

ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ЭЛЕМЕНТТЕРДІҢ ТЕРМОМЕХАНИКАЛЫҚ КҮЙІН АНЫҚТАУ

НҰРЛЫБАЕВА Э.Н.¹, ТАШЕНОВА Ж.М.², АМАНЖОЛОВА Ш.А.³,
САТЫМБЕКОВ М.Н.⁴

¹Т.Қ. Жүргенов атындағы Қазақ Ұлттық өнер академиясы, 050000, Алматы қ., Қазақстан

²Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті, 010000, Нұр-Сұлтан қ, Қазақстан,

³Құрманғазы атындағы Қазақ Ұлттық консерваториясы, 050000, Алматы қ., Қазақстан

⁴Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, 050000, Алматы, Қазақстан

Аңдатпа. Мақалада стратегиялық құрылғылардың сан түрлі күрделі жылу көздері әсерінен негізгі құрылым элементтерінде пайда болатыны келтірілген. Оның жылу механикалық күйін зерттей алатын әмбебаптық сандық әдісі бойынша қарастырылды. Сонымен қатар есептеу алгоритмі жасалған. Сол құрылғылардың үздіксіз жұмыс жасауы негізгі құрылым элементтерінің жылу-беріктілігіне тікелей тәуелді болатыны айтылған.

Түйінді сөздер: ақпараттық технологиялар, жылу өткізгіштік, есептеу алгоритмі, жылу-механикалық күйі, жылу өрісі, жылу ағындары.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

НУРЛЫБАЕВА Э.Н.¹, ТАШЕНОВА Ж.М.², АМАНЖОЛОВА Ш.А.³,
САТЫМБЕКОВ М.Н.⁴

¹ Казахская Национальная академия искусств им. Т.К. Жургенова, 050000, Алматы, Казахстан

²Евразийский Национальный университет им. Л.Н. Гумилева, 010000, Нур-Султан, Казахстан

³Казахская Национальная консерватория им. Курмангазы, 050000, Алматы, Казахстан

⁴Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, 050000, Алматы, Казахстан

Аннотация. В статье показано, что стратегические устройства возникают в основных элементах конструкции под воздействием различных сложных источников тепла. Он был рассмотрен универсальным численным методом, позволяющим изучить его термомеханическое состояние. Кроме того, был разработан вычислительный алгоритм. Показано, что длительная работа этих устройств зависит от термической прочности основных элементов конструкции.

Ключевые слова: информационные технологии, теплопроводность, вычислительный алгоритм, термомеханическое состояние, тепловое поле, тепловые потоки.

DETERMINATION OF THE THERMOMECHANICAL STATE OF CONSTRUCTION ELEMENTS

NURLYBAYEVA E.N.¹, TASHENOVA ZH.M.², AMANZHOLLOVA Sh.A.³,
SATYMBEKOV M.N.⁴

¹Kazakh National Academy of Arts named after T.K. Zhurgenev, 050000, Almaty, Kazakhstan

²L. Gumilyov Eurasian National University, 010000, Nur-Sultan, Kazakhstan

³Kazakh National Conservatory named after Kurmangazy, 050000, Almaty, Kazakhstan

⁴Al-Farabi Kazakh National University, 050000, Almaty, Kazakhstan

Abstract. The article shows that strategic devices arise in the main structural elements under the influence of various complex heat sources. It was considered by a universal numerical method that

allows one to study its thermomechanical state. In addition, a computational algorithm was developed. It is shown that the long-term operation of these devices depends on the thermal strength of the main structural elements.

Keywords: information technology, thermal conductivity, computational algorithm, thermomechanical state, thermal field, heat fluxes.

Кіріспе

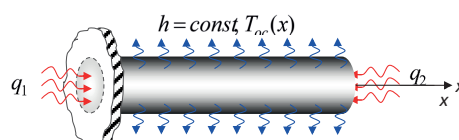
Жылу көздері әсерінде жұмыс жасайтын көптеген құрылғылардың (газотурбиналық электростанциялар, атом реакторлары, реактивті және сутектік двигателдер, және т.б.) кейбір құрылым элементтері күрделі жылу ағындары мен жылу алмасу әсерлерінде жұмыс жасайды. Сол құрылғылардың үздіксіз жұмыс жасауы негізгі құрылым элементтерінің жылу-беріктілігіне тікелей тәуелді болады.

