

МРНТИ 27.35.45,
УДК 519.632.4, 004.942

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2025-22-1-197-210>

^{1*}Алпар С.Д.,

PhD, ассоциированный профессор, ORCID ID: 0000-0003-0579-4180,

*e-mail: s.alpar@iitu.edu.kz

¹Токмухамедова Ф.К.,

магистр, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-7980-8245,

e-mail: f.tokmukhamedova@iitu.edu.kz

¹Дильдабаева А.А.

магистрант, ORCID ID: 0009-0005-3004-2724,

e-mail: adildabayeva@iitu.edu.kz

¹Международный университет информационных технологий, г. Алматы, Казахстан

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ФАСАДА ЗДАНИЯ ДЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ

Аннотация

Современные исследования подчеркивают необходимость углубленного анализа как численных, так и экспериментальных подходов к оптимизации форм фасада здания с целью повышения их энергоэффективности. Актуальность дальнейших исследований объясняется сложностью численных методов, связанных с оптимизацией формы, направленных на данную задачу. Настоящая статья стремится устранить существующие пробелы в данной области посредством создания и анализа подходящей модели. Для этого предлагается использовать двумерную модель стационарной теплопроводности, которая описывает процессы теплопередачи в фасадах зданий различной конфигурации. На внешней границе вводится граничное условие Неймана (второго рода), учитывающее воздействие падающего коротковолнового солнечного излучения. Расчет последнего включает факторы, такие как освещенность и затенение поверхности стены, которые обусловлены окружающей городской средой. Для численного решения задачи с сохранением точности применяется метод граничных элементов (МГЭ), включающий дискретизацию границы исследуемой области на отдельные элементы. В ходе исследования определяются две ключевые задачи оптимизации: улучшение теплопередачи и обеспечение тепловой изоляции. Оптимальные формы фасада проектируются с соблюдением ограничения на объем используемого материала, который не должен превышать объем, необходимый для плоского эталонного фасада. Полученные результаты демонстрируют улучшение энергоэффективности на 13% летом и 100% зимой по сравнению с вариантом плоской стеновой конструкции.

Ключевые слова: стационарный перенос тепла, метод граничных элементов, оптимизация фасада, энергоэффективность зданий.

Введение

Модернизация существующих зданий в связи с их воздействием на окружающую среду является важной задачей для архитекторов. Это требует точного прогнозирования тепловых потерь через многослойные стены, чтобы предложить энергоэффективные стратегии. К тому же задача становится еще более важной, если учесть тепловые нагрузки, связанные с изменением климата, повышением температуры окружающей среды и солнечной радиации. Здания, модернизированные сегодня, должны адаптироваться к будущему росту температуры окружающей среды. Однако несмотря на все программы моделирования зданий, разработанные за последние 50 лет, стены зданий часто проектируются в соответствии со следующим предположением: (i) стены – это плоские барьеры, созданные для защиты от климатических изменений снаружи. При этом не учитывается тот факт, что падающий радиационный тепловой поток не распределяется равномерно по ограждающей конструкции. Научная проблема

заключается в следующем: можно ли повысить энергоэффективность за счет оптимизации формы стены? Как отмечается в [1], для проектирования усовершенствованной стены с повышенной энергоэффективностью требуются новые численные методы.

На здания приходится 30% мирового потребления энергии и 26% выбросов парниковых газов, согласно статистическим данным, предоставленным Международным энергетическим агентством (МЭА), г. Париж, Франция, в 2022 г. [2]. За прошедшие полвека было разработано несколько моделей для представления физических явлений, происходящих на фасаде здания, с целью проектирования высокоэнергоэффективных ограждений [3-5]. Изменение коротковолнового излучения в городской среде обычно не учитывается при проектировании фасада [6]. Ана Паула де Алмейда Роча и др. и Мохаммад Мирсадеги и др. предприняли некоторые попытки точной оценки затенения или коэффициента конвективной теплопередачи, как сообщается в [7] и [8] соответственно. Однако, как отметили Николя Лозе и др. в [9], реальные инструменты моделирования зданий не могут обрабатывать пространственно-изменяемые граничные условия. (ii) Как следствие, ограждения задуманы с использованием одномерной модели путем объединения нескольких плоских слоев. Учитывая эти два недостатка, можно ли повысить энергоэффективность путем оптимизации формы фасада здания? Как следствие, основной целью данной статьи является исследование возможности оптимизации формы здания.

Что касается современного состояния улучшения формы фасада здания, существует множество исследований и результатов исследований. Например, в работе [10] Мохаммад Джафари и Элис Алипур фокусируются на оптимизации формы высотных зданий для минимизации ветровых нагрузок. Она использует вычислительные инструменты и моделирование для оптимизации форм зданий для снижения ветровых эффектов. Многоцелевой подход к оптимизации представлен в [11] для устойчивых форм высотных зданий с учетом таких факторов, как энергоэффективность, дневное освещение и использование материалов.

Одна из первых проблем в оптимизации формы заключается в параметризации формы. Такую параметризацию можно в целом разделить на два типа: непрерывную и дискретную [12]. Непрерывная параметризация включает представление форм с использованием математических уравнений или функций. Непрерывный подход обеспечивает плавные переходы между формами, точные представления и простое применение математических операций, но он требует значительных вычислительных ресурсов. Например, в работе Юньфэна Ло и др. [13] функция синуса с заданным уровнем используется для сопряженной оптимизации термогигрометрических характеристик для геометрии массива штыревых ребер в трехмерной переходной жидкости. Авторы максимизируют соотношение теплопередачи и коэффициента накачки. Чон-Так Джин и Чжэ-Вон Чон показали еще один пример непрерывных параметризованных форм в [14], где геометрическое моделирование поверхности здания свободной формы было выполнено с использованием непрерывных моделей проектирования в программе Rhinoceros. Затем тепловая нагрузка здания оценивается с помощью программного обеспечения TRNSYS для оптимизации изменения теплопритока. Метод теплового баланса используется TRNSYS в качестве основы для всех расчетов. Напротив, второй подход – дискретная параметризация использует конечный набор параметров, которые описывают различные характеристики формы, такие как размер, кривизна и другие геометрические свойства. Следовательно, это делает дискретную параметризацию подходящей для представления сложных форм из реального мира или когда математические уравнения неприменимы. Однако он исследует только сокращенную часть области параметров и может упустить некоторую оптимальную форму в процессе. Этот метод широко используется для решения нескольких инженерных задач оптимизации формы, чем непрерывный подход. В [15] угловые рецессии дискретные формы плана используются для снижения ветровых нагрузок на здания с использованием инструментов вычислительной гидродинамики. Аналогичные исследования проводятся Шуай Чжаном и др. в [16], где дискретные изоляционные угловые оболочки стен используются для минимизации потребления энергии в зданиях путем изучения переходного потока жидкости в дву-

мерном режиме. Существует множество других работ с различными выборками дискретных параметризованных форм: дискретные поверхности отклика для оптимизации аэроупругих характеристик [17], двумерный цилиндрический подход многокритериальной оптимизации для создания устойчивых форм высотных зданий с различными углами углублений для аэродинамической оптимизации [18] или даже ряд образцов форм зданий с модификациями скручивания [15].

