

ӘОЖ 531.1; 531.8
FTAHP 29.01

<https://doi.org/10.55452/1998-6688-2024-21-1-103-113>

^{1*}**Қоштыбаев Т.Б.,**

ф.-м.ғ.к., доцент, ORCID ID: 0009-0004-7344-6801,

e-mail: koshtybayev70@mail.ru

¹**Құткелдиева Э.О.,**

пед.ғ.магистрі, ORCID ID: 0000-0002-6754-2280,

e-mail: elzira.kutkeldieva@gmail.com

²**Жантлеуов К.Қ.,**

ф.-м.ғ.к., доцент, ORCID ID: 0009-0001-6658-1165,

e-mail: Kzhantleuov@mail.ru

²**Жаменкеев Е.К.,**

т.ғ.к., қауым.проф. м.а., ORCID ID: 0000-0002-6711-434X,

e-mail: jamenkeev@mail.ru

¹Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, 050000, Алматы қ., Қазақстан

²Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 050010, Алматы қ., Қазақстан

КӨЛБЕУ ЖАЗЫҚТЫҚТЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ

Аңдатпа

Көлбеу жазықтағы статикалық және динамикалық әсерлердің өзара түрлену заңдылықтары көрсетіліп, жұмсалатын әсерден ұтыс алуға немесе негізгі пайдалы әсерді үнемдеу мүмкіндіктерінің және Жердің тартылысын оңай жеңу жағдайларының математикалық негіздемесі ұсынылған. Бұлар тригонометриялық есептеулер мен динамикалық, статикалық теориялардың негізгі элементтерін қолдану арқылы жүзеге асырылды. Түрлену заңдылықтарына көлбеу жазықтың геометриялық өлшемдерінің әсері салыстырмалы түрде бағаланған. Вектор және оны құраушыларының арасындағы байланыстар мен сақталу заңын сипаттайтын математикалық теңдіктер арқылы көлбеу жазықтағы статикалық және динамикалық тепе-теңдіктердің орындалу ережелері белгіленген.

Тірек сөздер: тригонометрия, түрлену, көлбеулік бұрышы, вектор құраушысы, үйкеліс, жазықтық.

Кіріспе

Көлбеу жазықтық деп көкжиекке (Жер бетіне) бұрыш жасай орналастырылған тегіс беттік қондырғыны айтады. Ол орын ауыстырулардың статикалық және динамикалық теорияларына сәйкес денелерді жоғары қарай көтеру кезіндегі жұмсалатын күштен ұтыс алуға (немесе күшті үнемдеуге) көмектеседі. Басқаша айтқанда, аталған қондырғы Жердің тартылысын оңай жеңуге мүмкіндік береді. 1586 ж. голландық инженер Симен Стевин және грек ғалымы-инженері Архимед көлбеу жазықтың механикалық ұтымдылығын анықтап, оны қарапайым механизмдердің қатарына жатқызған болатын. Бұл жағдай аталған ғалымдардың көп жылғы инженерлік ізденістерінің жемісі десек болады. Көлбеу жазықтың теориялық негіздемесі тригонометриялық есептеулер мен статикалық элементтерге байланысты болғанымен, оның тиімділік жағы инженерлік қондырғылардың базалық сипатына да тәуелді екенін білуіміз керек. Көлбеу жазықта атқарылатын механикалық жұмысты жеңілдететін немесе механикалық энергия есебімен ғана жұмыс атқаратын және статикалық күштерді түрлендіретін қондырғылардың теориялық құрылымы математикалық есептеулер мен олардың нәтижелерінің дәлдігі мен жүйелілігіне де тәуелді болады.

Материалдар мен әдістер

Мақаланың тақырыбы мен мазмұны қарапайым механизмдерге арналған. Мұнда көлбеу жазықтықтың теориялық негіздемесін құрайтын математикалық аппараттың қолданылуы мен алынған нәтижелердің талқыланулары қарастырылады. Тақырыптың математикалық негізі мен әдісі ретінде тригонометриялық есептеулер, көлбеу жазықтықтағы күштердің динамикалық және статикалық түрлену заңдылықтары алынды.

Негізгі ережелер

Тегіс бетке сүйір бұрыштармен орналасатын жазықтықтағы түрлену механизмдерінің математикалық құрылымын қалыптастырушы элементтерді жүйелеп көрсету идеясы іске асырылады. Түрлену заңдылықтары, көлбеу жазықтықтың геометриялық өлшемдері, ондағы динамикалық және статикалық әсерлердің үйлесімділігі мен байланыс ерекшеліктері жалпылама сипатта қарастырылады.