Осыған орай стратегиялық құрылғылардың әртүрлі күрделі жылу көздері әсерінен негізгі құрылым элементтерінде пайда болатын жылу-механикалық күйін зерттей алатын әмбебаптық сандық әдіс және есептеу алгоритмін жасау өзекті мәселе болып табылады.

Негізгі бөлім

Негізгі әдісті төменде келтірілетін мынандай мысалда қарастырайық. Бізге ұзындығы L (см), көлденең қима ауданы F (см²) болған шекті ұзындықтағы стержень көрінісіндегі негізгі құрылым элементі берілді дейік, оның жылу өткізгіштік коэффициенті K_{xx} (Вт/(см · °С)) болсын. Берілген горизонталь стерженьнің сол шеті мықтап

бекітілген, ал оң шеті бос болсын. Стерженьнің сол шетінің көлденең қима ауданына q_1 (Вт/см²), ал оң шетінің көлденең қима ауданына q_2 (Вт/см²) жылу ағындары түсіп тұрсын. Стерженьнің бүйір бетінің ауданы арқылы, оны қоршап тұрған сыртқы ортамен жылу алмасып тұрсын. Мұнда жылу алмасу коэффициенті h (Вт/(см² · °С)) $= \text{const}$, ал сыртқы ортаның температурасы T_{co} (°С) болсын [1]. Мұнда $T_{co}(x) = ax^2 + bx + c$; $a, b, c = \text{const}$. Мәселенің есептеу сызбасы 1-суретте көрсетілген.



1-сурет. Мәселенің есептеу сызбасы

Берілген мәселені шешу үшін энергияның сақталу заңына сәйкес сандық әдіс құрастырайық. Бұл үшін зерттеліп жатқан стержень ұзындығы бойынша температураның таралу заңдылығын $T_{co}(x)$ -ке сәйкес екінші дәрежені толық полином көрінісінде іздейік, яғни

$$T(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3, \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad a_1, a_2, a_3 = \text{const} \quad (1)$$

мұнда

$$\left. \begin{aligned} T(x=0) &= a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot 0 + a_3 = T_i \\ T\left(x=\frac{L}{2}\right) &= a_1 \cdot \frac{L^2}{4} + a_2 \cdot \frac{L}{2} + a_3 = T_j \\ T(x=L) &= a_1 \cdot L^2 + a_2 \cdot L + a_3 = T_k \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

деп белгілесек, онда $T(x)$ -ті мынадай көріністерде жазуға болады [1].

$$\begin{aligned} T(x) &= a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = \varphi_i(x) \cdot T_i + \varphi_j(x) \cdot T_j + \varphi_k(x) \cdot T_k = \\ &= \frac{L^2 - 3Lx + 2x^2}{L^2} \cdot T_i + \frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \cdot T_j + \frac{2Lx - x^2}{L^2} \cdot T_k, \quad 0 \leq x \leq L \end{aligned} \quad (3)$$

Мұнда

$$\phi_i(x) = \frac{L^2 - 3Lx + 2x^2}{L^2}; \phi_j(x) = \frac{4Lx - 4x^2}{L^2}; \phi_k(x) = \frac{2Lx - x^2}{L^2}; \quad 0 \leq x \leq L, \quad (4)$$

онда (3)-(4)-ден пайдаланып температураның градиентін табамыз.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{dx} = \frac{4x-3L}{L^2} \cdot T_i + \frac{4L-8x}{L^2} \cdot T_j + \frac{2L-2x}{L^2} \cdot T_k, \quad 0 \leq x \leq L \quad (5)$$

Енді 1-суретте келтірілген мәселе үшін толық жылу энергияны өрнектейтін функционалды жазамыз [2].

$$I = \int_V \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S(x=0)} q_1 T(x) dS + \int_{S(x=L)} q_2 T(x) dS + \int_{S_{\text{ББ}}} \frac{h}{2} (T(x) - T_{\text{co}}(x))^2 dS \quad (6)$$