Вторая проблема в оптимизации формы – моделирование физических явлений в ограждающих конструкциях зданий. Насколько нам известно, большинство работ игнорируют или упрощают теплопередачу через сплошные стены в процессе оптимизации [19]. С одной стороны, обзорные статьи о методах оптимизации формы [1], [20] иллюстрируют, что большинство исследований в основном сосредоточены на динамике потока жидкости вокруг ограждающих конструкций зданий. С другой стороны, [21–24] демонстрируют, что существует множество примеров исследований по оптимизации формы фасадов зданий, которые сосредоточены на энергоэффективности. Но общий недостаток заключается в том, что авторы рассматривают изотермические условия на твердых поверхностях [15–18, 25]. В результате упускают из виду важный аспект энергетического баланса, который играет твердый фасад между внутренней и внешней средой. При рассмотрении теплового баланса исследования обычно упрощают уравнение, рассматривая сосредоточенный подход, основанный на методе передаточной функции [26, 27]. При таком подходе делается предположение о стационарных условиях, что может быть недостаточно точным для точной оценки энергоэффективности.

В данной статье разработан метод граничных элементов для решения двумерного уравнения стационарного теплообмена в стенах с пространственно изменяющимся падающим потоком. Затем метод используется для решения задачи проектирования с целью определения оптимальной формы, повышающей энергоэффективность стенки.

Материалы и методы

Физическая задача

Исследуемая физическая область показана на рисунке 1. Область Ω обозначается пространственными координатами $\mathbf{x} = (x, y)$. Высота фасада равна H [м]. Границей области является $\Gamma = \bigcup_{i=1}^4 \Gamma_i$. Нижняя, правая и верхняя границы обозначаются как Γ_2 , Γ_3 и Γ_4 соответственно. Левая граница обозначается Γ_1 и определяется:

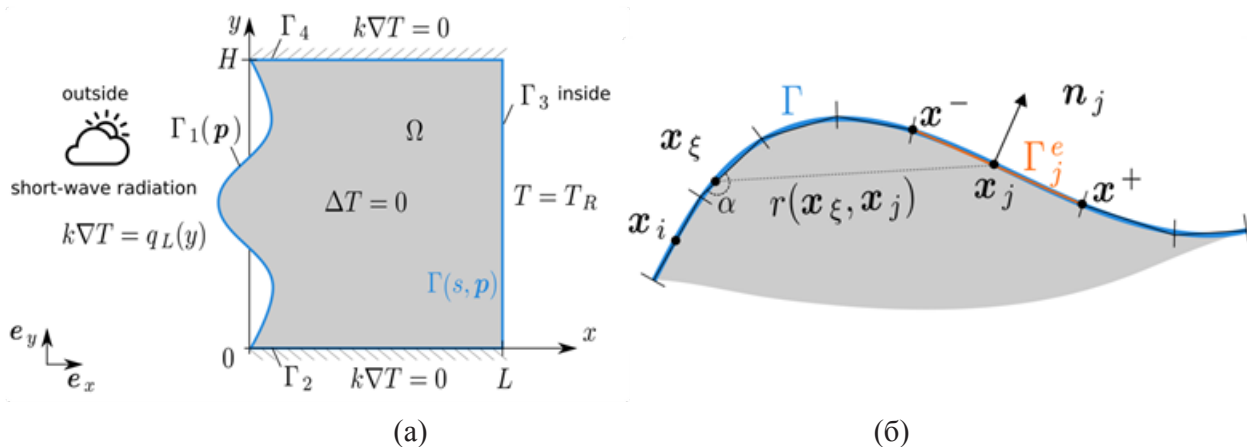


Рисунок 1 – Иллюстрация физической задачи (а).
Иллюстрация аппроксимации всей границы Γ (б)

$$\Gamma_1(\mathbf{p}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid x = \gamma(\mathbf{p}, y), y \in [0, H], \mathbf{p} \in \Omega_p\}, \quad (1)$$

где $\gamma(\mathbf{p}, y)$ – параметризованная функция отображения, которая формирует форму границы Γ_1 в зависимости от N_p параметров:

$$\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_{N_p}) \in \Omega_p.$$

Заметим, что в случае $\gamma(\mathbf{p}, y) = 0$ мы имеем плоскую границу Γ_1 , а фасад является классическим прямоугольным. В этом случае длина стены обозначается L [м].

Для представления физических явлений на фасаде здания предполагается двумерный стационарный тепловой диффузионный перенос [3]:

$$\Delta T = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega,$$

где T [К] – температура внутри фасада. Левая граница находится в контакте с внешней средой здания. Предполагается граничное условие второго типа, где поток q [Вт · м⁻²] соответствует падающему коротковолновому солнечному излучению:

$$k \nabla T \vec{n} = q_L(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_1,$$

где k [Вт · м⁻¹ · К⁻¹] – теплопроводность стены. Также отметим, что падающий поток q_L изменяется с высотой фасада из-за влияния окружающей городской среды и формы границы, которая может вызывать локальные затенения. Он определяется следующим образом:

$$q_L(\mathbf{x}) = \beta (q^{\text{dr}}(\mathbf{x}) + q^{\text{df}}(\mathbf{x}) + q^{\text{rf}}(\mathbf{x})),$$

где прямой q^{dr} [Вт · м⁻²], диффузный q^{df} [Вт · м⁻²] и отраженный q^{rf} [Вт · м⁻²] потоки – компоненты падающего коротковолнового излучения, β – коэффициент поглощения стены.