Әдебиетке шолу

Инженерлік механиканың [1] негізгі тұжырымдамалары мен олардың практикалық қолданыстарының сан-қырлы әдістері талданған. [2] әдебиеттен теориялық механиканың статикалық заңдылықтарына арналған бөлімдерімен танысуға болады және мұнда қолданбалы механикаға қатысты тың идеялар мен мысалдар да кеңінен қамтылған. Дененің көлбеу жазықтықтағы қозғалысының теориялық заңдылықтарын, теңдеулерін, әсерлердің өзара түрлену тетіктерін [3–7] дерек көздерден табуға болады. Статикалық есептердің математикалық аппаратына арналған мәліметтер [8–11] әдебиеттерде ұсынылған. Тригонометриялық есептеулердің қолданылу ерекшеліктері және қолданбалы механика, математикалық физика, инженерлік зерттеулер арасындағы өзара байланыстар жан-жақты талданды.

Нәтижелер мен талқылау

Жер бетіне (көкжиекке) α бұрыш жасай орналасқан ұзындығы L метрге тең беті тегіс тақтайшаның (көлбеу жазықтықтың) үстінде массасы m кг дене орналасқан болсын. Дененің жағдайы (жай-күйі немесе орнықтылығы) оған бір мезгілде жасалатын бірнеше әсерлердің (күштердің) өзара тепе-теңдікте (баланста) болуы және олардың әрбірінің түрлену (өзгеру) заңдылықтарына байланысты (тәуелді). Әсерлердің түрлену заңдылығы тригонометриялық көрсеткіштер $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ арқылы іске асырылады және олар жазықтықтың көлбеулік бұрышының (α) $0^\circ - 90^\circ$ аралығындағы мәндерінде азайып (немесе көбейіп) отыруын бағамдап (бағалап) отырады. Бағалау нәтижесі коэффициент немесе процент түрінде көрсетіледі. Тақтайшадағы дене біртектілікте мынадай әсерлердің ықпалында болады: mg –дененің Жерге тартылуы (салмаға); $N = (\cos \alpha)mg$ –тірек (тақтайшаның көтеруі немесе тіреудің салмаққа кері әсері); $F = (\sin \alpha)mg = (\mu \cos \alpha)mg = \mu N$ –дене мен жазықтық арасындағы үйкелістің шамасы. Бұл теңдіктердегі μ –үйкелуші беттердің материалы мен тегістілігіне байланысты болатын үйкеліс коэффициенті: $\mu = \tan \alpha < 1$, $\sin \alpha = \mu \cos \alpha$. Ендігі жерде әсерлер арасындағы түрлену процесінің теориялық негіздемесіне тоқталамыз. Тақтайшаны OXY жазықтығында бір ұшы O нүктесінде (координаталар басында) жатқан \vec{R} векторымен (бағытталған кесіндімен) алмастырайық. Вектордың екінші ұшы OXY жазықтығын $0^\circ - 90^\circ$ арасындағы доғаны бойлай сағат тіліне қарсы бағытта қозғала алады (доғаның бойында бұрыштық (градустық немесе радиандық) өлшемдегі шкала орналасқан). Вектордың екінші ұшы алғашқыда шкаланың 0° белгісінде (Жердің бетінде немесе

OX осында) тұрған болса, онда ол $30^\circ, 15^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ қадаммен $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ бұрыштары арқылы жылжып отырады (жазықтықтың Жер бетінен жоғары қарай көтерілуі). \vec{R} -дің 90° -қа сәйкес келетін жағдайы оның OY осында тұрғандығын (Жер бетіне тік (перпендикуляр) орналасқандығын) білдіреді. Ал Вектордың $\alpha = 0^\circ$ жағдайы оның OX осында тұрғандығын білдіреді, дәл осы жағдайда осьтегі координаталар (сызықтық немесе метрлік шкала) көмегімен оның ұзындығының L метрге тең екендігі анықталады. Айталық \vec{R} векторы $0^\circ - 90^\circ$ арасындағы $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ бұрыштарының бірінде тұрған болсын (\vec{R}_α). Жазықтықтағы вектордың OX және OY осьтерінде құраушылары болатыны белгілі. Вектордың вертикаль (тік) $R_{\alpha y}$ құраушысының мәні L_y , ал оның горизонталь (жазық) $R_{\alpha x}$ құраушысының шамасы L_x болсын. \vec{R} векторының $0^\circ - 90^\circ$ аралығындағы жүріп өтетін доғасын радиусы \vec{R} -ге тең шеңбердің бір бөлігі немесе ширегі ($\frac{1}{4}$) деп қараймыз. Центрі O нүктесінде орналасқан радиусы \vec{R} шеңбердің теңдеуі $R^2 = x^2 + y^2$ және ол қандай да бір α бұрышта тұрған радиус пен оның x, y құраушыларының арасындағы байланысты іске асырады (немесе радиусты оның құраушылары арқылы анықтауға мүмкіндік береді). Олай болса, бір ұшы O нүктесінде бекітіліп, екінші ұшы α бұрышта тұрған \vec{R} векторының ұзындығы үшін мынадай теңдікті жазуға болады:

$$L^2 = L_x^2 + L_y^2 \quad (1)$$

Бұл теңдік вектор мен оның құраушыларының арасындағы байланысты реттеп отырады. Тригонометрия теориясында \vec{R} векторының ұзындығы 2-ге тең деп алынады, яғни $L = 2$. Вектор мен оның құраушыларының $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ бұрыштарын сәйкес келетін мәндері төмендегі 1-кестеде көрсетілген.

Кесте 1 – Вектор мен оның құраушыларының $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ бұрыштарын сәйкес келетін мәндері

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
L_x	2	1,733	1,415	1	0
L_y	0	1	1,415	1,733	2
$L^2 = L_x^2 + L_y^2$	4	4	4	4	4

Бұл кестеден мынадай түрленуді байқау қиын емес: вектордың (таяқшаның) көлбеулік бұрышы артқан сайын оның L_x – горизонтал құраушысының мәні кеміп, L_y – вертикал құраушысының мәні артып жатыр (L_y құраушы L_x -тің кемуі есебінен көбеюде). Дегенмен құраушылар арасында түрлену балансы орындалып тұр, яғни екі құраушының квадраттарының қосындысы вектор ұзындығының квадратына тең ($L^2 = 4$). Құраушылардың мәндерін вектордың ұзындығымен салыстырып беретін немесе құраушылардың шамаларын вектор ұзындығы арқылы бағалап беретін өрнектерді жазайық:

$$\frac{L_x}{L} = \cos \alpha \quad \text{және} \quad \frac{L_y}{L} = \sin \alpha \quad (2)$$

$$L_x = (\cos \alpha) L \quad \text{және} \quad L_y = (\sin \alpha) L \quad (2A)$$

Сонда (1)-теңдеуден:

$$1 = \left(\frac{L_x}{L}\right)^2 + \left(\frac{L_y}{L}\right)^2$$

(2)-ні ескерсек

$$(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1 \quad \text{немесе} \quad \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

2 және 3-кестелерде көлбеулік бұрышының әртүрлі мәндері үшін құраушыларды вектор ұзындығы арқылы бағалау (салыстыру) ұсынылған. Бағалау нәтижелері коэффициенттік немесе проценттік көрсеткіштермен берілген.

Кесте 2 – Көлбеулік бұрышының әртүрлі мәндері үшін құраушыларды вектор ұзындығы арқылы бағалау

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$\cos \alpha = \frac{L_x}{L}$	1 (100%)	0,87 (87%)	0,71 (71%)	0,5 (50%)	0
$\sin \alpha = \frac{L_y}{L}$	0	0,5 (50%)	0,71 (71%)	0,87 (87%)	1 (100%)
$(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$	1+0	0,75+0,25	0,50+0,50	0,25+0,75	0+1

2-кестеден көріп отырғанымыздай, $\cos \alpha$ көрсеткіші көлбеулік бұрышының белгілі бір мәніне сәйкес келетін L_x құраушының L -мен салыстырғандағы бағасын шығарып берсе, $\sin \alpha$ көрсеткіші сол бұрыштағы L_y құраушының L -ге қатысты бағасын анықтап береді екен. Тақтайшаның көлбеулігі артқан сайын $\cos \alpha$ -ның азайып (тақтайшаның OX осінен қарағандағы L_x ұзындығының қысқарып), ал $\sin \alpha$ -ның көбейіп (тақтайшаның OY осінен қарағандағы L_y ұзындығының артып) жатқандығын байқаймыз.

