, we used it to predict users' next moves by counting all users' top-five rated antennas. The latter gave us insights about the charge the antennas will face, as presented in Figure 3. Finally, we use these obtained insights in a vehicle routing system that manages the fleet of unmanned aerial vehicles. The system considers each antenna's capacity to cover or recover the charge if saturation or antennas fail due to a disaster.

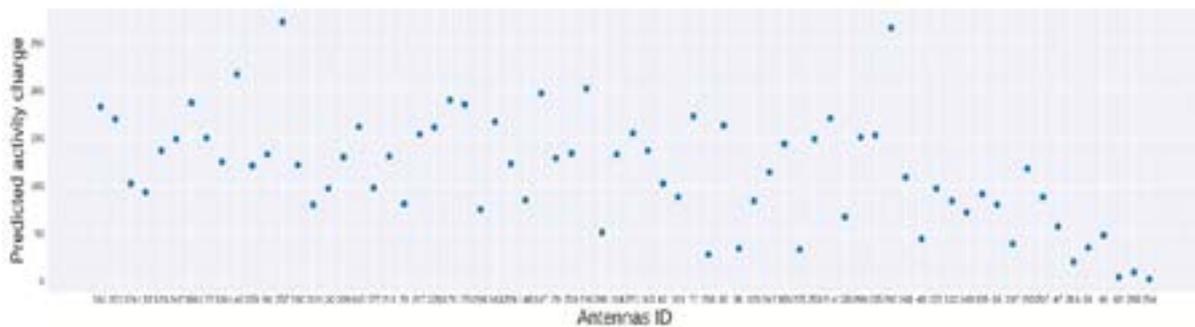


Figure 3 – Insights about the charge the antennas will face according to the users movements

Indeed we end up with a capacitated vehicle routing problem to solve this latter. We use the OR-Tools [6] of the google developers, which provides operations research software libraries and APIs for constraint optimization, linear optimization, and flow and graph algorithms.

The capacitated vehicle routing problem (CVRP) is a vehicle routing problem in which vehicles with a limited carrying capacity must pick up or deliver things at many locations. The items have a quantity, such as their weight or volume, while the vehicles have a carrying capacity. The challenge is to pick up or deliver the

products for the least cost while never exceeding the vehicles' capacity. In our case, the vehicles are the fleet of unmanned aerial vehicles. Each vehicle has a limited covering capacity, and the network's antennas are the locations that need support.

Before applying the solver to our example, we performed a constrained clustering [3] to divide the antennas into groups where the sum of the distances between each antenna and the centroid of its cluster are minimized, in addition to some constraints on cluster sizes. The cluster centroid is located where a base station for the fleet can be mounted. Figure 4 shows the antennas with a blue marker and the centroid of the antenna clusters with a red marker. In this example, we have applied clustering with a size of 10 antennas each. This latter can be changed according to the size of the fleet.