Правая граница находится в контакте с окружающим воздухом, поэтому предполагается граничное условие Дирихле:

$$T = T_R, \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_3,$$

где T_R – известная внутренняя температура окружающей среды, а верхняя и нижняя границы фасада считаются адиабатическими:

$$k \nabla T \vec{n} = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4.$$

Безразмерная формулировка

Величины пространства, времени и температуры преобразуются в безразмерное представление в соответствии с:

$$\mathbf{x}^* = (x^*, y^*), \quad x^* = \frac{x}{H}, \quad y^* = \frac{y}{H}, \quad u = \frac{T}{T_R}.$$

С помощью этих преобразований безразмерная задача определяется в новой области Ω^* , а левая граница Γ_1 теперь определяется заново как:

$$\Gamma_1^*(\mathbf{p}^*) = \{\mathbf{x}^* \mid x^* = \gamma^*(\mathbf{p}^*, y^*), y^* \in [0, 1], \mathbf{p}^* \in \Omega_p^*\}.$$

Тогда основное уравнение имеет вид:

$$\Delta^* u = 0, \quad (2)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \nabla^* u \vec{n} &= \rho(x^*), & x^* \in \Gamma_1, \\ \nabla^* u \vec{n} &= 0, & x^* \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4, \\ u &= 1, & x^* \in \Gamma_3. \end{aligned}$$

где $\rho(x^*) = \frac{q_L(x)H}{kT_R}$.

Численный метод решения прямой задачи

Граничное интегральное уравнение

Чтобы получить граничное интегральное уравнение из (2), воспользуемся вторым тождеством Грина для двух регулярных функций:

$$\int_{\Omega - \Omega_\epsilon} (u \nabla^2 \Phi^* - \Phi^* \nabla^2 u) dV = \int_{\Gamma} (u q^* - \Phi^* q) d\Gamma + \int_{\Gamma_\epsilon} (u q^* - \Phi^* q) d\Gamma_\epsilon, \quad (3)$$

где u – решение нашей безразмерной задачи, определенной в ограниченной двумерной области Ω с замкнутой граничной кривой Γ . Φ^* – фундаментальное решение уравнения Лапласа для ограниченной двумерной области Ω_ϵ с замкнутой граничной кривой Γ_ϵ . q и q^* – нормальные производные по u и Φ^* :

$$q = \nabla^* u \vec{n}, q^* = \nabla^* \Phi^* \vec{n}.$$

Тогда Φ^* определяется следующим образом:

$$\Phi^* = - \frac{\ln(r)}{2\pi(R_1 R_2)^{1/2}},$$

где r – это расстояние от исходной точки до граничной точки, которое определяется как:

$$r = \left[\frac{1}{R_1} (x^* - x_\xi)^2 + \frac{1}{R_2} (y^* - y_\xi)^2 \right]^{1/2},$$

здесь $x_\xi = (x_\xi, y_\xi)$ – координаты исходной точки и $x = (x^*, y^*)$ – координаты граничной точки, которые показаны на рисунке 1(б).

u и Φ^* удовлетворяют уравнению Лапласа в новой области $\Omega - \Omega_\epsilon$, поэтому интеграл по пространству равен нулю. Восстановление исходной области можно получить при взятии предела, когда $\epsilon \rightarrow 0$. Предел второго интеграла в правой части Γ_ϵ по уравнению (3) дает результат:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\epsilon} (u(x) q^*(x_\xi, x) - \Phi^*(x_\xi, x) q(x)) d\Gamma_\epsilon = u(x_\xi),$$

и из уравнения (3) получается следующее интегральное уравнение

$$u(x_\xi) = \int_{\Gamma} (\Phi^*(x_\xi, x) q(x) - u(x) q^*(x_\xi, x)) d\Gamma, \quad (4)$$

Это уравнение известно как третье тождество Грина.

Чтобы получить граничное интегральное уравнение, связанное только с граничными значениями, берется предел, когда точка x_ξ стремится к точке x на границе Γ . Однако если точка x_ξ принадлежит границе Γ , пределы дают так называемый свободный член. С учетом этих членов граничное интегральное уравнение (4) может быть обобщено в виде:

$$c(x_\xi) u(x_\xi) = \int_{\Gamma} (\Phi^*(x_\xi, x) q(x) - u(x) q^*(x_\xi, x)) d\Gamma, \quad (5)$$

для любой точки $\mathbf{x}_\xi$ на границе Γ . Свободный коэффициент $c(\mathbf{x}_\xi)$ определяется

$$c(\mathbf{x}_\xi) = \frac{\alpha}{2\pi}, 0 \leq c(\mathbf{x}_\xi) \leq 1,$$

где α – внутренний угол в исходной точке $\mathbf{x}_\xi$.

Дискретное граничное интегральное уравнение

Граничное интегральное уравнение (ГИУ) (5) может быть решено аналитически только для некоторых очень простых задач. Для этого обычно используется стандартный метод функций Грина. Вместо того чтобы искать аналитические решения ГИУ для конкретных геометрий и граничных условий, мы стремимся свести уравнение к алгебраической форме, которая может быть решена численным методом.

Метод граничных элементов (МГЭ) – это численный метод решения ГИУ, основанный на процедуре дискретизации [28]. МГЭ наиболее эффективен при решении задач с линейными и изотропными материалами. При наличии нелинейных свойств или анизотропии требуется разделение области на множество подобластей и применение итерационных методов. Однако при большом количестве таких подобластей эффективность МГЭ снижается, и метод может вырождаться в метод конечных элементов (МКЭ), что увеличивает вычислительные затраты [29]. МГЭ ориентирован на моделирование процессов, происходящих на границах областей. При наличии внутренних источников тепла или объемных тепловыделений требуется специальная модификация метода, что усложняет его применение и может снижать точность результатов [30]. Точность результатов МГЭ сильно зависит от корректности задания граничных условий. Неточные или неполные граничные условия могут привести к значительным отклонениям в расчетах температурных полей [31]. При моделировании тепловых процессов в условиях высокоскоростных течений (например, в аэрокосмической отрасли) МГЭ может сталкиваться с трудностями из-за сложной физики процессов и необходимости учета нелинейных эффектов, что требует дополнительных модификаций метода [32].