мұнда $S(x=0)$ – стерженьнің сол жақ шетіндегі көлденең қима ауданы, ал $S(x=L)$ – оң жақ шетіндегі көлденең қима ауданы; V – стерженьнің көлемі; $S_{\text{ББ}}$ – стерженьнің бүйір бетінің ауданы. Сондай-ақ (6) өрнектегі интегралды $T_{\text{co}}(x)$, $\frac{\partial T}{\partial x}$ және $T(x)$ -тардың өрнектерінен пайдаланып интегралдаймыз.

$$I_1 = \int_{S(x=0)} q_1 T(x) dS = F \cdot q_1 \cdot T_i \quad (7)$$

$$I_2 = \int_{S(x=L)} q_2 T(x) dS = F \cdot q_2 \cdot T_k \quad (8)$$

$$I_3 = \int_V \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV = \frac{K_{xx} \cdot F}{2L^2} \int_0^L [(4x-3L) \cdot T_i + (4L-8x) \cdot T_j + (2L-2x) \cdot T_k]^2 dx =$$

$$= \frac{K_{xx} \cdot F}{6L} [7T_i^2 - 16T_i T_j + 2T_i T_k - 16T_j T_k + 16T_j^2 + 7T_k^2] \quad (9)$$

$$I_4 = \int_{S_{\text{ББ}}} \frac{h}{2} (T(x) - T_{\text{co}}(x))^2 dS = \frac{P \cdot h}{2} \int_0^L (T(x) - T_{\text{co}}(x))^2 dx$$

мұнда P – көлденең қима периметрі. Сондай-ақ I_4 -тің өрнегіне $T(x)$ және $T_{\text{co}}(x)$ -тердің өрнектерін алып келіп қойсақ, онда I_4 -тің көрінісі мынандай болады.

$$I_4 = \frac{Ph}{2} \int_0^L \left[\frac{L^2 - 3Lx + 2x^2}{L^2} \cdot T_i + \frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \cdot T_j + \frac{2Lx - x^2}{L^2} \cdot T_k - (ax^2 + bx + c) \right]^2 dx =$$

$$= \frac{Ph}{2} \left[\frac{2L}{15} T_i^2 + \frac{2L}{15} T_i T_j - \frac{L}{15} T_i T_k + \left(\frac{aL^3}{30} - \frac{cL}{3} \right) \cdot T_i + \frac{8L}{15} T_j^2 + \frac{2L}{15} T_j T_k + \frac{2L}{15} T_k^2 - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{2aL^3}{5} + \frac{2bL^2}{3} + \frac{4cL}{3} \right) \cdot T_j - \left(\frac{3aL^3}{10} + \frac{bL^2}{3} + \frac{cL}{3} \right) \cdot T_k + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{a^2 L^5}{5} + \frac{abL^4}{2} + \frac{2acL^3}{3} + \frac{b^2 L^3}{3} + bcL^2 + c^2 L \right) \right] \quad (10)$$

Енді (7)-(10) өрнектерді пайдаланып $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$ функционалды құрамыз.

$$I = \frac{K_{xx} \cdot F}{6L} [7T_i^2 - 16T_i T_j + 2T_i T_k - 16T_j T_k + 16T_j^2 + 7T_k^2] + Fq_1 T_i + Fq_2 T_k +$$

$$+ \frac{Ph}{2} \left[\frac{2L}{15} T_i^2 + \frac{2L}{15} T_i T_j - \frac{L}{15} T_i T_k + \left(\frac{aL^3}{30} - \frac{cL}{3} \right) \cdot T_i + \frac{8L}{15} T_j^2 + \frac{2L}{15} T_j T_k + \frac{2L}{15} T_k^2 - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{2aL^3}{5} + \frac{2bL^2}{3} + \frac{4cL}{3} \right) \cdot T_j - \left(\frac{3aL^3}{10} + \frac{bL^2}{3} + \frac{cL}{3} \right) \cdot T_k + \\
 & + \left(\frac{a^2L^5}{5} + \frac{abL^4}{2} + \frac{2acL^3}{3} + \frac{b^2L^3}{3} + bcL^2 + c^2L \right)
 \end{aligned} \quad (11)$$

Енді I -функционалды T_i, T_j, T_k -түйін нүктелердегі температуралардың мәндері бойынша минимизациялап негізгі шешуші теңдеу-

лер жүйесін құрамыз. Бұл жүйе төмендегідей сызықты теңдеулер жүйесі болады [2].