Кесте 3 – Көлбеулік бұрышының әртүрлі мәндері үшін құраушыларды вектор ұзындығы арқылы бағалау

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$L_x = (\cos \alpha)L$	L	0,87 L	0,71 L	0,5 L	—
$L_y = (\sin \alpha)L$	—	0,5 L	0,71 L	0,87	L

Мысал үшін, тақтайшаның көлбеулігі $\alpha = 30^\circ$ болсын, бұл кезде оның OX осінен қарағандағы L_x ұзындығы негізгі L ұзындығының 87% құрайды:

$$L_x = (\cos \alpha)L = |\alpha = 30^\circ| = \cos 30^\circ L = 0,87L = 0,87 \cdot 2 = 1,74$$

Ал оның OY осінен қарағандағы L_y ұзындығы L -дің 50% тең:

$$L_y = (\sin \alpha)L = |\alpha = 30^\circ| = \sin 30^\circ L = 0,50L = 0,50 \cdot 2 = 1$$

Бірақ, екі құраушының квадраттарының қосындысы L –дің квадратына тең:

$$L^2 = L_x^2 + L_y^2 \rightarrow 2^2 = (1,74)^2 + (1)^2 \rightarrow 4 = 3,03 + 1$$

Вектор және оның құраушылары арасындағы байланыс, құраушылардың өзгеру заңдылығы жайындағы осы баяндалған мәліметтер көлбеу жазықтықта тұрған денеге жасалатын әсерлердің

$$N_\alpha = (\cos \alpha) mg, \quad F_\alpha = (\sin \alpha) mg, \quad F_\alpha = (\mu \cos \alpha) mg = \mu N_\alpha \quad (3)$$

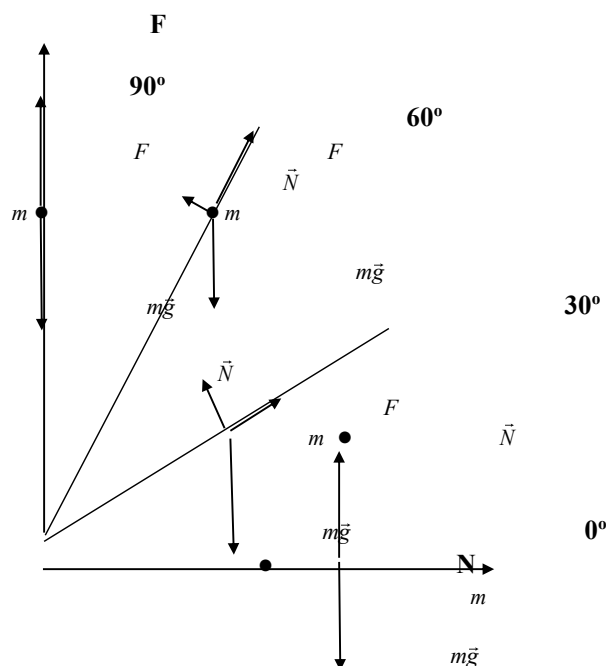
мәндерінің (шамаларының) түрлену заңдылығын түсінуге септігін тигізеді. Бұл өрнектер тіреудің кері көтеруі мен үйкелістің мәндері дененің салмағымен салыстырыла анықталатынын білдіреді (немесе әсерлердің N_α және F_α мәндері mg арқылы бағаланатын болады):

$$\frac{N_\alpha}{mg} = \cos \alpha, \quad \frac{F_\alpha}{mg} = \sin \alpha$$

(3)-гі N_α және F_α шамаларының көлбеулік бұрышына тәуелділік заңдылығы төмендегі 1-суретте және 2, 3-кестелер үлгісінде жасалған 4-кестеде ұсынылған.

Кесте 4 – N_α және F_α шамаларының көлбеулік бұрышына тәуелділік заңдылығы

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$N_\alpha = (\cos \alpha) mg$	$N = mg$	$N = 0,87mg$	$N = 0,71mg$	$N = 0,5mg$	$N = 0$
$F_\alpha = (\sin \alpha) mg$		$F = 0,5mg$	$F = 0,71mg$	$F = 0,87mg$	$F = mg$
$F_\alpha = (\mu \cos \alpha) mg$	$F = \mu mg$				



Сурет 1 – N_α және F_α шамаларының көлбеулік бұрышына тәуелділік заңдылығы

Жоғарыдағы 1-суретте тақтайшаның (көлбеу жазықтықтың) Жер бетінде (OX осінде) тұрғандағы жағдайы $\alpha = 0^\circ$ сәйкес келеді. Бұл кезде үйкелістің мәні $F = \mu mg$, ал тіреудің шамасы дененің салмағымен бірдей: $N = mg$. Мысалы, дене мен тақтайша арасындағы үйкеліс коэффициентінің мәні $\mu = 0,83$ болсын. Олай болса, үйкелістің мәні дене салмағының 83 % құрайды:

$$F = \mu mg = |\alpha = 30^\circ| = 0,83mg$$

Бұл дененің Жер бетіндегі үйкелісі. Әрі қарай тақтайша Жер бетіне $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ бұрыштар жасай отырып жоғары қарай көтерілген кезде тірек (тіреу) шамасының азайып, үйкеліс мәндерінің көбейетінін суреттен және 4-кестеден байқауға болады. $\alpha = 90^\circ$ бұрышта тақтайша Жер бетіне тік (перпендикуляр) орналасады, бұл жағдайда $N = 0$ (тіреу жоқ), ал үйкеліс пен салмақ өзара тең: $F = mg$, яғни дене Жерге қарай еркін құлап түседі. 4-кестеде әсерлердің мәндері арасында сақталу заңының орындалып жатқандығын байқау қиын емес, яғни тіреу шамасының кемуі есебінен үйкелістің артуы іске асып жатыр. Тақтайдың (тіреудің) көлбеулік бұрыштары үшін N_α және F_α шамалары әртүрлі болғанымен, олар төмендегідей шартқа бағынады:

$$(mg)^2 = N_\alpha^2 + F_\alpha^2 \quad (*)$$

Тақтайшаның көлбеулігі $\alpha = 60^\circ$ жағдайында:

$$(mg)^2 = (N_{60^\circ})^2 + (F_{60^\circ})^2$$

4-кестедегі N_α және F_α шамалардың $\alpha = 60^\circ$ мәндерін қолдансақ:

$$(mg)^2 = (0,5mg)^2 + (0,87mg)^2$$

$$(mg)^2 = (0,5^2 + 0,87^2) \cdot (mg)^2$$

$$(mg)^2 = (0,25 + 0,75) \cdot (mg)^2$$

Біз $\alpha = 60^\circ$ жағдайы үшін (*)-теңдігін дәлелдедік және көлбеулік бұрышының басқа мәндері үшін де орындалатыны ақиқат. Ал егер, көлбеулік бұрышының кез-келген мәні үшін N_α және F_α шамаларын өзара салыстыру қажет болса, онда $F = \mu N$, $\sin \alpha = \mu \cos \alpha$ теңдіктерін қолдану қажет болады. Екінші теңдіктен: $\mu = \tan \alpha$. Осыны бірінші теңдікке қойсақ:

$$F_\alpha = (\tan \alpha) N_\alpha \quad (4)$$

Бұл теңдік көлбеулік бұрышының белгілі бір мәніне сәйкес келетін үйкеліс шамасының бағасын бұрыштың сол мәніндегі тіреудің шамасы арқылы бағалауға мүмкіндік жасайды. Көлбеулік бұрышының тангенсінің мәндері 5-кестеде келтірілген. (4)-ті $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ мәндері үшін жазайық:

$$F_{30^\circ} = (\tan 30^\circ) N_{30^\circ} = 0,58 N_{30^\circ} \quad (5)$$

$$F_{45^\circ} = (\tan 45^\circ) N_{45^\circ} = 1 \cdot N_{45^\circ} \quad (6)$$

$$F_{60^\circ} = (\tan 60^\circ) N_{60^\circ} = 1,73 N_{60^\circ} \quad (7)$$

Кесте 5 – Көлбеулік бұрышының тангенсінің мәндері

	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
$tg\alpha$	0	0,58 (58 %)	1 (100 %)	1,73 (173 %)	
$ctg\alpha$		1,73 (173 %)	1 (100 %)	0,58 (58 %)	0

(5)-теңдіктен: тақтайша $\alpha = 30^\circ$ бұрышпен орналасқан кезде үйкелістің мәні тіреудің 58 % тең болатынын көруге болады. Бұл тұжырымның ақиқаттылығына көз жеткізу үшін (5)-ке 4-кестеден алынған N_α және F_α шамаларының 30° -ғы

$$F_{30^\circ} = 0,5mg \quad \text{және} \quad N_{30^\circ} = 0,87mg$$

мәндерін қою керек:

$$0,5mg = 0,58 \cdot 0,87mg \quad 0,5mg = 0,58 \cdot 0,87mg$$

осыдан

$$\frac{0,5}{0,87} = 0,58$$

(6)-теңдіктен: тақтайша $\alpha = 45^\circ$ бұрышпен орналасқан кезде үйкеліс пен тіреудің мәндері бірдей болады. Шынында да, (6)-ға 4-кестеден алынған

$$F_{45^\circ} = 0,71mg, \quad N_{45^\circ} = 0,71mg$$

мәндерді қоятын болсақ, онда

$$0,71mg = 1 \cdot 0,71mg$$

Осы теңдіктен:

$$\frac{0,71}{0,71} = 1$$

(7)-теңдіктен тақтайша $\alpha = 60^\circ$ бұрышпен орналасқан кезде үйкелістің мәні тіреудің мәнінен 73 % артық болады екен. Бұл тұжырымның ақиқаттылығына көз жеткізу үшін (7)-ге 4-кестеден алынған N_α және F_α шамаларының 60° -ы

$$F_{60^\circ} = 0,87mg \quad \text{және} \quad N_{60^\circ} = 0,5mg$$

мәндерін қоямыз:

$$0,87mg = 1,73 \cdot 0,5mg$$

осыдан

$$\frac{0,87}{0,5} = 1,73$$

Көлбеулік бұрышының әрбір мәндері үшін тіреудің шамасын үйкелістің мәндері арқылы да бағалауға болады, яғни (4)-тен:

$$N_\alpha = (ctg\alpha) F_\alpha \quad (8)$$

Көлбеулік бұрышының котангенсінің мәндері 5-кестеде ұсынылған. (8)-ді $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ мәндері үшін жазайық:

$$N_{30^\circ} = (\operatorname{ctg} 30^\circ) F_{30^\circ} = 1,73 F_{30^\circ} \quad (9)$$

$$N_{45^\circ} = (\operatorname{ctg} 45^\circ) F_{45^\circ} = 1 \cdot F_{45^\circ} \quad (10)$$

$$N_{60^\circ} = (\operatorname{ctg} 60^\circ) F_{60^\circ} = 0,58 F_{60^\circ} \quad (11)$$

(9)-тендіктен: тақтайша $\alpha = 30^\circ$ бұрышпен орналасқан кездегі тіреудің шамасы үйкелістің мәнінен 73 % артық болады. Бұл тұжырымның ақиқаттылығына көз жеткізу үшін (9)-ға 4-кестеден алынған N_α және F_α шамаларының 30° -ы

$$F_{30^\circ} = 0,5mg \quad F_{30^\circ} = 0,5mg \quad \text{және} \quad N_{30^\circ} = 0,87mg$$

мәндерін қойсақ:

$$0,87mg = 1,73 \cdot 0,5mg$$

Осы өрнектен:

$$\frac{0,87}{0,5} = 1,73$$

(10)-тендіктен тақтайша $\alpha = 45^\circ$ бұрышпен орналасқан кезде үйкеліс пен тіреудің мәндері бірдей болатындығын көруге болады. Шынында да, (10)-ға 4-кестеден алынған

$$F_{45^\circ} = 0,71mg \quad \text{және} \quad N_{45^\circ} = 0,71mg$$

мәндерді қоятын болсақ, онда:

$$0,71mg = 1 \cdot 0,71mg$$

осыдан

$$\frac{0,71}{0,71} = 1$$

(11)-тендіктен: тақтайша $\alpha = 60^\circ$ бұрышпен орналасқан кезде тіреудің мәні үйкелістің 58% болатынын көруге болады. Бұл тұжырымның ақиқаттылығына көз жеткізу үшін (11)-ге 4-кестеден алынған N_α және F_α шамаларының 60° -ы

$$F_{60^\circ} = 0,87mg \quad \text{және} \quad N_{60^\circ} = 0,5mg$$

мәндерін қоямыз:

$$0,5mg = 0,58 \cdot 0,87mg$$

Осыдан

$$\frac{0,5}{0,87} = 0,58$$

Көлбеу жазықтық және оның теориялық негіздемесінің практикалық (іс-жүзінде) қолданылу аясы. Көлбеу жазықтық қарапайым механизмдер қатарына жататын болғадықтан ол жүкті жоғары көтеріп шығару үшін жұмсалатын күшті үнемдеуге көмектеседі, яғни дененің салмағынан аз болатын күшпен жүктің тік (вертикаль) бағыттағы орын ауыстыруын іске асыра алады. Мақалада ұсынылған есептеулер осы жағдайдың орындалу (іске асу) теориясы болып табылады. Олай болса, осы мақалада көрсетілген теорияны көлбеу жазықтықтағы күшті үнемдеу теориясы деп атаса да болады екен. Теориядағы ұсынылған заңдылықтар мен