Применяются два типа аппроксимации: первый – геометрический, предполагающий разбиение границы Γ на N_e небольшие сегменты или элементы Γ_j , схематически показанные на рисунке 1(б), такие, что:

$$\sum_{j=1}^{N_e} \Gamma_j \approx \Gamma.$$

Учитывая это, уравнение (5) можно записать в виде:

$$c(\mathbf{x}_\xi) u(\mathbf{x}_\xi) = \sum_{j=1}^{N_e} \int_{\Gamma_j} (\Phi^*(\mathbf{x}_\xi, \mathbf{x}) q(\mathbf{x}) - u(\mathbf{x}) q^*(\mathbf{x}_\xi, \mathbf{x})) d\Gamma. \quad (6)$$

Второе приближение, требуемое МГЭ, является функциональным. Мы аппроксимируем изменение величин u и q в пределах каждого элемента, записывая их в терминах их значений в некоторых фиксированных точках элемента с помощью интерполяционных функций. Простейшая возможная аппроксимация – кусочно-постоянная, которая предполагает, что u и q постоянны в пределах каждого элемента и равны их значению в средней точке. Подставляя это приближение в уравнение (6), получаем:

$$c(\mathbf{x}_i) u(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{N_e} q(\mathbf{x}_i) \int_{\Gamma_j} \Phi^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) d\Gamma - u(\mathbf{x}_i) q^*(\mathbf{x}_\xi, \mathbf{x}) d\Gamma, \quad (7)$$

здесь i – узловая точка, j – номер элемента. Обозначаем интегралы

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \Phi^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) d\Gamma \quad (8)$$

и

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} q^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) d\Gamma, \quad H_{ij} = \hat{H}_{ij} + c(\mathbf{x}_i) \delta_{ij}, \quad (9)$$

где δ_{ij} – дельта Кронекера.

Интегрирование в уравнениях (8) и (9) выполняется с помощью метода Симпсона. Квадратичные граничные элементы используются для представления криволинейной геометрии [31]. Они обеспечивают повышенную точность благодаря более точному представлению изменения функций вдоль границы. Изменение координат $\mathbf{x}$ в каждом квадратичном элементе определяется их значениями в трех глобальных узловых точках $\mathbf{x}^-, \mathbf{x}^0, \mathbf{x}^+$ с использованием подходящих интерполяционных функций, которые зависят от однородной координаты η :

$$\mathbf{x}(\eta) = N_1 \mathbf{x}^- + N_2 \mathbf{x}^0 + N_3 \mathbf{x}^+,$$

где

$$N_1 = \frac{1}{2}\eta(\eta - 1), \quad N_2 = (1 - \eta^2), \quad N_3 = \frac{1}{2}\eta(\eta + 1),$$

η – это безразмерная координата, изменяющаяся в пределах $-1 \leq \eta \leq 1$.

В отличие от численной реализации линейных элементов, в данном случае якобиан и нормальный вектор больше не являются постоянными внутри каждого элемента. Чтобы их реализовать, необходимо выполнить преобразование от декартовых координат к криволинейным. Преобразование от $d\Gamma$ к $d\eta$ записывается как:

$$d\Gamma = |J| d\eta,$$

где якобиан вычисляется следующим образом:

$$|J| = \sqrt{\{J_x^2 + J_y^2\}} = \frac{d\Gamma}{d\eta},$$

где

$$J_x = \frac{dx}{d\eta}, \quad J_y = \frac{dy}{d\eta}.$$

Таким образом, уравнение (9) можно записать в следующем виде:

$$G_{ij} = \int_{-1}^1 \Phi(\mathbf{x}(\eta_i), \mathbf{x}(\eta)) |J| d\eta.$$

Аналогично, другие интегралы могут быть вычислены. Компоненты единичных нормальных векторов в любой точке определяются как:

$$n_x = \frac{J_y}{|J|}, \quad n_y = -\frac{J_x}{|J|}.$$

Теперь уравнение (7) можно переписать в виде:

$$\sum_{j=1}^{N_e} H_{ij} u_{ij} = \sum_{j=1}^{N_e} G_{ij} q_j \quad (10)$$

для любой узловой точки i . Если теперь применить вышеприведенные уравнения, то получится система уравнений, которую в матричной форме можно записать в виде:

$$\underline{\underline{H}} \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{q}}. \quad (11)$$

После наложения граничных условий задачи на систему уравнений (11) матрицы можно переупорядочить в виде:

$$\underline{\underline{A}} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{b}}. \quad (12)$$

В этом случае все неизвестные были собраны в вектор $\underline{\underline{x}}$, а вектор $\underline{\underline{b}}$ является вектором «нагрузки», который содержит все известные граничные условия.

Верификация МГЭ

Сначала метод МГЭ проверяется на случае, когда известно аналитическое решение. Рассматривается прямоугольная область. Как следствие, для случая плоской стенки $\gamma(\mathbb{P}, y^*) = 0$. Аналитическое решение u^a для уравнения (2) используется в качестве эталонного решения:

$$u^a(x^*) = (x^*)^2 - (y^*)^2.$$

Аналитическое решение сравнивается с МГЭ и методом конечных разностей (МКР). Последний реализуется с помощью метода Якоби. Для сравнения определяется погрешность ε_2 :

$$\varepsilon_2 = \|u - u^a\|_2.$$

Результаты вычисляются для граничных и внутренних точек. Различные значения пространственного шага Δh выбираются в зависимости от общего количества граничных элементов N_g .