$$\left. \begin{aligned}
 1) \frac{\partial J}{\partial T_i} = 0; \Rightarrow & Fq_1 + \frac{K_{xx}F}{6L}(14T_i - 16T_j + 2T_k) + \\
 & + \frac{Ph}{2} \left[\frac{4L}{15}T_i + \frac{2L}{15}T_j - \frac{L}{15}T_k + \left(\frac{a \cdot L^3}{30} - \frac{cL}{3} \right) \right] = 0; \\
 2) \frac{\partial J}{\partial T_j} = 0; \Rightarrow & \frac{K_{xx}F}{6L}(-16T_i + 16T_k - 32T_j) + \\
 & + \frac{Ph}{2} \left[\frac{2L}{15}T_i + \frac{16L}{15}T_j + \frac{2L}{15}T_k - \left(\frac{2aL^3}{5} + \frac{2bL^2}{3} + \frac{4cL}{3} \right) \right] = 0; \\
 3) \frac{\partial J}{\partial T_k} = 0; \Rightarrow & Fq_2 + \frac{K_{xx}F}{6L}(2T_i - 16T_j + 14T_k) + \\
 & + \frac{Ph}{2} \left[-\frac{L}{15}T_i + \frac{2L}{15}T_j + \frac{4L}{15}T_k - \left(\frac{3aL^3}{10} + \frac{bL^2}{3} + \frac{cL}{3} \right) \right] = 0;
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Теңдеулер жүйесінің шешімі $T_i = T(x=0)$; $T_j = T(x=L/2)$ және $T_k = T(x=L)$ -дің мәндерін анықтаймыз. Табылған T_i, T_j және T_k -лардың мәндерін (3)-ке алып барып қойып, зерттеліп жатқан стерженьнің ұзындығы бойынша температураның таралу заңдылығын табамыз, яғни

$$T = T(F, q_1, q_2, L, P, a, b, c, x) \quad (13)$$

Енді мәселенің сандық шешімін табу үшін алдымен қажетті параметрлердің мәндерін беру қажет. Ол мәндерді төмендегідей етіп алайық:

$$T_{co} = ax^2 + bx + c = \frac{3}{10}x^2 - 6x + 40$$

Бұл сыртқы орта температурасының мәні стержень ұзындығына тәуелділік формасы. $T_{co}(x)$ -тің графикалық көрінісі 2-суретте келтірілген.

$T_{co}(x)$ -тің өрнегінен $a = \frac{3}{10}$; $b = -6$; $c = 40$ екендігі көрінеді. Сондай-ақ стер-

женьнің көлденең қимасының пішімін шеңбер болғандықтан, оның радиусын $r = 1$ см деп алайық. Стержень ұзындығы $L = 20$ см-ге тең болсын. Онда стерженьнің көлденең қима ауданы $F = \pi r^2 = \pi \text{ см}^2$ болады. Стержень материалының жылу өткізгіштік коэффициенті $K_{xx} = 100 (\text{Вт}/(\text{см} \cdot ^\circ\text{C}))$ болсын. Стерженьнің бүйір беті арқылы сыртқы ортамен жылу алмасуының коэффициенті $h = 10 (\text{Вт}/(\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}))$ болсын.



2-сурет. $T_{co}(x)$ -тің графикалық көрінісі

Жылу ағынының бастапқы мәні $q_1 = q_2 = -500 (Вт/см^2)$, ал берілген параметрлердің бұл мәндерінде (12)-ші шешуші теңдеулер жүйесінің көрінісі төмендегідей болады.

$$\left. \begin{aligned} 39 \cdot T_i + 8T_j - 7T_k &= 1420 \\ T_i + 18T_j + T_k &= 320 \\ -7T_i + 8T_j + 39T_k &= 1420 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Бұл теңдеулер жүйесін шешіп T_i, T_j және T_k -лардың мәндерін табамыз. Олар мынадай:

$$T_i = T_k = 41,1 (^\circ C); T_j = 13,21 (^\circ C) \quad (15)$$

Мұнда $q_1 = q_2$ және $T_{co}(x)$ -тің көрініс симметриялық парабола болғандықтан, алынған шешімдерде симметриялық болады.