тұжырымдамалардың практикалық (іс-жүзіндегі) қолданылу аясының мысалдары ретінде екі жазық бетті қосатын көлбеу бетшені (пандус), теңіз көліктері мен ұшақтарға көтеріліп түскенде қолданылатын жылжымалы баспалдақтарды (траптар) алуға болады. 1300 ж. басталған қайта өрлеу кезеңінен бүгінгі күнге дейінгі инженерлік қондырғыларда қолданылып жүрген көлбеу жазықтықтар адамзат өркениеті үшін түрлі дәуірлерді бастан кешірді. Механикалық күштердің динамикасы қарапайым механизмдер ретінде қарастырылып, жүкті қаншалықты биік көтеру мәселесін шешумен айналысты. Осындай ізденістердің нәтижесінде механикалық жұмыс атқару концепциясы пайда болды. Египеттік тұрғындар көлбеу жазықтықтардың рампа деп аталатын түрін храмдар мен пирамида құрылыстарында пайдаланды. Көлбеу жазықтықтардың қазіргі заманғы қолданылу жағдайларына тоқталар болсақ, олардың қатарына төмендегі инженерлік қондырғыларды жатқызуға болады:

- ♦ гидравликалық көтергіш (домкрат) ішіндегі көбеу жазықтық бойымен қозғалатын поршенге қысым түсіру арқылы жүкті оңай көтеруге болады;
- ♦ көлбеу конвейерлік лента арқылы жүтерді жоғары көтеріп, төмен түсіруге болады;
- ♦ тұрғын үйлердің еңкіш шатырлары қарлар мен сулардың жиналып ұзақ тұрып қалмауын болдармау үшін қолданылады;
- ♦ көлік жүретін трассалардың көлбеу болуы сулардың жиналып қалып көлшіктердің пайда болуына жол бермейді.

Қорытынды

Көлбеу жазықтықта тұрған денеге жасалатын әсерлердің көлбеулік бұрышына тәуелділік заңдылықтары арқылы әсерлердің өзара түрлену механизміне математикалық талдау жасалды. Тригонометриялық түрлендірулер мен векторлық талдау элементтерін қолдану арқылы статикалық әсерлер дене салмағымен салыстырыла бағаланды. Бағалау нәтижелері графикалық кескіндеме сурет және бірнеше кестелер арқылы көрсетілді. Сақталу заңын сипаттайтын математикалық теңдіктер арқылы көлбеу жазықтықтағы статикалық және динамикалық тепе-теңдіктердің ережелері тағайындалып, олардың жұмыс ортасы анықталды. Көлбеу жазықтық және оның теориялық негіздемесінің практикалық (іс-жүзінде) қолданылу аясын көрсететін қазіргі заманғы қарапайым инженерлік қондырғыларға жекелей тоқталып, олардың өзіндік ерекшеліктері көрсетілді. Мақаланың зерттеу мақсаттары толығымен іске асты деп санауға болады.

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Goyal M.C. Engineering Mechanics. Raghuvanshi. – PHI Learning Private Ltd. – 2009. – P. 202.
- 2 Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. – М.: Издательство Ф–МЛ, 2001. – 228 с.
- 3 Родионов С.С., Фоминых А.В., Хименков И.А. Исследование движения тела по наклонной плоскости с переменным углом наклона // Вестник КГСХА. – № 4. – 2013. – С. 106–108.
- 4 Ivanov E.M. Work of centripetal and gyroscopic Forces // European Journal Natural Histor. – № 1. – 2006. – p. 80.
- 5 Иванов Е.М. Скольжение тела по наклонной плоскости // МЖПФИ. – 2010. – № 8. – С. 146–148.
- 6 Иванов Е.М. Работа силы тяжести при скольжении тела по наклонной плоскости // ЖФИ. – 2007. – № 1. – С. 13–15.
- 7 Глазунов А.А., Еремин И.В. Статика. Сила трения. – Томск, 2017. – 25 с.
- 8 Демидова Н.Е. Основы тригонометрии. – Н. Новгород: НГАСУ, 2011. – 92 с.
- 9 Иовлев Н.Н. Введение в элементарную геометрию и тригонометрию. – М.: Медиа, 2018. – 456 с.
- 10 Попов Г.Н. Как применялась и применяется тригонометрия на практике. – М.: Медиа, 2018. – 672 с.
- 11 Барашков В.А. Методы математической физики. – М: Инфра, 2018. – 480 с.