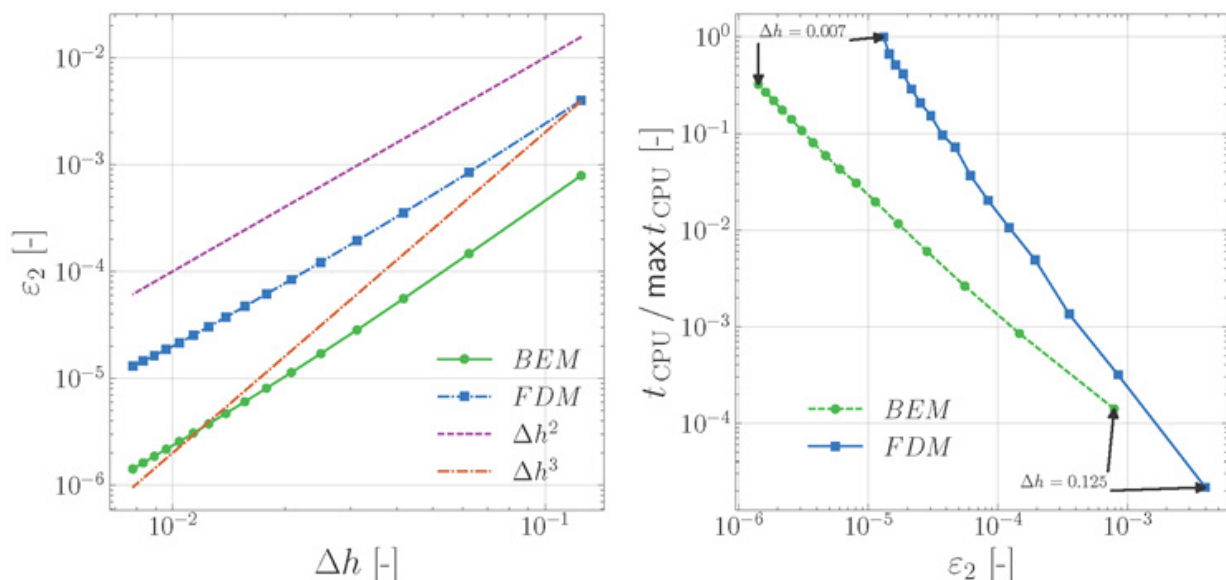


Рисунок 2 – Влияние пространственного шага Δh на погрешность ε_2 для безразмерного u (а) и на соотношение t_{CPU} времени и ε_2 (б)

На рисунке 2(а) представлена ошибка в зависимости от пространственного шага для каждого метода. На нем видно, что МГЭ имеет меньшую ошибку по сравнению с МКР результатами для всех пространственных шагов. Ошибка обоих подходов пропорциональна Δh^2 . На рисунке 2(б) представлено соотношение вычислительного времени в зависимости от ошибки. Здесь соотношение вычисляется таким образом, что максимальное значение имеет тот метод, который требует наибольших вычислительных ресурсов. Из рисунка видно, что при одинаковом уровне точности МГЭ быстрее вычисляет решение, чем МКР.

Задача оптимизации дизайна

Целью данной работы является повышение энергоэффективности стены здания путем нахождения оптимальной формы левой границы, контактирующей с внешней средой. Иными словами, задача оптимизации направлена на поиск параметров левой границы, которые минимизируют тепловой поток на правой стене:

$$p^\circ = \arg \min_{p \in \Omega_p} J. \quad (13)$$

Зимой задача состоит в том, чтобы максимизировать внутренний тепловой поток, а летом наоборот. Функционал J [Вт · м⁻²] – это суммарный поток тепла внутрь здания на правой границе, соответствующей внутренней части здания:

$$J = s \frac{1}{H} \int_0^H -k \nabla T \vec{n} dy,$$

где s – знак объективной функции в зависимости от времени года. А именно $s = 1$ и $s = -1$ для лета и зимы соответственно. Отметим, что функционал должен быть минимизирован при нескольких ограничениях. Во-первых, физический объем стены V_p не должен превышать эталонный V_∞ . Эталонный случай определяется как плоская стандартная стенка ($\gamma = 0$ в уравнении (1)). Следовательно, функционал (14) должен быть минимизирован при следующем ограничении:

$$V_p \leq V_\infty, \quad (15)$$

что приводит к

$$\int_{\Gamma_3} L d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \gamma(p, y) d\Gamma \leq \int_{\Gamma_3} L d\Gamma, \quad (16)$$

которое можно переписать в виде

$$\int_{\Gamma_1} \gamma(p, y) d\Gamma \geq 0. \quad (17)$$

Второе ограничение, которому должно удовлетворять параметризованное отображение, заключается в том, что максимальная ширина стены не может быть больше L . Другими словами, левая и правая границы не могут пересекаться друг с другом:

$$\gamma(p, y) d\Gamma \leq L - \delta, \quad (18)$$

где δ – заданный пространственный допуск.

Функционал (14) минимизируется с помощью метода ограниченной оптимизации по линейной аппроксимации (COBYLA – Constrained Optimization By Linear Approximation) [33]. Он работает путем итеративной аппроксимации реальной задачи оптимизации с ограничениями задачами линейного программирования.

Исследование конкретного случая

В качестве примера рассматривается стена дома в летних и зимних условиях. Стена сложена из кирпича с теплопроводностью $k = 1$ Вт · м⁻¹ · К⁻¹. Высота и ширина стены составляют $H = 3$ м и $L = 0,3$ м. Для функции отображения γ (1) рассматривается полином третьего порядка:

$$\gamma(p, y) = p_0 \frac{y}{H} \left(\frac{y}{H} - p_1 \right) \left(\frac{y}{H} - 1 \right).$$

Поглощающая способность правой границы задана равной $\beta=1$. Городская среда предполагает наличие фронтального здания высотой 5 м, расположенного на расстоянии 3 м от границы Γ_1 . Поток падающего излучения рассчитывается с помощью аналитической проекции мягкого солнечного угла с учетом тени, вызванной фронтальным зданием и нижней формой границы Γ_1 . Для границы Γ_3 стены температура внутреннего атмосферного воздуха составляет $T_R = 20^\circ\text{C}$. Количество элементов границы равно $N_g = 256$, что соответствует безразмерному пространственному шагу $\Delta h = 8,5 \cdot 10^{-3}$, $\delta = 2\Delta h$.

Результаты и обсуждение

Задача оптимизации формы фасада здания решается с помощью метода, описанного в разделе 3. Прямая задача решается для летнего (21 августа) и зимнего (21 января) сезонов.

Потоки излучения генерируются с использованием стандартного климата для г. Перпиньян, Франция. Плоская стена рассматривается как эталонный случай и обозначается подстрочным индексом f .

Таблица 1 – Результаты оптимизации

Конфигурация	Масштабированный функционал		Оптимизированный параметр формы		Объем стены		Вычислительные затраты	
	$I_f[-]$	$I_o[-]$	$p_o^o[-]$	$p_i^o[-]$	$V_f[-]$	$V_o[-]$	итерация	$t_{CPU}[s]$
Лето	1	0,93	1,12	0,51	1,00	0,99	20	231
Зима	1	1,24	-1,13	0,49	1,00	0,81	22	241

В таблице 1 приведены результаты для обеих конфигураций. Результаты показывают преимущества в плане энергоэффективности. Теплопередача снижается на 7% летом и увеличивается на 24% зимой. Кроме того, объем оптимизированной формы меньше, чем в контрольном случае (0,01% и 19% для лета и зимы соответственно). Оптимизированные параметры конструкции приведены в таблице 1 и проиллюстрированы на рисунке 3.