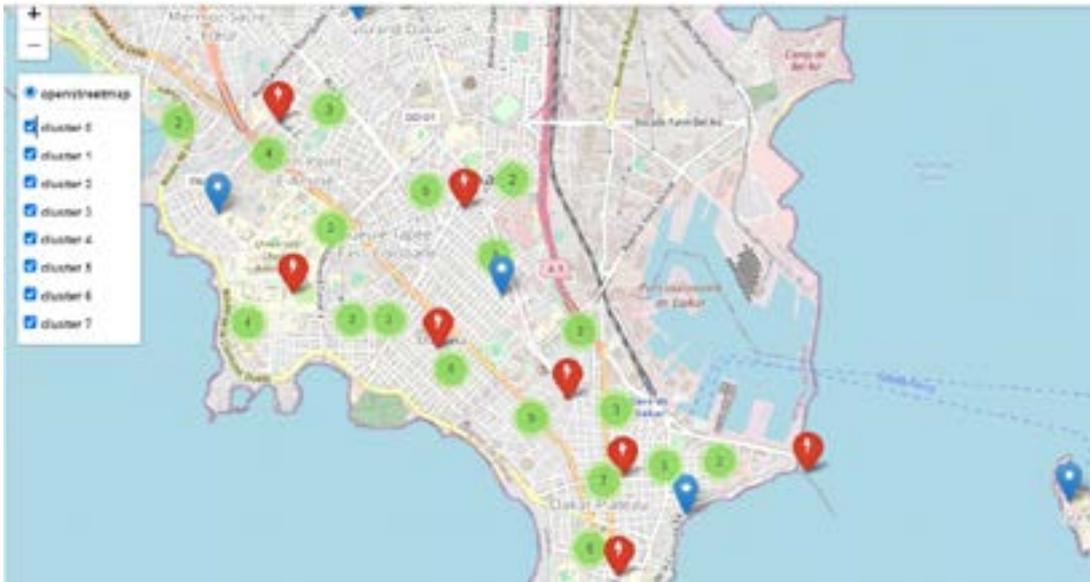


Figure 4 – Map with the clustered antennas and the centroid points where a base station for the fleet can be mounted

After the clustering step, we performed a simulation example for one of the clusters. We set four as the number of vehicles of the fleet, each vehicle has 15 as a maximum capacity, and the antennas demand as follows (140:2, 185:1, 124:1, 150:2, 147:4, 120:2, 163:4, 165:8, 179:8, 130:1). Zero stands for the Id of the base station. Figure 5 shows the results of the simulation and path each vehicle must follow to satisfy the antenna's demands.

```

Route for vehicle 0:
  0 Load(0) -> 179 Load(8) -> 185 Load(9) -> 163 Load(15) -> 0 Load(13)
Distance of the route: 3048m
Load of the route: 13

Route for vehicle 1:
  0 Load(0) -> 165 Load(8) -> 0 Load(8)
Distance of the route: 338m
Load of the route: 8

Route for vehicle 2:
  0 Load(0) -> 140 Load(2) -> 120 Load(4) -> 124 Load(5) -> 130 Load(6) -> 150 Load(8) -> 147 Load(12) -> 0 Load(12)
Distance of the route: 2883m
Load of the route: 12

Route for vehicle 3:
  0 Load(0) -> 0 Load(0)
Distance of the route: 0m
Load of the route: 0

Total distance of all routes: 4869m
Total load of all routes: 33
    
```

Figure 5 – The OR-TOOLS simulation results showing paths for each vehicle to satisfy the antennas requests

## Conclusion

This paper presented a method that uses word2vec to embed Call Data Records traces. The key idea is to use the users movements as random walks and embed these latter with word2vec to get the embedding of the locations. Results of the embedding provided movement insights of users, which were helpful to manage a fleet of unmanned aerial vehicles. With this approach, CDR data can help make early actions to support the antennas in case of saturation or failure due to crowd events or disasters.

We can increase the precision of this work and add time feature, and we can use multiple data sources. For example, we can analyze traffic between antennas to determine the relationship between places based on the connectivity and the site's frequent users.

Furthermore, it can also be expanded by including events aspects to determine their relationship with user movement patterns.