REFERENCES

- 1 Goyal M.C. (2009) Engineering Mechanics. Raghuvanshi. PHI Learning Private Ltd., p. 202.
- 2 Zhuravlev V.F. (2001) Osnovy teoreticheskoy mehaniki. Moscow Izdatel'stvo F–ML, 228 p. [in Russian].
- 3 Rodionov S.S., Fominyh A.V., Himenkov I.A. (2013) Issledovanie dvizheniya tela po naklonnoj ploskosti s peremennym uglom naklona. Vestnik KGSHA, no. 4, pp. 106–108 [in Russian].
- 4 Ivanov E.M. (2006) Work of centripetal and gyroscopic Forces. European Journal Natural Histor, no.1, p. 80 [in Russian].
- 5 Ivanov E.M. (2010) Skol'zhenie tela po naklonnoj ploskosti. MZhPFI, no. 8, pp. 146–148 [in Russian].
- 6 Ivanov E.M. (2007) Rabota sily tjazhesti pri skol'zhenii tela po naklonnoj ploskosti. ZhFI, no. 1, pp. 13–15 [in Russian].
- 7 Glazunov A.A., Eremin I.V. (2017) Statika. Sila treniya, Tomsk, 25 p. [in Russian].
- 8 Demidova N.E. (2011) Osnovy trigonometrii, 92 p. [in Russian].
- 9 Iovlev N.N. (2018) Vvedenie v jelementarnuju geometriju i trigonometriju, Moscow, Media, 456 p. [in Russian].
- 10 Popov G.N. (2018) Kak primenjalas' i primenjaetsja trigonometrija na praktike, Moscow, Media, 672 p. [in Russian].
- 11 Barashkov V.A. (2018) Metody matematicheskoy fiziki, Moscow, Infra, 480 p. [in Russian].

¹*Koshtybayev T.,

Can.Phys.-Math.Sc., Associate Professor, ORCID ID: 0009-0004-7344-6801,
e-mail: koshtybayev70@mail.ru

¹Kutkeldiyeva E.,

M.Ped.Sc., ORCID ID: 0000-0002-6754-2280,
e-mail: elzira.kutkeldieva@gmail.com

²Kzhantleuov K.,

Can.Phys.-Math.Sc., Associate Professor, ORCID ID: 0009-0001-6658-1165,
e-mail: Kzhantleuov@mail.ru,

²Zhamenkeev E.

Can.Tech.Sc., Acting Associate professor, ORCID ID: 0000-0002-6711-434X,
e-mail: jamenkeev@mail.ru

¹Kazakh National Women's Pedagogical University, 050000,
Almaty, Kazakhstan

²Abai Kazakh National Pedagogical University, 050010,
Almaty, Kazakhstan

MATHEMATICAL THEORY OF THE INCLINED PLANE

Abstract

The laws of mutual transformation of statistical and dynamic effects on an inclined plane are shown, a mathematical justification is given for obtaining a gain from the action or the possibility of saving the main useful action and facilitating the actions of Gravity. All the above statements are carried out using the basic elements of the theories of dynamics, statics and trigonometric calculations. The influence of the geometric dimensions of the inclined plane on the transformation of actions is estimated. The mechanism of statistical and dynamic equilibrium of actions on an inclined plane is substantiated through mathematical expressions of the conservation law and the relationship between the components of the vector.

Key words: transformations, tilt angle, vector component, friction, plane.

^{1*}Қоштыбаев Т.Б.,

к.ф.-м.н., доцент, ORCID ID: 0009-0004-7344-6801,

*e-mail: koshtybayev70@mail.ru

¹Куткелдиева Э.О.,

магистр пед. н., ORCID ID: 0000-0002-6754-2280,

e-mail: elzira.kutkeldieva@gmail.com

²Жантлеуов К.Қ.,

к.ф.-м.н., доцент, ORCID ID: 0009-0001-6658-1165,

e-mail: Kzhantleuov@mail.ru

²Жаменкеев Е.К.,

к.т.н., и.о. ассоц. проф., ORCID ID: 0000-0002-6711-434X,

e-mail: jamenkeev@mail.ru

¹Казахский национальный женский педагогический университет,
050000, г. Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
050010, г. Алматы, Казахстаны

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Аннотация

Показаны законы взаимного преобразования статистических и динамических воздействий на наклонной плоскости, приведено математическое обоснование получения выигрыша от действия или возможности экономии основного полезного действия и облегчения действий земного притяжения. Все вышесказанные утверждения осуществляются с помощью основных элементов теорий динамики, статики и тригонометрических вычислений. Оценены влияния геометрических размеров наклонной плоскости на преобразование действий. Обоснован механизм статистического и динамического равновесия действий на наклонной плоскости через математические выражения закона сохранения и связи между составляющими вектора.

Ключевые слова: преобразования, угол наклона, составляющая вектора, трение, плоскость