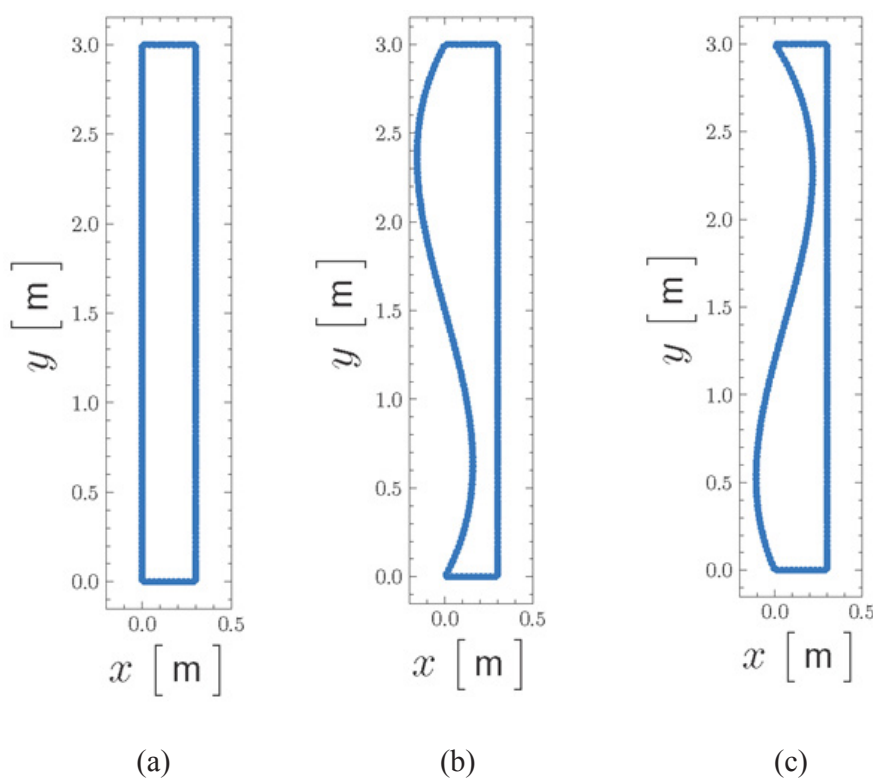


Рисунок 3 – Плоская форма стены (a) и оптимизированные формы стены летом (b) и зимой (c)

На рисунке 4 показано влияние формы левой границы на распределение теплового потока вдоль Γ_1 и Γ_3 . Согласно летней оптимизированной форме стена имеет выпуклость в верхней части, что затрудняет проникновение солнечного излучения через стену в этой зоне. Таким образом, общий тепловой поток ниже в случае оптимизированной конструкции. Та же логика может быть применена к оптимизированной форме зимой. Благодаря вогнутости расстояние

до противоположной стены уменьшается. Таким образом, оптимизированная форма показывает улучшение глобальной энергоэффективности за счет увеличения теплопередачи через стену как в зимний, так и в летний периоды.

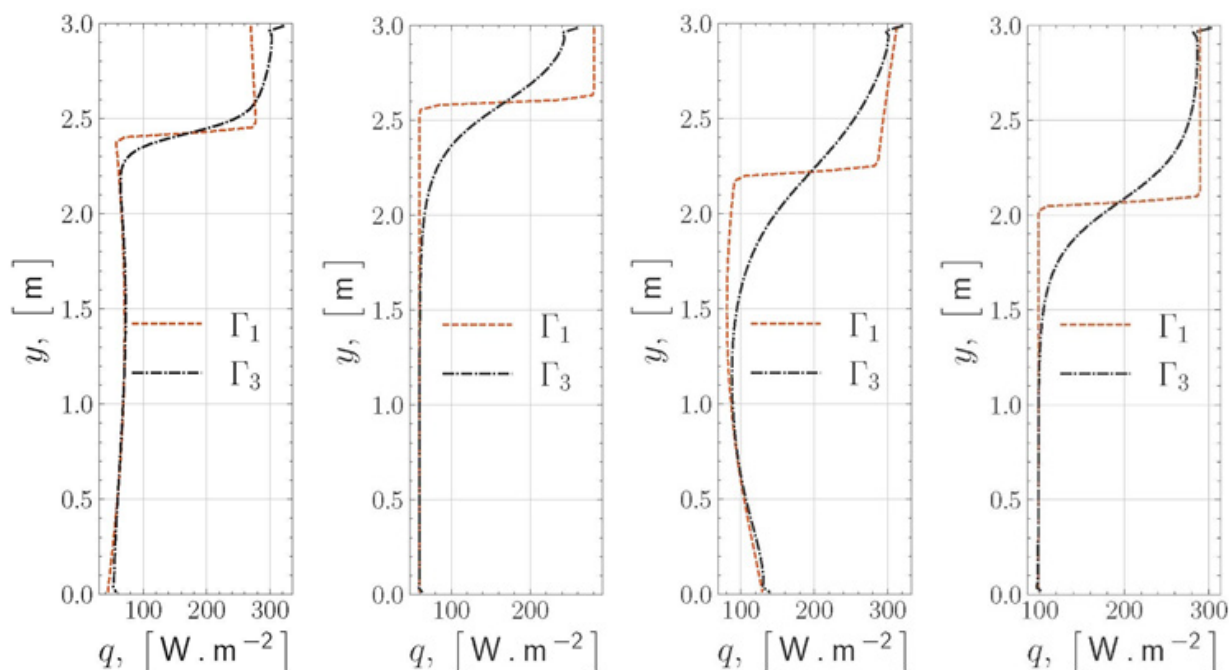


Рисунок 4 – Распределение теплового потока вдоль оси y на внешней Γ_1 и внутренней Γ_3 границах

Заключение

В этой статье исследуется использование МГЭ для решения задачи оптимизации формы стены здания. Сначала метод проверяется с учетом аналитического решения. Подчеркивается, что подход быстрее и точнее стандартного метода конечных разностей. Затем рассматривается пример оптимизации. Падающий поток коротковолнового излучения меняется в зависимости от высоты фасада из-за тени, создаваемой городской средой, и собственной формы стены. Результаты показывают, что при уменьшенном объеме стены энергоэффективность может быть улучшена на 13% и 100% летом и зимой соответственно. Будущие работы должны быть сосредоточены на расширении методологии для нестационарной теплопередачи.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Caetano I., Santos L., Leitão A. Computational design in architecture: Defining parametric, generative, and algorithmic design. *Frontiers of Architectural Research*, 2020, vol. 9, no. 2, pp. 287–300. <https://doi.org/10.1016/j.foar.2019.12.008>.
- 2 Agency I.E. Building global energy consumption. [Online]. Available: <https://www.iea.org/energy-system/buildings> 03.11.2024.
- 3 Ciardiello A., Rosso F., Dell’Olmo J., Ciano V., Ferrero M., Salata F. Multi-objective approach to the optimization of shape and envelope in building energy design. *Applied Energy*, 2020, vol. 280, p. 115984. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115984>.