## REFERENCES

- Association C. T. (2017, July). *How mobile phones are changing the developing world*. Retrieved from <https://www.cta.tech/News/Blog/Articles/2015/July/How-Mobile-Phones-Are-Changing-the-Developing-World.aspx>.
- Bianchi F. M., Scardapane, S., Uncini, A., Rizzi, A., & Sadeghian, A. (2015). Prediction of telephone calls load using Echo State Network with exogenous variables. *Neural Networks*, 71, 204–213. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.neunet.2015.08.010>.
- Bradley P.S., Bennett K.P. & Demiriz A. (2000). Constrained k-means clustering. *Microsoft Research, Redmond*, 20(0), 0.
- Crivellari A. & Beinat E. (2019). From motion activity to geo-embeddings: Generating and exploring vector representations of locations, traces and visitors through large-scale mobility data. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 8(3), 134.
- Cuzzocrea A., Ferri F. & Grifoni P. (2018). Intelligent Sensor Data Fusion for Supporting Advanced Smart Health Processes. In L. Barolli & O. Terzo (Eds.), *Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems* (Vol. 611, pp. 361–370). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-61566-0\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-319-61566-0_33)
- OR-tools*. Retrieved from <https://developers.google.com/optimization>
- Gore R., Wozny P., Dignum F. P. M., Shults F. L. van Burken C. B. & Royakkers, L. (2019). A Value Sensitive ABM of the Refugee Crisis in the Netherlands. *Proceeding 2019 Spring Simulation Conference (SpringSim)*, 1–12.
- Louail T., Lenormand M., Ros O.G. C., Picornell M., Herranz R., Frias-Martinez E., ... Barthelemy M. (2015). From mobile phone data to the spatial structure of cities. *Scientific Reports*, 4. <https://doi.org/https://doi.org/10.1038/srep05276>.
- Mikolov T., Chen K., Corrado G. & Dean J. (2013). Efficient estimation of word representations in vector space. *ArXiv Preprint ArXiv:1301.3781*.
- Mobile policy handbook: an insider's guide to the issues*. (2017). Retrieved from [https://www.gsma.com/mena/wp-content/uploads/2018/10/Mobile\\_Policy\\_Handbook\\_2017\\_EN.pdf](https://www.gsma.com/mena/wp-content/uploads/2018/10/Mobile_Policy_Handbook_2017_EN.pdf)
- Solomon A., Bar A., Yanai C., Shapira B. & Rokach, L. (2018). Predict demographic information using word2vec on spatial trajectories. *Proceedings of the 26th Conference on User Modeling, Adaptation and Personalization*, 331–339.
- Tian C., Zhang Y. & Weng Z. (2021). Learning Large-scale Location Embedding From Human Mobility Trajectories with Graphs. *CoRR, abs/2103.00483*. Retrieved from <https://arxiv.org/abs/2103.00483>
- Zhou N., Zhao W. X., Zhang X., Wen J.-R. & Wang S. (2016). A general multi-context embedding model for mining human trajectory data. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 28(8), 1945–1958.
- Zhu M., Chen W., Xia J., Ma Y., Zhang Y., Luo Y. ... Liu L. (2019). Location2vec: a situation-aware representation for visual exploration of urban locations. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 20(10), 3981–3990.

## Information about authors

### Imed Eddine Semassel

PhD student, Department of Computer Science, Faculty of Sciences of Tunis, El Manar University, Tunis, Tunisia

ORCID ID: 0000-0002-9119-6867

E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

**Sadok Ben Yahia**

Professor, Tallinn Univeristy of Technology, Tallinn, Estonia  
ORCID ID: 0000-0001-8939-8948

E-mail: sadok.ben@taltech.ee

**Авторлар туралы мәліметтер**

**Имед Еддине Семассел**

Докторант, Тунис жаратылыстану факультеті, Эль-Манар университетінің информатика бөлімі,  
Тунис

ORCID ID: 0000-0002-9119-6867

E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

**Садок Бен Яхиа**

Профессор, Таллин технологиялық университеті, Таллин қ., Эстония  
ORCID ID: 0000-0001-8939-8948

E-mail: sadok.ben@taltech.ee

**Информация об авторах**

**Имед Еддине Семассел**

Докторант, Департамент компьютерных наук Тунисского факультета естественных наук,  
Университет Эль-Манар, Тунис

ORCID ID: 0000-0002-9119-6867

E-mail: imededdine.semassel@fst.utm.tn

**Садок Бен Яхиа**

Профессор, Таллинский университет технологий, г. Таллин, Эстония  
ORCID ID: 0000-0001-8939-8948

E-mail: sadok.ben@taltech.ee

ҚАЗАҚСТАН-БРИТАН ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ

HERALD  
OF THE KAZAKH-BRITISH TECHNICAL UNIVERSITY

ВЕСТНИК  
КАЗАХСТАНСКО-БРИТАНСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ответственный за выпуск	Алагузов Рашид Жуманович
Редакторы	Скуратова Ирина Михайловна Султангазиев Нурболат Абаевич
Компьютерный дизайн и верстка	Жадыранова Гульнур Даутбековна

Подписано в печать 30.03.2023 г.  
Тираж 300 экз. Формат 60x84  $\frac{1}{16}$ .  
Бумага тип. Уч.-изд.л. 3,5 Заказ №187

Редакция журнала «Вестник КБТУ» не несет ответственность за содержание публикуемых статей. Содержания статей целиком принадлежат авторам, и размещаются в журнале исключительно под их ответственность.