3-сурет. Стержень ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығы

$$T(x) \frac{L^2 - 3Lx + 2x^2}{L^2} \cdot 41,1 + \frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \cdot 13,21 + \frac{2Lx - x^2}{L^2} \cdot 41,1, \quad 0 \leq x \leq L \quad (16)$$

Стерженьнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығының графикалық көрінісі 3-суретте көрсетілген.

Қорытынды

Сонымен энергияның сақталу заңдылығына негізделіп жасалған сандық әдіс тұрақталған жылу өткізгіштік мәселесінің кез келген күрделі сызықсыз жылу көздері әсерінде де шешуге мүмкіндік береді екен. Ал енді (16) жылу өрісі әсерінен стерженьнің ұзаруын (2) сәйкес табамыз.

Сонымен энергияның сақталу заңына негізделіп жасалған жаңа сандық әдіс – әмбебап әдіс болып күрделі жылу көздері әсеріндегі негізі құрылым элементтерінің жылу-механикалық күйлерінің берілген 10-параметрлерге (яғни $F, q_1, q_2, L, P, \alpha, a, b, c, x$) тәуелділігін терең зерттеуге мүмкіншілік береді. Алынған нәтижелер өндірістегі инженер-мамандар үшін өте қажетті мәліметтер болатыны анық. Әрине бұл әдісті қазіргі ақпараттық технологиялармен бірге қолдана отырып, үлкен жетістіктерге жетуге болады. Себебі мұндай жағдайда алынатын сандық нәтижелердің дәлдіктері өте жоғары болады [3].

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Т.В. Гришанина, Ф.Н. Шклярчук. Связанная задача термоупругого изгиба и теплопроводности тонко стенного круглого стержня при солнечном нагреве // Изв.РАН.Мех.тверд. – 2000. – №6. – С. –161-166.
- 2 K.N. Pandey, S. Chand. deformation based temperature rise // Int. J. Pressure Vessels and Pip. - 2003. – Vol. 80, №10. – С. 673-687.
- 3 А. Түсіпов. Инженерлік механиканың есептер жинағы: оқулық. – Алматы, 2013. – 196 б.
- 4 J.R. Whiteruan. A bibliography for flutty Elements. – N.Y.: Acaderuic Press, 1975. – P. 189.
- 5 K.H. Huebres. The Finite Element luthod for Engineers. – N.Y.: Wiley, 1975. – P. 321.
- 6 L.A. Pars. An Introduction to the Calculus of Variations. – London: Heineman, 1962. – P. 436.
- 7 E. Kreystig. Advanced Engineering Mathematics. 3-rd ed. – N.Y.: Wiley, 1972. – P. 266.

REFERENCES

1. T.V. Grishanina. F.N. Shklyarchuk. Svyazannaya zadacha termouprugogo izgiba i teploprovodnosti tonko stennogo kruglogo sterzhnya pri solnechnom nagreve // Izv.RAN.Mekh.tverd. – 2000. – №6. – S. 161-166.

2. K.N. Pandey, S. Chand. deformation based temperature rise // Int. J. Pressure Vessels and Pip. - 2003. – Vol. 80, №10. – С. 673-687.
 3. A. Tusipov. Inzhenerlik mekhanikanyk esepter zhinagy: okulyk. – Almaty. 2013. – 196 b.
 4. J.R. Whiteruan. A bibliography for flutty Elements. – N.Y.: Acaderuic Press, 1975. – P. 189.
 5. K.H. Huebres. The Finite Element luthod for Engineers. – N.Y.: Wiley, 1975. – P. 321.
 6. L.A. Pars. An Introduction to the Calculus of Variations. – London: Heineman, 1962. – P. 436.
 7. E. Kreystig. Advanced Engineering Mathematics. 3-rd ed. – N.Y.: Wiley, 1972. – P.266.
-

Information about authors:

1. Nurlybayeva E. N. – PhD, associate professor, Kazakh National Academy of Arts named after T. Zhurgenov
Email: nuremuk@mail.ru
2. Tashenova Zh. M. – PhD, associate professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University,
Email: zhuldyz_tm@mail.ru
3. Amanzholova Sh.A. – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, Kazakh National Conservatory named after Kurmagazy
Email: schirin75@mail.ru
4. Satymbekov M.N. – Master student, Al-Farabi Kazakh National University
Email: m_satymbekov@mail.ru