- 4 Gauch H. L., Dunant C. F., Hawkins W., Cabrera Serrenho A. What really matters in multi-storey building design? A simultaneous sensitivity study of embodied carbon, construction cost, and operational energy. *Applied Energy*, 2023, vol. 333, p. 120585. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.120585>.
- 5 Toja-Silva F., Lopez-Garcia O., Peralta C., Navarro J., Cruz I. An empirical–heuristic optimization of the building-roof geometry for urban wind energy exploitation on high-rise buildings. *Applied Energy*, 2016, vol. 164, pp. 769–794. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.11.095>.
- 6 Freire R. Z., Mazuroski W., Abadie M. O., Mendes N. Capacitive effect on the heat transfer through building glazing systems. *Applied Energy*, 2011, vol. 88, no. 12, pp. 4310–4319. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2011.04.006>.
- 7 de Almeida Rocha A. P., Oliveira R. C. L. F., Mendes N. Experimental validation and comparison of direct solar shading calculations within building energy simulation tools: Polygon clipping and pixel counting techniques. *Solar Energy*, 2017, vol. 158, pp. 462–473. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2017.10.011>.
- 8 Mirsadeghi M., Cóstola D., Blocken B., Hensen J. L. M. Review of external convective heat transfer coefficient models in building energy simulation programs: Implementation and uncertainty. *Applied Thermal Engineering*, 2013, vol. 56, no. 1, pp. 134–151. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.03.003>.
- 9 Lauzet N., Rodler A., Musy M., Azam M.-H., Guernouti S., Mauree D., Colinart T. How building energy models take the local climate into account in an urban context – A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2019, vol. 116, p. 109390. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.109390>.
- 10 Jafari M., Alipour A. Methodologies to mitigate wind-induced vibration of tall buildings: A state-of-the-art review. *Journal of Building Engineering*, 2021, vol. 33, p. 101582. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.101582>.
- 11 Diakaki C., Grigoroudis E., Kolokotsa D. Towards a multi-objective optimization approach for improving energy efficiency in buildings. *Energy and Buildings*, 2008, vol. 40, no. 9, pp. 1747–1754. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2008.03.002>.
- 12 Luo Y., Chen W., Liu S., Li Q., Ma Y. A discrete-continuous parameterization (DCP) for concurrent optimization of structural topologies and continuous material orientations. *Composite Structures*, 2020, vol. 236, p. 111900. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.111900>.
- 13 Kametani Y., Fukuda Y., Osawa T., Hasegawa Y. A new framework for design and validation of complex heat transfer surfaces based on adjoint optimization and rapid prototyping technologies. *Journal of Thermal Science and Technology*, 2020, vol. 15, no. 2, p. JTST0016. <https://doi.org/10.1299/jtst.2020jtst0016>.
- 14 Jin J.-T., Jeong J.-W. Optimization of a free-form building shape to minimize external thermal load using genetic algorithm. *Energy and Buildings*, 2014, vol. 85, pp. 473–482. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2014.09.080>.
- 15 Asghari Mooneghi M., Kargarmoakhar R. Aerodynamic mitigation and shape optimization of buildings: Review. *Journal of Building Engineering*, 2016, vol. 6, pp. 225–235. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2016.01.009>.
- 16 Zhang S., Song D., Yu Z., Song Y., Du S., Yang L. Simulation and optimization of insulation wall corner construction for ultra-low energy buildings. *Energies*, 2023, vol. 16, no. 3, p. 1325. <https://doi.org/10.3390/en16031325>.
- 17 Nieto F., Cid Montoya M., Hernández S. Shape optimization of tall buildings cross-section: Balancing profit and aeroelastic performance. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2022, vol. 31, no. 18, p. e1982. <https://doi.org/10.1002/tal.1982>.
- 18 Wang Z., Zheng C., Mulyanto J. A., Wu Y. Aerodynamic shape optimization of a square cylinder with multi-parameter corner recession modifications. *Atmosphere*, 2022, vol. 13, no. 11, p. 1782. <https://doi.org/10.3390/atmos13111782>.
- 19 Meissner J., Abadie M., Moura L., Mendonça K., Mendes N. Performance curves of room air conditioners for building energy simulation tools. *Applied Energy*, 2014, vol. 129, pp. 243–252. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.04.094>.
- 20 Caetano I., Leitão A. Architecture meets computation: an overview of the evolution of computational design approaches in architecture. *Architectural Science Review*, 2020, vol. 63, no. 2, pp. 165–174. <https://doi.org/10.1080/00038628.2019.1680524>.
- 21 Zhang L., Wang C., Chen Y., Zhang L. Multi-objective optimization method for the shape of large-space buildings dominated by solar energy gain in the early design stage. *Frontiers of Architectural Research*, 2021, vol. 9. <https://doi.org/10.3389/fenrg.2021.744974>.

22 Talaee M., Mahdaviinejad M., Azari R., Prieto A., Sangin H. Multi-objective optimization of building-integrated microalgae photobioreactors for energy and daylighting performance. *Journal of Building Engineering*, 2021, vol. 42, p. 102832. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2021.102832>.

23 Kämpf J. H., Montavon M., Bunyesc J., Bolliger R., Robinson D. Optimisation of buildings' solar irradiation availability. *Solar Energy*, 2010, vol. 84, no. 4, pp. 596–603. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2009.07.013>.

24 Fallahtafti R., Mahdaviinejad M. Optimisation of building shape and orientation for better energy efficient architecture. *International Journal of Energy Sector Management*, 2015, vol. 9, pp. 593–618. <https://doi.org/10.1108/IJESM-09-2014-0001>.

25 Baghaei Daemei A., Eghbali S. Study on aerodynamic shape optimization of tall buildings using architectural modifications in order to reduce wake region. *Wind and Structures An International Journal*, 2019, vol. 29, pp. 139–147. <https://doi.org/10.12989/was.2019.29.2.139>.

26 Jin J.-T., Jeong J.-W. Thermal characteristic prediction models for a free-form building in various climate zones. *Energy*, 2013, vol. 50, pp. 468–476. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.11.011>.

27 Rashad M., Żabnieńska-Góra A., Norman L., Jouhara H. Analysis of energy demand in a residential building using TRNSYS. *Energy*, 2022, vol. 254, p. 124357. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124357>.

28 Marin L. Numerical boundary identification for Helmholtz-type equations. *Computational Mechanics*, 2006, vol. 39, pp. 25–40. <https://doi.org/10.1007/s00466-005-0006-9>.

29 Becker E.B., Carey G.F., Oden J.T.. *Finite Elements: An Introduction*. New Jersey: Prentice-Hall, 1981, 258 p.

30 Brebbia C.A., Dominguez J. *Boundary Elements: An Introductory Course*. WIT Press, 1992.

31 Aliabadi M. H., Wrobel C.. *The boundary element method, volume 1: Applications in thermo-fluids and acoustics*. New York: Wiley–Blackwell, 2002, 472 p.

32 Paris F., Cañas J.. *Boundary Element Method: Fundamentals and Applications*. New York: Oxford Univ. Press Inc., 1997.

33 Powell M. A view of algorithms for optimization without derivatives. *Mathematics TODAY*, 2007, vol. 43.

¹*Alpar S.D.

PhD, Associate Professor, ORCID ID: 0000-0003-0579-4180,

*e-mail: s.alpar@iitu.edu.kz

¹Tokmukhamedova F.K.

MSc, Assistant Professor, ORCID ID: 0000-0001-7980-8245,

e-mail: f.tokmukhamedova@iitu.edu.kz

¹Dildabayeva A.A.

Master student, ORCID ID: 0009-0005-3004-2724,

e-mail: adildabayeva@iitu.edu.kz

¹International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan.

**OPTIMIZATION OF BUILDING FACADE GEOMETRY
FOR RATIONAL USE OF ENERGY**

Abstract

Modern research emphasizes the need for an in-depth analysis of both numerical and experimental approaches to optimizing the shapes of building envelopes in order to improve their energy efficiency. The relevance of further research is explained by the complexity of numerical methods related to shape optimization aimed at this problem. This article seeks to fill the existing gaps in this area by creating and analyzing a suitable model. For this purpose, it is proposed to use a two-dimensional model of steady-state thermal conductivity, which describes the heat transfer processes in building facades of various configurations. At the outer boundary, the Neuman boundary condition (of the second kind) is introduced, considering the effect of incident short-wave solar radiation. Calculation of the latter includes factors such as illumination and shading of the wall surface, which are due to the surrounding urban environment. To numerically solve the problem while maintaining good precision, the boundary element method

(BEM) is used, including discretization of the boundary of the study area into individual elements. During the study, two key optimization problems are defined: improving heat transfer and ensuring thermal insulation. Optimal facade shapes are designed with the constraint of the volume of material used not exceeding the volume required for a flat reference facade. The results obtained demonstrate a significant improvement in energy effectiveness of 13% in summer and 100% in winter compared to the flat wall facade option.

Key words: steady-state heat transfer, boundary element method, façade optimization, energy efficiency of buildings.

^{1*}Алпар С.Д.,

PhD, қауымдастырылған профессор, ORCID ID: 0000-0003-0579-4180,

*e-mail: s.alpar@iitu.edu.kz

¹Токмухамедова Ф.К.,

магистр, ассистент-профессор, ORCID ID: 0000-0001-7980-8245,

e-mail: f.tokmukhamedova@iitu.edu.kz

¹Дильдабаева А.А.,

магистрант, ORCID ID: 0009-0005-3004-2724,

e-mail: adildabayeva@iitu.edu.kz

¹Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЭНЕРГИЯНЫ ҰТЫМДЫ ПАЙДАЛАНУ ҮШІН ҒИМАРАТ ҚАСБЕТІНІҢ ГЕОМЕТРИЯСЫН ОҢТАЙЛАНДЫРУ

Аңдатпа

Заманауи зерттеулер көрсеткендей, энергия тиімділігін арттыру мақсатында құрылыс қоршауларының пішінін оңтайландырудың сандық және эксперименттік тәсілдерін терең талдау қажет. Бұл мәселенің өзектілігі сандық әдістердің күрделілігіне байланысты, өйткені олар пішінді оңтайландыруға бағытталған зерттеулердің негізін құрайды. Бұл мақала осы саладағы бар олқылықтарды жетілдіруге бағытталған қолайлы модель құру және оны талдау мәселесін қарастырады. Ол үшін әртүрлі конфигурациядағы ғимараттардың қасбеттеріндегі жылу беру процестерін сипаттайтын стационарлық жылу өткізгіштіктің екі өлшемді моделі ұсынылады. Сыртқы шекарада қысқа толқынды күн радиациясының әсерін ескере отырып, Нейманның (екінші түрдегі) шекаралық шарты енгізіледі. Дәлдікті сақтай отырып, есепті сандық шешу үшін зерттелетін аймақтың шекарасын жеке элементтерге бөлуге негізделген шекаралық элементтер әдісі (ШЭӘ) қолданылады. Зерттеу барысында оңтайландырудың екі негізгі міндеті анықталды: жылу беруді жақсарту және жылу оқшаулауын қамтамасыз ету. Қасбеттің оңтайлы пішіндері қолданылатын материалдың көлеміне шектеу қойыла отырып жобаланады, бұл көлем тегіс эталондық қасбетке қарағанда артық болмауы тиіс. Зерттеу нәтижелері тегіс қабырға құрылымымен салыстырғанда жазда 13%, ал қыста 100% энергия тиімділігінің айтарлықтай жақсарғанын көрсетеді.

Тірек сөздер: стационарлық жылу беру, шекаралық элементтер әдісі, ғимарат қасбетін оңтайландыру, ғимараттардың энергия тиімділігі.

Дата поступления статьи в редакцию: 05.11.2024